



Università degli Studi dell'Insubria
Dipartimento di Scienze Teoriche e Applicate

Architettura degli elaboratori

Circuiti combinatori: esercizi

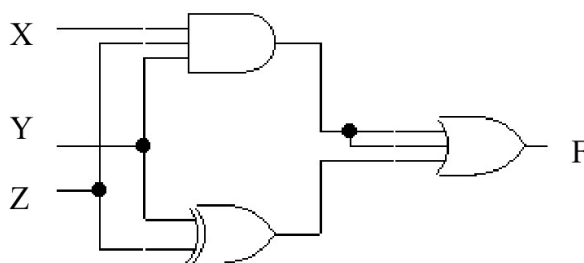
Marco Tarini


Dipartimento di Scienze Teoriche e Applicate



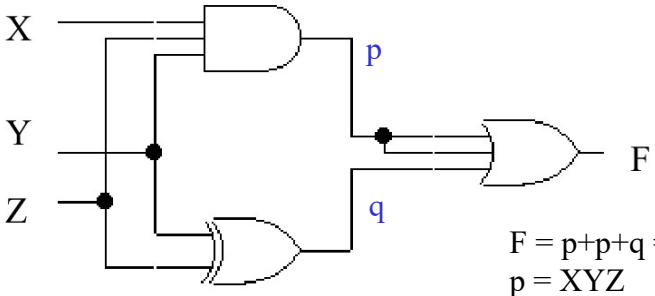
Esercizio 1

- Compilare la tabella di verità del seguente schema circuitale
- Costruire un circuito equivalente di costo minimo





Esercizio 1



$$F = p + p + q = p + q$$

$$p = XYZ$$

$$q = Y \oplus Z = Y/Z + /YZ$$


$$F = p + q = XYZ + Y/Z + /YZ$$

Semplificabile?

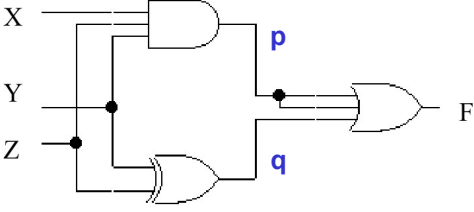
Architettura degli elaboratori

- 3 -

Esercizi - Livello logico



Esercizio 1




X	Y	Z	p	q	F
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	1

Architettura degli elaboratori

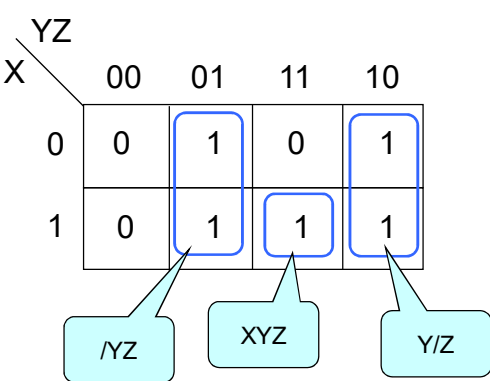
- 4 -

Esercizi - Livello logico


 **Esercizio 1**

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

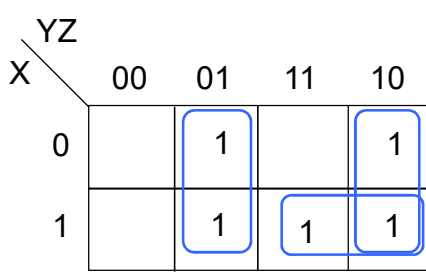
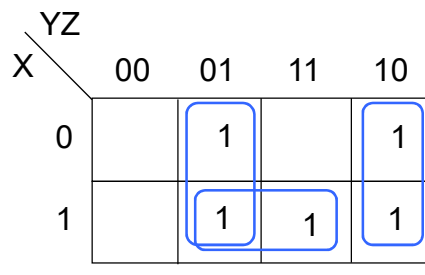
$F = XYZ + Y/Z + /YZ$



Architettura degli elaboratori - 5 - Esercizi - Livello logico


 **Esercizio 1: semplificazione**

- $F = p+q = XYZ + Y/Z + /YZ$

- $F = XY + Y/Z + /YZ = Y(X + /Z) + /YZ$
- $F = XZ + Y/Z + /YZ = Z(X + /Y) + Y/Z$

Architettura degli elaboratori - 6 - Esercizi - Livello logico



Esercizio 1: semplificazione


- $$\begin{aligned}
 \bullet \quad F &= XYZ + Y/Z + /YZ = \\
 &= XYZ + Y/Z + Y/ZX + /YZ = \\
 &= XY(Z + /Z) + Y/Z + /YZ = \\
 &= XY + Y/Z + /YZ = XY + Y \oplus Z
 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}
 \bullet \quad F &= XYZ + Y/Z + /YZ = \\
 &= XYZ + Y/Z + /YZ + /YZX = \\
 &= Y/Z + /YZ + XZ(Y + /Y) = \\
 &= Y/Z + /YZ + XZ = Y \oplus Z + XZ
 \end{aligned}$$

