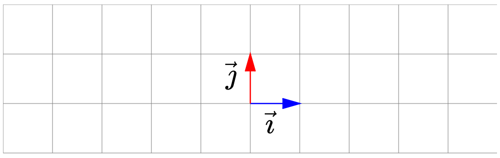
Vecteurs et coordonnées

E1 Considérons la base de vecteurs $(\vec{i}, \vec{j})$ suivante :



Tracez sur votre cahier les vecteurs suivants dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$:

$\vec{u}_1\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_2\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_3\begin{pmatrix}-5\\7\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_4\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$

E2 Déterminez les coordonnées des vecteurs opposés des vecteurs de l'exercice précédent.

E3 Déterminez les coordonnées des vecteurs suivants construits à partir des vecteurs de l'exercice 1 :

$\vec{w}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ $\quad$ $\vec{w}_2 = \vec{u}_3 + \vec{u}_4$

$\vec{w}_3 = \vec{u}_1 + \vec{u}_3$ $\quad$ $\vec{w}_4 = \vec{u}_2 + \vec{u}_4$

E4 Déterminez les coordonnées des vecteurs suivants construits à partir des vecteurs de l'exercice 1 :

$\vec{v}_1 = 2\vec{u}_1$ $\quad$ $\vec{v}_2 = -3\vec{u}_2$

$\vec{v}_3 = 4\vec{u}_3$ $\quad$ $\vec{v}_4 = -\frac{1}{2}\vec{u}_4$

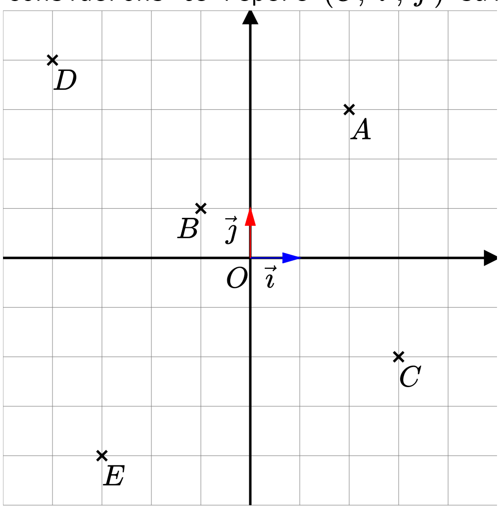
E5 Déterminez les coordonnées des vecteurs suivants construits à partir des vecteurs de l'exercice 1 :

$\vec{w}_1 = 3\vec{u}_1 - \vec{u}_2$ $\quad$ $\vec{w}_2 = -2\vec{u}_3 + 3\vec{u}_4$

$\vec{w}_3 = 2\vec{u}_1 + 3\vec{u}_3$ $\quad$ $\vec{w}_4 = -\frac{1}{2}\vec{u}_2 - \frac{1}{3}\vec{u}_4$

Vecteur et repérage

E6 Considérons le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ suivant :



Déterminez les coordonnées des points puis calculez les coordonnées des vecteurs suivants et enfin vérifiez votre réponse par lecture graphique :

$\overrightarrow{AB}$ $\quad$ $\overrightarrow{CD}$ $\quad$ $\overrightarrow{DE}$ $\quad$ $\overrightarrow{CB}$

E7 Déterminez les coordonnées des vecteurs suivants construits à partir des points de l'exercice 6 :

$\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CD}$ $\quad$ $\vec{v} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DE} + 3\overrightarrow{BC}$

$\vec{w} = 2\overrightarrow{AE} + 3\overrightarrow{AD}$ $\quad$ $\vec{z} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DA} - 3\overrightarrow{CA}$

Norme d'un vecteur

E8 Calculez la norme des vecteurs suivants :

$\vec{u}_1\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_2\begin{pmatrix}-5\\12\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_3\begin{pmatrix}-7\\-24\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_4\begin{pmatrix}8\\-15\end{pmatrix}$

E9 Parmi les vecteurs suivants lesquels ont la même norme ?

$\vec{u}_1\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_2\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_3\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}_4\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$

E10 Calculez les normes des vecteurs de l'exercice 6.

E11 Dans chaque cas déterminez la norme du vecteur $\vec{u}$. Toutes les coordonnées sont exprimées dans une base orthonormale $(\vec{i}, \vec{j})$.

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $\quad$ **b.** $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$

c. $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ $\quad$ **d.** $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$

e. $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b}$ si $\vec{a}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$

f. $\vec{u} = -6\vec{a}$ si $\vec{a}\begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}$

g. $u = -3\vec{a} + 4\vec{b}$ si $\vec{a}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

Distance entre points

E12 Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points suivants :

$A(8;5)$ $\quad$ $B(-3;2)$ $\quad$ $C(4;-1)$ $\quad$ $D(-2;7)$

Calculez les distances suivantes :

AB $\quad$ CD $\quad$ AC $\quad$ BD

E13 On considère les points $A(5\,;\,7)$, $B(3\,;\,7)$, $C(-6\,;\,-2)$, $D(-6\,;\,3)$, $E(-1\,;\,2)$, $F(3\,;\,1)$, $G(2\,;\,5)$, $H(-4\,;\,1)$, $I(4\,;\,-2)$, $J(-2\,;\,5)$, $K(-1\,;\,1)$, $L(1\,;\,-2)$ et $M(5\,;\,5)$.

a. Calculer AB.

b. Calculer CD.

c. Montrer que EFG est isocèle.

d. Montrer que HIJ n'est pas rectangle.

e. Montrer que KLM est rectangle.

f. Calculer le périmètre de ABC.

Milieu d'un segment

E14 Calculez les coordonnées des milieux des segments suivants construits à partir des points de l'exercice 6 :

Le milieu I de $[AB]$ $\quad$ Le milieu J de $[CD]$

Le milieu K de $[DE]$ $\quad$ Le milieu L de $[CB]$

E15 On considère les points $A(3\,;\,2)$, $B(-4\,;\,4)$, $C(-2\,;\,-1)$ et $D(1\,;\,-3)$ et les points I, J, K et L, milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$. Montrez que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.