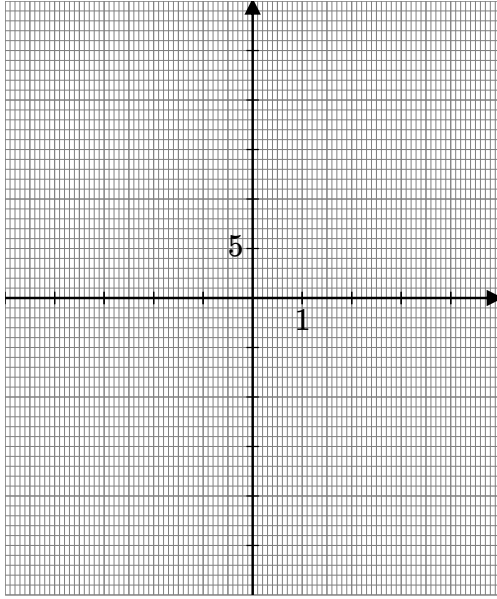


**E1** Considérons la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = xe^x - 4e^x$ . On se propose d'étudier cette fonction.

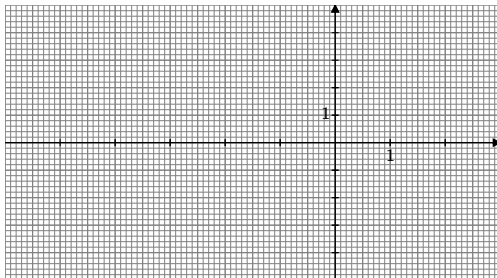
- Étudiez le signe de  $f(x)$ .
- Calculez  $f'(x)$ .
- Dressez le tableau de variation de  $f$ .



- Tracez la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 0.
- Tracez la courbe représentative de  $f$  à main levée.

**E2** Étudiez la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = xe^x - e$ .

- On se propose de montrer que  $f(x)$  change de signe en 1. Justifiez que si  $x > 1$ , alors  $e^x > e$  et en déduire  $xe^x > e$ . Conclure.
- Calculez  $f'(x)$ .
- Dressez le tableau de variation de  $f$ .
- Montrez que si  $x < 0$  alors  $f(x) < -e$ . Tracez la droite d'équation  $x = -e$ .
- Tracez la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 0.
- Tracez la courbe représentative de  $f$  à main levée.



**Propriétés :**  $x \mapsto \exp(-x)$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et sa dérivée est  $-\exp(-x)$ .

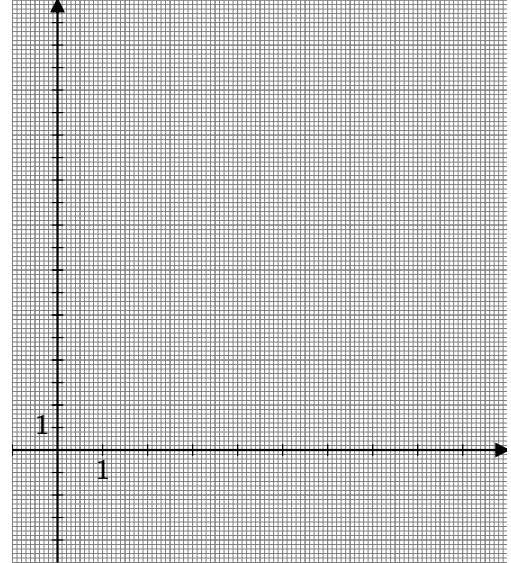
$$(\exp(-x))' = -\exp(-x)$$

**E3** Calculez les dérivées de  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$  et  $g(x) = \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$ .

**E4** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

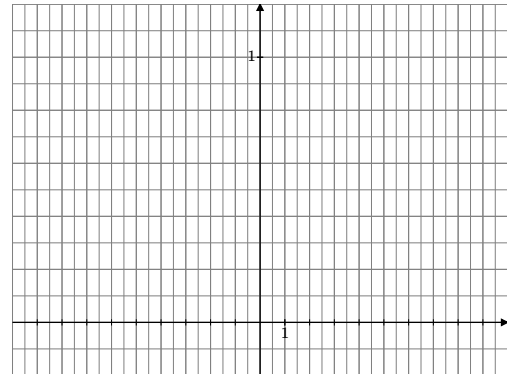
$$f(x) = \frac{x^2}{e^{x-2}}$$

- Déterminez le signe de  $f(x)$ .
- Calculez  $f'(x)$ .
- Dressez le tableau de variation de  $f$ .
- Déterminez les extremums locaux de  $f$ .
- Déterminez une équation réduite de la tangente en 5 à la courbe représentative de  $f$ . (on prendra  $e^3 \approx 20$ ).
- Tracez la courbe représentative de  $f$  à main levée.



**E5** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$ .

- Étudiez le signe de  $f(x)$ .
- Montrez que  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ .
- En déduire que  $f(x) < 1$ .
- Calculez  $f'(x)$ .
- Dressez le tableau de variation de  $f$ .
- Tracez la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 0.
- Tracez la courbe représentative de  $f$  à main levée.



**Propriétés :** Soient  $a$  et  $b$  deux réels. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{ax+b}$ . Alors  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $f'(x) = ae^{ax+b}$ .

**E6** Étudiez la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = xe^{-2x+1}$ .