

# Polynôme du second degré

**Définition 1.** On appelle *polynôme du second degré* toute expression pouvant s'écrire sous la forme développée réduite

$$ax^2 + bx + c$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels avec  $a \neq 0$ .

**E1** Indiquez si c'est un polynôme du second degré. Le cas échéant déterminez  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

- |                              |                               |
|------------------------------|-------------------------------|
| a. $4x^2 - 5x + 2$           | b. $-3x^2 + 7x$               |
| c. $\frac{4x^2}{5} - 12$     | d. $3x^2 + 7 - 3x^2 + 4x$     |
| e. $5x(x + 2)$               | f. $(x + 3)(x - 4)$           |
| g. $(x + 2)^2$               | h. $(3x + 7)(3x - 7)$         |
| i. $2(x - 3)^2$              | j. $\frac{10x^2 + 8x - 3}{2}$ |
| k. $\frac{1}{3x^2 - 5x + 2}$ | l. $-7x + 6 - 5x^2$           |
| m. $11x \times 5x$           | n. $3(2x + 1)(8 - x)$         |

## Forme canonique

**Propriété 1.** Tout polynôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  peut s'écrire sous la forme dite *canonique*

$$a(x - \alpha)^2 + \beta$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des réels.

**E2** Voici la forme canonique de plusieurs polynômes du second degré. Déterminez  $\alpha$  et  $\beta$ .

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| a. $3(x - 2)^2 + 5$  | b. $-2(x + 3)^2 - 4$ |
| c. $4(x + 1)^2 - 3$  | d. $6x^2 - 12$       |
| e. $-5(x - 4)^2 + 7$ | f. $-(x - 5)^2$      |

**E3** Voici plusieurs polynômes du second degré. Déterminez la forme canonique de chacun d'eux en utilisant une identité remarquable.

- $-2(x^2 - 4x + 4) + 9$
- $3(x^2 + 12x + 36) - 27$
- $-4(x^2 - 18x + 81) + 64$
- $5(x^2 + 10x + 25) - 100$

**E4** Voici plusieurs polynômes du second degré. Déterminez la forme canonique de chacun d'eux en mettant en évidence une identité remarquable.

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| a. $x^2 - 6x + 24$  | b. $x^2 + 8x - 6$   |
| c. $x^2 + 16x + 89$ | d. $x^2 - 18x - 80$ |

## Racine

**Définition 2.** On appelle *racine* du polynôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  toute solution de l'équation

$$ax^2 + bx + c = 0$$

**E5** Déterminez les racines.

- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| a. $2(x - 3)(x + 4)$ | b. $5(2x - 8)(x - 5)$ |
| c. $(x - 2)(7 - x)$  | d. $(6x + 3)(2x - 1)$ |

**E6** Déterminez une racine évidente.

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a. $3x^2 - 6x$     | b. $5x^2 - 4x - 1$ |
| c. $5x^2 + 4x - 1$ | d. $x^2 + 3x - 10$ |

**Propriété 2.** Si un polynôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  admet deux racines alors :

- la somme des racines est  $-\frac{b}{a}$
- le produit des racines est  $\frac{c}{a}$

**E7** Les racines des polynômes du second degré suivants sont entières. Déterminez les racines en utilisant le produit et la somme des racines.

- |                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| a. $2x^2 - 10x + 12$ | b. $3x^2 - 3x - 60$ |
| c. $x^2 + 10x + 21$  | d. $-x^2 - 5x + 24$ |

## Forme factorisée

**Propriété 3.** Si un polynôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  admet deux racines distinctes  $x_1$  et  $x_2$ , alors il peut s'écrire sous la *forme factorisée* suivante

$$a(x - x_1)(x - x_2)$$

**E8** Ecrivez le polynôme sous forme factorisée.

- Les racines de  $7x^2 + 7x - 42$  sont  $-3$  et  $2$ .
- Les racines de  $-3x^2 + 3x + 6$  sont  $-1$  et  $2$ .
- Les racines de  $x^2 - 9x + 20$  sont  $4$  et  $5$ .
- Les racines de  $2x^2 - 5x - 3$  sont  $3$  et  $-\frac{1}{2}$ .

**E9** Déterminez la forme  $a(x - x_1)(x - x_2)$ .

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| a. $(3x + 9)(x - 5)$  | b. $(x + 8)(5x - 10)$ |
| c. $(7 - x)(x - 3)$   | d. $(x + 4)(-x - 8)$  |
| e. $(2x + 4)(3x - 6)$ | f. $7(4x - 8)(x - 3)$ |

**E10** Déterminez la forme  $a(x - x_1)(x - x_2)$ .

- |                                       |                  |
|---------------------------------------|------------------|
| a. $3x^2 - 6x$                        | b. $-5x^2 + 35x$ |
| c. $3x^2 - 147$                       | d. $-2x^2 + 6$   |
| e. $(x - 3)(2x + 7) + (x - 3)(3 - x)$ |                  |
| f. $(2x - 5)(x + 6) - (x + 6)(x - 5)$ |                  |

**Propriété 4.** Si un polynôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  admet une seule racine appelée *racine double*  $x_0$ , alors il peut s'écrire sous la *forme factorisée* suivante

$$a(x - x_0)^2$$

**E11** Les polynômes du second degré suivants possèdent une racine double. Factorisez par  $a$  puis utilisez une identité remarquable pour les écrire sous la forme factorisée.

- |                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| a. $7x^2 - 42x + 63$ | b. $-2x^2 + 8x - 8$ |
| c. $5x^2 + 40x + 80$ | d. $-3x^2 - 6x - 3$ |