

Propriétés algébriques de l'exponentielle

Propriétés : Soit a, b des nombres réels et n un entier. On a :

$$\begin{aligned} e^0 &= 1 & e^1 &= e & e^{-a} &= \frac{1}{e^a} \\ e^{a+b} &= e^a \times e^b & e^{a-b} &= \frac{e^a}{e^b} & e^{an} &= (e^a)^n \end{aligned}$$

E1 Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de e :

$$\begin{aligned} e \times e^2 & & e^{-1} \times e & & \frac{1}{e} & & \frac{1}{e^{-1}} \\ e^4 \times e & & e^3 \times e^{-1} & & \left(\frac{1}{e^2}\right)^3 & & (e^{-3})^2 \\ \frac{e}{e^{-1}} & & \frac{e^{-2}}{e} & & \frac{e^3 \times e^{-2}}{e^{-1} \times e} & & (e^{-5})^{-1} \end{aligned}$$

E2 Simplifiez les expressions suivantes :

$$\frac{e^{-1} \times (e^{0,2})^{-2}}{e \times e^{-1,4}} \quad \left(\frac{(e^{\frac{4}{3}})^3 \times e^{-\frac{2}{3}}}{e^{\frac{5}{6}}} \right)^2$$

E3 Simplifiez les expressions suivantes sous la forme e^A :

$$\begin{aligned} (e^x)^2 & & e^{4x} \times e^{-7} & & \frac{e^{12x}}{e^{6x}} \\ \frac{e^{2x}}{e^{-3x}} & & e^{-x} \times e^{2x} \times e^x & & \left(\frac{e^x}{e^{-2x}}\right)^3 \\ \left(\frac{e^{4x}}{e^x}\right)^{-1} & & e^{3x+3} \times e^{2x-1} & & \frac{e^{2x} \times e^{-x}}{e^{x+1}} \\ \frac{e^{-x} \times e^{-(x+3)}}{e^{-2x-1}} & & \left(\frac{e^{2x-3}}{e^{7x+5}}\right)^{-2} & & \frac{e^{(x-3)^2}}{(e^{x+2})^2} \end{aligned}$$

E4 Développez puis simplifiez les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} e^x (e^x + e^{-x}) & & (e^x + e^{-x})^2 \\ (e^{2x} - e^{3x})^2 & & (e^{-5x} + e^{2x})(e^{-5x} - e^{2x}) \end{aligned}$$

Signe d'expressions avec des exponentielles

E5 Déterminez le signe des expressions suivantes :

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 4e^x - xe^x & f_2(x) &= x^2e^{-x} + 5xe^{-x} \\ f_3(x) &= x^2e^x - 9e^x & f_4(x) &= xe^x - e^{x+1} \end{aligned}$$

Équations avec l'exponentielle

Propriété : Pour tout réel a et b , $e^a = e^b$ si et seulement si $a = b$.

E6 Résolvez les équations et inéquations suivantes :

$$e^x = e^{2x+1} \quad e^x e = e^{3x+2} \quad e^{x^2-2x} = \frac{1}{e} \quad 5e^{7x+21} - 1 = 4$$

Inéquations avec l'exponentielle

Propriété : Pour tout réel a et b , $e^a < e^b$ si et seulement si $a < b$.

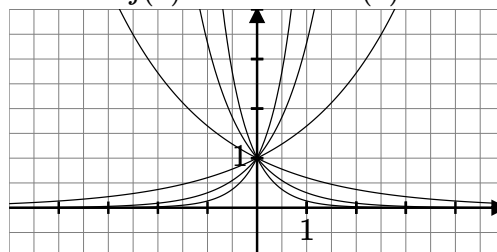
E7 Résolvez les inéquations suivantes :

$$e^{2x+1} < e^{8x-1} \quad e^{7x-3} < e^{4x^2} \quad 2e^{12x-36} + 3 \leq 5$$

Courbes représentatives

E8 On considère les fonctions suivantes définies sur \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{0,5x} & g(x) &= e^{1,2x} & h(x) &= e^{2x} \\ i(x) &= e^{-0,5x} & j(x) &= e^{-1,2x} & k(x) &= e^{-2x} \end{aligned}$$



- Comparer les fonctions f , g et h .
- Comparer les fonctions i , j et k .
- En déduire à quelles fonctions correspondent les courbes en les repassant d'une couleur différente.