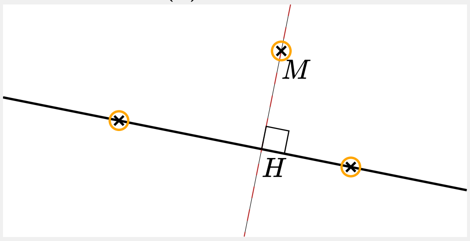
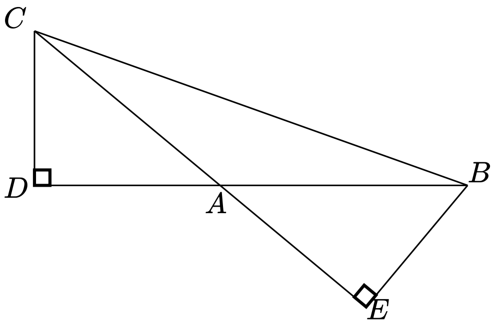
E1

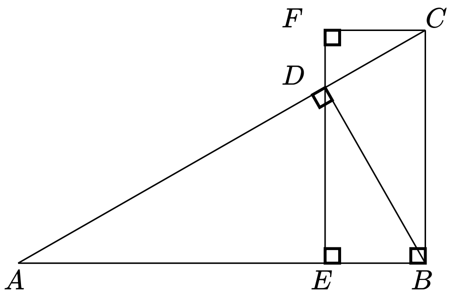
Définition : Le projeté orthogonal d'un point M sur une droite (d) est le point d'intersection H de la droite (d) et de la perpendiculaire à (d) passant par M.





a. Indiquez le projeté orthogonal de B sur (CD).
b. Indiquez le projeté orthogonal de C sur (AB).
c. Indiquez le projeté orthogonal de B sur (AC).
d. E est le projeté orthogonal de trois points. Lesquels et sur quelles droites ?

E2



Les points qui semblent alignés le sont. Citez tous les projetés orthogonaux que l'on peut déterminer sur cette figure.

E3

a. Placez dans un repère orthonormé les points $A(-3\,;\,2)$, $B(6\,;\,-1)$ et $C(-1\,;\,-2)$.
b. Déterminez par lecture graphique les coordonnées du point D projeté orthogonal du point C sur (AB).
c. Déterminez par lecture graphique les coordonnées du point E projeté orthogonal du point B sur (AC).
d. Les hauteurs du triangle ABC sont concourantes en un point H. Déterminez par lecture graphique les coordonnées de ce point.
e. Placez le point F projeté orthogonal du point A sur (BC).

Propriété : La distance d'un point à une droite est la longueur du segment joignant le point à son projeté orthogonal sur cette droite.

f. Montrez que la distance de C à (AB) est $\sqrt{10}$.
g. Montrez que la distance de B à (AC) est $3\sqrt{5}$.
h. Montrez que ABE est rectangle isocèle en E.
i. Notons G le projeté orthogonal du point E sur (AB).
Démontrez que G est le milieu de $[AB]$.
j. Montrez que la distance de E à (AB) est $\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

E4 Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 3\,\text{cm}$ et $AC = 4\,\text{cm}$.
a. Quel est le projeté orthogonal de B sur (AC) ?
b. Quel est le projeté orthogonal de C sur (AB) ?
c. Placez le projeté orthogonal H de A sur (BC).
d. Montrez que l'aire du triangle ABC est $6\,\text{cm}^2$.
e. Justifiez que $\dfrac{5AH}{2} = 6$.
f. En déduire la longueur AH.
g. Calculez la distance de B à (AH).
h. Montrez que $BH^2 = 3^2 - \left(\dfrac{12}{5}\right)^2$.
i. En déduire à l'aide d'une identité remarquable que $BH = \dfrac{9}{5}$.
j. En déduire la distance de C à (AH).

E5 Soient $[Ox)$ et $[Oy)$ deux demi-droites d'origine un point O du plan et soit A un point distinct de O et équidistant de ces deux demi-droites.

Démontrer que (OA) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

E6 Pour cet exercice on admettra que
$sin(30^\circ) = cos(60^\circ) = \dfrac{1}{2}$ et $sin(60^\circ) = cos(30^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
ABC est un triangle tel que $AB = 8\,\text{cm}$, $AC = 11\,\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Le point H est le projeté orthogonal de B sur (AC).

1. Calculer BH.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.
3. Calculer la distance du point C à la droite (AB).
4. Calculer la distance arrondie au millimètre près, du point C à la droite (BH).