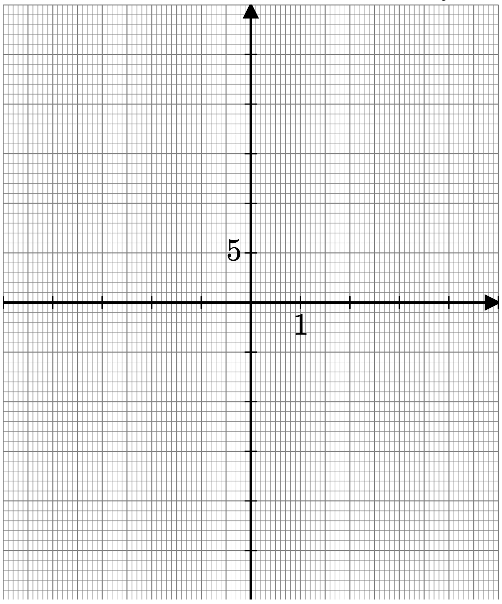
E1 Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x - 4e^x$. On se propose d'étudier cette fonction.

a. Étudiez le signe de $f(x)$.

b. Calculez $f'(x)$.

c. Dressez le tableau de variation de f.



d. Tracez la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

e. Tracez la courbe représentative de f à main levée.

E2 Étudiez la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x - e$.

a. On se propose de montrer que $f(x)$ change de signe en 1. Justifiez que si $x > 1$, alors $e^x > e$ et en déduire $xe^x > e$. Conclure.

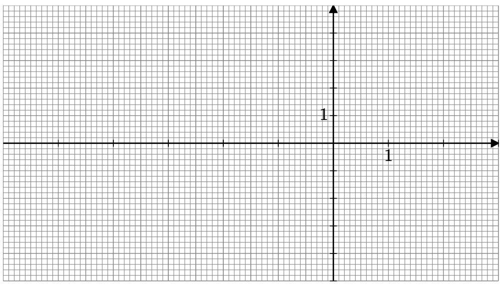
b. Calculez $f'(x)$.

c. Dressez le tableau de variation de f.

d. Montrez que si $x < 0$ alors $f(x) < -e$. Tracez la droite d'équation $x = -e$

e. Tracez la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

f. Tracez la courbe représentative de f à main levée.



Propriétés : $x \longmapsto \exp(-x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est $-\exp(-x)$.

$$(\exp(-x))' = -\exp(-x)$$

E3 Calculez les dérivées de f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ et $g(x) = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

E4 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x^2}{e^{x-2}}$$

a. Déterminez le signe de $f(x)$.

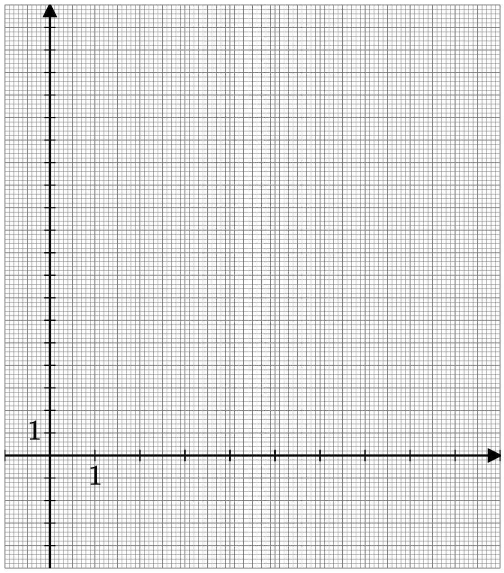
b. Calculez $f'(x)$.

c. Dressez le tableau de variation de f.

d. Déterminez les extremums locaux de f.

e. Déterminez une équation réduite de la tangente en 5 à la courbe représentative de f. (on prendra $e^3 \approx 20$).

f. Tracez la courbe représentative de f à main levée.



E5 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$.

a. Étudiez le signe de $f(x)$.

b. Montrez que $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$.

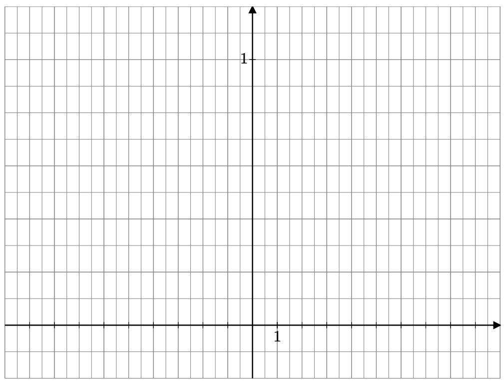
c. En déduire que $f(x) < 1$.

d. Calculez $f'(x)$.

e. Dressez le tableau de variation de f.

f. Tracez la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

g. Tracez la courbe représentative de f à main levée.



Propriétés : Soient a et b deux réels. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{ax+b}$. Alors f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = ae^{ax+b}$.

E6 Étudiez la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{-2x+1}$.