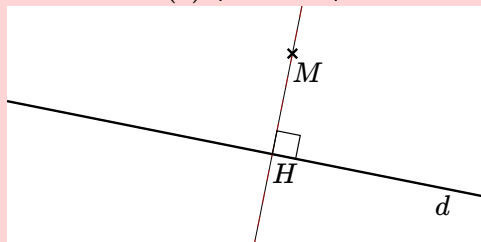
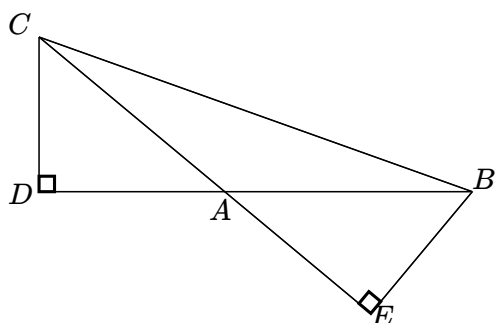


# Projeté orthogonal

**Définition 1.** Le projeté orthogonal d'un point  $M$  sur une droite  $(d)$  est le point d'intersection  $H$  de la droite  $(d)$  et de la perpendiculaire à  $(d)$  passant par  $M$ .



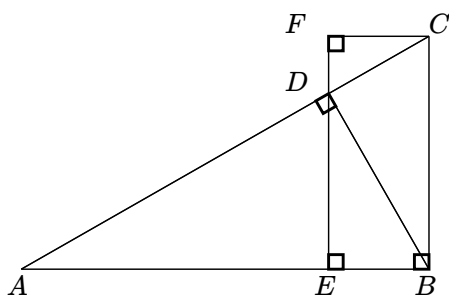
E1



Reproduisez la figure à main levée, puis indiquez les projetés orthogonaux si ce sont des points nommés. Dans le cas contraire, tracez à main levée le projeté orthogonal et lui donner un nom.

- a.  $B$  sur  $(CD)$    b.  $A$  sur  $(BC)$    c.  $C$  sur  $(AB)$   
 d.  $B$  sur  $(AC)$    e.  $A$  sur  $(BE)$    f.  $B$  sur  $(CE)$   
 g.  $E$  sur  $(CA)$    h.  $D$  sur  $(BC)$    i.  $D$  sur  $(EB)$   
 j.  $E$  sur  $(CD)$    k.  $E$  sur  $(BC)$

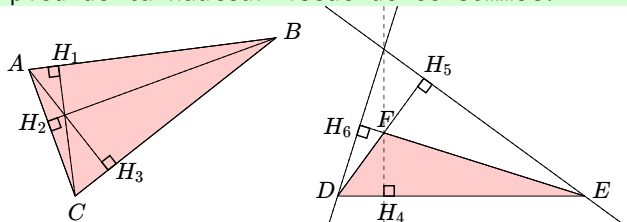
E2



Les points qui semblent alignés le sont. Mêmes consignes que dans l'exercice précédent.

- a.  $C$  sur  $(BD)$    b.  $B$  sur  $(AC)$    c.  $B$  sur  $(DF)$   
 d.  $E$  sur  $(DC)$    e.  $D$  sur  $(BC)$    f.  $D$  sur  $(AB)$   
 g.  $A$  sur  $(EB)$    h.  $F$  sur  $(AB)$

**Propriété 1.** Dans un triangle, le projeté orthogonal d'un sommet sur le côté opposé est le pied de la hauteur issue de ce sommet.



**E3** Placez dans un repère orthonormé  $A(-3; 2)$ ,  $B(6; -1)$  et  $C(-1; -2)$  et déterminez dans le triangle  $ABC$ , par lecture graphique, les coordonnées :

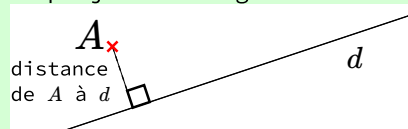
- a. du pied de la hauteur issue de  $C$  ;  
 b. du pied de la hauteur issue de  $B$  ;  
 c. du point de concours des trois hauteurs.

**E4** Tracez un triangle  $ABC$  rectangle en  $A$  tel que  $AB = 3\text{ cm}$  et  $AC = 4\text{ cm}$ . Notons  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BC)$ .

- a. Calculez l'aire du triangle  $ABC$ .  
 b. Calculez  $BC$ .  
 c. Déterminez une autre manière de calculer l'aire du triangle  $ABC$  pour en déduire la longueur de  $AH$ .  
 d. Calculez  $BH$ .  
 e. Calculez l'aire du triangle  $AHC$ .

**Définition 2.** La distance entre un point et une droite est la longueur du plus court segment joignant le point à la droite.

**Propriété 2.** La distance entre un point et une droite est la longueur du segment joignant le point à son projeté orthogonal sur la droite.



**E5** Soient  $[Ox)$  et  $[Oy)$  deux demi-droites d'origine un point  $O$  du plan et soit  $A$  un point distinct de  $O$  et équidistant de ces deux demi-droites. Soient  $M$  et  $N$  les projetés orthogonaux de  $A$  sur  $[Ox)$  et  $[Oy)$  respectivement.

- a. Démontrez que  $OM^2 = ON^2$ .  
 b. Démontrez que  $(OA)$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{MON}$ .

**E6**  $ABC$  est un triangle tel que  $AB = 8\text{ cm}$ ,  $AC = 11\text{ cm}$  et  $\widehat{BAC} = 30^\circ$ . Le point  $H$  est le projeté orthogonal de  $B$  sur  $(AC)$ .

- a. Calculez  $BH$ .  
 b. Calculez l'aire du triangle  $ABC$ .  
 c. Calculez la distance du point  $C$  à  $(AB)$ .  
 d. Calculez la distance du point  $C$  à  $(BH)$ .

Indications :  $\sin(30^\circ) = \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$  et  $\sin(60^\circ) = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**E7**  $ABC$  est un triangle tel que  $AB = 8$ ,  $BC = 4$  et  $AC = 4\sqrt{3}$ . Soit  $D$  le point de  $[AC)$  tel que  $AD = 12$ . Soit  $E$  le point de  $[AB)$  tel que  $\widehat{AED} = 60^\circ$ .

- a. Démontrez que  $C$  est le projeté orthogonal de  $B$  sur  $(AD)$ .  
 b. Sachant que  $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$ , démontrez que les droites  $(BC)$  et  $(DE)$  sont parallèles.  
 c. Montrez que  $DE = 4\sqrt{3}$ .