E1

Rappel

Fonction	$f(x)$	Dérivable sur ...	$f'(x)$
constante			
identité			
affine			
carrée			
cube			
inverse			
racine carrée			

Rappels : Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I. Alors :

$(uv)' =$ ______ $\left(\frac{1}{u}\right)' =$ ______

Propriété : Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I tel que v ne s'annulle pas sur I. Alors $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et on a :

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

E2 Considérons la fonction f définie sur $]-3\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x+3}$.

1. Posons $u(x) = x^2 - 3x + 1$ et $v(x) = x + 3$. Calculez $u'(x)$ et $v'(x)$.
2. En déduire $f'(x)$.

E3 Calculez la dérivée de chaque fonction suivante :

$f(x) = \frac{2x^3-7x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$ $g(x) = \frac{6x+2}{\sqrt{x}}$ sur $]0;+\infty[$

E4 Soit f la fonction définie sur $]\frac{2}{3};+\infty[$ par $f(x) = \frac{(3x-5)(x-2)}{2-3x}$.

a. Notons $u_1(x) = 3x - 5$, $u_2(x) = x - 2$, $u(x) = (3x-5)(x-2)$ et $v(x) = 2 - 3x$. Calculez $u_1'(x)$, $u_2'(x)$, $u'(x)$ et $v'(x)$.

b. En déduire $f'(x)$.

c. Montrez que $f(x) = -x + 3 + \frac{4}{2-3x}$.

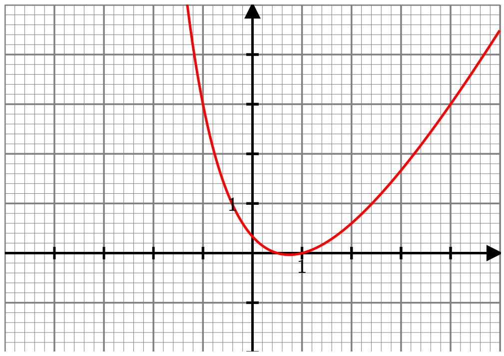
d. En déduire une autre manière de calculer $f'(x)$.

Rappel : Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I. L'équation de sa tangente au point d'abscisse a est donnée par :

E5 Pour chaque fonction suivante, déterminez l'équation de la tangente au point d'abscisse -1 :

$f(x) = \frac{2x^2-3x+1}{x+3}$ $g(x) = \frac{6x+2}{x^3-8}$

Tracez la tangente en -1 à la courbe représentative de la fonction f ci-dessous.



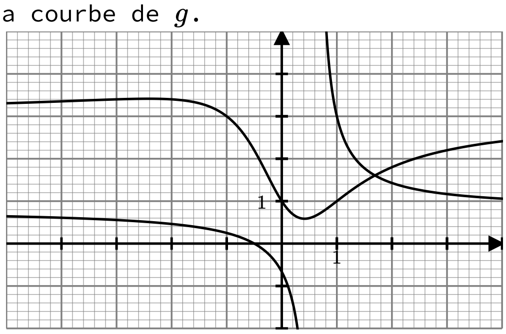
Rappel : Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ une fonction polynômiale du second degré. Si elles possède deux racines réelles x_1 et x_2, alors :

$\Delta =$ ______ $x_1 =$ ______ $x_2 =$ ______

E6 Pour chaque fonction suivante, déterminez sa variation sur son ensemble de définition.

$f(x) = \frac{4x+2}{5x-3}$ $g(x) = \frac{3x^2-2x+1}{x^2+1}$

Repasse en bleu la courbe de fonction f et en rouge la courbe de g.



Propriété : Si g est une fonction dérivable sur un intervalle I et si J est un intervalle tel que pour tout réel x de J, $ax + b$ appartient à I, alors la fonction f définie sur J par $f(x) = g(ax+b)$ est dérivable sur J. De plus, pour tout x de J, $f'(x) = a \times g'(ax+b)$.

E7 Pour chaque fonction suivante, déterminez sa dérivée :

$f(x) = \sqrt{3x+1}$ pour $x > -\frac{1}{3}$. $g(x) = (2x-5)^3$ pour tout réel x.

Propriété : Soit n un entier relatif non nul. La fonction f définie par $f(x) = x^n$ est dérivable et pour tout réel x, $f'(x) = nx^{n-1}$.

- Si $n > 0$ alors f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
- Si $n < 0$ alors f est définie et dérivable sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$.

E8 Pour chaque fonction suivante, déterminez sa dérivée :

$f(x) = x^4$ pour tout réel x.

$g(x) = \frac{1}{x^2}$ pour $x \neq 0$.