$[A = A + AB]$

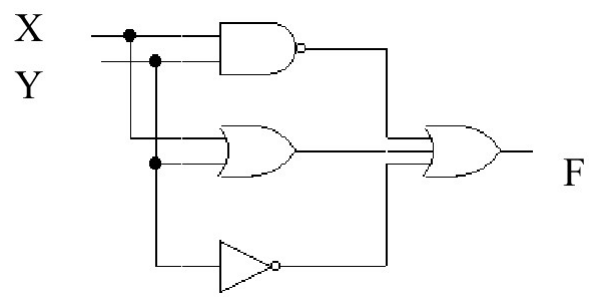
$[A = A + AB]$

Architettura degli elaboratori
- 7 -
Esercizi - Livello logico




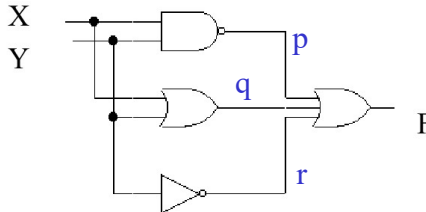
Esercizio 2

- \bullet Compilare la tabella di verità del seguente schema circuitale



Architettura degli elaboratori
- 8 -
Esercizi - Livello logico


 **Esercizio 2: soluzione**

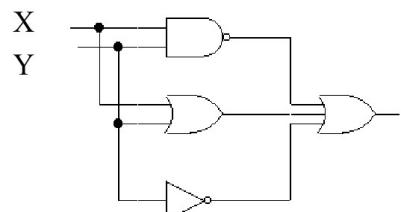


X	Y	p	q	r	F
0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1

È la costante 1!


Architettura degli elaboratori - 9 - Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 2**



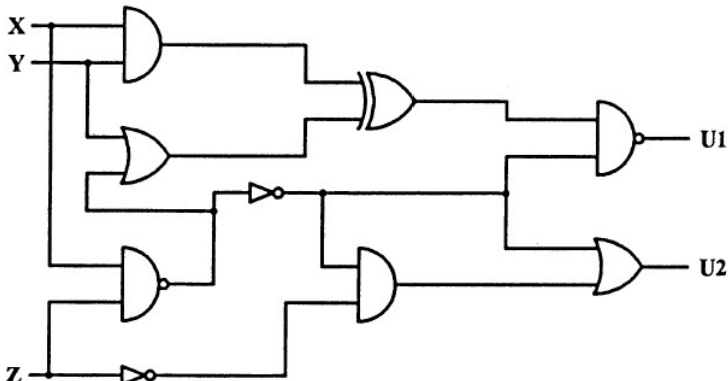
$$F \equiv 1$$

Architettura degli elaboratori - 10 - Esercizi - Livello logico




Esercizio 3

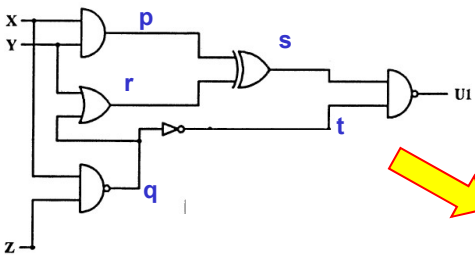
- Compilare la tabella di verità del seguente schema circuitale



Architettura degli elaboratori
- 11 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 3: soluzione U1

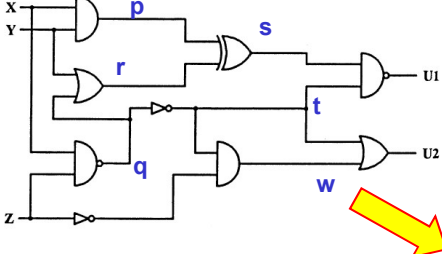


X	Y	Z	p	q	r	s	t	U1
0	0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1	1

U1 = 1

Architettura degli elaboratori
- 12 -
Esercizi - Livello logico


 **Esercizio 3: soluzione U2**



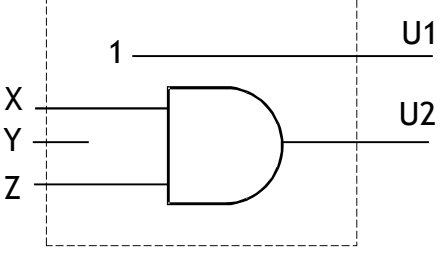
X	Y	Z	p	q	r	s	t	w	U2
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0	1	0	1

$U2 = X/YZ + XYZ = XZ$


Architettura degli elaboratori - 13 - Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 3: circuito equivalente**

- $U1 = 1$
- $U2 = XZ$
- Nessuna delle due funzioni dipende da Y!

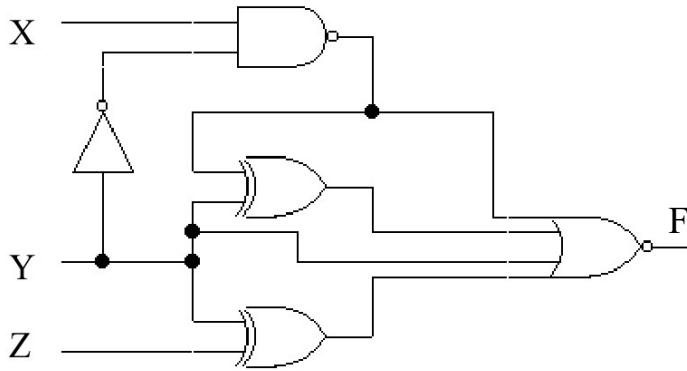


Architettura degli elaboratori - 14 - Esercizi - Livello logico



Esercizio 4


- Scrivere l'espressione booleana associata al seguente schema circuitale



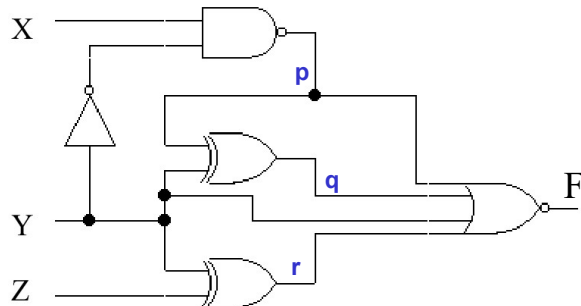
Architettura degli elaboratori

- 15 -

Esercizi - Livello logico



Esercizio 4: soluzione




- $F = \neg(p + q + Y + r)$
- $p = \neg(X/Y) = \neg X + Y$
- $q = p \text{ xor } Y = p/Y + \neg p Y = (\neg X + Y)/Y + X/\neg Y = (\neg X + Y)/Y = \neg X/Y = \neg(X + Y)$
- $r = Y \text{ xor } Z = Y/Z + \neg Y Z$

Architettura degli elaboratori

- 16 -

Esercizi - Livello logico




Esercizio 4: soluzione

- $F = \overline{(p+q+Y+r)}$
- $p = \overline{(X/Y)} = \overline{X+Y}$
- $q = (\overline{X+Y})/Y + X/Y\overline{Y} = (\overline{X+Y})/Y = \overline{X/Y} = \overline{(X+Y)}$
- $r = \overline{Y/Z} + \overline{YZ}$

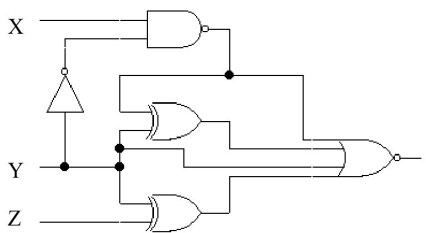
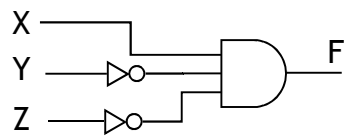
- $F = \overline{(\overline{X+Y} + \overline{X+Y} + Y + \overline{Y/Z} + \overline{YZ})} = \overline{(\overline{X+Y} + YZ)} = \overline{(\overline{X+Y} + Z)}$
- Essendo
 - ▶ $\overline{X} + \overline{X}Y = \overline{X}$ [assorbimento]
 - ▶ $Y + \overline{Y/Z} = Y$ [assorbimento]
 - ▶ $Y+Y=Y$ [idempotenza]
 - ▶ $Y+\overline{YZ} = Y+Z$

Architettura degli elaboratori
- 17 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 4: semplificazione

- $F = \overline{(\overline{X+Y+Z})} = X/Y/Z$ [DeMorgan]



≡


Architettura degli elaboratori
- 18 -
Esercizi - Livello logico


 **Esercizio 4: semplificazione (1)**

- Con tavola verità (omesso il procedimento)


X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

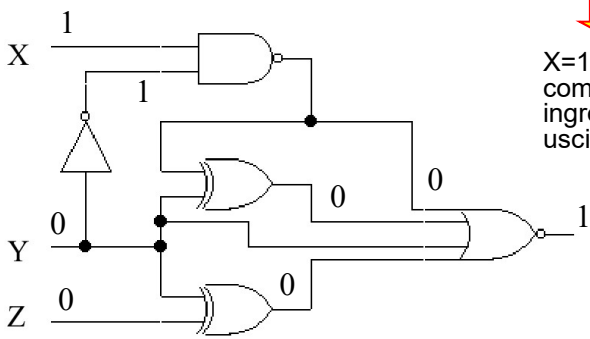
 $F = X/Y/Z$

Architettura degli elaboratori - 19 - Esercizi - Livello logico


 **Esercizio 4: semplificazione "a occhio" (2)**

- L'uscita è 1 sse gli ingressi della porta nor sono tutti 0.
 - Quindi, $Y = 0$
 - Quindi $Z = 0$, in modo che $Y \text{ xor } Z$ sia 0
 - X deve essere 1, in modo che il nand produca uno 0
 - Il secondo xor ha in ingresso due 0 e produce 0, come richiesto

