E1 À l'entrée d'un concert, les billets de 20€ sont vendus en lançant un dé équilibré à six faces.

- Si la face est 6, le billet est gratuit.
- Si la face est 5, le billet ets demi-tarif.
- Sinon le billet est vendu au tarif normal.

Que peut-on en déduire concernant la recette de ce concert sachant que 3000 billets sont vendus ?

E2 Quelle est l'espérance de la variable aléatoire X qui associe le résultat d'un lancer de dé équilibré à six faces ?

E3 On lance deux pièces de monnaie équilibrées. On note X la variable aléatoire qui associe le gain obtenu : si on obtient deux piles, alors on gagne 1€, sinon on perd 1€.

a. Dressez un tableau de la loi de probabilité de X.

b. Calculez $P(X = 1)$.

c. Calculez l'espérance mathématique de X.

d. Complétez le script suivant en langage Python qui simule cette expérience et renvoie le gain moyen obtenu sur un grand nombre de lancers :

```
from random import randint
def simulation(nb_lancers):
    gain = 0
    for i in range(nb_lancers):
        piece1 = randint(0, 1)
        piece2 = ...
        if piece1 == 0 and piece2 == 0:
            gain = gain + ...
        else:
            gain = ...
    return gain/...
```

Définitions : Soit X une variable aléatoire discrète définie sur un univers Ω et à valeurs dans $\mathbb{R}$. La **variance** de X est le nombre réel positif ou nul défini par :

$$V(X) = E\left((X - E(X))^2\right)$$

où $E(X)$ est l'espérance mathématique de X.
La variance est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.
Elle mesure la dispersion des valeurs de X autour de sa moyenne.
La **racine carrée de la variance** est l'**écart-type** de X et se note $\sigma(X)$.

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

L'écart-type est une mesure de la dispersion des valeurs de X autour de sa moyenne.

E4 Soit X une variable aléatoire suivant la loi de probabilité suivante :

x_i	-2	1	5
$P(X = x_i)$	$0{,}3$	$0{,}2$	$0{,}5$

a. Calculez l'espérance mathématique de X.

b. Complétez l'entête des lignes du tableau suivant :

x_i	-2	1	5
$P(X = x_i)$	$0{,}3$	$0{,}2$	$0{,}5$
	$-4{,}1$	$-1{,}1$	$2{,}9$
	$16{,}81$	$1{,}21$	$8{,}41$
	$5{,}043$	$0{,}242$	$4{,}205$

c. En déduire la variance de X.

d. L'écart-type vaut environ $3{,}08$, comment a-t-il été obtenu ?

E5 On considère la variable aléatoire X suivant la loi de probabilité suivante :

x_i	-2	0	3
$P(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}6$	$0{,}3$

L'écart-type de X est environ $1{,}62$.

a. Écrire en une seule ligne le calcul de l'espérance de X.

b. Écrire en une seule ligne le calcul de la variance de X sachant que $E(X) = 0{,}7$.

c. Écrire en une seule ligne le calcul de l'écart-type de X sachant que $V(X) = 2{,}61$.

E6

a. Si X est une variable aléatoire et que son écart-type est nul, que peut-on dire de X ?

b. Si X est une variable aléatoire et que $\sigma(X) = 0{,}7$, que vaut la variance de X ?

E7 On considère une variable aléatoire X dont l'espérance est $2{,}5$ et l'écart-type est $1{,}5$.

x_i	x_1	x_2	x_3
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3

a. Si on note $Y = 2X - 3$, calculez $E(Y)$

b. Si on note $Z = 3X + 1$, calculez $V(Z)$.

E8 On souhaite écrire un programme en langage Python qui calcule l'espérance et la variance d'une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée par deux listes X (les valeurs de X) et P (les probabilités associées).

```
def esperance_variance(X, P):
    E = 0
    V = 0
    for i in range(len(X)):
        E = E + ...
        V = V + ...
    return E, V
```