

E1 Considérons un triangle ABC rectangle en A et tels que $AB = 8\text{ cm}$ et $AC = 6\text{ cm}$. M est un point mobile sur le segment $[B; A]$. On note $x = BM$. N est le point d'intersection de (BC) avec la perpendiculaire à (AB) et passant par M . I est le milieu de $[AC]$.

a. Montrez en utilisant le théorème de Thalès que $MN = \frac{3}{4}x$.

b. Que vaut x si $AMNI$ est un rectangle ? Justifiez.

c. Montrez que l'aire du triangle AMC est $\mathcal{A}_{AMC} = 3(8 - x)$.

d. La formule du calcul de l'aire d'un trapèze est $\mathcal{A} = \frac{h(a+b)}{2}$ où h est la hauteur du trapèze, et a et b sont les longueurs des deux bases.

Montrez que l'aire du trapèze $AMNI$ est

$$\mathcal{A}_{AMNI} = \frac{3}{8}(x+4)(8-x).$$

On cherche à déterminer pour quelles valeurs de x , l'aire de $AMNI$ vaut 12 cm^2 .

e. Montrez que cela revient à résoudre l'équation $x^2 - 4x = 0$.

f. Factorisez $x^2 - 4x$ puis résolvez l'équation $x^2 - 4x = 0$.

g. En déduire la nature de $AMNI$ lorsque $\mathcal{A}_{AMNI} = 12\text{ cm}^2$ (deux réponses).

E2 L'accélération de la pesanteur g est donnée par la formule :

$$g = g_0 \times \left(\frac{R}{R+z} \right)^2$$

où g_0 est exprimé en m/s^2 , R est le rayon de la Terre en m et z l'altitude en m .

a. Approximons $g_0 \approx 10\text{ m/s}^2$ et $R \approx 6,4 \times 10^6\text{ m}$. Montrez que $g \approx 6,4\text{ m/s}^2$ pour une station située à une altitude de $z = 1\,600\text{ km}$ (on montrera les étapes de calculs.)

b. Montrez que $z = R \left(\frac{\sqrt{g_0} - \sqrt{g}}{\sqrt{g}} \right)$

c. Approximons $g_0 \approx 9\text{ m/s}^2$ et $R \approx 6,4 \times 10^6\text{ m}$. Calculez l'altitude z à laquelle se trouve une station dont l'accélération de la pesanteur vaut 4 m/s^2 .

d. Reprendre les questions a. et c. en utilisant $g_0 = 9,8\text{ m/s}^2$ et $R = 6,37 \times 10^6\text{ m}$ et effectuer les calculs à la calculatrice.