E1 Considérons un triangle ABC rectangle en A et tels que $AB = 8\,\text{cm}$ et $AC = 6\,\text{cm}$. M est un point mobile sur le segment $[B\,;\,A]$. On note $x = BM$. N est le point d'intersection de (BC) avec la perpendicalaire à (AB) et passant par M. I est le milieu de $[AC]$.

a. Montrez en utilisant le théorème de Thalès que $MN = \dfrac{3}{4}x$.

b. Que vaut x si $AMNI$ est un rectangle ? Justifiez.

c. Montrez que l'aire du triangle AMC est $\mathcal{A}_{AMC} = 3(8-x)$.

d. La formule du calcul de l'aire d'un trapèze est $\mathcal{A} = \dfrac{h(a+b)}{2}$ où h est la hauteur du trapèze, et a et b sont les longueurs des deux bases. Montrez que l'aire du trapèze $AMNI$ est $\mathcal{A}_{AMNI} = \dfrac{3}{8}(x+4)(8-x)$.

On cherche à déterminer pour quelles valeurs de x, l'aire de $AMNI$ vaut $12\,\text{cm}^2$.

e. Montrez que cela revient à résoudre l'équation $x^2 - 4x = 0$.

f. Factorisez $x^2 - 4x$ puis résoudre l'équation $x^2 - 4x = 0$.

g. En déduire la nature de $AMNI$ lorsque $\mathcal{A}_{AMNI} = 12\,\text{cm}^2$ (deux réponses).

E2 L'accélération de la pesanteur g est donnée par la formule :

$$g = g_0 \times \left(\frac{R}{R+z}\right)^2$$

où g_0 est exprimé en m/s^2, R est le rayon de la Terre en m et z l'altitude en m.

a. Approximons $g_0 \approx 10\,m/s^2$ et $R \approx 6{,}4 \times 10^6\,\text{m}$ Montrez que $g \approx 6{,}4\,m/s^2$ pour une station située à une altitude de $z = 1\,600\,\text{km}$ (on montrera les étapes de calculs.)

b. Montrez que

$$z = R\left(\frac{\sqrt{g_0} - \sqrt{g}}{\sqrt{g}}\right)$$

c. Approximons $g_0 \approx 9\,m/s^2$ et $R \approx 6{,}4 \times 10^6\,\text{m}$ Calculez l'altitude z à laquelle se trouve une station dont l'accélération de la pesanteur vaut $4\,m/s^2$.

d. Reprendre les questions a. et c. en utilisant $g_0 = 9{,}8\,m/s^2$ et $R = 6{,}37 \times 10^6\,\text{m}$ et effectuer les calculs à la calculatrice.