

**E1** Pour chacune des suites  $(u_n)$  suivantes, calculez les quatre premiers termes puis conjecturez sur la nature de la suite (arithmétique ou non). Dans le cas d'une suite arithmétique, indiquez le premier terme et la raison.

- $u_0 = 13$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = u_n - 6$ .
- $u_0 = 3$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = u_n + n$ .
- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = -3n + 8$ .
- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^2 - 2n + 1$ .
- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = (n-2)^2 - (n+1)^2$ .
- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \sqrt{9n^2 + 6n + 1}$ .
- $u_0 = -15$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} + u_n = 6$ .
- $u_0 = 5$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 2$ .
- $u_1 = \sqrt{3}$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\frac{u_{n+1} - u_n}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$ .

**E2** Dans chaque cas la suite  $(u_n)$  est arithmétique. Indiquez le premier terme  $u_0$  et la raison de la suite.

- $u_5 = 3$  et  $u_6 = -6$ .
- $u_3 = 5$  et  $u_7 = 17$ .
- $u_6 = 0$  et  $u_{42} = 18$ .
- $u_{14} = \frac{5}{6}$  et  $u_{20} = \frac{4}{3}$ .

**E3** Chaque suite  $u_n$  est arithmétique de raison  $r$ . Calculez les quatre premiers termes, puis déterminez le terme demandé et enfin pour quels entiers  $n$  l'inégalité est vérifiée.

- $u_0 = -15$  et  $r = 2$  ;  $u_{100}$  ;  $u_n \geq 1000$ .
- $u_0 = 3$  et  $r = -5$  ;  $u_{100}$  ;  $u_n < -997$ .
- $u_1 = 6$  et  $r = 0,15$  ;  $u_{100}$  ;  $u_n \geq 51$ .
- $u_0 = 0$  et  $r = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$  ;  $u_{100}$  ;  $u_n \geq 1000\sqrt{3}$ .

**E4**

- Recopiez et complétez l'addition suivante :

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & (n-2) & + & (n-1) & + & n \\ + & n & + & (n-1) & + & (n-2) & + & \dots & + & 3 & + & 2 & + & 1 \\ \hline ? & + & ? & + & ? & + & \dots & + & ? & + & ? & + & ? \end{array}$$

b. Retrouvez la formule du calcul de la somme  $S$  des  $n$  premiers entiers naturels non nuls.

**E5** Pour chacune des questions on utilisera la formule du calcul de la somme des  $n$  premiers entiers naturels non nuls.

- Calculez  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2\,000\,000$ .
- Calculez  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 15$  puis en déduire  $3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 45$ .
- Calculez  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 200$  puis en déduire  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 201$ .
- Calculez  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 40$  puis en déduire  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 81$ .

Indice :  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1 + 2 + 3 + \dots$

**E6**

- Calculez  $1 + 2 + \dots + 50$  puis  $1 + 2 + \dots + 100$  en utilisant la formule du calcul de la somme des  $n$  premiers entiers naturels non nuls.

b. En déduire un calcul de  $51 + 52 + \dots + 100$  de deux manières.

c. Soit  $u_n$  une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme  $u_0 = 51$ . Déterminez le 50ème terme de cette suite. Retrouvez le résultat de la question précédente en utilisant la formule du calcul de la somme des  $n$  premiers termes d'une suite arithmétique.

**E7** On considère la suite arithmétique  $u_n$  de raison 3 et de premier terme  $u_0 = 4$  et la suite  $v_n$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = \frac{u_n - 1}{3}$ .

a. Calculez les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

b. Déterminez le terme général de la suite  $(u_n)$ .

c. Calculez la somme  $S$  des 20 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

d. Calculez les quatre premiers termes de la suite  $(v_n)$ .

e. Montrez que la suite  $(v_n)$  est la suite des entiers naturels non nuls.

f. Calculez la somme des 20 premiers termes de la suite  $(v_n)$ .

g. Reprendre les questions à partir de la question c. mais en considérant la somme  $S'$  des 50 premiers termes.

h. Calculez de deux manières  $u_{20} + u_{21} + \dots + u_{49}$ .

**E8** Les suites ci-dessous sont arithmétiques et définies sur  $\mathbb{N}$ .

Décrire la suite puis indiquez pour chacune d'elles si elle est croissante, décroissante, constante ou si on ne peut rien dire.

- $u_n = 3n - 6$
- $u_n = 5 - 2n$
- $u_n = -3n + 8$

**E9** Résoudre l'équation suivante dans  $\mathbb{N}$  :  $3 + 6 + 9 + \dots + 3(n-1) + 3n = 2583$ .

Indice :  $\sqrt{6889} = 83$ .

**E10** On considère la suite  $u_n$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_0 = 1$  et

$u_{n+1} = \frac{u_n}{3u_n + 1}$ . On admettra que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n > 0$ .

Considérons la suite  $v_n$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = \frac{1}{u_n}$ .

a. Calculez les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

b. Calculez les quatre premiers termes de la suite  $(v_n)$ .

c. Montrez que pour tout entier naturel  $n$ ,  $\frac{1}{u_{n+1}} = 3 + \frac{1}{u_n}$ .

d. En déduire que la suite  $(v_n)$  est arithmétique.

e. Déterminez le terme général de la suite  $(v_n)$ .

f. En déduire le terme général de la suite  $(u_n)$ .