# Generating isocurvature modes and primordial features in multi-field Higgs- $R^2$ inflation

Flavio Pineda and Luis O. Pimentel

September 2024

#### Abstract

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

#### 1 Introduction

A lo largo de este trabajo, usaremos la métrica de FLRW

$$ds^{2} = -dt^{2} + a^{2}(t)(dx^{2} + dy^{2} + dz^{2})$$
(1)

## 2 Multi-field dynamics in Higgs- $R^2$ inflation

Nuestro punto de partida es el modelo Higgs- $R^2$  [8, 12, 14] en el marco de Jordan en su forma completa, es decir, la teoría de la inflación de Higgs [5] con un término  $R^2$ , cuya acción está dada por

$$S_J[g_{\mu\nu}, \mathcal{H}] = \int d^4x \sqrt{-g_J} \left[ \frac{M_P^2}{2} \left( 1 + \frac{2\xi_h}{M_P^2} |\mathcal{H}|^2 \right) R_J + \frac{\xi_s}{4} R_J^2 - g_J^{\mu\nu} (D_\mu \mathcal{H})^{\dagger} (D_\nu \mathcal{H}) - \lambda |\mathcal{H}|^4 \right] , \quad (2)$$

donde las variables definidas en el marco de Jordan las denotamos con un subóíndice J. Por otro lado,  $\mathcal{H}$  es el doblete del campo de Higgs,  $\xi_h$  es el acoplamiento no mínimo del campo de Higgs, necesario para que  $\mathcal{H}$  produzca inflación y  $\lambda$  es la constante cuártica de acoplamiento del Higgs, mientras que la derivada covariante  $D_{\mu}\mathcal{H}$  incluye las interacciones del sector de Higgs con los campos de norma del Modelo Estándar, la cual se define como

$$D_{\mu}\mathcal{H} = \left(\partial_{\mu} - \frac{ig}{2}\tau_{a}W^{a}_{\mu} + \frac{ig'}{2}B_{\mu}\right)\mathcal{H}.$$
 (3)

Los campos  $W^a_{\mu}$  y  $B_{\mu}$  representan los campos de norma de los grupos SU(2) y U(1), con sus respectivas constantes de acoplamiento g y g', mientras que  $\tau_a$  son los generadores de SU(2). Es usual definir el doblete de Higgs  $\mathcal{H}$  en la norma unitaria tal que  $\mathcal{H}$  esté parametrizado por un único campo h

$$\mathcal{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ h + v_{\text{ew}} \end{pmatrix} , \tag{4}$$

donde  $v_{\rm ew}\approx 246\,{\rm GeV}$  es la escala de energía del sector electrodébil. En esta norma, y considerando que  $M_P=2.18\times 10^{18}\,{\rm GeV}\gg v_{\rm ew}$ , la acción del modelo se puede reescribir como

$$S_J[g_{\mu\nu}, h] = \int d^4 \sqrt{-g_J} \left[ \frac{1}{2} \left( M_P^2 + \xi_h h^2 \right) R_J + \frac{\xi_s}{4} R_J^2 - \frac{1}{2} g_J^{\mu\nu} (\partial_\mu h) (\partial_\nu h) - \frac{\lambda}{4} h^4 \right] , \tag{5}$$

donde hemos omitido las interacciones del campo de Higgs con los campos de norma. Es bien sabido que este modelo es una extensión natural del modelo de inflación de Higgs que resuelve el problema de la constante de grande de acoplamiento [12]. El modelo de Higgs necesita una constante de acoplamiento  $\xi_h \sim \mathcal{O}(10^4)$  para que el modelo sea compatible con los observables del CMB; sin embargo, el modelo sufre el problema del acoplamiento fuerte [3, 6, 5]. El campo de Higgs se acopla fuertemente en la escala electrodébil y pierde la unitaridad perturbativa muy por debajo de la escala habitual de Planck [12], lo cual hace cuestionable las predicciones del modelo. Sin embargo, la inlcusión del término  $R^2$  eleva la escala de corte del modelo de Higgs hasta la escala de Planck de manera natural, recuperando el carácter perturbativo del modelo [8]. Este modelo consiste en un campo escalar h con acoplamiento no mínimo  $\xi_h$  y un término cuadrático en  $R_J$ , es decir, que el modelo presenta dos grados de libertad: el campo h y un grado de libertad escalar proveniente de  $R_I^2$  conocido como escalarón [8], donde ambos campos son dinámicos y contribuyen a la historia de la expansión del universo. Dicha dinámica se puede entender de manera más sencilla reescalando la métrica del espacio-tiempo  $g_{\mu\nu}$  via una transformación conforme, para que la acción (5) adopte la forma estándar Einstein-Hilbert más una acción de dos campos escalares  $\phi$  y h [16]. Introducimos un campo auxiliar s de tal manera que nos permita escribir (5) como una teoría tenso-escalar [8]

