Propriétés algébriques de l'exponentielle

Propriétés : Soit a, b des nombres réels et n un entier. On a :

$\mathrm{e}^0 = 1$ $\quad \mathrm{e}^1 = \mathrm{e}$ $\quad \mathrm{e}^{-a} = \dfrac{1}{\mathrm{e}^a}$

$\mathrm{e}^{a+b} = \mathrm{e}^a \times \mathrm{e}^b$ $\quad \mathrm{e}^{a-b} = \dfrac{\mathrm{e}^a}{\mathrm{e}^b}$ $\quad \mathrm{e}^{an} = (\mathrm{e}^a)^n$

E1 Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de e :

$\mathrm{e} \times \mathrm{e}^2$ $\quad \mathrm{e}^{-1} \times \mathrm{e}$ $\quad \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ $\quad \dfrac{1}{\mathrm{e}^{-1}}$

$\mathrm{e}^4 \times \mathrm{e}$ $\quad \mathrm{e}^3 \times \mathrm{e}^{-1}$ $\quad \left(\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}\right)^3$ $\quad \left(\mathrm{e}^{-3}\right)^2$

$\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^{-1}}$ $\quad \dfrac{\mathrm{e}^{-2}}{\mathrm{e}}$ $\quad \dfrac{\mathrm{e}^3 \times \mathrm{e}^{-2}}{\mathrm{e}^{-1} \times \mathrm{e}}$ $\quad \left(\mathrm{e}^{-5}\right)^{-1}$

E2 Simplifiez les expressions suivantes :

$\dfrac{\mathrm{e}^{-1} \times \left(\mathrm{e}^{0,2}\right)^{-2}}{\mathrm{e} \times \mathrm{e}^{-1,4}}$ $\quad \left(\dfrac{\left(\mathrm{e}^{\frac{4}{3}}\right)^3 \times \mathrm{e}^{-\frac{2}{3}}}{\mathrm{e}^{\frac{5}{6}}}\right)^2$

E3 Simplifiez les expressions suivantes sous la forme e^A :

$\left(\mathrm{e}^x\right)^2$ $\quad \mathrm{e}^{4x} \times \mathrm{e}^{-7}$ $\quad \dfrac{\mathrm{e}^{12x}}{\mathrm{e}^{6x}}$

$\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^{-3x}}$ $\quad \mathrm{e}^{-x} \times \mathrm{e}^{2x} \times \mathrm{e}^x$ $\quad \left(\dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{-2x}}\right)^3$

$\left(\dfrac{\mathrm{e}^{4x}}{\mathrm{e}^x}\right)^{-1}$ $\quad \mathrm{e}^{3x+3} \times \mathrm{e}^{2x-1}$ $\quad \dfrac{\mathrm{e}^{2x} \times \mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{x+1}}$

$\dfrac{\mathrm{e}^{-x} \times \mathrm{e}^{-(x+3)}}{\mathrm{e}^{-2x-1}}$ $\quad \left(\dfrac{\mathrm{e}^{2x-3}}{\mathrm{e}^{7x+5}}\right)^{-2}$ $\quad \dfrac{\mathrm{e}^{(x-3)^2}}{\left(\mathrm{e}^{x+2}\right)^2}$

E4 Développez puis simplifiez les expressions suivantes :

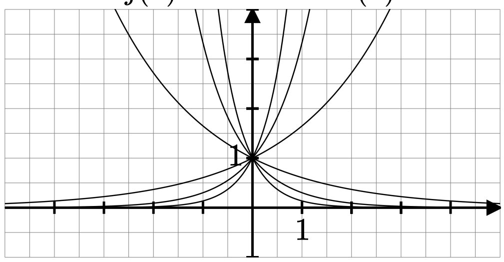
$\mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)$ $\quad \left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)^2$

$\left(\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{3x}\right)^2$ $\quad \left(\mathrm{e}^{-5x} + \mathrm{e}^{2x}\right)\left(\mathrm{e}^{-5x} - \mathrm{e}^{2x}\right)$

E5 On considère les fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

$f(x) = e^{0,5x}$ $\quad g(x) = e^{1,2x}$ $\quad h(x) = e^{2x}$

$i(x) = e^{-0,5x}$ $\quad j(x) = e^{-1,2x}$ $\quad k(x) = e^{-2x}$



a. Comparer les fonctions f, g et h.

b. Comparer les fonctions i, j et k.

c. En déduire à quelles fonctions correspondent les courbes en les repassant d'une couleur différente.