Résolution d'inéquations

E1
a. Résolvons l'inéquation $h(x) > 0$ par le calcul :

$$\begin{aligned} h(x) &> 0 & \\ \frac{3}{4}x - \frac{7}{4} &> 0 & \\ 3x - 7 &> 0 & \text{en multipliant par 4} \\ 3x &> 7 & \text{en ajoutant 7} \\ x &> \frac{7}{3} & \text{en divisant par 3} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $h(x) > 0$ est donc l'intervalle $]\frac{7}{3}; +\infty[$.
b. Résolvons l'inéquation $h(x) \leqslant 1$ par le calcul :

$$\begin{aligned} h(x) &\leqslant 1 & \\ \frac{3}{4}x - \frac{7}{4} &\leqslant 1 & \\ 3x - 7 &\leqslant 4 & \text{en multipliant par 4} \\ 3x &\leqslant 11 & \text{en ajoutant 7} \\ x &\leqslant \frac{11}{3} & \text{en divisant par 3} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $h(x) \leqslant 1$ est donc l'intervalle $]-\infty; \frac{11}{3}]$.

La fonction f

$$f(x) = \frac{1}{10}x^3 - \frac{1}{36}x^2 - \frac{131}{60}x + \frac{10}{9}$$

Tableau de valeurs

E2 La calculatrice permet d'obtenir le tableau de valeurs de la fonction f pour les valeurs de x comprises entre -4 et 4 avec un pas de 1. Les valeurs sont approchées à 10^{-2} près.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	$4{,}71$	$4{,}57$	$3{,}17$	$1{,}11$	-1	$-2{,}57$	$-2{,}99$	$-1{,}67$

Image

E3
a. L'image de -2 par la fonction f est environ $4{,}57$. La courbe représentative de f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(-2; 4{,}57)$.
b. L'image de 1 par la fonction f est -1. En effet par lecture graphique, la courbe représentative de f passe par le point A de coordonnées $(1; -1)$.
c. L'image de 0 par la fonction f est $\frac{10}{9}$. La courbe représentative de f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; \frac{10}{9})$.

Antécédent

E4
a. La courbe représentative de f semble passer par les points de coordonnées $(-4; 3)$ et $(-0{,}9; 3)$ par lecture graphique. Donc 3 semble posséder pour antécédents -4 et $-0{,}9$ par la fonction f.
b. La calculatrice permet d'être plus précis en donnant les valeurs de la fonction entre -1 et $-0{,}5$ avec un pas de $0{,}1$. Les valeurs sont approchées à 10^{-2} près.

x	-1	$-0{,}9$	$-0{,}8$	$-0{,}7$	$-0{,}6$	$-0{,}5$
$f(x)$	$3{,}17$	$2{,}98$	$2{,}79$	$2{,}59$	$2{,}39$	$2{,}18$

c. La courbe représentative de f semble remonter et pourrait passer par un autre point d'ordonnée 3 après 5. La calculatrice permet de trouver qu'il semble y avoir un autre antécédent de 3 par la fonction f entre $5{,}18$ et $5{,}19$.

x	$5{,}15$	$5{,}16$	$5{,}17$	$5{,}18$	$5{,}19$
$f(x)$	$2{,}79$	$2{,}84$	$2{,}9$	$2{,}96$	$3{,}01$

Donc la 3 possède au moins trois antécédents par la fonction f : -4, environ $-0{,}9$ et environ $5{,}19$.

La fonction g

$$g(x) = \frac{11}{20}x^2 + \frac{17}{20}x - \frac{12}{5}$$

Positions relatives de courbes

E5
a. La courbe représentative de g semble couper la droite représentative de h au point de coordonnées $(-1{,}3; -2{,}7)$ par lecture graphique et au point A de coordonnées $(1; -1)$. Donc l'équation $g(x) = h(x)$ semble avoir pour solutions $-1{,}3$ et 1. En affichant les tableaux de valeurs des deux fonctions entre $-2{,}5$ et -1 avec un pas de $0{,}1$, on peut trouver une valeur plus précise.

x	$1{,}5$	$-1{,}4$	$-1{,}3$	$-1{,}2$	$-1{,}1$
$h(x)$	$-2{,}88$	$-2{,}8$	$-2{,}73$	$-2{,}65$	$-2{,}58$
$g(x)$	$-2{,}44$	$-2{,}51$	$-2{,}58$	$-2{,}63$	$-2{,}67$

b. L'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) \leqslant h(x)$ est l'ensemble des abscisses des points de la courbe représentative de g situés en dessous de la courbe de h. L'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) \leqslant h(x)$ semble être l'intervalle $[-1{,}2; 1]$.