

Discriminant

Définition 1. On appelle *discriminant* du polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$ le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$

E1 Calculez le discriminant des polynômes du second degré suivants.

- a. $2x^2 - 3x + 1$ b. $3x^2 + 5x - 2$
c. $4x^2 - 4x + 1$ d. $x^2 + 3x + 3$

Propriété 1. Si $ax^2 + bx + c$ est un polynôme du second degré et Δ son discriminant, alors :
 $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{\Delta}{4a}$

E2 Déterminez α et β pour les polynômes du second degré suivants. En déduire la forme canonique.

- a. $2x^2 + 3x - 5$ b. $3x^2 + 5x + 10$
c. $5x^2 - x + 6$ d. $2x^2 - 12x + 18$
e. $3x^2 - x - 4$ f. $x^2 + 2x + 5$
g. $7x^2 - 14x + 7$ h. $x^2 - 2x - 3$

Propriété 2. Considérons un polynôme du second degré et Δ son discriminant :

- Si $\Delta > 0$, alors le polynôme admet deux racines réelles distinctes.
- Si $\Delta = 0$, alors le polynôme admet une seule racine réelle.
- Si $\Delta < 0$, alors le polynôme n'admet pas de racine réelle.

E3 Déterminez le nombre de racines réelles des polynômes du second degré suivants en calculant leur discriminant.

- a. $2x^2 + 3x - 5$ b. $3x^2 + 5x + 10$
c. $5x^2 - x + 6$ d. $2x^2 - 12x + 18$
e. $3x^2 - x - 4$ f. $x^2 + 2x + 5$
g. $7x^2 - 14x + 7$ h. $x^2 - 2x - 3$

Propriété 3. Considérons un polynôme du second degré de discriminant $\Delta > 0$. Les racines de ce polynôme sont données par :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

E4 Calculez les racines des polynômes du second degré suivants.

- a. $27x^2 + 27x - 12$ avec $\Delta = 45^2$
b. $64x^2 + 32x - 5$ avec $\Delta = 48^2$

E5 Déterminez les racines des polynômes du second degré suivants.

- a. $5x^2 + 3x - 6$ avec $\Delta = 129$
b. $-3x^2 + 7x + 2$ avec $\Delta = 73$

E6 Calculez les racines des polynômes du second degré suivants.

- a. $3x^2 + 2x - \frac{15}{4}$ avec $\Delta = 49$
b. $5x^2 - 2x - \frac{8}{5}$ avec $\Delta = 36$

Variations

Définition 2. Une *parabole* est une courbe plane symétrique par rapport à un axe et d'équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont des constantes avec $a \neq 0$.

Définition 3. Le *sommet* d'une parabole est le point situé à l'intersection de l'axe de symétrie et de la parabole.

Propriété 4. Si f est une *fonction polynôme du second degré* de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$, alors f change de variation en $\alpha = -\frac{b}{2a}$.

- Si $a > 0$, alors f est décroissante sur $]-\infty; \alpha]$ et croissante sur $[\alpha; +\infty[$.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f		$f(\alpha)$	

- Si $a < 0$, alors f est croissante sur $]-\infty; \alpha]$ et décroissante sur $[\alpha; +\infty[$.

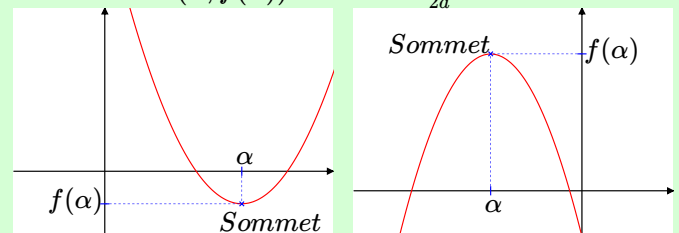
x	$-\infty$	α	$+\infty$
f		$f(\alpha)$	

E7 Dressez le tableau de variations.

- a. $f(x) = 3x^2 - 12x + 19$ b. $f(x) = -5x^2 + 10x - 1$
c. $f(x) = 6x^2 + 36x + 46$ d. $f(x) = -x^2 - 18x - 82$

Sommet

Propriété 5. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré est une *parabole* dont le *sommet* a pour coordonnées $(\alpha; f(\alpha))$ où $\alpha = -\frac{b}{2a}$.



E8 Calculez les coordonnées du sommet de la parabole puis donner une représentation de la parabole dans un repère orthonormé.

- a. $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$
b. $f(x) = -3x^2 - 12x - 13$
c. $f(x) = -4x^2 + 24x - 33$
d. $f(x) = 5x^2 + 40x + 78$