## Calcul de l'image

**Q1**

> Rappel : la notation $x \longmapsto 3x$ définie une fonction qui à tout nombre $x$ associe le nombre $3x$.
>
> $$\underbrace{x \longmapsto 3x}_{\text{image}}$$
>
> Par exemple au nombre $2$, la fonction associe le nombre $3 \times 2 = 6$. Le résultat $6$ est appelé l'image de $2$ par cette fonction.

Considérons une fonction $f$ telle que l'image de $7$ est $14$ par cette fonction. Quelle(s) fonction(s) répond(ent) à cette condition dans la liste suivante ?

| | |
|---|---|
| $f_1 : x \longmapsto 2x$ | $f_2 : x \longmapsto x^2$ |
| $f_3 : x \longmapsto x + 7$ | $f_4 : x \longmapsto x - 7$ |
| $f_5 : x \longmapsto 14 - x$ | $f_6 : x \longmapsto \dfrac{x}{2}$ |
| $f_7 : x \longmapsto -x^2$ | $f_8 : x \longmapsto 14$ |

**Q2**

> Rappel : on écrit $f(2) = 3$ pour signifier que l'image de $2$ par $f$ est $3$.

Les fonctions citées dans cet exercice sont celles de l'exercice précédent. Quelles sont les phrases vraies parmi les suivantes ?

**a.** L'image de $-5$ par $f_1$ est $-3$.
**b.** Le nombre $36$ a pour image $6$ par la fonction $f_2$.
**c.** $f_2(-7)$ est négatif
**d.** $f_6(-7) < -3$.
**e.** Le nombre $1$ est l'image de $\dfrac{1}{2}$ par $f_1$.
**f.** On a $f_4(10{,}5) = f_5(10{,}5)$ donc $f_4$ et $f_5$ sont identiques.
**g.** Pour chacune des fonctions $f_1$ à $f_8$, $-2$ est l'image d'un nombre.

**Q3** Les fonctions citées dans cet exercice sont celles de l'exercice précédent. Recopier et compléter les phrases suivantes.

**a.** L'image de ... par la fonction $f_1$ est $15$.
**b.** Le nombre $-5$ a pour image ... par la fonction $f_2$.
**c.** $8$ est l'image de ... par la fonction $f_3$.
**d.** $f_3(10) = \ldots$ ; $f_3(\ldots) = 10$ ; $f_4(10) = \ldots$ ; $f_4(\ldots) = 10$
**e.** $f_3(-10) = \ldots$ ; $f_3(\ldots) = -10$ ; $f_4(-10) = \ldots$ ; $f_4(\ldots) = -10$

**E1** Considérons la fonction $f : x \longmapsto (x+1)^2 - (x^2+1)$.

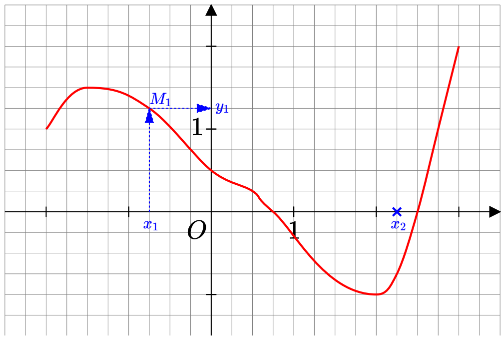
**a.** Calculez les images des nombres $-1$, $0$, $1$, $2$ et $3$ par $f$.
**b.** Quelle conjecture peut-on émettre ?
**c.** Développer et réduire l'expression de $f(x)$.
**d.** La conjecture est-elle prouvée ?
**e.** Calculez $f(583)$, $f\left(\dfrac{4}{5}\right)$, $f\left(\dfrac{7}{2}\right)$ et $f\left(\dfrac{3}{8}\right)$.

**E2**

**a.** Considérons la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{7x-3}{4-8x}$.
Montrez que l'image de $-1$ par $f$ est $-\dfrac{5}{6}$.
**b.** Expliquez pourquoi $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ n'est pas définie.
Existe-t-il d'autres valeurs de $x$ pour lesquelles $f(x)$ n'est pas définie ?
**c.** Considérons la fonction définie par $g(x) = 6x^2 - 7x + 9$, montrez que $g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 7$.
**d.** Considérons la fonction définie par $h(x) = \dfrac{2^x}{\sqrt{x}}$. Montrez que $4$ a pour image $8$ par $h$.
**e.** Pour quels nombres la fonction $h$ n'est-elle pas définie ?

## Lecture de l'image

**Q4** On considère la représentation graphique de la fonction $f$ ci-dessous.




**a.** Pour lire l'image de $x_1$ par $f$, on suit le chemin suivant : $x_1 \to M_1 \to y_1$. Dessinez le chemin pour déterminer l'image de $x_2$ par $f$.
**b.** Vérifiez à l'aide d'un chemin que l'image par $f$ de $0{,}5$ est $0{,}25$.

> Rappel : on a $f(0{,}5) = 0{,}25$, par conséquent le point de coordonnées $(0{,}5\ ;\ 0{,}25)$ appartient à la courbe représentative de $f$.

**c.** Traduire $f(-2) = 1$. Quels sont les coordonnées du point que l'on peut en déduire et qui appartient à la courbe représentative de $f$ ?
**d.** Déterminez par lecture graphique la valeur de $f(3)$. Qu'est-ce que cela signifie pour l'image de $f$ par ce nombre ?
**e.** Pourquoi $f(3{,}5)$ ou $f(-3)$ ne sont-ils pas définis ?

> Rappel : l'ensemble des nombres pour lesquels la fonction est définie s'appelle le domaine de définition de la fonction ou l'ensemble de définition. Il s'agit souvent d'un intervalle.

**f.** Quel est le domaine de définition de la fonction $f$ ?