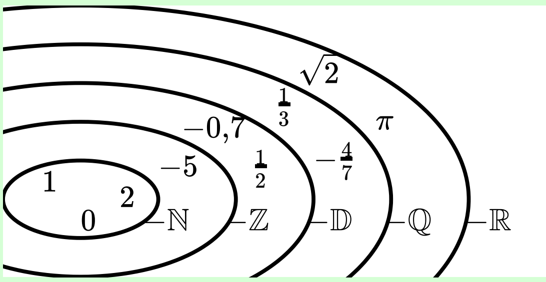
Nombres réels

Définition 1. La *droite numérique* est une droite graduée où chaque point est en correspondance avec un *nombre réel*. L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.

E1 Tracez la droite numérique d'unité graphique $3\,\text{cm}$ et y placer $-\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $-\frac{2}{3}$, $\frac{34}{12}$ et approximativement $\sqrt{2}$ et π.

Propriété 1.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



Définition 2. $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}^*$, $\mathbb{D}^*$, $\mathbb{Q}^*$ et $\mathbb{R}^*$ désignent les ensembles privés de 0.

Propriété 2. Ajouter ou soustraire deux nombres réels par un même nombre ne change pas l'ordre.

E2 Indiquez pour chaque inégalité, l'intervalle auquel appartient x.

a. $x-2<3$ **b.** $x+4\geqslant -9$ **c.** $8\geqslant x-3$
d. $x+5>6$ **e.** $6-x<2$ **f.** $-2+x\leqslant -5$
g. $-3-x>-7$ **h.** $-3\leqslant -5+x$ **i.** $6-x<4$

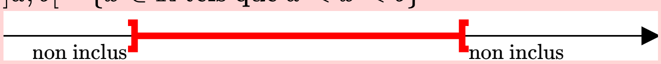
Intervalles

Définition 3. Un intervalle de nombres réels est une portion de droite numérique : la droite toute entière, un segment ou une demi-droite. L'ensemble vide note $\emptyset$ est aussi un intervalle.

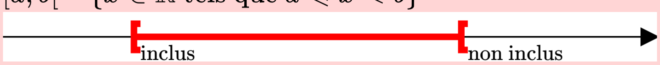
Définition 4. Notation pour les intervalles bornés : (a et b sont des réels tels que $a<b$)

- $[a;b]=\{x\in\mathbb{R} \text{ tel que } a\leqslant x\leqslant b\}$

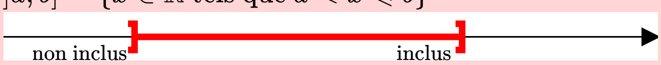
- $]a;b[=\{x\in\mathbb{R} \text{ tels que } a<x<b\}$



- $[a;b[=\{x\in\mathbb{R} \text{ tels que } a\leqslant x<b\}$



- $]a;b]=\{x\in\mathbb{R} \text{ tels que } a<x\leqslant b\}$



E3 On considère les intervalles suivants :
$[-2;3]$ $]3;5[$ $[-1;3[$ $[3;6[$
Pour chaque nombre de la liste suivante, indiquez à quel(s) intervalle(s) il appartient :

a. $\sqrt{2}$ **b.** 3 **c.** -1 **d.** $\frac{7}{2}$
e. $\frac{-1}{2}$ **f.** $\frac{26}{5}$ **g.** $\frac{23}{12}$ **h.** $\frac{19}{6}$
i. $\frac{5}{2}$ **j.** $\frac{8}{3}$ **k.** 5 **l.** π

Définition 5. Notation pour les intervalles non bornés : (a est un réel)

- $[a;+\infty[=\{x\in\mathbb{R} \text{ tels que } x\geqslant a\}$

- $]a;+\infty[=\{x\in\mathbb{R} \text{ tels que } x>a\}$

- $]-\infty;a]=\{x\in\mathbb{R} \text{ tels que } x\leqslant a\}$

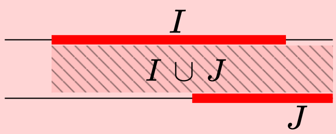
- $]-\infty;a[=\{x\in\mathbb{R} \text{ tels que } x<a\}$

E4 Indiquez sur quel intervalle de nombres sont définies les fonctions suivantes :

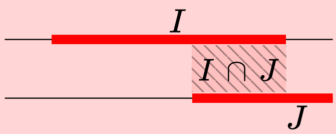
$f_1(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ $f_2(x)=\sqrt{-7x}$ $f_3=\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$
$f_4(x)=\dfrac{1}{\sqrt{7-x}}$ $f_5(x)=\sqrt{x-\frac{4}{3}}$ $f_6(x)=\sqrt{8{,}1+x}$
$f_7(x)=\dfrac{1}{\sqrt{-2+x}}$ $f_8(x)=\sqrt{-5-x}$

Définition 6.

- La *réunion de deux intervalles* I et J est l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I ou à J, on la note $I\cup J$.



- L'*intersection de deux intervalles* I et J est l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I et à J, on la note $I\cap J$.



E5 On considère les ensembles suivants :
$[-2;5]\cap[0;7]$ $]-2;5]\cup[0;7]$ $[-2;5[\cap]0;3]$
$[-2;5]\cup]0;3]$ $[-2;5]\cap]-4;3[$ $[-2;+\infty[\cap]-4;3[$
$]-2;+\infty[\cup[-4;3[$

a. Déterminez dans chaque cas si 3 appartient à l'ensemble réunion ou intersection.
b. Tracez schématiquement les intervalles sur deux droites numériques et en déduire, si possible, un intervalle correspondant à l'union ou l'intersection.