

Caractériser alignement et parallélisme

Propriété : Trois points A , B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires.

E1 Pour chaque égalité, justifiez que les points sont alignés en transformant l'égalité sous la forme $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ (indiquez la valeur de k).

- a. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. b. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AC}$.
 c. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CA}$. d. $2\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.
 e. $-3\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CA}$. f. $\frac{2}{7}\overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Méthode : Pour déterminer si trois points A , B , C sont alignés, il suffit :

1. de calculer les coordonnées des vecteurs

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix};$$

2. de calculer le déterminant suivant :

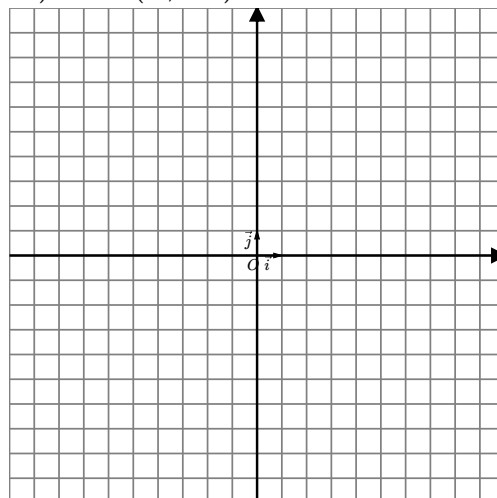
$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} x_{\overrightarrow{AB}} & x_{\overrightarrow{AC}} \\ y_{\overrightarrow{AB}} & y_{\overrightarrow{AC}} \end{vmatrix} = x_{\overrightarrow{AB}} \times y_{\overrightarrow{AC}} - y_{\overrightarrow{AB}} \times x_{\overrightarrow{AC}};$$

3. les points A , B et C sont alors alignés si et seulement si $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$.

E2 Pour chaque cas, déterminez si les points A , B et C sont alignés.

- a. $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 3 & \text{num}3.5 \end{vmatrix}$.
 b. $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 18 & 22 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$.
 c. $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} \sqrt{15} & 10 \\ \sqrt{3} & 2\sqrt{5} \end{vmatrix}$.

E3 On considère les points suivants dans un repère orthonormé : $A(-9; -1)$, $B(-3; 1)$, $C(6; 4)$, $D(-2; 5)$, $E(7; -1)$, $F(10; -3)$, $G(-6; -7)$ et $H(2; -1)$.



Pour chaque cas déterminez si les points sont alignés ou non en calculant le déterminant.

- a. A , B et C . b. G , B et D .
 c. D , E et F . d. C , H et G .

Méthode : Pour déterminer si deux droites (AB) et (CD) sont parallèles, il suffit :

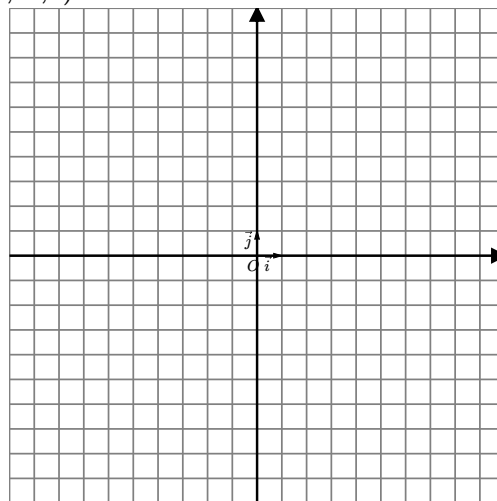
1. de calculer les coordonnées des vecteurs directeurs

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix};$$

2. les droites (AB) et (CD) sont alors parallèles si et seulement si

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 0.$$

E4 On considère les points suivants dans un repère orthonormé : $A(-6; -2)$, $B(-2; 2)$, $C(2; -4)$, $D(8; 2)$, $E(4; 1)$, $F(6; -2)$, $G(1; -1)$ et $H(2; 1,5)$.



Pour chaque cas dire si les droites sont parallèles ou non en calculant le déterminant.

- a. (AB) et (CD) . b. (BC) et (EF) .
 c. (BG) et (EF) . d. (GH) et (CE) .

$B(2; 4)$ dans un repère orthonormé. Dans chaque cas, déterminez si le point D_i appartient à la droite (AB) .

a. $D_1(9; 8,2)$.

b. $D_2(\frac{5\sqrt{3}}{3} - 3; 1 + \sqrt{3})$.

c. $D_3(1; 5)$.

$B(3; 2)$ et $C(5; -4)$.

a. M est le point tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$. Calculez ses coordonnées.

b. N est le point tel que $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CA}$. Calculez ses coordonnées.

c. Démontrez que les droites (MN) et (BC) sont parallèles en calculant le déterminant de deux vecteurs.

d. Calculez $\frac{MN}{BC}$ en calculant les distances MN et BC .

e. Quelles remarques peut-on faire sur ces résultats ?