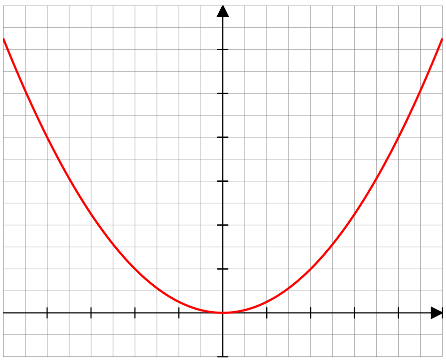
E1 On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x$.

1. Calculer le taux de variation de la fonction f entre 2 et 7.
2. Exprimer le taux de variation de la fonction f entre 2 et $2+h$ en fonction de h.
3. Retrouver le taux de variation de la fonction f entre 2 et 7 à l'aide de la question précédente.
4. Quel est le taux de variation de la fonction f entre 2 et 4 ?
5. Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 2 à l'aide du taux de variation.
6. Donner une interprétation graphique du nombre dérivé obtenu.

E2 On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2}{4}$.

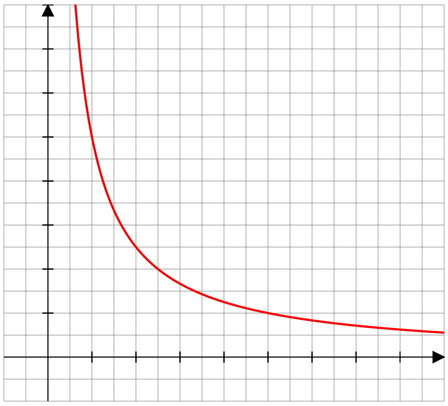
1. Calculer le taux de variation de la fonction f entre 3 et 5.
2. Exprimer le taux de variation de la fonction f entre 3 et $3+h$ en fonction de h.
3. Retrouver le taux de variation de la fonction f entre 3 et 5 à l'aide de la question précédente.
4. Quel est le taux de variation de la fonction f entre 3 et 4 ?
5. Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 3 à l'aide du taux de variation.
6. Donner une interprétation graphique du nombre dérivé obtenu.
7. Tracer sur le graphique suivant la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 3.



8. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 3.
9. Notons g la fonction affine dont la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 3 est la représentation graphique.
   Démontrer que $4(f(x) - g(x)) = x^2 - 6x + 9$.
10. Déduire de la question précédente la position relative de la courbe représentative de la fonction f par rapport à sa tangente au point d'abscisse 3.

E3 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{5}{x}$.

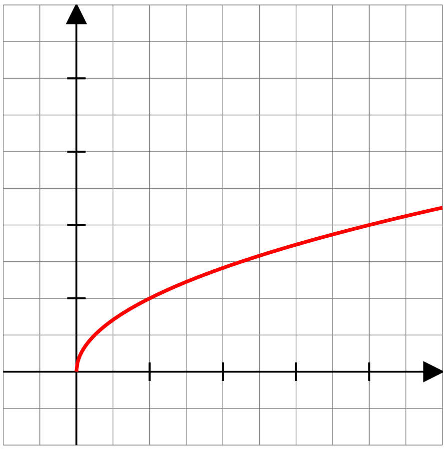
1. Calculer le taux de variation de la fonction f entre 1 et 4.
2. Exprimer le taux de variation de la fonction f entre 1 et $1+h$ en fonction de h.
3. Retrouver le taux de variation de la fonction f entre 1 et 4 à l'aide de la question précédente.
4. Quel est le taux de variation de la fonction f entre 1 et $0{,}5$?
5. Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 1 à l'aide du taux de variation.
6. Donner une interprétation graphique du nombre dérivé obtenu.
7. Tracer sur le graphique suivant la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 1.



8. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 1.
9. Notons g la fonction affine dont la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 1 est la représentation graphique.
   Démontrer que $\dfrac{f(x) - g(x)}{5} = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x}$ pour $x > 0$.
10. Déduire de la question précédente la position relative de la courbe représentative de la fonction f par rapport à sa tangente au point d'abscisse 1.

E4 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

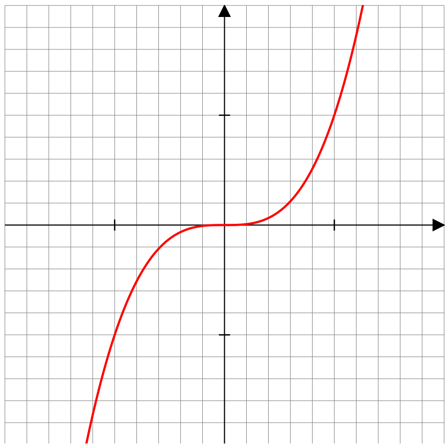
1. Calculer le taux de variation de la fonction f entre 1 et 4.
2. Montrer que le taux de variation de la fonction f entre 1 et $1+h$ en fonction de h est $\dfrac{1}{\sqrt{1+h}+1}$.
3. Retrouver le taux de variation de la fonction f entre 1 et 4 à l'aide de la question précédente.
4. Quel est le taux de variation de la fonction f entre 1 et $1{,}21$?
5. Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 1 à l'aide du taux de variation.
6. Donner une interprétation graphique du nombre dérivé obtenu.
7. Tracer sur le graphique suivant la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 1.



8. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 1.
9. Notons g la fonction affine dont la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 1 est la représentation graphique.
   Démontrer que $-2(f(x)-g(x)) = x - 2\sqrt{x}+1$.
10. Déduire de la question précédente la position relative de la courbe représentative de la fonction f par rapport à sa tangente au point d'abscisse 1.

E5 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^3$.

1. Calculer le taux de variation de la fonction f entre $-\dfrac{3}{2}$ et -1.
2. Montrer que le taux de variation de la fonction f entre -1 et $-1+h$ en fonction de h est h^2-3h+3.
   Indication : On pourra utiliser l'identité remarquable $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$.
3. Retrouver le taux de variation de la fonction f entre -1 et $-\dfrac{3}{2}$ à l'aide de la question précédente.
4. Quel est le taux de variation de la fonction f entre -1 et $-\dfrac{1}{2}$?
5. Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en -1 à l'aide du taux de variation.
6. Donner une interprétation graphique du nombre dérivé obtenu.
7. Tracer sur le graphique suivant la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse -1.



8. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse -1.
9. Notons g la fonction affine dont la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse -1 est la représentation graphique.
   Démontrer que
   $f(x)-g(x) = (x+1)(x^2-x-2)$.
10. En observant que pour $x<0$, $x-2<-2$ et en factorisant x^2-x-2, déduire de la question précédente la position relative de la courbe représentative de la fonction f par rapport à sa tangente au point d'abscisse -1.