 $X=1, Y=Z=0$ è l'unica combinazione di ingressi che dà un 1 in uscita

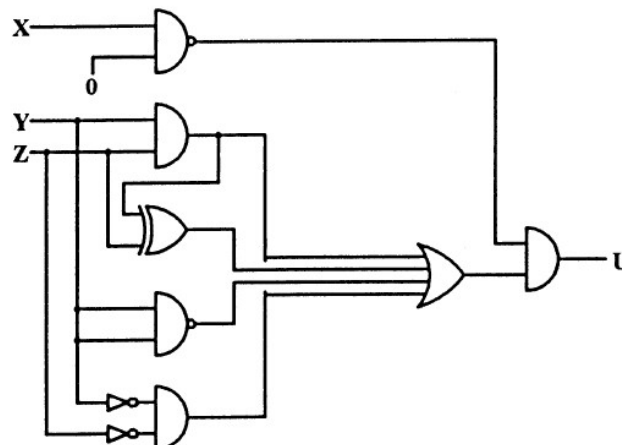


Architettura degli elaboratori - 20 - Esercizi - Livello logico




Esercizio 5

- Scrivere l'espressione booleana associata al seguente schema circuitale



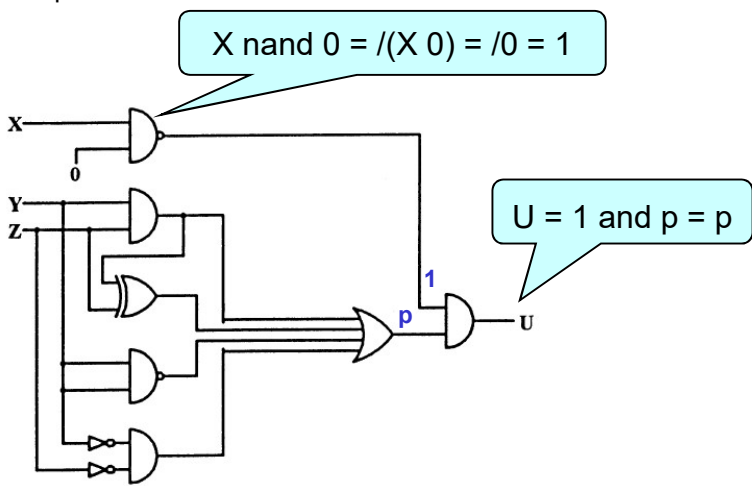
Architettura degli elaboratori
- 21 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 5: soluzione


- Osservazioni preliminari

$X \text{ and } 0 = \neg(X \text{ and } 0) = \neg 0 = 1$



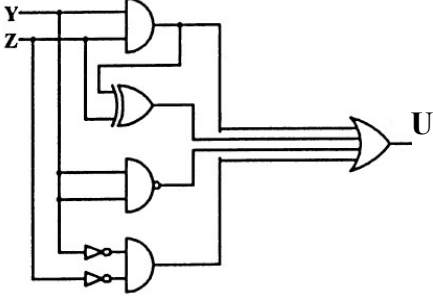
$U = 1 \text{ and } p = p$

Architettura degli elaboratori
- 22 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 5: soluzione

• Basta studiare il circuito:




•
$$\begin{aligned}
 U &= YZ + Z \text{ xor } YZ + /(YY) + /Y/Z = [YY = Y] \\
 &= YZ + Z/(YZ) + /ZYZ + /Y + /Y/Z = [Y/ZZ = 0, A+0 = A, /Y+/Y/Z = /Y] \\
 &= YZ + Z/(YZ) + /Y = [DeMorgan] \\
 &= YZ + Z(/Y+/Z) + /Y = [distributiva] \\
 &= YZ + Z/Y + Z/Z + /Y = [Z/Z=0, A+0=A] \\
 &= YZ + Z/Y + /Y = [distributiva] \\
 &= Z(Y+/Y) + /Y = Z + /Y
 \end{aligned}$$

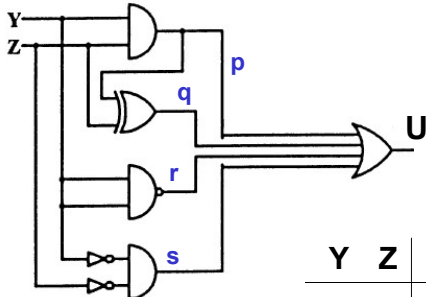
Architettura degli elaboratori

- 23 -

Esercizi - Livello logico



Esercizio 5: verifica



Nota: una funzione di 2 variabili che vale 0 in un solo caso è esprimibile con un OR


Y	Z	p	q	r	s	F
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1

→ $F = /Y+Z$

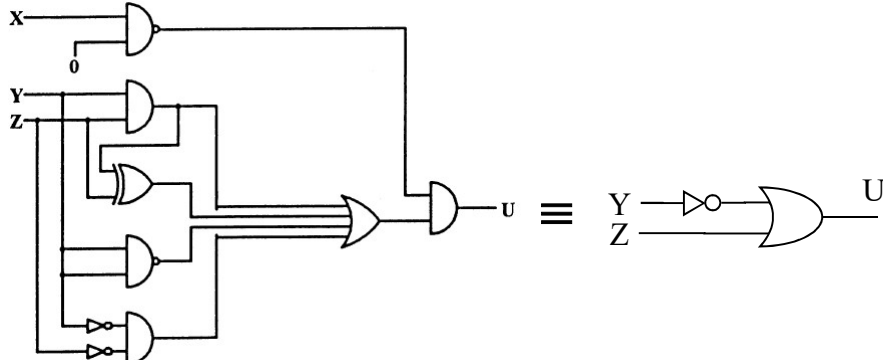
Architettura degli elaboratori

- 24 -


Esercizi - Livello logico



Esercizio 5: conclusione



Architettura degli elaboratori
- 25 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 6

• Data una funzione booleana rappresentata tramite la seguente tabella di verità, ottenere la rappresentazione equivalente come somma di prodotti

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Architettura degli elaboratori
- 26 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 6: soluzione

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

/x/y/z


/xyz

x/y/z

xy/z

- $F(x,y,z) = /x/y/z + /xyz + x/y/z + xy/z$

Architettura degli elaboratori
- 27 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 6: semplificazione


x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

YZ

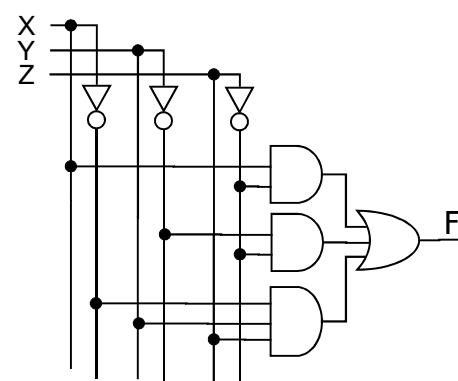
	00	01	11	10
X 0	1		1	
X 1	1			1

- $F(X,Y,Z) = /X/Y/Z + /XYZ + X/Y/Z + XY/Z = /Y/Z + X/Z + /XYZ$


Architettura degli elaboratori
- 28 -
Esercizi - Livello logico

 $F(X,Y,Z) = /Y/Z + X/Z + /XYZ$: realizzazione

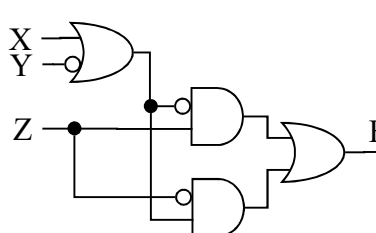
- $F(X,Y,Z) = /Y/Z + X/Z + /XYZ$




Architettura degli elaboratori - 29 - Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 6: semplificazione ulteriore**