$$S_J[g_{\mu\nu}, h] = \int dx^4 \sqrt{-g_J} \left[ \frac{1}{2} \left( M_p^2 + \xi_h h^2 + \xi_s s \right) R_J - \frac{1}{2} g_J^{\mu\nu} (\partial_\mu h) (\partial_\nu h) - V(s, h) \right], \tag{6}$$

donde  $V(s,h) = \xi_s s^2/4 + \lambda h^4/4$  es el potencial dependiente de dos campos escalares s y h. Es evidente que la variación de (6) respecto a s da el resultado  $s = R_J$ . La acción auxiliar (6) puede pensarse como un modelo de dos campos (s,h) con una función de acoplamiento  $f(s,h) = (M_p^2 + \xi_h h^2 + \xi_s s)/2$ , lo que nos permite identificar el factor de la transformación conforme  $\Omega^2(x) = 2f(s,h)/M_P^2$ . Reescalando la métrica  $g_{\mu\nu}$  vía la transformación  $g_{\mu\nu} \to \Omega^2(x)g_{\mu\nu}$ , la acción (5) adopata la siguiente forma en el marco de Einstein

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_p^2}{2} R - \frac{3M_p^2}{4} (\partial \log \Omega^2)^2 - \frac{1}{2} \Omega^{-2} (\partial h)^2 - U(s, h) \right], \tag{7}$$

donde  $U(s,h) = \Omega^{-4}V(s,h)$  es el potencial en el marco de Einstein. Para hacer canónico el término cinético de s, definimos el campo  $\phi = M_P \sqrt{3/2} \log \Omega^2$ . Esto nos permite escribir el campo s del escalarón en términos de los campos del inflatón y de Higgs

$$s(\phi, h) = \frac{M_p^2}{\xi_s} \left( e^{\alpha \phi} - 1 - \frac{\xi_h}{M_p^2} h^2 \right) , \tag{8}$$

donde  $\alpha = \sqrt{2/3}\,M_P^{-1}$ . Por lo tanto, el potencial  $U(s\,,h)$  en términos del campo  $\phi$  y de h se escribe como

$$V(\phi, h) = \Omega^{-4}V(s(\phi, h), h) = \frac{1}{4} e^{-2\alpha\phi} \left[ \frac{M_p^4}{\xi_s} \left( e^{\alpha\phi} - 1 - \frac{\xi_h}{M_p^2} h^2 \right)^2 + \lambda h^4 \right].$$
 (9)

La acción (7) en el marco de Einstein después de haber definido el nuevo campo  $\phi$  se reescribe como un modelo de inflación de dos campos escalares  $\phi$ , h y potencial de interacción (9) con un término cinético no canónico correspondiente al campo h más la acción de Einstein-Hilbert

$$S_{E}[g_{\mu\nu}, \phi, h] = \int d^{4}x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_{p}^{2}}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} (\partial_{\mu}\phi)(\partial_{\nu}\phi) - \frac{1}{2} e^{-\alpha\phi} g^{\mu\nu} (\partial_{\mu}h)(\partial_{\nu}h) - V(\phi, h) \right]. (10)$$

