

Solution

E1

a.

Dérivée : $f'(x) = 2x - 4$.

Pour $f'(x) > 0$, $x > 2$. Pour $f'(x) < 0$, $x < 2$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $]2, +\infty[$ et décroissante sur $] - \infty, 2[$.

b.

Dérivée : $f'(x) = 6x^2 - 12x$.

Pour $f'(x) > 0$, $x < 0$ ou $x > 2$. Pour $f'(x) < 0$, $0 < x < 2$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $] - \infty, 0[$ et $]2, +\infty[$, et décroissante sur $]0, 2[$.

c.

Dérivée : $f'(x) = \frac{2x(x+1)-(x^2-4)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+4}{(x+1)^2}$.

Pour $f'(x) > 0$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $] - \infty, -1[$ et $] - 1, +\infty[$.

d.

Dérivée : $f'(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+4}}$.

Pour $f'(x) > 0$, $x > -2$. Pour $f'(x) < 0$, $x < -2$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $] - 2, +\infty[$ et décroissante sur $] - \infty, -2[$.

e.

Dérivée : $f'(x) = x^2 - 4x + 3$.

Pour $f'(x) > 0$, $x < 1$ ou $x > 3$. Pour $f'(x) < 0$, $1 < x < 3$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $] - \infty, 1[$ et $]3, +\infty[$, et décroissante sur $]1, 3[$.

f.

Dérivée : $f'(x) = \frac{(x^2-4x+4)(x-2)-(x^2-4x+4)}{(x-2)^2} = \frac{4}{(x-2)^2}$.

Pour $f'(x) > 0$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $] - \infty, 2[$ et $]2, +\infty[$.

g.

Dérivée : $f'(x) = -\frac{2(x+1)}{(x^2+2x+1)^2}$.

Pour $f'(x) > 0$, $x < -1$. Pour $f'(x) < 0$, $x > -1$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $] - \infty, -1[$ et décroissante sur $] - 1, +\infty[$.

h.

Dérivée : $f'(x) = \frac{3x^2+3x+1}{2\sqrt{x^3+3x^2+3x+1}}$.

Pour $f'(x) > 0$, $x > -\frac{1}{3}$. Pour $f'(x) < 0$, $x < -\frac{1}{3}$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $] - \frac{1}{3}, +\infty[$ et décroissante sur $] - \infty, -\frac{1}{3}[$.

i.

Dérivée : $f'(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$.

Pour $f'(x) > 0$, $x > 1$. Pour $f'(x) < 0$, $x < 1$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $]1, +\infty[$ et décroissante sur $] - \infty, 1[$.

j.

Dérivée : $f'(x) = \frac{(x^3-3x^2+2x-6)(x^2+x+1)-(x^3-3x^2+2x-6)}{(x^2+x+1)^2}$.

Pour $f'(x) > 0$, $x \in \mathbb{R}$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur \mathbb{R} .

k.

Dérivée : $f'(x) = \frac{4x^3+4x}{\sqrt{x^4+4x^2+4}}$.

Pour $f'(x) > 0$, $x > 0$. Pour $f'(x) < 0$, $x < 0$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $]0, +\infty[$ et décroissante sur $] - \infty, 0[$.

l.

Dérivée : $f'(x) = x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 8x + 5$.

Pour $f'(x) > 0$, $x > 1$. Pour $f'(x) < 0$, $x < 1$.

La fonction $f(x)$ est croissante sur $]1, +\infty[$ et décroissante sur $] - \infty, 1[$.

