El On se propose de démontrer que dans un triangle rectangle, la médiane isse de l'angle droit est de longueur égale à la moitié de l'hypoténuse. Considérons un triangle ABCrectangle en C et soit O le milieu de [AB].

**a.** Montrez que  $\overrightarrow{CO}=\frac{\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}}{\overset{2}{A}B}.$  **b.** En déduire que  $CO=\frac{\overset{2}{A}B}{2}.$ 

Soit ABC un triangle tel que AB=5, AC=8 et BC=6.

**a.** Calculez  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ .

**b.** Soit I le milieu de  $\left[BC\right]$ . Montrez que  $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

 ${\tt c.}$  En déduire AI.

**d.** Soit J le milieu de [AC]. Calculez de même

**e.** Soit K le milieu de [AB]. Calculez de même

Dans chacun des cas suivants, calculez  $\overline{AB}\cdot \overline{AC}$ .

a. AB=4, AC=5,  $\widehat{BAC}=30^{\circ}$ 

b. AB = 4, AC = 6,  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ c. AB = 6, AC = 7,  $\widehat{BAC} = \frac{3\pi}{4}$ d. AB = 9, AC = 12,  $\widehat{BAC} = \frac{143\pi}{3}$ 

E4 Dans chacun des cas suivants, déterminez une mesure de l'angle  $\overline{BAC}$  comprise entre 0 et

a. AB=3, AC=2,  $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3\sqrt{2}$ 

b. AB=3, AC=5,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}=-7.5$ 

c. AB=3, AC=9,  $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-\frac{27\sqrt{3}}{2}$ 

lacksquare Soit ABC un trangle équilatéral tel que AB=5. Calculez  $AB \cdot AC$ .

lacksquare Soit ABC un trangle isocèle en A tel que AB=5 et  $\widehat{BAC}=120^\circ$ .

**a.** Calculez  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

**b.** Calculez  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  en utilisant  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$ .

**c.** Montrez que  $BC=5\sqrt{3}$ .

lacksquare Soit ABCD un carré de côté  $4\,\mathrm{cm}$  et de centre O. Soit I le milieu de [AB].

**a.** Calculez  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  de deux façons.

**b.** Calculez  $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OC}$ .

Soit ABCD un losange de côté  $6\,\mathrm{cm}$  et de centre O tel que  $\widehat{ABC}=30^\circ$ .

**a.** Calculez  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

**b.** Calculez  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ .

c. Montrez que  $AC=6\sqrt{2-\sqrt{3}}$ .

**d.** En déduire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18(2 - \sqrt{3})$ .

**e.** Déterminez une mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  en

f. Montrez que  $cos\left(rac{5\pi}{12}
ight)=rac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$  .

Soit ABC un triangle tel que AB=4, BC=8 et  $\widehat{ABC}=60\,^\circ$  . Démontrez que ABC est un triangle rectangle.

ElO Soit ABC un triangle tel que AB=7,  $AC=7\sqrt{3}$  et  $\widehat{BAC}=30\,{}^{\circ}$  . Démontrez que ABC est un triangle isocèle.

**E11** Soit ABC un triangle tel que  $AB = \sqrt{2}$ ,  $AC=\sqrt{10}$  et BC=2. Déterminez une mesure de l'angle  $\overline{ABC}$ .

E12 Soit ABC un triangle tel que  $a=BC=\sqrt(3)\,,\,\,\widehat{ABC}=rac{\pi}{6}\,$  et  $\widehat{ACB}=rac{\pi}{4}\,.$ 

**a.** Montrez que  $b^2-c^2=3-3c$ .

**b.** Montrez que  $b^2-c^2=\sqrt{6}b-3$ .

c. En déduire  $b=\frac{6-3c}{\sqrt{6}}$ 

**d.** Remplacez b dans l'équation  $b^2-c^2=3-3c$  et résoudre l'équation obtenue en  $c.\,$ 

**e.** Montrez que  $b=\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ .

**f.** En déduire  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)^2 = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ .