

Propriété 1. Si f est une fonction polynôme du second degré de la forme $f(x)=ax^2+bx+c$, alors $f(\alpha)$ est le *maximum* de f si $a < 0$ et le *minimum* de f si $a > 0$.

E1 Déterminez les coordonnées du sommet de la parabole et l'extremum.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a. $f(x)=2(x-1)^2+2$ | b. $f(x)=-3(x+2)^2-1$ |
| c. $f(x)=-4(x-3)^2+3$ | d. $f(x)=5(x+4)^2-2$ |

Propriété 2. Si f est une fonction polynôme du second degré de la forme $f(x)=ax^2+bx+c$, alors sa parabole admet un axe de symétrie d'équation $x=\alpha$ où $\alpha=-\frac{b}{2a}$.

E2 A est un point de la parabole et S son sommet. Tracez la parabole de A à son symétrique par rapport à l'axe de symétrie de la parabole.

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| a. $S(1;2)$ et $A(2;3)$ | b. $S(-2;-1)$ et $A(1;0)$ |
| c. $S(3;3)$ et $A(5;2)$ | d. $S(-4;-2)$ et $A(0;-1)$ |

Parabole et racine

Propriété 3. Soit f une fonction polynôme du second degré de la forme $f(x)=ax^2+bx+c$. Les solutions de l'équation $f(x)=0$ sont les racines du polynôme ax^2+bx+c et sont les abscisses des points d'intersection de la parabole représentative de f avec l'axe des abscisses.

E3 Pour chacune des paraboles et par lecture graphique, déterminez combien de racines possède le polynôme du second degré et en donner les valeurs.

- | | |
|----|----|
| a. | b. |
| c. | d. |

Signe

Propriété 4. Le signe d'une fonction polynôme du second degré définie par $f(x)=ax^2+bx+c$ dépend du signe de a et du signe du discriminant Δ du polynôme ax^2+bx+c .

- Si $\Delta > 0$, alors f est d'abord du signe de a sur $]-\infty; x_1]$ puis change de signe sur $[x_1; x_2]$ et redevient du signe de a sur $[x_2; +\infty[$ où x_1 et x_2 sont les racines du polynôme telles que $x_1 < x_2$.
- Si $\Delta \leq 0$, alors f est du signe de a .

E4

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a. $f(x)=5(x+4)(x-6)$ | b. $f(x)=3(x+3)(x+5)$ |
| c. $f(x)=-2(x-1)(x-2)$ | d. $f(x)=-4(x-5)(x+2)$ |

Déterminez le signe de f en fonction de x , vérifiez à l'aide d'un tableau de signe du produit.

représentant une fonction polynôme du second degré pour déterminer le signe du discriminant Δ et du coefficient a .

a. b.

c. d.

E6 Résoudre les inéquations suivantes.

- a. $-2(x-1)(x-2) \geq 0$ b. $-5(x-6)(x+3) < 0$
 c. $3(x+3)(x+5) \leq 0$ d. $4(x+7)(x-9) > 0$

degré

Méthode 1. Résoudre une équation du second degré de la forme $ax^2+bx+c=0$

avec $a \neq 0$:

1. Factorisation immédiate ou identité remarquable.
2. Racine évidente, produit et somme des racines.
3. Sinon, calcul du discriminant.

E7 Ramener les équations suivantes sous la forme $ax^2+bx+c=0$ puis résoudre l'équation.

- a. $x^2-4x+4=12$ b. $2x^2-3x=5x$
 c. $x^2+2x+1=3x^2-5x+2$ d. $3x^2-2x=x+9$