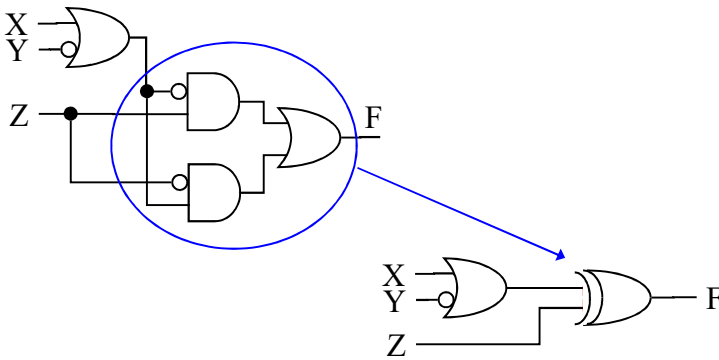
- $F(X,Y,Z) = /Y/Z + X/Z + /XYZ =$
 $= /Z (/Y+X) + Z (/XY) = (\text{DeMorgan})$
 $= /Z (/Y+X) + Z /(X+Y)$
- Prima: formula realizzabile mediante un circuito che impiega 2 porte a due ingressi e 2 porte a tre ingressi
- Dopo: formula implementabile con 4 porte a due ingressi.




Architettura degli elaboratori - 30 - Esercizi - Livello logico



Esercizio 6: semplificazione ulteriore




Architettura degli elaboratori
- 31 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 7

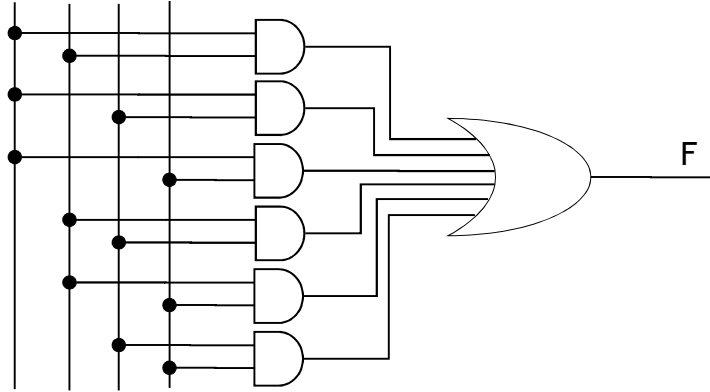
- Progettare un circuito di controllo per un allarme antincendio.
- Il sistema riceve in ingresso quattro segnali provenienti da altrettanti sensori di fumo (S1, S2, S3, S4) e genera un segnale di uscita A.
- Il segnale di allarme A=1 deve essere attivato se almeno due sensori segnalano presenza di fumo (=1).

Architettura degli elaboratori
- 32 -
Esercizi - Livello logico


 **Esercizio 7: soluzione**

- $F = S1S2 + S1S3 + S1S4 + S2S3 + S2S4 + S3S4$

S1 S2 S3 S4




Architettura degli elaboratori - 33 - Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 8**

- La funzione $f(x,y,u,v)$ è definita come somma dei mintermini (0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)
- Effettuare la sintesi sia come somma di prodotti sia come *prodotto di somme*.
- Con il mintermine n si intende il prodotto logico corrispondente alla combinazione di variabili in ingresso uguale alla codifica binaria di n .
- Ad es. il mintermine 2 corrisponde all'ingresso 0010, quindi a $\bar{x}y\bar{u}v$

Architettura degli elaboratori - 34 - Esercizi - Livello logico




Esercizio 8: Tabella di verità

• $f(x, y, u, v) = \text{somma dei mintermini } (0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$

# mintermine	x	y	u	v	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

Architettura degli elaboratori
- 35 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 8: Mappe di Karnaugh

# mintermine	x	y	u	v	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

uv

xy \ uv	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	1	0	1

$f = (x+y) (y + u + v)$

Architettura degli elaboratori
- 36 -
Esercizi - Livello logico

UNIVERSITÀ STUDIUM INSUBRICUM

Esercizio 8: Mappe di Karnaugh

# mintermine	x	y	u	v	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

$$f = \overline{x}y + \overline{y}u + \overline{y}v$$

Architettura degli elaboratori

- 37 -

Esercizi - Livello logico

UNIVERSITÄ STUDIOURUM IN SIBIRIAE

Esercizio 8: Sintesi in forma SOP e POS

```

graph LR
    y1((y)) --- AND1(( ))
    u1((u)) --- AND1
    AND1 --- OR3(( ))
    x1((x)) --- AND2(( ))
    y2((y)) --- AND2
    AND2 --- OR3
    y3((y)) --- AND3(( ))
    v1((v)) --- AND3
    AND3 --- OR3
    OR3 --- f1((f))
  
