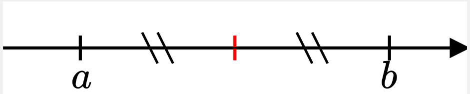
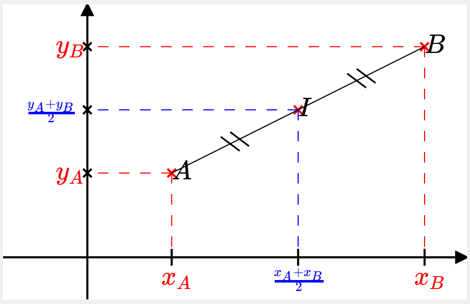
Rappel : Considérons deux nombres réels a et b. Le milieu de l'intervalle $[a\,;\,b]$ est donné par la formule ci-dessous.



E1

Propriété : Dans un repère donné, considérons les points $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$. Les coordonnées I du milieu du segment $[AB]$ sont données par la formule :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$



E2

On considère les points $A(3\,;\,2)$, $B(-4\,;\,4)$, $C(-2\,;\,-1)$ et $D(1\,;\,-3)$ et les points I, J, K et L, milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$.

a. Calculez les coordonnées de I, J, K et L.

Exemples :

I est le milieu de $[AB]$

$I\left(\frac{x_A+}{2}\,;\,\frac{}{2}\right)$

$I\left(\frac{3+}{2}\,;\,\frac{}{2}\right)$

$I\left(\quad;\quad\right)$

$I\left(\quad;\quad\right)$

J est le milieu de ____

$J\left(\quad;\quad\right)$

$J\left(\quad;\quad\right)$

$J\left(\quad;\quad\right)$

$J\left(\quad;\quad\right)$

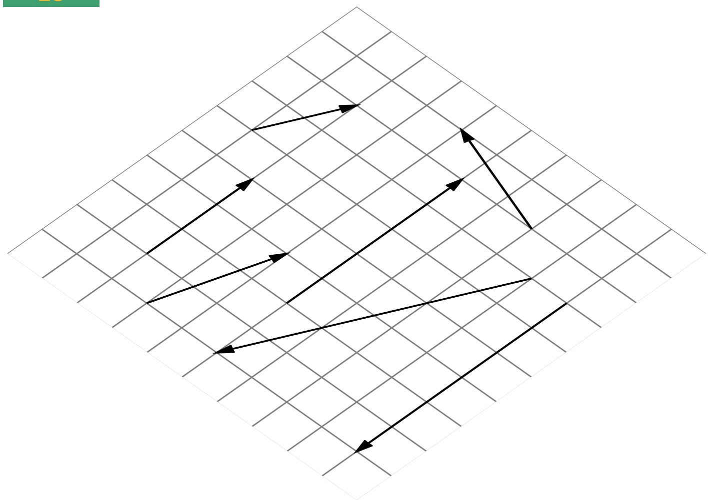
b. En déduire les coordonnées de $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{LK}$.

c. Que peut-on en déduire sur $IJKL$?

Définition : Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont dits colinéaires s'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{u}=k\overrightarrow{v}$.
On convient de plus que le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Propriété : Deux vecteurs non nuls et colinéaires ont la même direction.

E3



a. Indique les noms des vecteurs sachant que :

- $\overrightarrow{u}_1$, $\overrightarrow{u}_2$ et $\overrightarrow{u}_3$ sont colinéaires et $\overrightarrow{u}_1$ et $\overrightarrow{u}_2$ sont de même sens.
- La norme de $\overrightarrow{u}_2$ est plus grande que celle de $\overrightarrow{u}_1$.
- $\overrightarrow{u}_4$ et $\overrightarrow{u}_5$ sont colinéaires et de sens opposés.
- $\overrightarrow{u}_6$ et $\overrightarrow{u}_7$ ne sont pas colinéaires mais sont de même norme.

b. Écrire une égalité vectorielle pour chaque cas de colinéarité sous la forme $\overrightarrow{u}_i=k\overrightarrow{u}_j$.

Rappel : Soit un vecteur $\overrightarrow{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ dans une base $(\vec{i},\vec{j})$ et soit un nombre réel k. Le vecteur $k\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées dans cette même base $\begin{pmatrix}\quad\\\quad\end{pmatrix}$.

E4

Les coordonnées des vecteurs de cet exercice sont données dans une base $(\vec{i},\vec{j})$.

Exemple 1 : Considérons les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-12\\8\end{pmatrix}$. On a : $-4\overrightarrow{u}=\begin{pmatrix}-4\times\quad\\-4\times\quad\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\quad\\\quad\end{pmatrix}$. D'où $\overrightarrow{v}=$ ___ $\overrightarrow{u}$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Montrez dans chaque cas, que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

a. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$

b. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}$

c. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}12\\-18\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-0{,}12\\0{,}18\end{pmatrix}$

d. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}3\sqrt{2}\\-2\sqrt{2}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$

E5

Sachant que $3\overrightarrow{u}=7\overrightarrow{v}$, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont-ils colinéaires ?

Même question si $3\overrightarrow{u}+5(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{u})=\overrightarrow{0}$.