

# Drzewo Przedział-Przedział

Struktura danych, która pozwala na aktualizowanie wartości w tablicy w danym przedziale oraz sprawdzanie wartości tablicy w danym przedziale w czasie  $O(\log n)$ .

Standardowy problem:

Dana jest tablica  $T[0, n - 1]$ . Chcemy  $q$  razy wykonywać dwa typy operacji:

1. Ustaw  $x$  na przedziale  $T[a, b]$ . Formalnie:  $T[i] := x$ , dla  $i \in [a, b]$
2. Zwróć maksymalną wartość na przedziale  $T[a, b]$ . Formalnie:

$$\max\{T[a], T[a + 1], \dots, T[b]\}$$

Limity:

$$1 \leq n, q \leq 2 \cdot 10^5$$

$$1 \leq T[i], x \leq 10^9$$

Oczywiście te zadanie można rozwiązać naiwnie: Dla każdego zapytania przechodzić pętlą `for` po tablicy  $T$ . Niestety takie rozwiązanie działa w złożoności  $O(nq)$ . Potrzebujemy czegoś szybszego.

Z pomocą przychodzi [drzewo przedziałowe](#) z tak zwaną *lazy propagation*.

Lazy propagation polega na tym, aby nie zmieniać czegoś, co jeszcze nie musi być zmienione.

Dla każdego wierzchołka  $v$  w drzewie będziemy trzymali dodatkową informację  $Lazy[v]$ .

- $Lazy[v]$  oznacza jakiej wartości nie przekazałem jeszcze do poddrzewa  $v$ .

Aby szybko wykonywać operację 1) zaktualizuję tylko te konieczne (tzn. te których przedziały bazowe stanowią podział  $[a, b]$ ) i zapiszę im w tablicy  $Lazy$  informację o tym, że w przyszłości (przy następnym przejściu przez dany wierzchołek) muszą one przekazać tę informację do swojego poddrzewa i je zaktualizować.

Użyję do tego funkcji `push`:

```
void push(int v) {
    if (Lazy[v] != 0) {
        Tree[2*v] = Lazy[v]; // aktualizuje wartości w synach
        Tree[2*v+1] = Lazy[v];
        Lazy[2*v] = Lazy[v]; // mówię synom, że one też będą
        // musiały przekazać
        Lazy[2*v+1] = Lazy[v]; // Lazy[v] dalej do swoich synów
    }
    Lazy[v] = 0; // trzeba oczyścić v z wartości Lazy
}
```

Operację 1) wykonuję funkcją `update` :

```
// v - wierzchołek w którym jestem
// [st,ed] - przedział jaki obejmuje wierzchołek v
// [a,b] - przedział który chcemy zmodyfikować
// val - wartość którą ustawiam na przedziale [a,b]
void update(int v, int st, int ed, int a, int b, int val) {
    if (ed < a || b < st) // przedziały rozłączne
        return;
    else if (a <= st && ed <= b) { // [st,ed] zawiera się w [a,b]
        Tree[v] = val;
        Lazy[v] = val;
    }
    else {
        push(v); // muszę zaktualizować synów przed tym jak do
nich pójde
        int md = (st + ed) / 2;
        update(2*v, st, md, a, b, val);
        update(2*v+1, md+1, ed, a, b, val);
        Tree[v] = max(Tree[2*v], Tree[2*v+1]);
    }
}
```

Którą wywołuję w main'ie jako `update(1, 0, base-1, a, b, x)`.

Operację 2) funkcją `query` :

```
int query(int v, int st, int ed, int a, int b) {
    if (ed < a || b < st)
        return 0; // może być coś innego, np. -1e9+7
    else if (a <= st && ed <= b)
        return Tree[v];
    else {
        push(v);
        int md = (st + ed) / 2;
        int lewy = query(2*v, st, md, a, b);
        int prawy = query(2*v+1, md+1, ed, a, b);
        return max(lewy, prawy);
    }
}
```

I wywołuję ją jako `query(1, 0, base-1, a, b)`.