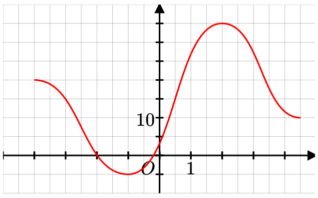
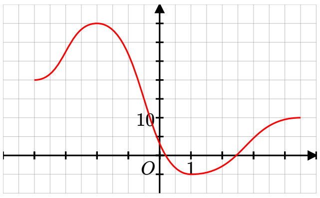
E1 Dans chaque cas, on considère la représentation graphique d'une fonction f. Donnez dans un même tableau, le tableau de signe de la dérivée de f et le tableau de variation de f.

a.



b.



Propriété 1. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I :

- Si f' est positive sur I, alors f est croissante sur I.
- Si f' est négative sur I, alors f est décroissante sur I.

E2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 3x - 1$.

a. Calculer $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. En déduire les variations de f.

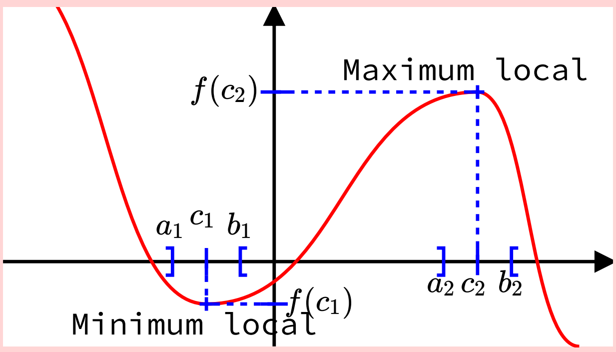
d. Déterminez l'extremum de f.

E3 Reprendre l'exercice précédent pour les fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ **2.** $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

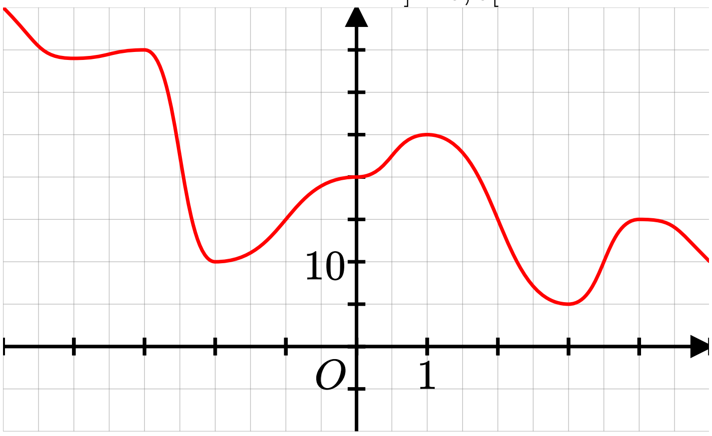
Extremum local

Définition 1. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I : dire que f admet un *maximum local* (resp. un *minimum local*) en $c \in I$ signifie que $f(c)$ est le maximum (resp. le minimum) de f sur un intervalle $]a;b[\subset I$ contenant c.



Dire que f admet un *extremum local* en c signifie que f admet un maximum ou un minimum local en c.

E4 On considère la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-5;5]$ et dérivable sur l'intervalle $]-5;5[$.



a. Par lecture graphique, indiquez le ou les valeurs où la fonction admet un extremum local, déterminez la nature de cet extremum et donnez la valeur de cet extremum.

b. Quel est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[-5;5]$?

c. Quel est le minimum de la fonction sur ce même intervalle ?

Propriété 2. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle $I =]a;b[$ et $c \in I$.
Si f admet un extremum local en c, alors $f'(c) = 0$.

E5 Déduire de l'exercice précédent des valeurs où la fonction admet une dérivée nulle.

Propriété 3. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle $I =]a;b[$ et $c \in I$.

- Si $f'(c) = 0$
- et si f' change de signe en c,

alors f admet un extremum local en c.

E6 Étudiez les variations des fonctions suivantes sur l'intervalle $[-10;10]$ en calculant la dérivée. En déduire les extremums locaux :

a. $f : x \longmapsto x^2$ **b.** $f : x \longmapsto x^3$

E7 Étudiez les variations des fonctions suivantes puis déterminez les extremums locaux :

a. $f(x) = x^3 - 27x + 18$

b. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 9$

c. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Indication : dérivez la fonction puis factorisez $f'(x)$. Utilisez le tableau de signe de $f'(x)$ pour déterminer les variations de f. Il y a deux valeurs où f admet un extremum local.

E8 Une fonction continue est de manière intuitive une fonction dont la représentation graphique peut être tracée sans lever le crayon. En admettant que les fonctions polynômes sont des fonctions continues, déterminez le nombre minimum de solutions de l'équation $f(x) = 0$ pour les fonctions de l'exercice précédent.