

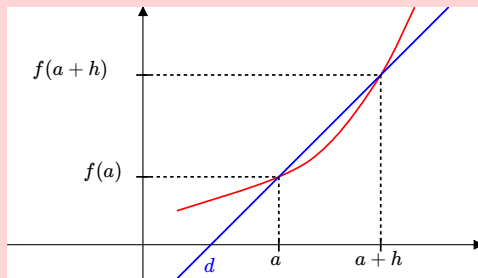
Dans cette leçon f est une fonction définie sur un intervalle I ; a est un réel de I et h est un réel non nul tel que $a+h$ soit dans I .

Taux de variation

Définition 1. Le *taux de variation* (ou *taux d'accroissement*) de la fonction f entre a et $a+h$ est le nombre :

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

C'est aussi la pente de la sécante à la courbe représentative de f passant par les points d'abscisses a et $a+h$.



E1

a. Montrez que le taux de variation de la fonction carré $f: x \mapsto x^2$ entre a et $a+h$ est $2a+h$.

b. Calculez la pente de la sécante à la courbe représentative de f passant par les points d'abscisses 2 et 2,1.

E2

Montrez que le taux de variation d'une fonction affine entre deux réels a et $a+h$ est la pente de la droite représentative de cette fonction.

E3

a. Montrez que le taux de variation de la fonction inverse $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ entre a et $a+h$ est $-\frac{1}{a(a+h)}$.

b. Montrez que la pente de la sécante à la courbe représentative de f passant par les points d'abscisses 2 et 2,1 est $-\frac{5}{21}$.

E4

a. Montrez que le taux de variation de la fonction racine carrée $f: x \mapsto \sqrt{x}$ entre a et $a+h$ est $\frac{1}{\sqrt{a+h} + \sqrt{a}}$.

b. Montrez que la pente de la sécante à la courbe représentative de f passant par les points d'abscisses 4 et 9 est 0,2.

E5

a. Montrez que le taux de variation de la fonction cube $f: x \mapsto x^3$ entre a et $a+h$ est $3a^2 + 3ah + h^2$.

Indication : $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2$.

b. Montrez que la pente de la sécante à la courbe représentative de f passant par les points d'abscisses 2 et 2,1 est 12,61.

Nombre dérivé

Définition 2. On appelle *nombre dérivé* de f en a et on note $f'(a)$ le nombre :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$\lim_{h \rightarrow 0}$ signifie que l'on fait tendre h vers 0.

E6

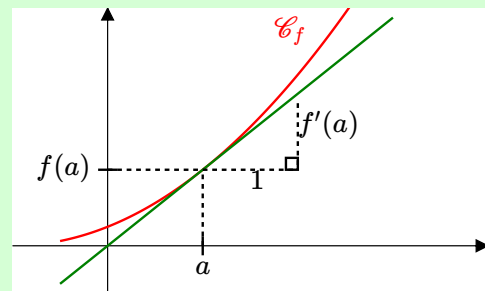
a. f est la fonction carré. Vérifiez que $f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} (6+h)$. En déduire $f'(3)$.

b. f est la fonction cube. Vérifiez que $f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} (12 + 6h + h^2)$. En déduire $f'(2)$.

c. f est la fonction racine carrée. Vérifiez que $f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sqrt{5+h} + \sqrt{5}} \right)$. En déduire $f'(5)$.

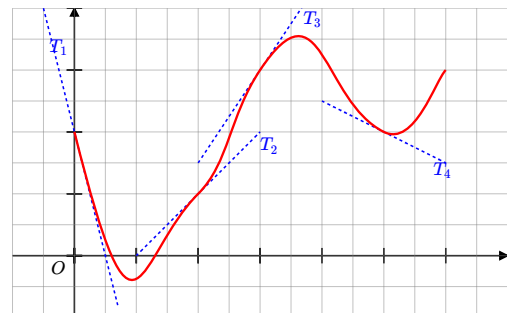
d. f est la fonction inverse. Vérifiez que $f'(6) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{6(6+h)} \right)$. En déduire $f'(6)$.

Propriété 1. $f'(a)$ est aussi la pente de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a .



E7

On a tracé la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0;6]$ et ses tangentes T_1 , T_2 , T_3 et T_4 aux points d'abscisses 0, 2, 3 et 5.



Déterminez graphiquement $f(0)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(5)$, $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(3)$ et $f'(5)$.

E8

f est une fonction définie sur \mathbb{R} telle que $f(0) = 1$, $f(2) = -2$, $f(4) = -3$, $f(6) = -2$, $f'(0) = -2$, $f'(2) = -1$, $f'(4) = 0$ et $f'(6) = 1$.

Placez les points d'abscisses 0, 2, 4 et 6 de la courbe représentative de f et ses tangentes aux mêmes points.