La transformación conforme  $g_{\mu\nu} \to \Omega^2(x)g_{\mu\nu}$  reescala el potencial escalar como (9) y genera una métrica del espacio de campos no-canónica  $G_{IJ}$  con componentes no nulas

$$G_{\phi\phi} = 1, \quad G_{hh} = e^{-\alpha\phi}. \tag{11}$$

Como se puede observar en (10), el modelo presenta dos grados de libertad que contribuyen a la expansión del universo: el campo de Higgs h y el escalarón  $\phi$ , y la inflación se produce en la escala de energía  $\phi \gg M_P$  [14]. Además, el modelo presenta 3 parámetros:  $\lambda$ ,  $\xi_h$  y  $\xi_s$ . El caso donde  $\lambda = M_H^2/2v_{\rm ew}^2 \approx 0.13$  está fijado por el valor de la masa del Higgs  $M_H = 125$  GeV ha sido explorado ampliamente en la literatura [8, 15, 14]. Este caso se conoce como espacio estándar de parámetros del modelo Higgs- $R^2$ , y es sabido que los efectos multi-campo están ausentes [14]. En este tabajo exploramos la posibilidad de generar modos de isocurvatura para  $\xi \lesssim 1$  y  $\lambda$  muy pequeño. El valor de los parámetros del modelo tienen un impacto en la forma del potencial (9). En la Fig. 1 podemos ver la estructura del potencial para dos distintos espacios de parámetros.

Para caracterizar la evolución del sistema, se suele utilizar un enfoque covariante de los campos  $\{\phi, h\}$  en el espacio de campos [1, 11, 10, 18]. Las ecuaciones de movimiento (EoM) de los campos  $\phi, h$  se deducen directamente de (10), que en función del tiempo cósmico y usando el enfoque covariante del espacio de campos se escriben como

$$D_t \dot{\phi}^I + 3H \dot{\phi}^I + G^{IJ} V_J = 0, \qquad (12)$$

donde  $D_t$  es la derivada covariante direccional en t, la cual se define sobre un vector arbitrario del espacio de campos  $A^I$  como  $D_tA^I = \dot{\phi}^J \nabla_J A^I = \dot{A}^I + \Gamma^I{}_{JK} \dot{\phi}^I A^K$ , donde los símbolos de Christoffel están evaluados en términos de  $G_{IJ}$  y sus derivadas. Para las componentes (11), los símbolos de Christoffel no nulos son

$$\Gamma^{\phi}{}_{hh} = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha \phi} \,, \quad \Gamma^{h}{}_{\phi h} = \Gamma^{h}{}_{h\phi} = -\frac{\alpha}{2} \,. \tag{13}$$

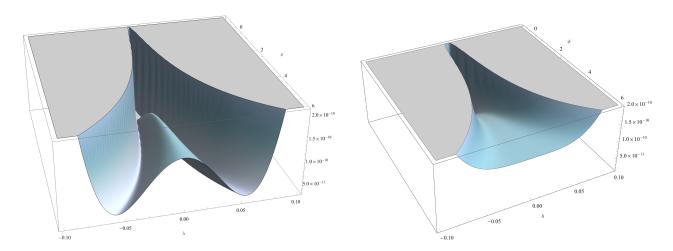


Figure 1: Potencial escalar  $V(\phi,h)/M_P^4$  en el marco de Einstein. Left panel: Potencial (9) usando el espacio de parámetros estándar  $\lambda=0.13,\,\xi_h\simeq 10^4$  y  $\xi_s\simeq 10^9$ . El potencial presenta una estructura de dos valles y una cresta en h=0. Right panel: El mismo potencial (9) pero para

Las ecuaciones de Friedmann pueden escribirse como

$$3M_P^2 H^2 = \frac{1}{2}\dot{\sigma}^2 + V(\phi, h), \quad M_p^2 \dot{H} = -\frac{1}{2}\dot{\sigma}^2,$$
 (14)

donde  $\dot{\sigma}^2 = G_{IJ}\dot{\phi}^I\dot{\phi}^J = \dot{\phi}^2 + e^{-\alpha\phi}\dot{h}^2$  es la longitud del vector velocidad  $\dot{\phi}^I$  [1, 17]. Usando los resultados (13), el sistema de ecuaciones (12) y (14) a resolver está dado por las ecuaciones

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{\phi}(\phi, h) = -\frac{\alpha}{2}e^{-\alpha\phi}\dot{h}$$

$$\ddot{h} + (3H - \alpha\dot{\phi})\dot{h} + e^{\alpha\phi}V_{h}(\phi, h) = 0$$

$$\dot{H} = -\frac{1}{2M_{p}^{2}}\dot{\sigma}^{2}$$

$$3M_{P}^{2}H^{2} = \frac{1}{2}\dot{\sigma}^{2} + V(\phi, h).$$
(15)

Este sistema se debe resolver numéricamente para obtener la trayectoria de los campos  $\phi$ , h com función de t, dadas las condiciones iniciales adecuadas.

