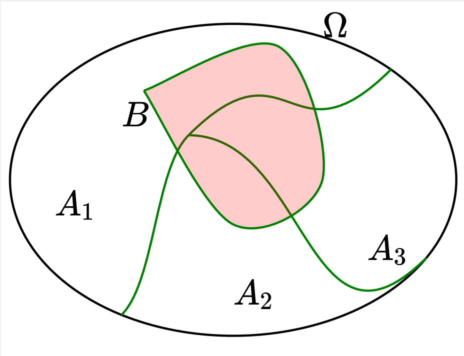
Définition : On dit que des événements A_1, A_2, A_3, ..., forment une partition de l'univers Ω si:

- Les événements A_1, A_2, A_3, ... sont deux à deux incompatibles (intersection vide).
- La réunion des événements A_1, A_2, A_3, ... est égale à l'univers Ω.



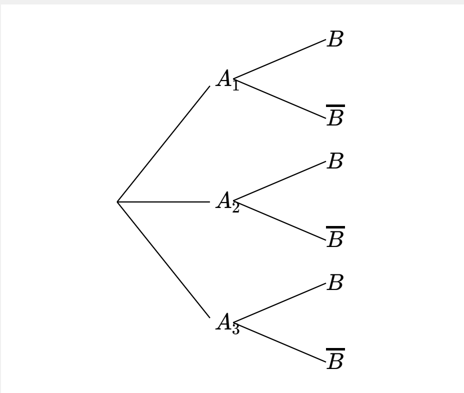
Propriété : Formule des probabilités totales
Si A_1, A_2, A_3, ... forment une partition de Ω, alors pour tout événement B de Ω, on a:

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + P(A_3 \cap B) + ...$$

	$\mathbf{A_1}$	$\mathbf{A_2}$	$\mathbf{A_3}$	**Total**
$\mathbf{B}$				$P(B)$
$\mathbf{\overline{B}}$				$P(\overline{B})$
Total	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$	1

Si de plus $P(A_1) > 0$, $P(A_2) > 0$, $P(A_3) > 0$, ..., alors pour tout événement B de Ω, on a:

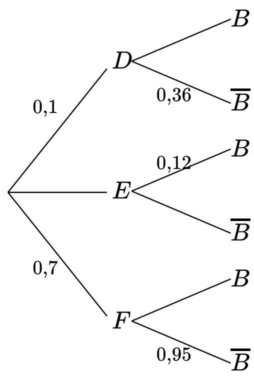
$$P(B) = P(A_1)P_{A_1}(B) + P(A_2)P_{A_2}(B) + P(A_3)P_{A_3}(B) + ...$$



On peut donc déduire la formule des probabilités totales à partir d'un arbre pondéré en additionnant les probabilités des chemins menant à B :

- Pour chaque chemin menant à B, on multiplie les probabilités des branches empruntées.
- On additionne les produits obtenus.

E1 On considère une partition de l'univers Ω en trois événements D, E et F, un événement B et les probabilités suivantes synthétisées dans l'arbre pondéré ci-dessous:



a. Que signifie la valeur $0{,}1$ dans cet arbre ?
b. Que signifie la valeur $0{,}12$ dans cet arbre ?
c. Si l'événement F est réalisé : calculez la probabilité que B soit réalisé.
d. Complétez l'arbre en ajoutant les probabilités manquantes.
e. Calculez la probabilité que l'événement B soit réalisé.
f. Calculez de deux manières $P(\overline{B})$.

E2 Dans un lycée, il y a $35\,\%$ d'élèves en section scientifique, $45\,\%$ en section littéraire et $20\,\%$ en section économique. $30\,\%$ des élèves de la section scientifique sont membres du club de robotique, $15\,\%$ des élèves de la section littéraire y participent également, et $10\,\%$ des élèves de la section économique. On rencontre un élève du lycée au hasard.
a. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
b. Quelle est la probabilité que l'élève rencontré soit membre du club de robotique ?

E3 Dans une population donnée, on estime qu'il naît $40\,\%$ de garçons et $60\,\%$ de filles. Si le premier enfant d'un couple est une fille, la probabilité qu'il y ait un deuxième enfant est de $70\,\%$, et si le premier enfant est un garçon, la probabilité qu'il y ait un deuxième enfant est de $60\,\%$.
a. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
b. Calculez la probabilité qu'un couple ait deux enfants et que le premier soit une fille.
c. Calculez la probabilité qu'une famille ait un deuxième enfant.

E4 Au lycée, le comité écologique propose trois types de paniers de fruits mixtes : 60% des paniers sont des mélanges de fruits de saison, 30% des paniers sont des mélanges de fruits exotiques et le reste des mélanges de baies. De plus, 50% des paniers de fruits de saison incluent un badge 'Éco-responsable', 90% des paniers de fruits exotiques contiennent ce badge en raison de leur commerce équitable, et 60% des paniers de baies le comportent pour promouvoir la biodiversité. Un élève décide de prendre un panier au hasard pour sa pause.
On note P_1 l'événement "le panier est un mélange de fruits de saison", P_2 l'événement "le panier est un mélange de fruits exotiques" et P_3 l'événement "le panier est un mélange de baies".
On note B l'événement "le panier contient un badge 'Éco-responsable'".
a. Représentez cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
b. Représentez cette expérience aléatoire par un tableau croisé.
c. Vrai/Faux : si un élève possède un badge 'Éco-responsable', alors la probabilité qu'il ait pris un panier de fruits de saison est moins de $50\,\%$.
d. Représentez cette expérience aléatoire par un arbre pondéré où figurent la probabilité de la question c.