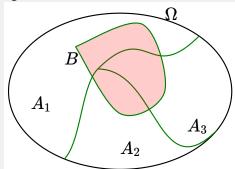
**Définition :** On dit que des événements  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , ..., forment une partition de l'univers  $\Omega$  si:

- Les événements  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , ... sont deux à deux incompatibles (intersection vide).
- La réunion des événements  $A_1,\ A_2,\ A_3,\ \dots$  est égale à l'univers  $\Omega.$



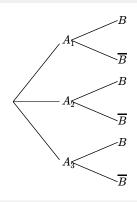
Propriété : Formule des probabilités totales Si  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , ... forment une partition de  $\Omega$ , alors pour tout événement B de  $\Omega$ , on a:

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + P(A_3 \cap B) + \dots$$

|                         | $\mathbf{A}_1$ | $\mathbf{A_2}$ | $\mathbf{A_3}$ | Total             |
|-------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------------|
| В                       |                |                |                | P(B)              |
| $\overline{\mathbf{B}}$ |                |                |                | $P(\overline{B})$ |
| Total                   | $P(A_1)$       | $P(A_2)$       | $P(A_3)$       | 1                 |

Si de plus  $P(A_1)>0$ ,  $P(A_2)>0$ ,  $P(A_3)>0$ , ..., alors pour tout événement B de  $\Omega$ , on a:

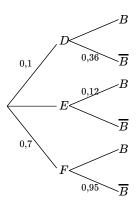
$$P(B) = P(A_1)P_{A_1}(B) + P(A_2)P_{A_2}(B) + P(A_3)P_{A_3}(B) + \dots$$



On peut donc déduire la formule des probabilités totales à partir d'un arbre pondéré en additionnant les probabilités des chemins menant à B :

- ullet Pour chaque chemin menant à B, on multiplie les probabilités des branches empruntées.
- On additionne les produits obtenus.

0n considère une partition de l'univers  $\Omega$  en trois événements D, E et F, un événement B et les probabilités suivantes synthétisées dans l'arbre pondéré ci-dessous:



- **a.** Que signifie la valeur 0,1 dans cet arbre ?
- **b.** Que signifie la valeur  $0{,}12$  dans cet arbre ?
- c. Si l'événement F est réalisé : calculez la probabilité que B soit réalisé.
- **d.** Complétez l'arbre en ajoutant les probabilités manquantes.
- ${f e.}$  Calculez la probabilité que l'événement B soit réalisé.
- **f.** Calculez de deux manières  $P(\overline{B})$ .
- Dans un lycée, il y a  $35\,\%$  d'élèves en section scientifique,  $45\,\%$  en section littéraire et  $20\,\%$  en section économique.  $30\,\%$  des élèves de la section scientifique sont membres du club de robotique,  $15\,\%$  des élèves de la section littéraire y participent également, et  $10\,\%$  des élèves de la section économique. On rencontre un élève du lycée au hasard.
- **a.** Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
- **b.** Quelle est la probabilité que l'élève rencontré soit membre du club de robotique ?
- Dans une population donnée, on estime qu'il naît  $40\,\%$  de garçons et  $60\,\%$  de filles. Si le premier enfant d'un couple est une fille, la probabilité qu'il y ait un deuxième enfant est de  $70\,\%$ , et si le premier enfant est un garçon, la probabilité qu'il y ait un deuxième enfant est de  $60\,\%$ .
- a. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
- **b.** Calculez la probabilité qu'un couple ait deux enfants et que le premier soit une fille.
- c. Calculez la probabilité qu'une famille ait un deuxième enfant.

Au lycée, le comité écologique propose trois types de paniers de fruits mixtes : 60% des paniers sont des mélanges de fruits de saison, 30% des paniers sont des mélanges de fruits exotiques et le reste des mélanges de baies. De plus, 50% des paniers de fruits de saison incluent un badge 'Éco-responsable', 90% des paniers de fruits exotiques contiennent ce badge en raison de leur commerce équitable, et 60% des paniers de baies le comportent pour promouvoir la biodiversité. Un élève décide de prendre un panier au hasard pour sa pause.

On note  $P_1$  l'événement "le panier est un mélange de fruits de saison",  $P_2$  l'événement "le panier est un mélange de fruits exotiques" et  $P_3$  l'événement "le panier est un mélange de baies". On note B l'événement "le panier contient un badge 'Éco-responsable'".

- **a.** Représentez cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
- **b.** Représentez cette expérience aléatoire par un tableau croisé.
- c. Vrai/Faux : si un élève possède un badge 'Écoresponsable', alors la probabilité qu'il ait pris un panier de fruits de saison est moins de  $50\,\%$  .
- **d.** Représentez cette expérience aléatoire par un arbre pondéré où figurent la probabilité de la question c.