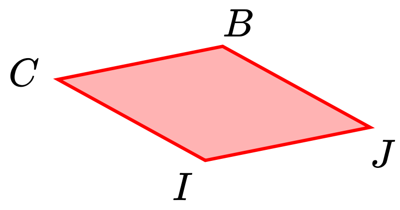
Propriété 1. Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont la même direction, le même sens et la même longueur.

E1



$IJBC$ est un losange. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez.

a. $IJ = IC$ **b.** $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IC}$

c. $IJ = CB$ **d.** $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{CB}$

Définition 1. Soit A un point du plan. Le vecteur nul, noté $\overrightarrow{0}$, est le vecteur qui a pour origine et pour extrémité le point A. On a donc $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$.

Propriété 2. Soient A, B et C trois points du plan. On a :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Cette relation est appelée la relation de Chasles.

Propriété 3. Deux vecteurs sont dits opposés si leur somme est le vecteur nul. Autrement dit, deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont opposés si et seulement si $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$.

Propriété 4. Soient A et B deux points du plan. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés. En effet, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$.

E2 Réduire les sommes vectorielles suivantes quand c'est possible :

a. $\overrightarrow{IP} + \overrightarrow{RI}$ **b.** $\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TI}$ **c.** $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{IE}$

d. $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GF}$ **e.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AM}$ **f.** $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AJ}$

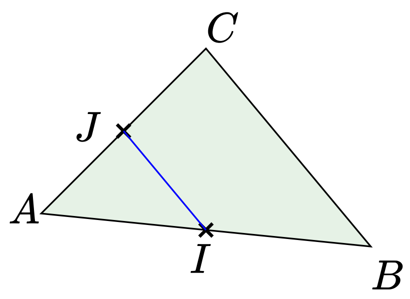
g. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$ **h.** $\overrightarrow{IE} - \overrightarrow{IE}$ **i.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA}$

j. $-\overrightarrow{DF} - \overrightarrow{ED}$ **k.** $\overrightarrow{ET} + \overrightarrow{FI} + \overrightarrow{IE}$

E3 $ABCD$ est un parallélogramme. Montrez que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

E4 Montrez que si $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EG}$, alors $EFGH$ est un parallélogramme.

E5 ABC est un triangle quelconque et I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.



a. Montrez que $\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{IA}$.

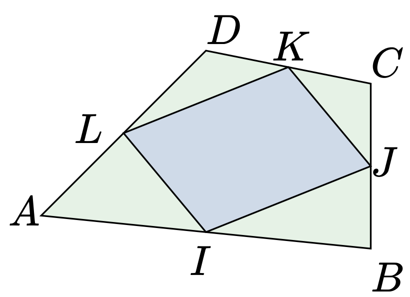
b. Montrez que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AJ}$.

c. En déduire que $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}$.

d. QUe peut-on en déduire sur (IJ) et (BC) ? sur IJ et BC ?

e. Soit K le milieu de $[BC]$. Montrez que $IJKB$ est un parallelogramme.

E6 $ABCD$ est un quadrilatère. I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$. Montrez que $IJKL$ est un parallélogramme.



E7 k est un réel non nul. O, A, B, M et N sont des points du plan tels que $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{ON} = k\overrightarrow{OB}$.

a. Montrez que $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{AB}$.

b. Que peut-on dire si $k = 1$? $k = 2$? $k = -1$?