

E1 Pour chacune des suites (u_n) suivantes, calculez les quatre premiers termes puis conjecturez sur la nature de la suite (arithmétique ou non). Dans le cas d'une suite arithmétique, indiquez le premier terme et la raison.

- $u_0 = 13$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 6$.
- $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + n$.
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = -3n + 8$.
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2 - 2n + 1$.
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = (n-2)^2 - (n+1)^2$.
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \sqrt{9n^2 + 6n + 1}$.
- $u_0 = -15$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} + u_n = 6$.
- $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 2$.
- $u_1 = \sqrt{3}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1} - u_n}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$.

E2 Dans chaque cas la suite (u_n) est arithmétique. Indiquez le premier terme u_0 et la raison de la suite.

- $u_5 = 3$ et $u_6 = -6$.
- $u_3 = 5$ et $u_7 = 17$.
- $u_6 = 0$ et $u_{42} = 18$.
- $u_{14} = \frac{5}{6}$ et $u_{20} = \frac{4}{3}$.

E3 Chaque suite u_n est arithmétique de raison r . Calculez les quatre premiers termes, puis déterminez le terme demandé et enfin pour quels entiers n l'inégalité est vérifiée.

- $u_0 = -15$ et $r = 2$; u_{100} ; $u_n \geq 1000$.
- $u_0 = 3$ et $r = -5$; u_{100} ; $u_n < -997$.
- $u_1 = 6$ et $r = 0,15$; u_{100} ; $u_n \geq 51$.
- $u_0 = 0$ et $r = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$; u_{100} ; $u_n \geq 1000\sqrt{3}$.

E4

- Recopiez et complétez l'addition suivante :

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & (n-2) & + & (n-1) & + & n \\ + & n & + & (n-1) & + & (n-2) & + & \dots & + & 3 & + & 2 & + & 1 \\ \hline ? & + & ? & + & ? & + & \dots & + & ? & + & ? & + & ? \end{array}$$

b. Retrouvez la formule du calcul de la somme S des n premiers entiers naturels non nuls.

E5 Pour chacune des questions on utilisera la formule du calcul de la somme des n premiers entiers naturels non nuls.

- Calculez $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2\,000\,000$.
- Calculez $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 15$ puis en déduire $3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 45$.
- Calculez $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 200$ puis en déduire $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 201$.
- Calculez $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 40$ puis en déduire $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 81$.

Indice : $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1 + 2 + 3 + \dots$

E6

- Calculez $1 + 2 + \dots + 50$ puis $1 + 2 + \dots + 100$ en utilisant la formule du calcul de la somme des n premiers entiers naturels non nuls.
- En déduire un calcul de $51 + 52 + \dots + 100$ de deux manières.
- Soit u_n une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme $u_0 = 51$. Déterminez le 50ème terme de cette suite. Retrouvez le résultat de la question précédente en utilisant la formule du calcul de la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique.

E7 On considère la suite arithmétique u_n de raison 3 et de premier terme $u_0 = 4$ et la suite v_n définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{u_n - 1}{3}$.

- Calculez les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- Déterminez le terme général de la suite (u_n) .
- Calculez la somme S des 20 premiers termes de la suite (u_n) .
- Calculez les quatre premiers termes de la suite (v_n) .
- Montrez que la suite (v_n) est la suite des entiers naturels non nuls.
- Calculez la somme des 20 premiers termes de la suite (v_n) .
- Reprendre les questions à partir de la question c. mais en considérant la somme S' des 50 premiers termes.
- Calculez de deux manières $u_{20} + u_{21} + \dots + u_{49}$.

E8 Les suites ci-dessous sont arithmétiques et définies sur \mathbb{N} .

Décrire la suite puis indiquez pour chacune d'elles si elle est croissante, décroissante, constante ou si on ne peut rien dire.

- $u_n = 3n - 6$
- $u_n = 5 - 2n$
- $u_n = -3n + 8$

E9 Résoudre l'équation suivante dans \mathbb{N} : $3 + 6 + 9 + \dots + 3(n-1) + 3n = 2583$.

Indice : $\sqrt{6889} = 83$.

E10 On considère la suite u_n définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 1$ et

$u_{n+1} = \frac{u_n}{3u_n + 1}$. On admettra que pour tout entier naturel n , $u_n > 0$.

Considérons la suite v_n définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{1}{u_n}$.

- Calculez les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- Calculez les quatre premiers termes de la suite (v_n) .
- Montrez que pour tout entier naturel n , $\frac{1}{u_{n+1}} = 3 + \frac{1}{u_n}$.
- En déduire que la suite (v_n) est arithmétique.
- Déterminez le terme général de la suite (v_n) .
- En déduire le terme général de la suite (u_n) .