$\grave{\text{E1}}$  À l'entrée d'un concert, les billets de  $20\,\text{€}$  sont vendus en lançant un dé équilibré à six faces.

- Si la face est 6, le billet est gratuit.
- Si la face est 5, le billet ets demi-tarif.
- Sinon le billet est vendu au tarif normal. Que peut-on en déduire concernant la recette de ce concert sachant que 3000 billets sont vendus ? Quelle est l'espérance de la variable aléatoire X qui associe le résultat d'un lancer de dé équilibré à six faces ?

On lance deux pièces de monnaie équilibrées. On note X la variable aléatoire qui associe le gain obtenu : si on obtient deux piles, alors on gagne  $1 \in$ , sinon on perd  $1 \in$ .

- ${\bf a.}$  Dressez un tableau de la loi de probabilité de  $X\,.$
- **b.** Calculez P(X=1).
- ${f c.}$  Calculez l'espérance mathématique de X.
- **d.** Complétez le script suivant en langage Python qui simule cette expérience et renvoie le gain moyen obtenu sur un grand nombre de lancers :

```
from random import randint
1
    def simulation(nb_lancers):
2
        gain = 0
3
         for i in range(nb_lancers):
4
             piece1 = randint(0, 1)
5
             piece2 = ...
             if piece1 == 0 and piece2 == 0:
7
                 gain = gain + ...
8
             else:
9
                 gain = ...
10
         return gain/...
```

**Définitions :** Soit X une variable aléatoire discrète définie sur un univers  $\Omega$  et à valeurs dans  $\mathbb R$ . La **variance** de X est le nombre réel positif ou nul défini par :

$$V(X) = E\left((X - E(X))^2\right)$$

où E(X) est l'espérance mathématique de X. La variance est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.

Elle mesure la dispersion des valeurs de  $\boldsymbol{X}$  autour de sa moyenne.

La racine carrée de la variance est l'écart-type de X et se note  $\sigma(X)$ .

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

L'écart-type est une mesure de la dispersion des valeurs de  $\boldsymbol{X}$  autour de sa moyenne.

Soit X une variable aléatoire suivant la loi de probabilité suivante :

$x_i$	-2	1	5
$P(X=x_i)$	0,3	$0,\!2$	0,5

- **a.** Calculez l'espérance mathématique de X.
- **b.** Complétez l'entête des lignes du tableau suivant :

$x_i$	-2	1	5
$P(X=x_i)$	0,3	$0,\!2$	0,5
	$-4,\!1$	$-1,\!1$	2,9
	16,81	1,21	8,41
	5,043	$0,\!242$	$4,\!205$

- ${f c.}$  En déduire la variance de X.
- **d.** L'écart-type vaut environ  $3{,}08{,}$  comment a-t-il été obtenu ?

 $lue{E5}$  On considère la variable aléatoire X suivant la loi de probabilité suivante :

$x_i$	-2	0	3
$P(X=x_i)$	0,1	0,6	0,3

L'écart-type de X est environ 1,62.

- **a.** Écrire en une seule ligne le calcul de l'espérance de  $\boldsymbol{X}$ .
- **b.** Écrire en une seule ligne le calcul de la variance de X sachant que E(X)=0.7.
- **c.** Écrire en une seule ligne le calcul de l'écart-type de X sachant que  $V(X)=2{,}61{.}$

## E6

- ${f a.}$  Si  ${\cal X}$  est une variable aléatoire et que son écart-type est nul, que peut-on dire de  ${\cal X}$  ?
- **b.** Si X est une variable aléatoire et que  $\sigma(X)=0.7$ , que vaut la variance de X ?

0n considère une variable aléatoire X dont l'espérance est  $2,\!5$  et l'écart-type est  $1,\!5$  .

$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$P(X=x_i)$	$p_1$	$p_2$	$p_3$

- **a.** Si on note Y=2X-3, calculez E(Y)
- **b.** Si on note Z=3X+1, calculez V(Z).

On souhaite écrire un programme en langage Python qui calcule l'espérance et la variance d'une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée par deux listes X (les valeurs de X) et P (les probabilités associées).

```
def esperance_variance(X, P):
    E = 0
    V = 0
    for i in range(len(X)):
        E = E + ...
        V = V + ...
    return E, V
```