```

```

graph LR
    x1((x)) --- OR1(( ))
    y1((y)) --- OR1
    OR1 --- AND2(( ))
    y2((y)) --- OR2(( ))
    u1((u)) --- OR2
    v1((v)) --- OR2
    OR2 --- AND2
    AND2 --- f2((f))
  
```

Architettura degli elaboratori

- 38 -

Esercizi - Livello logico



Esercizio 8: verifica

- Verifichiamo che $(x+y)(y+u+v)$ sia equivalente a $xy + y/u + y/v$

$$\begin{aligned} (x+y)(y+u+v) &= \\ xy + yy + xu + yu + xv + yv &= \quad [yy=0] \\ xy + x(u+v) + y(u+v) \end{aligned}$$

Ponendo $z = (u+v)$ la formula si può riscrivere

$$\begin{aligned} xy + xz + yz &= (\text{essendo } xz = xzy + xz/y) \\ xy + xzy + xz/y + yz &= (\text{per assorbimento}) \\ xy + yz &= \\ xy + y(u+v) &= \\ xy + y/u + y/v \end{aligned}$$



Esercizio 9 (1)

- Si consideri la funzione booleana di 3 variabili $F(a,b,c)$ che vale 1 per le tre combinazioni di ingressi 001, 011, 010, e vale 0 per tutte le altre combinazioni.
 - Esprimere F in prima forma canonica (somma di prodotti)
 - Disegnare una rete combinatoria che realizza la funzione espressa al punto precedente utilizzando solamente porte AND e OR a due ingressi (oltre alle porte NOT).
 - Calcolare il costo della rete disegnata al punto precedente considerando che ogni porta a due ingressi (AND oppure OR) ha costo pari a quattro, mentre una porta NOT ha costo pari a uno.



Esercizio 9 (2)

- Calcolare il ritardo della rete considerando i seguenti valori di ritardo:
 - AND (2 ingressi): ritardo = 10 nsec;
 - OR (2 ingressi): ritardo = 12 nsec;
 - NOT: ritardo = 2 nsec.
- Trasformare l'espressione di F determinata in precedenza in modo da minimizzare il costo della sua realizzazione.
 - ▶ Se si usa l'algebra di Boole bisogna indicare le singole operazioni svolte e il nome oppure la forma del teorema adottato (ad esempio, "Proprietà Associativa" oppure " $(ab)c = a(bc)$ ")
 - ▶ NB: si richiede di minimizzare il costo, anche se questo comporta un maggior ritardo
- Calcolare il costo della nuova funzione ottenuta

Architettura degli elaboratori

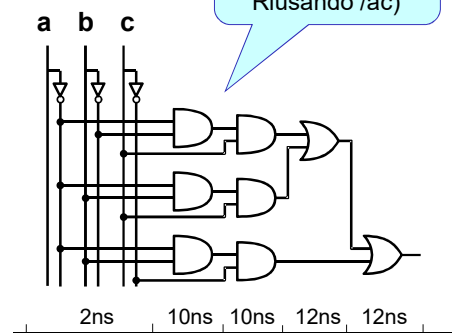
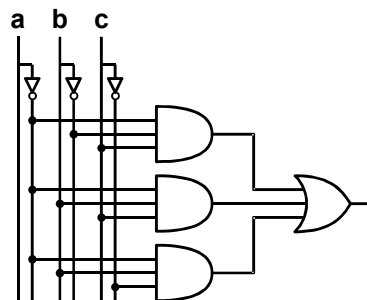
- 41 -

Esercizi - Livello logico



Esercizio 9 (3)


- $F(a,b,c) = /a/bc + /abc + /ab/c$
- Costo (F) = $1 \cdot 3 + 4 \cdot 8 = 35$
- Ritardo (F) = $2 + 10 \cdot 2 + 12 \cdot 2 = 46 \text{ ns}$



Architettura degli elaboratori

- 42 -

Esercizi - Livello logico




Esercizio 9 (4)

Espressione trasformata	Teorema utilizzato
$\bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b c + \bar{a}b\bar{c}$	$X + X = X$
$\bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b c + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}b\bar{c}$	$XY + XZ = X(Y + Z)$
$\bar{a}c(\bar{b} + b) + \bar{a}b(\bar{c} + c)$	$X + !X = 1$
$\bar{a}c + \bar{a}b$	$XY + XZ = X(Y + Z)$
$\bar{a}(b + c)$	

- Costo (F) = 1 + 4 + 4 = 9
- Ritardo (F) = max(2,10) + 12 = 22 ns

Architettura degli elaboratori
- 43 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 9 (5)

bc	00	01	11	10
a				
0		1	1	1
1				

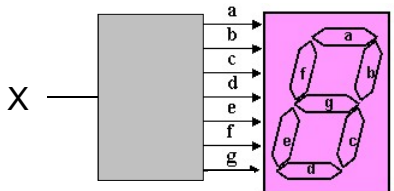
- $F = \bar{a}c + \bar{a}b = \bar{a}(b+c)$

Architettura degli elaboratori
- 44 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 10

- Progettare un circuito di controllo per un display a sette segmenti.
- Il circuito ha un solo ingresso (X) e deve far apparire sul display i caratteri “L” e “H” in corrispondenza, rispettivamente, dell'ingresso X=0 e X=1)

