

Rappel

Fonction	$f(x)$	Dérivable sur ...	$f'(x)$
constante			
identité			
affine			
carrée			
cube			
inverse			
racine carrée			

Rappels : Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I .

Alors :

$$(uv)' = \underline{\hspace{2cm}} \quad \left(\frac{1}{u}\right)' = \underline{\hspace{2cm}}$$

Propriété : Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I tel que v ne s'annule pas sur I . Alors $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et on a :

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

E2 Considérons la fonction f définie sur $] -3; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x + 3}$.

1. Posons $u(x) = x^2 - 3x + 1$ et $v(x) = x + 3$.

Calculez $u'(x)$ et $v'(x)$.

2. En déduire $f'(x)$.

E3 Calculez la dérivée de chaque fonction suivante :

$$f(x) = \frac{2x^3 - 7x}{x^2 + 1} \text{ sur } \mathbb{R} \quad g(x) = \frac{6x + 2}{\sqrt{x}} \text{ sur }]0; +\infty[$$

E4 Soit f la fonction définie sur $] \frac{2}{3}; +\infty[$ par $f(x) = \frac{(3x-5)(x-2)}{2-3x}$.

a. Notons $u_1(x) = 3x - 5$, $u_2(x) = x - 2$, $u(x) = (3x - 5)(x - 2)$ et $v(x) = 2 - 3x$.

Calculez $u'_1(x)$, $u'_2(x)$, $u'(x)$ et $v'(x)$.

b. En déduire $f'(x)$.

c. Montrez que $f(x) = -x + 3 + \frac{4}{2-3x}$.

d. En déduire une autre manière de calculer $f'(x)$.

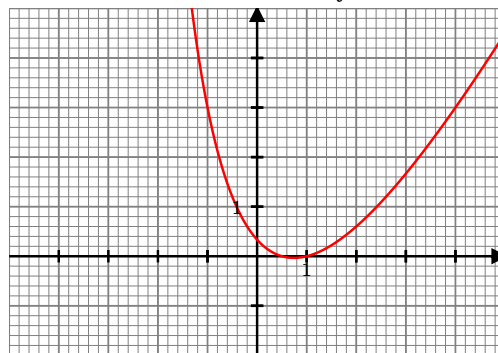
Rappel : Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I . L'équation de sa tangente au point d'abscisse a est donnée par :

E5 Pour chaque fonction suivante, déterminez l'équation de la tangente au point d'abscisse -1 :

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x + 3}$$

$$g(x) = \frac{6x + 2}{x^3 - 8}$$

Tracez la tangente en -1 à la courbe représentative de la fonction f ci-dessous.



Rappel : Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ une fonction polynômiale du second degré. Si elle possède deux racines réelles x_1 et x_2 , alors :

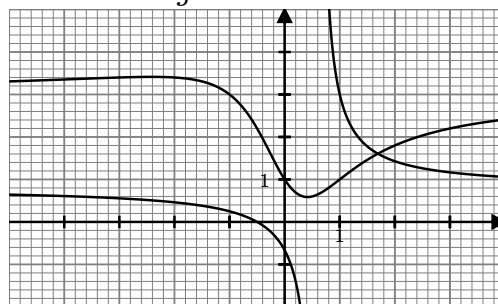
$$\Delta = \underline{\hspace{2cm}} \quad x_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

E6 Pour chaque fonction suivante, déterminez sa variation sur son ensemble de définition.

$$f(x) = \frac{4x + 2}{5x - 3}$$

$$g(x) = \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$$

Repassse en bleu la courbe de fonction f et en rouge la courbe de g .



Propriété : Si g est une fonction dérivable sur un intervalle I et si J est un intervalle tel que pour tout réel x de J , $ax + b$ appartient à I , alors la fonction f définie sur J par $f(x) = g(ax + b)$ est dérivable sur J . De plus, pour tout x de J , $f'(x) = a \times g'(ax + b)$.

E7 Pour chaque fonction suivante, déterminez sa dérivée :

$$f(x) = \sqrt{3x + 1} \text{ pour } x > -\frac{1}{3}.$$

$$g(x) = (2x - 5)^3 \text{ pour tout réel } x.$$

Propriété : Soit n un entier relatif non nul. La fonction f définie par $f(x) = x^n$ est dérivable et pour tout réel x , $f'(x) = nx^{n-1}$.

- Si $n > 0$ alors f est définie et dérivable sur \mathbb{R} .
- Si $n < 0$ alors f est définie et dérivable sur $] -\infty; 0[$ et sur $] 0; +\infty[$.

E8 Pour chaque fonction suivante, déterminez sa dérivée :

$f(x) = x^4$ pour tout réel x . $g(x) = \frac{1}{x^2}$ pour $x \neq 0$.