

# Discriminant

**Définition 1.** On appelle *discriminant* du polynôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  le nombre  $\Delta = b^2 - 4ac$

**E1** Calculez le discriminant des polynômes du second degré suivants.

- a.  $2x^2 - 3x + 1$       b.  $3x^2 + 5x - 2$   
c.  $4x^2 - 4x + 1$       d.  $x^2 + 3x + 3$

**Propriété 1.** Si  $ax^2 + bx + c$  est un polynôme du second degré et  $\Delta$  son discriminant, alors :  
 $\alpha = -\frac{b}{2a}$  et  $\beta = -\frac{\Delta}{4a}$

**E2** Déterminez  $\alpha$  et  $\beta$  pour les polynômes du second degré suivants. En déduire la forme canonique.

- a.  $2x^2 + 3x - 5$       b.  $3x^2 + 5x + 10$   
c.  $5x^2 - x + 6$       d.  $2x^2 - 12x + 18$   
e.  $3x^2 - x - 4$       f.  $x^2 + 2x + 5$   
g.  $7x^2 - 14x + 7$       h.  $x^2 - 2x - 3$

**Propriété 2.** Considérons un polynôme du second degré et  $\Delta$  son discriminant :

- Si  $\Delta > 0$ , alors le polynôme admet deux racines réelles distinctes.
- Si  $\Delta = 0$ , alors le polynôme admet une seule racine réelle.
- Si  $\Delta < 0$ , alors le polynôme n'admet pas de racine réelle.

**E3** Déterminez le nombre de racines réelles des polynômes du second degré suivants en calculant leur discriminant.

- a.  $2x^2 + 3x - 5$       b.  $3x^2 + 5x + 10$   
c.  $5x^2 - x + 6$       d.  $2x^2 - 12x + 18$   
e.  $3x^2 - x - 4$       f.  $x^2 + 2x + 5$   
g.  $7x^2 - 14x + 7$       h.  $x^2 - 2x - 3$

**Propriété 3.** Considérons un polynôme du second degré de discriminant  $\Delta > 0$ . Les racines de ce polynôme sont données par :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

**E4** Calculez les racines des polynômes du second degré suivants.

- a.  $27x^2 + 27x - 12$  avec  $\Delta = 45^2$   
b.  $64x^2 + 32x - 5$  avec  $\Delta = 48^2$

**E5** Déterminez les racines des polynômes du second degré suivants.

- a.  $5x^2 + 3x - 6$  avec  $\Delta = 129$   
b.  $-3x^2 + 7x + 2$  avec  $\Delta = 73$

**E6** Calculez les racines des polynômes du second degré suivants.

- a.  $3x^2 + 2x - \frac{15}{4}$  avec  $\Delta = 49$   
b.  $5x^2 - 2x - \frac{8}{5}$  avec  $\Delta = 36$

# Variations

**Définition 2.** Une *parabole* est une courbe plane symétrique par rapport à un axe et d'équation de la forme  $y = ax^2 + bx + c$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des constantes avec  $a \neq 0$ .

**Définition 3.** Le *sommet* d'une parabole est le point situé à l'intersection de l'axe de symétrie et de la parabole.

**Propriété 4.** Si  $f$  est une *fonction polynôme du second degré* de la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , alors  $f$  change de variation en  $\alpha = -\frac{b}{2a}$ .

- Si  $a > 0$ , alors  $f$  est décroissante sur  $]-\infty; \alpha]$  et croissante sur  $[\alpha; +\infty[$ .

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$f$		$f(\alpha)$	

- Si  $a < 0$ , alors  $f$  est croissante sur  $]-\infty; \alpha]$  et décroissante sur  $[\alpha; +\infty[$ .

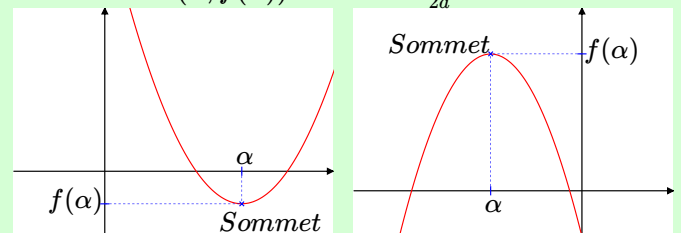
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$f$		$f(\alpha)$	

**E7** Dressez le tableau de variations.

- a.  $f(x) = 3x^2 - 12x + 19$       b.  $f(x) = -5x^2 + 10x - 1$   
c.  $f(x) = 6x^2 + 36x + 46$       d.  $f(x) = -x^2 - 18x - 82$

# Sommet

**Propriété 5.** Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré est une *parabole* dont le *sommet* a pour coordonnées  $(\alpha; f(\alpha))$  où  $\alpha = -\frac{b}{2a}$ .



**E8** Calculez les coordonnées du sommet de la parabole puis donner une représentation de la parabole dans un repère orthonormé.

- a.  $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$   
b.  $f(x) = -3x^2 - 12x - 13$   
c.  $f(x) = -4x^2 + 24x - 33$   
d.  $f(x) = 5x^2 + 40x + 78$