Este sistema es posible resolverlo numéricamente dadas condiciones iniciales adecuadas. Sin embargo, podemos discutir características de dicha trayectoria y de la geometría del espacio de campos sin resolver el anterior sistema de ecuaciones. Para ello es útil definir los vectores tangente  $T^I$  y normal  $N^I$  a la trayectoria tal que  $T^I N_I = 0$ . Explíctamente [15]

$$T^{I} = \frac{\dot{\phi}^{I}}{\dot{\sigma}}, \quad N^{I} = \frac{e^{\alpha\phi/2}}{\dot{\sigma}} \left( -e^{-\alpha\phi}\dot{h}, \dot{\phi} \right). \tag{16}$$

El vector  $T^I$  define la dirección paralela a la trayectoria (adiabática) de cualquier vector  $A^I$  del espacio de campos, mientra que  $N^I$  define la primera componente normal (isocurvatura)

de  $A^I$ . De esta manera, estos vectores nos permiten descomponer cualquier vector  $A^I$  en sus componentes adiabática  $A_{\sigma}$  y de isocurvarura  $A_s$  como  $A^I = A_{\sigma}T^I + A_sN^I$ . El vector  $T^I$  ofrece una alternativa de escribir la ecuación de movimiento (12) en dos ecuaciones independientes

$$\ddot{\sigma} + 3H\dot{\sigma} + V_{\sigma} = 0 \,, \quad D_t T^I = -\dot{\theta} N^I \,, \tag{17}$$

donde hemos definido  $V_{\sigma} = T^I V_I$ ,  $V_N = N^I V_I$  como las proyecciones de  $\partial_I V = V_I$ . El parámetro  $\dot{\theta} = V_N / \dot{\sigma}$  Dado el potencial (9) y el vector  $N^I$ , el parámetro  $\dot{\theta} = V_N / \dot{\sigma}$  está dado por

$$\dot{\theta} = \frac{e^{\alpha\phi/2}}{\dot{\sigma}^2} \left( V_h \dot{\phi} - e^{-\alpha\phi} \,\dot{h} V_\phi \right) \,. \tag{18}$$

Este parámetro indica la rapidez de cambio del vector  $T^I$  en el tiempo t, y es escencial en el análisis de las perturbaciones primordiales producidas durante la inflación.

#### 2.1 Análisis slow-roll

Ahora estamos en condiciones de definir los parámetros slow-roll para este tipo de modelos inflacionarios. El primer parámetro  $\epsilon$  se define de la misma manera que la inflación de un solo campo escalar

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} \tag{19}$$

También podemos definir el segundo parámetro de slow-roll  $\eta^I$  como [18]

$$\eta^I = -\frac{D_t \,\phi^I}{H\dot{\sigma}} \tag{20}$$

Como se trata de un vector definido en el espacio de campos, podemos descomponerlo en sus componentes adiabática-isocurvatura

$$\eta^I = \eta_\sigma T^I + \eta_\perp N^I \,, \tag{21}$$

donde  $\eta_{\perp}=\eta_N$  es su componente de isocurvatura, que corresponde al parámetro  $\eta_{\perp}$  definido como  $\eta_{\perp}=\dot{\theta}/H$ . La proyección sobre la componente adiabática  $T^I$  resulta

$$G_{IJ}T^I\eta^J = \eta_\sigma = -\frac{\ddot{\sigma}}{H\dot{\sigma}}.$$
 (22)

