

Equation d'un cercle

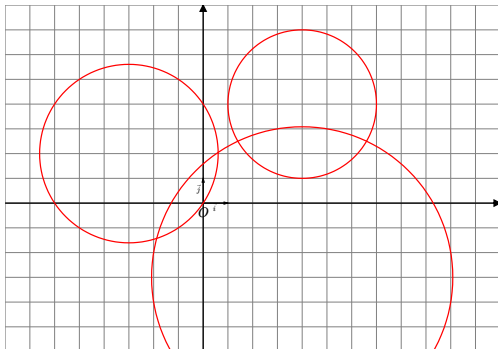
Propriété : Soit un cercle de centre A et de rayon r . Un point M appartient à ce cercle si et seulement si $\overrightarrow{AM}^2 = r^2$. On en déduit que l'équation du cercle de centre $A(x_A; y_A)$ et de rayon r est :

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$$

E1 Soit un cercle de centre $A(2;3)$ et de rayon 5. On considère le point $M(x;y)$ appartenant à ce cercle.

- Exprimer \overrightarrow{AM} en fonction de x et y .
- En déduire une équation du cercle.
- Le point $B(5;7)$ appartient-il à ce cercle ? Justifier.
- Quels sont les points du cercle d'abscisse -2 ?

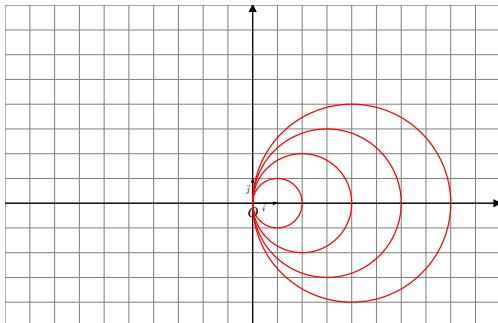
E2 On considère les cercles suivants.



Le cercle \mathcal{C}_1 passe par le point $A(1;4)$, le cercle \mathcal{C}_2 passe par le point $B(-6;4)$ et le cercle \mathcal{C}_3 passe par le point $C(-2;-2)$.

- Déterminez une équation de chaque cercle.
- Le point $D(2;2)$ appartient-il à un cercle ? Justifiez.
- Le cercle \mathcal{C}_2 coupe l'axe des abscisses en deux points E et F . Déterminez les coordonnées de E et F .

E3 On considère les cercles suivants.



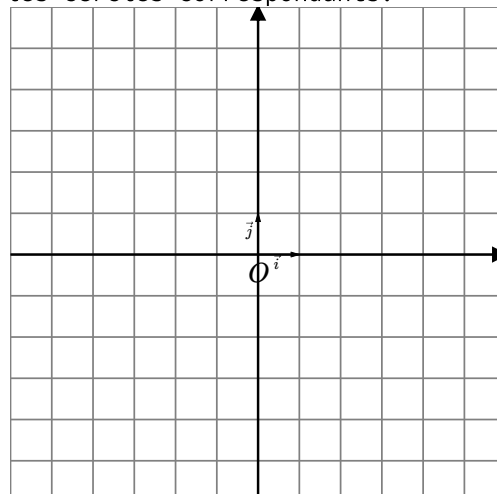
- Déterminez une équation de chaque cercle.
- On effectue une rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens direct. Déterminez les équations des cercles obtenus.
- On effectue une symétrie axiale d'axe (Oy) . Déterminez les équations des cercles obtenus.
- On effectue une homothétie de centre O et de rapport 1,5. Déterminez les équations des cercles obtenus.

Propriété : Tout cercle admet une équation cartésienne de la forme $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$.

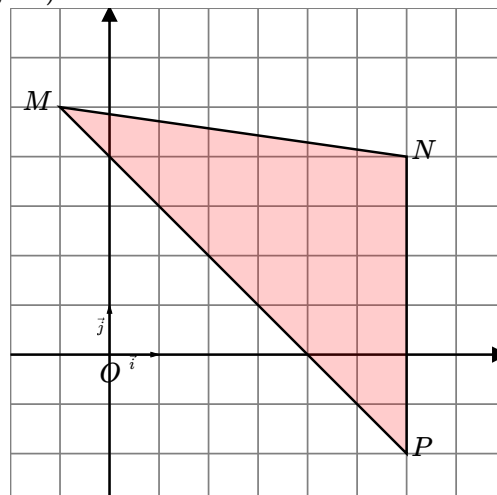
E4 Pour chaque équation, déterminez si c'est l'équation d'un cercle et si oui, déterminez son centre et son rayon.

- $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$
- $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 34 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$
- $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$

Tracez les cercles correspondants.



E5 Considérons les points $M(-1;5)$, $N(6;4)$ et $P(6;-2)$.



On se propose de déterminer une équation du cercle circonscrit au triangle MNP .

- Calculer les coordonnées du milieu de $[MN]$.
- Déterminez une équation de la médiatrice de $[MN]$.
- Déterminez une équation de la médiatrice de $[MP]$.
- En déduire les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle MNP .
- Calculer le rayon de ce cercle.
- En déduire une équation de ce cercle.

E6 On considère le cercle de diamètre $[AB]$ où $A(1;3)$ et $B(7;-5)$.

- Déterminez une équation cartésienne de ce cercle.
- Soit $M(x;y)$ un point du cercle. Exprimez $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$
- Que peut-on en déduire sur le triangle MAB ?