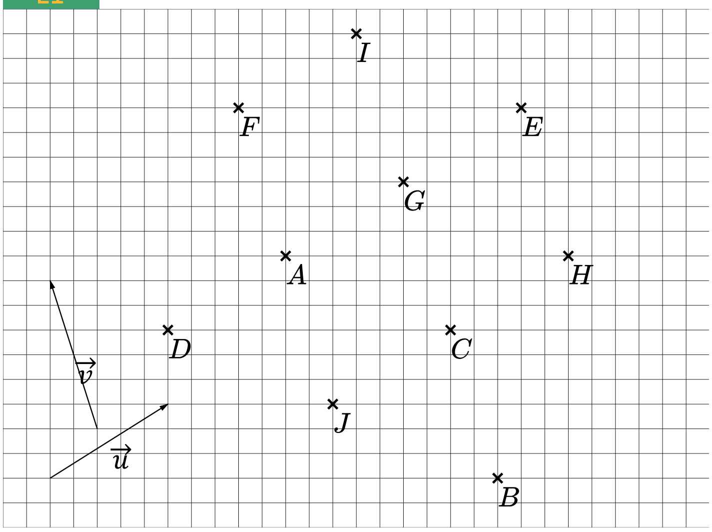
Manipuler les vecteurs

Définition 1. Soient A et B deux points du plan. La translation qui transforme A en B est appelée la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

E1



Dans chaque cas, nommez le point obtenu par la translation du point A par le vecteur donné.

a. Image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.

b. $2\overrightarrow{u}$ **c.** $-\overrightarrow{u}$ **d.** $\overrightarrow{v}$

e. $-\overrightarrow{v}$ **f.** $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ **g.** $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$

h. $2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$ **i.** $\overrightarrow{u}-2\overrightarrow{v}$ **j.** $\overrightarrow{JH}$

k. $\overrightarrow{DJ}$ **l.** $\overrightarrow{JG}$ **m.** $\overrightarrow{BH}$

Définition 2. Deux vecteurs sont dits égaux s'ils ont la même direction (parallèle), le même sens et la même longueur.

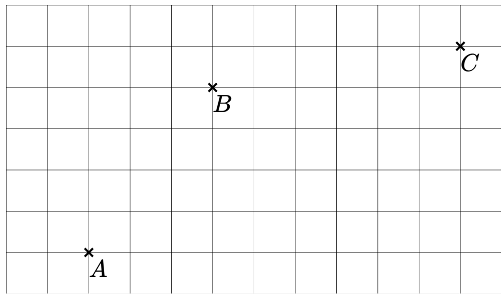
E2 Recopiez et complétez.

a. $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{J\ldots}$ **b.** $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{H\ldots}$

c. $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{\ldots J}$ **d.** $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{\ldots}=\overrightarrow{\ldots}$

Propriété 1. Soient $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ trois vecteurs du plan.
- Si $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{w}=\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}$, alors $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{v}$.
- Si $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{w}$ et $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{w}$, alors $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{v}$.

E3



a. Placez l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Notons-la D.

b. Recopiez et complétez : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{\ldots}$

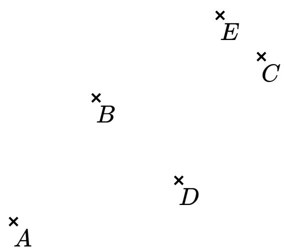
c. Quelle est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$?

d. Quelle est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$?

e. Quelle nouvelle égalité de vecteurs peut-on en déduire ?

Propriété 2. Soient A, B, C et D quatre points du plan. Alors :
- Si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si $ABCD$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

E4 $ABCD$ et $ABEF$ sont deux parallélogrammes.



a. Construire le point F.

b. Quelles égalités de vecteurs peut-on en déduire ?

c. Montrez que $DCEF$ est un parallélogramme.

Propriété 3. Soient A, B et I trois points du plan. Alors :
- Si I est le milieu de $[AB]$, alors $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$.
- Si $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$, alors I est le milieu de $[AB]$.

E5 Tracer une figure dans laquelle $EFGH$ et $EFHJ$ sont des parallélogrammes. Que peut-on en déduire sur la nature de H ?

E6 ADC est un triangle isocèle en A. Soit B le point tel que $ADCB$ soit un parallélogramme.
Soit E et F les symétriques respectifs de C et B par rapport à A.
Quelle est la nature de $DAEF$?