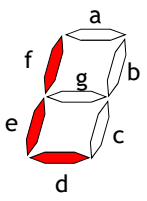


Architettura degli elaboratori
- 45 -
Esercizi - Livello logico



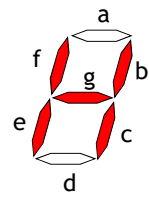
Esercizio 10: soluzione

X=0




f=e=1
a=0
b=c=g=X
d=/X

X=1



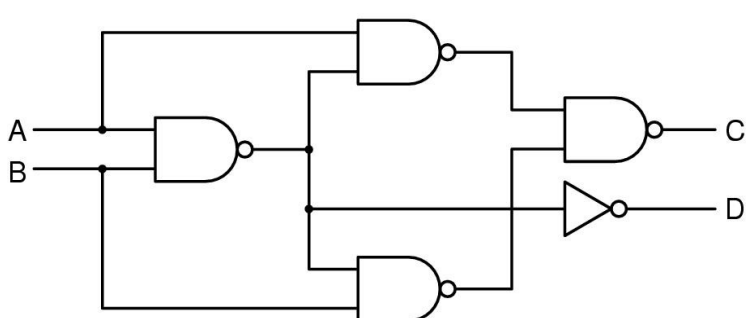
[sempre accesi]
[sempre spento]
[accesi quando X=1, spenti quando X=0]
[acceso quando X=0, spento quando X=1]

Architettura degli elaboratori
- 46 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 11

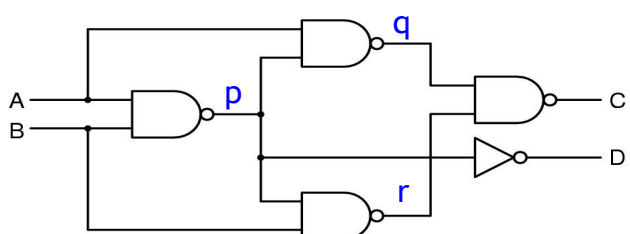
• Studiare il circuito.



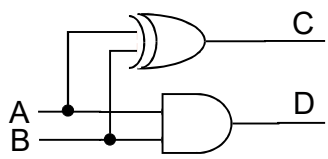
Architettura degli elaboratori
- 47 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 11: soluzione




A	B	p	q	r	C	D
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	1



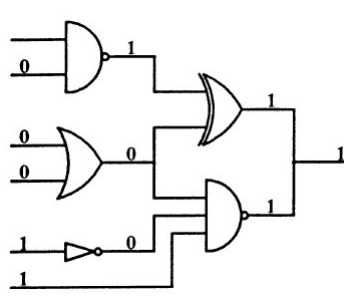
È il semisommatore!

Architettura degli elaboratori
- 48 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 12

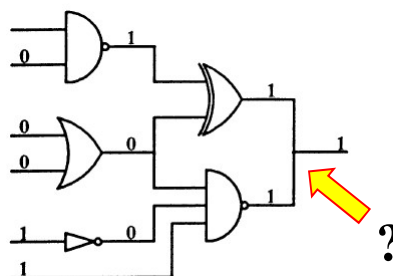
- Individuare gli errori presenti nel seguente schema circuitale




Architettura degli elaboratori
- 49 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 12: soluzione

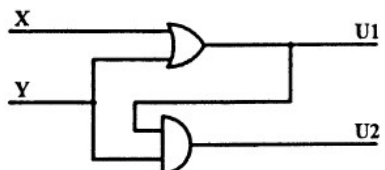


Architettura degli elaboratori
- 50 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 13

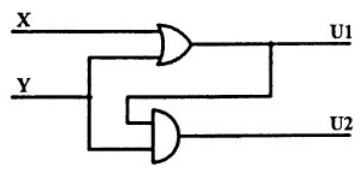
- Compilare la tabella di verità del seguente circuito



Architettura degli elaboratori
- 51 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 13: soluzione




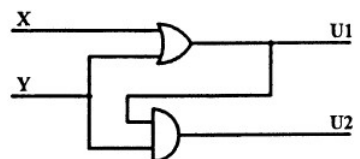
X	Y	U1	U2
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1


$U2=Y$

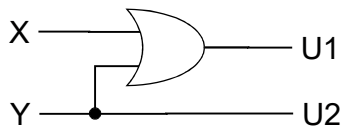
Infatti, $U2 = Y(X+Y) = Y+XY = Y$

Architettura degli elaboratori
- 52 -
Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 13: soluzione**






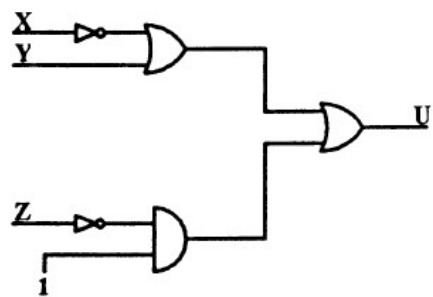


X	Y	U1	U2
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1


Architettura degli elaboratori
- 53 -
Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 14**

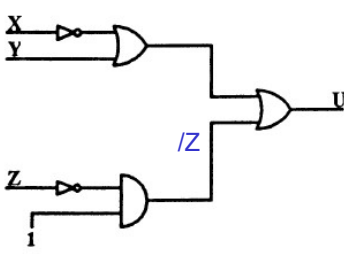
• Compilare la tabella di verità del seguente circuito



Architettura degli elaboratori
- 54 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 14: soluzione