Esto indica que el campo efectivo  $\sigma$  cumple la condición slow-roll  $\ddot{\sigma} \ll |H\dot{\sigma}|$ . El análisis slow-roll puede llevarse a cabo de forma matricial. Definimos la primera matriz  $\epsilon_{IJ}$ 

$$\epsilon_{IJ} = \frac{\dot{\phi}^I \dot{\phi}^J}{2M_p^2 H^2} \,, \tag{23}$$

tal que la traza es igual a (19)

$$\operatorname{Tr}(\epsilon^{IJ}) = G_{IJ}\epsilon^{IJ} = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \epsilon,$$
 (24)

donde hemos utilizado la ecuación de fondo (12) y las ecuaciones de Friedmann (14). Por lo tanto, la aproximación slow-roll  $\epsilon_H \ll 1$  implica  $|\epsilon_{IJ}| \ll 1$ . La matriz  $\epsilon_{IJ}$  es la generalización del parámetro  $\epsilon = \epsilon(\phi)$  para el caso de modelos multi-campo de inflación. La derivada temporal de  $\epsilon_{IJ}$  se utiliza para derivar la segunda matriz de slow-roll  $\eta^{IJ}$ 

$$\dot{\epsilon}^{IJ} = 2H\epsilon(\epsilon^{IJ} - \eta^{IJ}), \qquad (25)$$

donde definimos  $\eta^{IJ}$  como

$$\eta^{IJ} = \frac{1}{2M_p^2 \dot{H}} (\ddot{\phi}^I \dot{\phi}^J + \ddot{\phi}^J \dot{\phi}^I) , \qquad (26)$$

mientras que su traza está dada por

$$\tilde{\eta} = G_{IJ}\eta^{IJ} = 2\epsilon + G_{IJ}\frac{2D_t\dot{\phi}^I\phi^J}{H\dot{\phi}^I\dot{\phi}_I} \ll 1.$$
(27)

La matriz  $\eta^{IJ}$  generaliza el segundo parámetro slow-roll (22). En efecto, si sustituimos la ecuación de Friedmann para  $\dot{H}$  en  $\eta^{IJ}$  obtenemos  $\eta_{\phi\phi}=-\ddot{\phi}/H\dot{\phi}=\eta$ , por lo que la condición  $\tilde{\eta}\ll 1$  implica  $D_t\dot{\phi}^I\ll 1$ , que equivale a decir que la trayectoria tiende a una geodesica  $D_t\dot{\phi}^I\to 0$  en el espacio de campos. Entonces podemos decir que movimientos geodésicos en el espacio de campos corresponden al límite slow-roll  $\epsilon\ll 1$  y  $\tilde{\eta}\ll 1$  en modelos multicampo de inflación. Es interesante destacar que una variación grande de  $\eta_\perp$  no implica necesariamente una violación a la aproximación slow-roll, tal y como se analiza en detalle en [7], por lo que podemos tener un parámetro  $\eta_\perp\gg 1$  bajo la aproximación slow-roll.

### 3 Primordial perturbations

Una ve definido las propiedades básicas de la evolución del background del modelo, es hora de analizar las perturbaciones primordiales. Cuando se estudia las perturbaciones primordiales a orden lineal o cuadrático, es recomendable adoptar un enfoque covariante respecto a transformaciones de norma en el espacio de campos. Este formalismo fue desarrollado en detalle en [11] para un espacio de campos arbitrario. En este artículo despreciamos las perturbaciones vectoriales y tensoriales, y nos enfocamos principalmente a las perturbaciones primordiales escalares. Desde un punto de vista covariante, la idea es utilizar el vector  $Q^I$  en lugar de  $\delta \phi^I(t,\mathbf{r}) = \phi^I(t,\mathbf{r}) - \bar{\phi}^I(t)$ . El valor de  $\bar{\phi}^I$  y  $\phi^I$  en el punto fijo P del espacio de campos puede conectarse mediante una única geodésica parametrizada por un parámetro  $\lambda$  que da el valor inicial de  $\phi^I$  y el vector tangente en P. Las condiciones iniciales se fijan en  $\lambda = 0$ , tal que

$$\phi^I(\lambda = 0) = \bar{\phi}^I, \quad Q^I = \frac{\mathrm{d}\phi^I}{\mathrm{d}\lambda}\bigg|_{\lambda = 0}$$
 (28)

cuyo valor de  $\bar{\phi}^I$  corresponde a la trayectoria  $\phi^I(t)$  y  $Q^I$  es el vector tangente inicial, que vive en el espacio tangente del espacio de campos. A segundo orden en las perturbaciones, uno encuentra el desarrollo que relaciona la perturbación covariante  $Q^I$  con la perturbación  $\delta \phi^I$ 

$$\delta \phi^{I} = \phi^{I} - \bar{\phi}^{I} = Q^{I} - \frac{1}{2} \Gamma^{I}{}_{JK} Q^{J} Q^{K} + \cdots$$
 (29)

