Propriété 1. L'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

E1 Dans chaque cas, déterminez l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a.

a. $f(2) = 1$ et $f'(2) = 3$ pour $a = 2$.
b. $f(-3) = 2$ et $f'(-3) = 4$ pour $a = -3$.
c. $f(6) = 5$ et $f'(6) = -1$ pour $a = 6$.
d. $f(\frac{1}{2}) = 3$ et $f'(\frac{1}{2}) = 2$ pour $a = \frac{1}{2}$.

Fonction dérivée

Définition 1. Dire que f est dérivable sur I signifie que $f'(x)$ existe pour tout x de I. La fonction qui à x associe $f'(x)$ est appelée *fonction dérivée* de f et est notée f'.

E2 Soit f la fonction qui à x associe $x^2 + 3x - 7$. On admettra que $f'(x) = 2x + 3$. Déterminez l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse :

a. 2 **b.** -1 **c.** 3 **d.** -4

Propriété 2. Les fonctions suivantes sont dérivables sur $\mathbb{R}$.

$f(x)$	$f'(x)$
k	0
x	1

$f(x)$	$f'(x)$
mx	m
$mx+p$	m

$f(x)$	$f'(x)$
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

E3 Calculez les nombres dérivés des fonctions suivantes en 3 et en -2.

$f_1(x) = 3$ $f_2(x) = 2x + 1$ $f_3(x) = x^2$ $f_4(x) = x^3$

E4 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2$. Déterminez l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a.

$a = 5$ $a = -2$ $a = 3$ $a = -4$

E5 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^3$. Déterminez l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a.

$a = 5$ $a = -2$ $a = 3$ $a = -4$

E6 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2$. Dans un repère d'unités graphiques 1 pour $1\,\text{cm}$ sur l'axe des abscisses et 2 pour $1\,\text{cm}$ sur l'axe des ordonnées, tracez la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse :

$a = -3$ $a = -1$ $a = 2$ $a = 4$

E7 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^3$. Dans un repère d'unités graphiques 1 pour $1\,\text{cm}$ sur l'axe des abscisses et 10 pour $1\,\text{cm}$ sur l'axe des ordonnées, tracez la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse :

$a = -3$ $a = -1$ $a = 2$ $a = 4$

Fonctions dérivées et opérations

Propriété 3. Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et k un réel, alors :

$$(ku)' = k \times u'$$

E8 Calculez les fonctions dérivées.

$f_1(x) = 3x^2$ $f_2(x) = 2x^3$ $f_3(x) = -5x^2$ $f_4(x) = -4x^3$
$f_5(x) = 7x^2$ $f_6(x) = -5x^3$

E9 Calculez les fonctions dérivées.

$f_1(x) = \frac{1}{4}x^2$ $f_2(x) = -\frac{2}{3}x^3$ $f_3(x) = \frac{5x^2}{6}$ $f_4(x) = -\frac{4x^3}{6}$

Propriété 4. Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I et k une constante, alors :

$$(u+v)' = u' + v' \quad \text{et} \quad (u-v)' = u' - v'$$

E10 Calculez les fonctions dérivées.

$f_1(x) = 4x^2 + 2x$ $f_2(x) = 9x^2 - 5$ $f_3(x) = 7x^3 + 3x^2$
$f_4(x) = -6x^3 + 2x$ $f_5(x) = -3x^2 + 2x$

E11 Calculez les fonctions dérivées.

$f_1(x) = x^3 - 2x + 7$ $f_2(x) = -3x^3 + 4x^2 - 5$
$f_3(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$ $f_4(x) = -5x^3 + 3x - 4$
$f_5(x) = 7x^3 - 2x^2 + 5$ $f_6(x) = -4x^3 + 4x^2 - 9x$

Application de la dérivation

Propriété 5. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. Si sur I, f est :

- croissante, alors f' est positive sur I ;
- décroissante, alors f' est négative sur I.

E12 Dans chaque cas, recopiez et complétez le signe de la fonction dérivée f' de la fonction f ; puis écrire les valeurs connues de f.

a.

x	-4		-1		2		$4{,}5$
$f'(x)$							
f	-5	$\searrow$	-15	$\nearrow$	12	$\searrow$	7

b.

x	-4		-2		1		$4{,}5$
$f'(x)$							
f	-12	$\nearrow$	-5	$\searrow$	-7	$\nearrow$	2

c.

x	-4		-1		2		$4{,}5$
$f'(x)$			0				
f	10	$\searrow$	2	$\searrow$	-7	$\nearrow$	15