

Q1 Modélisez chacune des situations suivantes par une suite géométrique et déterminez le terme général de la suite.

a. Un capital de 1 000 euros est placé à un taux de 5% par an.

b. Un globetrotter parcourt 50 km en une journée mais chaque jour il parcourt 10% de moins que la veille.

c. On trace un triangle rectangle isocèle de côté 1 cm. On trace ensuite un nouveau triangle rectangle isocèle de côté l'hypoténuse du triangle précédent. On continue ainsi de suite et on calcule l'aire de chaque triangle.

d. On plie une feuille de papier d'épaisseur 0,1 cm en deux, puis on la plie en deux à nouveau, et ainsi de suite.

e. Une personne est infectée et Un virus se propage en infectant 3 personnes par jour.

f. La pression atmosphérique est 1013 hPa. On monte en altitude et on constate que la pression atmosphérique diminue de 2% tous les 100 mètres.

E1 On considère la suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 3$.

a. Montrez que le neuvième terme de la suite vaut 13 122.

Indice pour simplifier les calculs : $(3^4)^2 = 3^8$

b. Montrez que la suite est croissante.

c. Montrez que $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_9 = 3^{10} - 3$.

E2

a. Soit (u_n) la suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et telle que $u_3 = 64$. Déterminez u_0 .

b. Justifiez que la suite est décroissante.

c. Résoudre $u_n < 1$.

d. Déterminez la somme des 10 premiers termes de la suite.

E3 On considère la suite géométrique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $u_4 = 4$, $u_6 = 36$ et la somme S des 9 premiers termes de la suite est environ égale à 3^5 .

a. Que peut valoir la raison de la suite ?

b. Montrez que si $q = 3$, alors $u_8 > 3^5$.

c. En déduire la valeur de q .

d. Déterminez le premier terme de la suite.

e. Montrez qu'avec cette valeur $S \approx 3^5$.

E4 Selon la légende de Sissa, l'inventeur du jeu d'échecs, le roi indien Shirham aurait été tellement impressionné par le jeu qu'il aurait proposé à Sissa de choisir sa récompense. Sissa aurait alors demandé au roi de déposer un grain de riz sur la première case du jeu, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite, en doublant à chaque fois le nombre de grains jusqu'à la 64ème case. Le roi aurait accepté, mais aurait vite réalisé que la quantité de riz demandée était bien plus grande que ce qu'il avait imaginé.

a. Notons u_1 le nombre de grains de riz sur la première case, u_2 le nombre de grains de riz sur la deuxième case, etc. Montrez que la suite (u_n) est une suite géométrique.

b. Montrez que le nombre de grain de riz demandé est $2^{64} - 1$.

c. Sachant que $2^{10} = 1024$, montrez que le nombre de grains de riz demandé est d'environ $1,6 \times 10^{19}$.

E5 On considère la suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 5$.

a. Calculez les cinq premiers termes de la suite.

b. Calculez le onzième terme de la suite.

c. Calculez la somme des 10 premiers termes de la suite.

Indication : $5^{10} = 9\,765\,625$.

E6 Un globetrotter parcourt 50 km en une journée mais chaque jour il parcourt 1% de moins que la veille. On note $u_1 = 50$ la distance parcourue le premier jour et u_n la distance parcourue le n -ième jour.

a. Montrez que la suite (u_n) est une suite géométrique et donnez la raison q de la suite.

b. Calculez la distance parcourue le deuxième jour et le troisième jour.

c. Quelle est la variation de la suite de terme général $v_n = q^n$?

d. EN déduire un encadrement de v_n .

e. Montrez que le globetrotter ne peut pas parcourir plus de 5 000 km au total.