Dado que tanto  $\delta \phi^I$  como  $Q^I$  son vectores del espacio de campos, podemos descomponerlos en sus componentes adiabática  $Q_{\sigma}$  y de isocurvatura  $Q_s$  como  $Q^I = Q_{\sigma}T^I + Q_sN^I$ , donde a priori ambas componentes son dinámicas. Por otro lado, el estudio de las perturbaciones del espacio-tiempo y la mezcla con  $Q^I$  es más sencillo si se usa la forma ADM [2, 23] de la métrica (1)

$$ds^2 = -N^2 d\phi^2 + \gamma_{ij} \left( N^i d\phi + dx^i \right) \left( N^j d\phi + dx^j \right), \tag{30}$$

donde  $d\phi$  es una parametrización temporal, N se conoce como función lapso,  $N^i$  es el vector desplazamiento entre dos hipersuperficies espaciales  $\Sigma_t$  y  $\Sigma_{t+1}$  y  $\gamma_{ij}$  es la 3-métrica inducida sobre la hipersuperficie  $\Sigma_t$ . La idea detrás del formalismo ADM es desarrollar a segundo orden la acción (10) en serie de potencias de las perturbaciones. Como N y  $N^i$  no son variables dinámicas, la 3-métrica  $\gamma_{ij}$  contiene toda la información física del sistema. Al fijar una parametrización temporal y elegir el vector desplazamiento, estamos fijando N y  $N^i$ , y eso se logra al escoger una norma. En inflación y teoría de perturbaciones, es muy común utilizar la norma espacialmente plana tal que  $\gamma_{ij}^{\text{flat}} = a^2(t)\delta_{ij}$  donde toda la dinámica está contenida en la perturbación  $\delta\phi^I$ . Esta norma ha sido ampliamente usada en la literatura [7, 4, 28, 19, 20], y tiene la ventaja que las componentes de la perturbación  $\delta\phi^I$  son variables de Mukhanov-Sasaki (MS), por lo que cumplen una ecuación tipo MS [26, 25, 28, 13]. Sin embargo, todos los cálculos referentes a perturbaciones escalares se simplifican al escoger la norma comóvil, la cual se define como [9, 27, 21, 22]

$$\gamma_{ij}^{\text{com}} = a^2(t)e^{2\mathcal{R}}\delta_{ij} \,, \quad T_I Q^I = 0 \,.$$
 (31)

donde  $\mathcal{R}$  es la perturbación de curvatura comóvil invariante de norma [24]. La característica principal de esta norma es que la componente adiabática de  $Q^I$  es cero, pero la parte de isocurvatura es  $Q_s = N_I Q^I$ . Entonces, en esta norma, las perturbaciones son  $\mathcal{R}$  y  $Q_s$ . La acción a segundo orden en estas variables es

$$S^{(2)} = \int d^4x \, a^3 \left[ \epsilon \left( \dot{\mathcal{R}}^2 - a^{-2} \delta^{ij} \partial_i \mathcal{R} \partial_j \mathcal{R} \right) + \frac{1}{2} \left( \dot{Q}_s^2 - a^{-2} \delta^{ij} \partial_i Q_s \partial_j Q_s - m_{\text{eff}}^2 Q_s^2 \right) + 2 \dot{\sigma} \eta_\perp Q_s \dot{\mathcal{R}} \right], \quad (32)$$

donde  $\epsilon$  es el parámetro slow-roll, definido en (19), mientras que  $m_{\rm eff}^2$  es la masa efectiva de  $Q_s$  la cual está dada por

$$m_{\text{eff}}^2 = N^I N^J \nabla_I V_J + M_p^2 H^2 \epsilon \Re - \dot{\theta}^2 \,, \tag{33}$$

donde  $\mathfrak{R}=-1/3M_P^2$  es el escalar de curvatura del espacio de campos, definido a través de  $G_{IJ}$ . El primer término de  $m_{\text{eff}}^2$ ,  $V_{NN}=N^IN^J\nabla_IV_J$  representa la contribución usual de masa.

