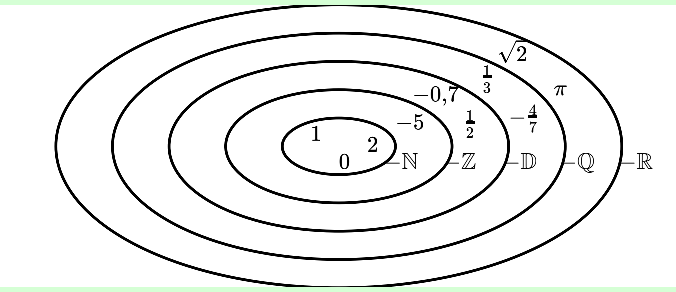
Nombres réels

Définition 1. La *droite numérique* est une droite graduée où chaque point est en correspondance avec un *nombre réel*. L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.

E1 Tracez la droite numérique d'unité graphique $3\,\text{cm}$ et y placer $-\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $-\frac{2}{3}$, $\frac{34}{12}$ et approximativement $\sqrt{2}$ et π.

Propriété 1.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



Définition 2. $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}^*$, $\mathbb{D}^*$, $\mathbb{Q}^*$ et $\mathbb{R}^*$ désignent les ensembles privés de 0.

Intervalles

Définition 3. Un *intervalle* est : ou bien $\mathbb{R}$, ou bien l'ensemble vide noté $\emptyset$, ou bien un ensemble de nombres réels compris entre deux bornes distinctes, finies ou infinies, incluses ou non incluses.

E2 Parmi les intervalles suivants, indiquez si les bornes sont incluses ou non incluses :

a. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } -1 \leqslant x \leqslant 1\}$
b. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } -1 < x < 1\}$
c. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } -1 \leqslant x < 1\}$
d. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } -1 < x \leqslant 1\}$
e. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x \geqslant 1\}$
f. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x < -1\}$

Définition 4. Soient a et b deux nombres réels tel que $a < b$. On définit les intervalles suivants :

- $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } a \leqslant x \leqslant b\}$

- $]a; b[= \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x < b\}$

- $[a; b[= \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leqslant x < b\}$

- $]a; b] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x \leqslant b\}$

Définition 5. Soit a un réel. On note :

- $[a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } x \geqslant a\}$

- $]a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } x > a\}$

- $]-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } x \leqslant a\}$

- $]-\infty; a[= \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } x < a\}$

E3 Donnez les intervalles correspondants aux ensembles suivants :

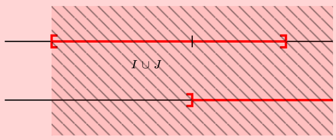
a. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x \leqslant 3\}$
b. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x \geqslant -2\}$
c. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } -3 \leqslant x \leqslant 1\}$
d. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x \geqslant 0\}$
e. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x < -5\}$
f. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } -1 < x \leqslant -2\}$
g. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x > 1\}$

E4 À quels ensembles de nombres correspondent les intervalles suivants ? (répondre à l'aide d'inégalités)

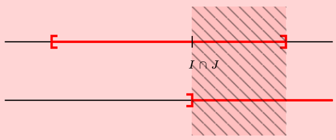
a. $[0; 1]$ **b.** $]-\infty; 0[$ **c.** $[2; +\infty[$
d. $]-1; 2[$ **e.** $[-3; 1[$ **f.** $]-\infty; 1]$

Définition 6.

- La *réunion de deux intervalles* I et J est l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I ou à J, on la note $I \cup J$.



- L'*intersection de deux intervalles* I et J est l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I et à J, on la note $I \cap J$.



E5 Donnez les intervalles correspondants aux ensembles suivants :

a. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x \leqslant 3 \text{ ou } x \geqslant 1\}$
b. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x < -2 \text{ et } x \geqslant 1\}$
c. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x \leqslant 3 \text{ et } x > 1\}$
d. $\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x < -2 \text{ ou } x \geqslant 1\}$

E6 Donnez les intervalles correspondants aux ensembles suivants :

a. $[-2; 5] \cap [0; 7]$ **b.** $]-2; 5] \cup [0; 7]$ **c.** $[-2; 5[\cap [0; 3]$
d. $[-2; 5] \cup]0; 3]$ **e.** $[-2; 5] \cap [5; 7]$ **f.** $[-2; 3] \cap [5; 7]$
g. $[-2; 5] \cap]-4; 3[$ **h.** $[-2; +\infty[\cap]-4; 3[$
i. $]-2; +\infty[\cup [-4; 3[$