

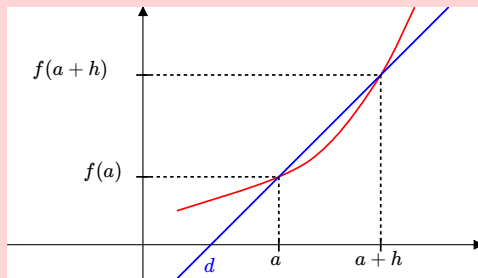
Dans cette leçon  $f$  est une fonction définie sur un intervalle  $I$  ;  $a$  est un réel de  $I$  et  $h$  est un réel non nul tel que  $a+h$  soit dans  $I$ .

## Taux de variation

**Définition 1.** Le *taux de variation* (ou *taux d'accroissement*) de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  est le nombre :

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

C'est aussi la pente de la sécante à la courbe représentative de  $f$  passant par les points d'abscisses  $a$  et  $a+h$ .



**E1**

a. Montrez que le taux de variation de la fonction carré  $f: x \mapsto x^2$  entre  $a$  et  $a+h$  est  $2a+h$ .

b. Calculez la pente de la sécante à la courbe représentative de  $f$  passant par les points d'abscisses 2 et 2,1.

**E2**

Montrez que le taux de variation d'une fonction affine entre deux réels  $a$  et  $a+h$  est la pente de la droite représentative de cette fonction.

**E3**

a. Montrez que le taux de variation de la fonction inverse  $f: x \mapsto \frac{1}{x}$  entre  $a$  et  $a+h$  est  $-\frac{1}{a(a+h)}$ .

b. Montrez que la pente de la sécante à la courbe représentative de  $f$  passant par les points d'abscisses 2 et 2,1 est  $-\frac{5}{21}$ .

**E4**

a. Montrez que le taux de variation de la fonction racine carrée  $f: x \mapsto \sqrt{x}$  entre  $a$  et  $a+h$  est  $\frac{1}{\sqrt{a+h} + \sqrt{a}}$ .

b. Montrez que la pente de la sécante à la courbe représentative de  $f$  passant par les points d'abscisses 4 et 9 est 0,2.

**E5**

a. Montrez que le taux de variation de la fonction cube  $f: x \mapsto x^3$  entre  $a$  et  $a+h$  est  $3a^2 + 3ah + h^2$ .

*Indication :*  $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2$ .

b. Montrez que la pente de la sécante à la courbe représentative de  $f$  passant par les points d'abscisses 2 et 2,1 est 12,61.

## Nombre dérivé

**Définition 2.** On appelle *nombre dérivé* de  $f$  en  $a$  et on note  $f'(a)$  le nombre :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$\lim_{h \rightarrow 0}$  signifie que l'on fait tendre  $h$  vers 0.

**E6**

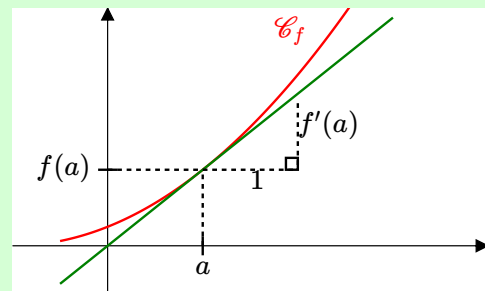
a.  $f$  est la fonction carré. Vérifiez que  $f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} (6+h)$ . En déduire  $f'(3)$ .

b.  $f$  est la fonction cube. Vérifiez que  $f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} (12 + 6h + h^2)$ . En déduire  $f'(2)$ .

c.  $f$  est la fonction racine carrée. Vérifiez que  $f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sqrt{5+h} + \sqrt{5}} \right)$ . En déduire  $f'(5)$ .

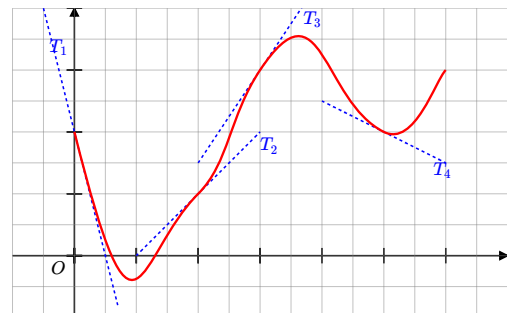
d.  $f$  est la fonction inverse. Vérifiez que  $f'(6) = \lim_{h \rightarrow 0} \left( -\frac{1}{6(6+h)} \right)$ . En déduire  $f'(6)$ .

**Propriété 1.**  $f'(a)$  est aussi la pente de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse  $a$ .



**E7**

On a tracé la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0;6]$  et ses tangentes  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$  aux points d'abscisses 0, 2, 3 et 5.



Déterminez graphiquement  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f(3)$ ,  $f(5)$ ,  $f'(0)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'(3)$  et  $f'(5)$ .

**E8**

$f$  est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  telle que  $f(0) = 1$ ,  $f(2) = -2$ ,  $f(4) = -3$ ,  $f(6) = -2$ ,  $f'(0) = -2$ ,  $f'(2) = -1$ ,  $f'(4) = 0$  et  $f'(6) = 1$ .

Placez les points d'abscisses 0, 2, 4 et 6 de la courbe représentative de  $f$  et ses tangentes aux mêmes points.