El segundo término representa una contribución de la geometría no trivial del espacio de campos, mientras que el último término  $\dot{\theta}^2$  corresponde a una aceleración centrípeta debido al giro de  $T^I$  en el espacio de campos.

Las ecuaciones de movimiento de las perturbaciones  $\mathcal{R}$  y  $Q_s$ 

$$\ddot{\mathcal{R}} + (3 + 2\epsilon - 2\eta_{\sigma})H\dot{\mathcal{R}} - \frac{\nabla^{2}\mathcal{R}}{a^{2}} = -\epsilon^{-1}\dot{\sigma}\eta_{\perp}[(3 - \xi_{\perp} - \eta_{\sigma})HQ_{s} + \dot{Q}_{s}]$$
(34)

$$\ddot{Q}_s + 3H\dot{Q}_s + \left(-\frac{\nabla^2}{a^2} + m_{\text{eff}}^2\right)Q_s = 2\dot{\sigma}\eta_\perp \dot{\mathcal{R}}, \qquad (35)$$

donde  $\eta_{\perp} = \dot{\theta}/H$ ,  $\xi_{\perp} = -\dot{\eta}_{\perp}/H\eta_{\perp}$  y  $\eta_{\sigma} = -\ddot{\sigma}/H\dot{\sigma}$  es la generalización a modelos multicampo del parámetro slow-roll  $\eta$ . Las ecuaciones (34) y (35) tienen un término que acopla  $\mathcal{R}$  y  $Q_s$  el cual es proporcional a  $\dot{\theta}$ . Para  $\eta_{\perp} = 0$ , ambos modos se desacoplan, por lo que los modos  $Q_s$  no pueden transferir potencia a los modos de curvatura adiabática  $\mathcal{R}$ . Este caso corresponde a movimientos geodésicos  $D_t \dot{\phi}^I \to 0$  en el espacio de campos, lo que simplifica el análisis del sistema de ecuaciones (34), (35). Este caso se puede obtener durante la inflación para ciertas condiciones inciales, y para una elección adecuada del espacio de parámetros del modelo. Sin embargo, en general el sistema de ecuaciones se debe resolver numéricamente cuando la trayectoria de los campos de fondo experimente un giro  $\dot{\theta} \neq 0$ .

#### 3.1 Trayectories of interest

Los valores de los parámetros tienen un impacto en la forma del potencial, y por tanto, en las trayectorias de los campos  $\phi$ , h en el espacio de campos. En la figura vemos la forma del potencial para el espacio de parámetros estándar del modelo Higgs- $R^2$ , es decir, para  $\lambda = 0.13$ ,  $\xi_h \simeq 10^4$  y  $\xi_s \simeq 10^9$ .

Vemos que el potencial presenta una estructura de dos valles que conducen al mínimo global del potencial, a lo largo de la cual se produce la inflación; el inflatón  $(\phi y h)$ , evoluciona a lo largo de dicha estructura hasta el mínimo global de  $V(\phi h)$  en (0,0), dando por finalizado el periodo inflacionario. Sin importar las condiciones iniciales de los campos  $\phi$ , h, la inflación ocurre a lo largo de uno de los valles del potencial, es decir, que dicha estructura de valles es un atractor universal.

Los valles formados en [29, 14]

