

## Equation d'un cercle

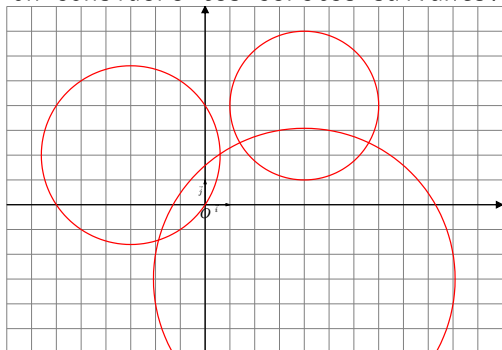
**Propriété :** Soit un cercle de centre  $A$  et de rayon  $r$ . Un point  $M$  appartient à ce cercle si et seulement si  $\overline{AM}^2 = r^2$ . On en déduit que l'équation du cercle de centre  $A(x_A; y_A)$  et de rayon  $r$  est :

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$$

**E1** Soit un cercle de centre  $A(2;3)$  et de rayon 5. On considère le point  $M(x;y)$  appartenant à ce cercle.

- Exprimer  $\overline{AM}$  en fonction de  $x$  et  $y$ .
- En déduire une équation du cercle.
- Le point  $B(5;7)$  appartient-il à ce cercle ? Justifier.
- Quels sont les points du cercle d'abscisse  $-2$  ?

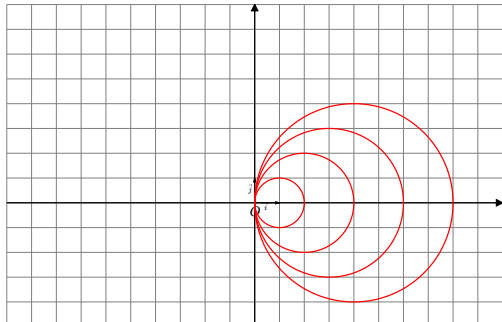
**E2** On considère les cercles suivants.



Le cercle  $\mathcal{C}_1$  passe par le point  $A(1;4)$ , le cercle  $\mathcal{C}_2$  passe par le point  $B(-6;4)$  et le cercle  $\mathcal{C}_3$  passe par le point  $C(-2;-2)$ .

- Déterminez une équation de chaque cercle.
- Le point  $D(2;2)$  appartient-il à un cercle ? Justifiez.
- Le cercle  $\mathcal{C}_2$  coupe l'axe des abscisses en deux points  $E$  et  $F$ . Déterminez les coordonnées de  $E$  et  $F$ .

**E3** On considère les cercles suivants.



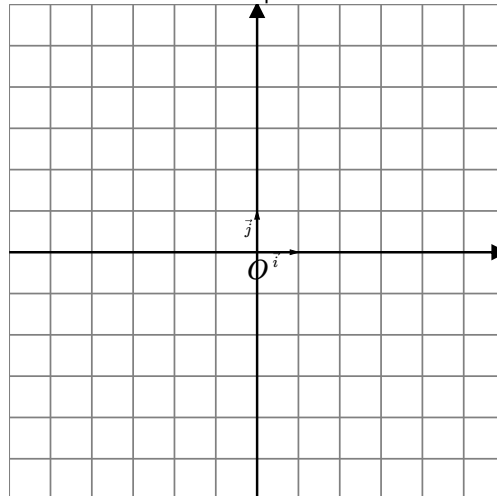
- Déterminez une équation de chaque cercle.
- On effectue une rotation de centre  $O$  et d'angle  $90^\circ$  dans le sens direct. Déterminez les équations des cercles obtenus.
- On effectue une symétrie axiale d'axe  $(Oy)$ . Déterminez les équations des cercles obtenus.
- On effectue une homothétie de centre  $O$  et de rapport 1,5. Déterminez les équations des cercles obtenus.

**Propriété :** Tout cercle admet une équation cartésienne de la forme  $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$ .

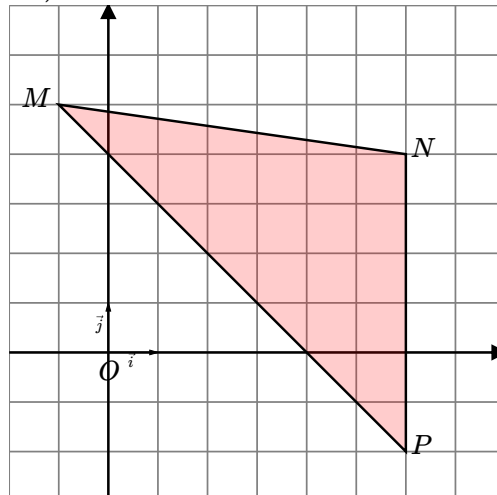
**E4** Pour chaque équation, déterminez si c'est l'équation d'un cercle et si oui, déterminez son centre et son rayon.

- $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$
- $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 34 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$
- $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$

Tracez les cercles correspondants.



**E5** Considérons les points  $M(-1;5)$ ,  $N(6;4)$  et  $P(6;-2)$ .



On se propose de déterminer une équation du cercle circonscrit au triangle  $MNP$ .

- Calculer les coordonnées du milieu de  $[MN]$ .
- Déterminez une équation de la médiatrice de  $[MN]$ .
- Déterminez une équation de la médiatrice de  $[MP]$ .
- En déduire les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle  $MNP$ .
- Calculer le rayon de ce cercle.
- En déduire une équation de ce cercle.

**E6** On considère le cercle de diamètre  $[AB]$  où  $A(1;3)$  et  $B(7;-5)$ .

- Déterminez une équation cartésienne de ce cercle.
- Soit  $M(x;y)$  un point du cercle. Exprimez  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$
- Que peut-on en déduire sur le triangle  $MAB$  ?