Généralités

E1 Chaque suite u suivante est définie pour tout entier naturel n. Calculez les 4 premiers termes.

a. $u_n = 2n+1$ **b.** $u_n = 3n^2 - 2n + 1$

c. $u_n = 2^n$ **d.** $u_n = \frac{1}{n+1}$

E2 Chaque suite u suivante est définie par récurrence pour tout entier naturel n. Calculez les 4 premiers termes.

a.
$$\begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} u_0 = 0{,}5 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 4u_n + 1 \end{cases}$$

Suites particulières

E3 Déterminez si chaque suite ci-dessous est arithmétique, géométrique ou ni l'une ni l'autre. Si elle est arithmétique ou géométrique, indiquez sa raison et son premier terme.

a. $u_n = 5n+2$ **b.** $u_n = 3 \times 2^n$

c. $u_n = (-1)^n$ **d.** $u_n = n^2 + 1$

E4 Les suites suivantes sont définies par récurrence. Déterminez si elles sont arithmétiques ou géométriques, puis donnez leur formule explicite.

a.
$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = u_n - 3 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n \end{cases}$$

E5 Considérons les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$u_n = 5 - n \qquad \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 5 - v_n \end{cases}$$

Déterminez si elles sont arithmétiques ou non.

Sens de variation

E6 Pour chacune des suites ci-dessous, déterminez le sens de variation en étudiant le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$.

a. $u_n = 2n+1$ **b.** $u_n = 3 - 2n$

c. $u_n = 5n - 6$ **d.** $u_n = 2n^2 - 3n$

E7 Pour chacune des suites de l'exercice précédent, déterminez la fonction f telle que $u_n = f(n)$ et étudiez le sens de variation de la suite en étudiant les variations de la fonction f.

E8 Pour chacune des suites ci-dessous, déterminez le sens de variation en étudiant le quotient $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ (on admettra que $u_n > 0$).

a. $u_n = 3^n$ **b.** $u_n = \dfrac{1}{2^n}$ **c.** $u_n = \dfrac{1}{n+1}$

Limite d'une suite

E9 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{3n-1}{n}$.

a. À l'aide de la calculatrice, conjecturez une valeur pour la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers l'infini.

b. Simplifiez $\left|\dfrac{3n-1}{n} - 3\right|$. En déduire si on peut rendre $\left|\dfrac{3n-1}{n} - 3\right|$ aussi petit que l'on veut en prenant n suffisamment grand.

E10 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 2n+5$.

a. À partir de quel rang n_0 peut-on affirmer que $u_n \geqslant 100$? $u_n \geqslant 1000$?

b. Quelle est la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers l'infini ?

E11 Déterminez le seuil n_0 et la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers l'infini pour chacune des suites ci-dessous.

a. $u_n = 3 - 2n$, seuil à partir duquel $u_n \leqslant -101$.
Indication: résoudre une inéquation.

b. $u_n = 5n^2 - 6n + 1$, seuil à partir duquel $u_n \geqslant 49\,401$.
Indication : résoudre une inéquation du second degré.

c. $u_n = -2^n$, seuil à partir duquel $u_n \leqslant -1000$
Indication : utiliser la calculatrice pour déterminer le seuil.

E12 Considérons la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$.

a. Conjecturez une limite l quand n tend vers l'infini à l'aide de la calculatrice.

b. Complétez le programme Python suivant pour déterminer le seuil n_0 à partir duquel $|u_n - l| < 10^{-3}$.

```
from math import sqrt
u=...
n=...
l= ...
while abs(u-l) ... 10**(-3):
    u=...
    n=...
```