## 4 Isocurvature perturbations with a small coupling $\xi_h \ll 1$

- 4.1 Transfer functions
- 5 CMB observables
- 6 Discussion and conclusions

#### 7 Acknowledgments

#### References

- [1] A. Achúcarro, J.-O. Gong, S. Hardeman, G. A. Palma, and S. P. Patil. Features of heavy physics in the cmb power spectrum. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2011(01):030, jan 2011.
- [2] R. Arnowitt, S. Deser, and C. W. Misner. Republication of: The dynamics of general relativity. *General Relativity and Gravitation*, 40(9):1997–2027, Aug. 2008.
- [3] J. L. F. Barbón and J. R. Espinosa. On the naturalness of higgs inflation. *Physical Review D*, 79(8), Apr. 2009.
- [4] N. Bartolo, S. Matarrese, and A. Riotto. Adiabatic and isocurvature perturbations from inflation: Power spectra and consistency relations. *Phys. Rev. D*, 64:123504, Nov 2001.
- [5] F. Bezrukov and M. Shaposhnikov. The standard model higgs boson as the inflaton. *Physics Letters B*, 659(3):703–706, 2008.
- [6] C. Burgess, H. M. Lee, and M. Trott. Power-counting and the validity of the classical approximation during inflation. *Journal of High Energy Physics*, 2009(09):103–103, Sept. 2009.
- [7] S. Céspedes, V. Atal, and G. A. Palma. On the importance of heavy fields during inflation. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2012(05):008, may 2012.
- [8] Y. Ema. Higgs scalaron mixed inflation. Physics Letters B, 770:403–411, 2017.
- [9] S. Garcia-Saenz, L. Pinol, and S. Renaux-Petel. Revisiting non-gaussianity in multifield inflation with curved field space. *Journal of High Energy Physics*, 2020(1), Jan. 2020.
- [10] J.-O. Gong. Multi-field inflation and cosmological perturbations. *International Journal of Modern Physics D*, 26(01):1740003, 2017.
- [11] J.-O. Gong and T. Tanaka. A covariant approach to general field space metric in multi-field inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2011(03):015, mar 2011.
- [12] D. Gorbunov and A. Tokareva. Scalaron the healer: removing the strong-coupling in the higgs- and higgs-dilaton inflations. *Physics Letters B*, 788:37–41, 2019.

- [13] C. Gordon, D. Wands, B. A. Bassett, and R. Maartens. Adiabatic and entropy perturbations from inflation. *Phys. Rev. D*, 63:023506, Dec 2000.
- [14] A. Gundhi and C. F. Steinwachs. Scalaron-higgs inflation. *Nuclear Physics B*, 954:114989, 2020.
- [15] M. He, A. A. Starobinsky, and J. Yokoyama. Inflation in the mixed higgs-r2 model. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(05):064–064, May 2018.
- [16] D. I. Kaiser. Conformal transformations with multiple scalar fields. *Physical Review D*, 81(8), Apr. 2010.
- [17] D. I. Kaiser and E. I. Sfakianakis. Multifield inflation after planck: The case for nonminimal couplings. *Physical Review Letters*, 112(1), Jan. 2014.
- [18] S. Karamitsos and A. Pilaftsis. Frame covariant nonminimal multifield inflation. Nuclear Physics B, 927:219–254, 2018.
- [19] D. Langlois. Isocurvature cosmological perturbations and the cmb. *Comptes Rendus Physique*, 4(8):953–959, 2003. Dossier: The Cosmic Microwave Background.
- [20] D. Langlois and S. Renaux-Petel. Perturbations in generalized multi-field inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2008(04):017, apr 2008.
- [21] D. H. Lyth, K. A. Malik, and M. Sasaki. A general proof of the conservation of the curvature perturbation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2005(05):004, may 2005.
- [22] D. H. Lyth and Y. Rodríguez. Non-gaussianity from the second-order cosmological perturbation. *Physical Review D*, 71(12), June 2005.
- [23] J. Maldacena. Non-gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models. *Journal of High Energy Physics*, 2003(05):013–013, May 2003.
- [24] V. Mukhanov, H. Feldman, and R. Brandenberger. Theory of cosmological perturbations. *Physics Reports*, 215(5):203–333, 1992.
- [25] V. Mukhanov and P. J. Steinhardt. Density perturbations in multifield inflationary models. *Physics Letters B*, 422(1):52–60, 1998.
- [26] M. Sasaki and E. D. Stewart. A General Analytic Formula for the Spectral Index of the Density Perturbations Produced during Inflation. *Progress of Theoretical Physics*, 95(1):71– 78, 01 1996.
- [27] D. Seery and J. E. Lidsey. Primordial non-gaussianities in single-field inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2005(06):003–003, June 2005.
- [28] D. Wands, N. Bartolo, S. Matarrese, and A. Riotto. Observational test of two-field inflation. Phys. Rev. D, 66:043520, Aug 2002.
- [29] Y.-C. Wang and T. Wang. Primordial perturbations generated by higgs field and  $R^2$  operator. Phys. Rev. D, 96:123506, Dec 2017.