X	Y	Z	U
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

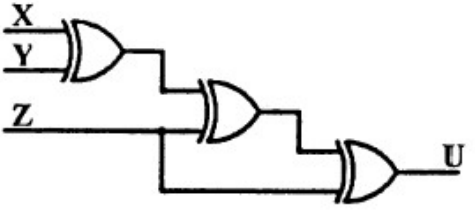
$$U = \overline{X} + Y + \overline{Z} = \overline{(X/YZ)}$$

Architettura degli elaboratori
- 55 -
Esercizi - Livello logico




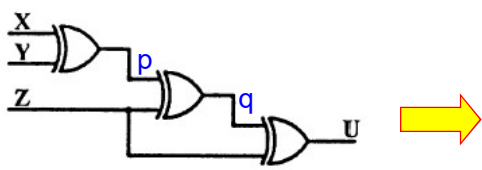
Esercizio 15

- Compilare la tabella di verità del seguente schema circuitale

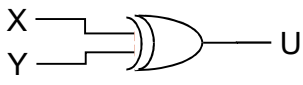


Architettura degli elaboratori
- 56 -
Esercizi - Livello logico


 **Esercizio 15: soluzione 1**

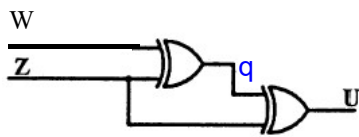


X	Y	Z	p	q	U
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0

$U = X \oplus Y$


Architettura degli elaboratori
- 57 -
Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 15: soluzione 2**



W	Z	q	U
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1

$$U = Z/q + /Zq$$

$$q = Z/W + /ZW$$

$$U = Z/q + /Z (Z/W + /ZW)$$


$$/q = /(Z/W) /(/ZW) = (/Z+W) (Z+/W) = /ZZ + WZ + /W/Z + W/W = WZ + /W/Z$$

$$U = Z (WZ + /W/Z) + /Z (Z/W + /ZW) = ZWZ + Z/W/Z + /ZZ/W + /Z/ZW =$$

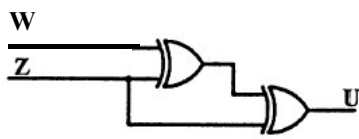
$$= ZW + /ZW = (Z+/Z)W = W$$

U = W !

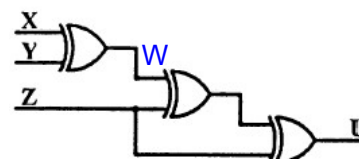
Architettura degli elaboratori
- 58 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 15: soluzione 2




$U = W$



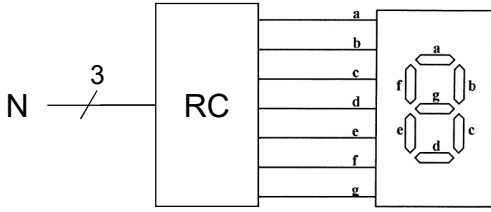
$U = W = X \oplus Y$

Architettura degli elaboratori
- 59 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 16

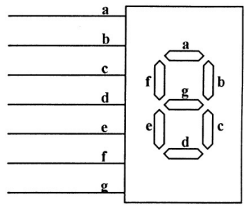
- Progettare un circuito che visualizzi il valore di un ingresso N a 3 bit tramite un display a 7 segmenti
 - L'ingresso rappresenta un numero naturale compreso tra 0 e 7.




Architettura degli elaboratori
- 60 -
Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 16: tabella delle verità**

N	X	Y	Z	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0




Architettura degli elaboratori - 61 - Esercizi - Livello logico

 **Esercizio 16: tabella delle verità**

X	Y	Z	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

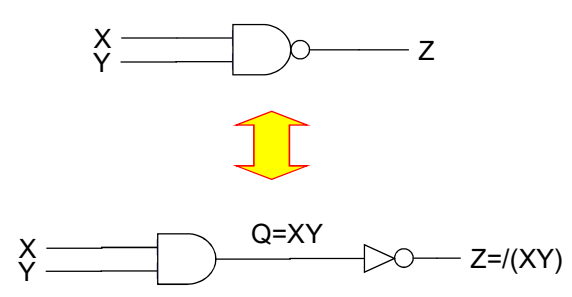
$a = /X/Z + /XY + XZ$
 $b = /X + /Y/Z + YZ$
 $c = X + /Y + Z = /(/XY/Z)$
 $d = /XY + /X/Z + Y/Z + X/YZ$
 $e = Y/Z + /X/Z$
 $f = /Y/Z + X/Y + X/Z$
 $g = /XY + X/Y + X/Z$

Architettura degli elaboratori - 62 - Esercizi - Livello logico




Esercizio 0

- Realizzare NOT, AND e OR usando esclusivamente porte NAND.

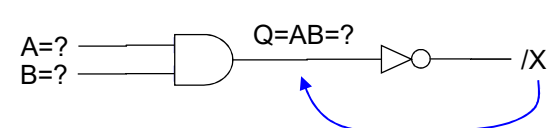


Architettura degli elaboratori
- 63 -
Esercizi - Livello logico




Realizzazione della funzione NOT

- Obiettivo: realizzare /X



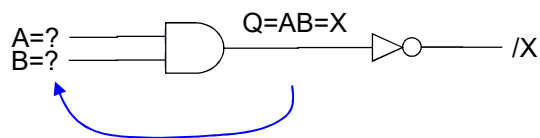
Affinché l'uscita sia /X occorre che Q sia = X

Architettura degli elaboratori
- 64 -
Esercizi - Livello logico



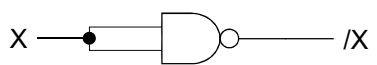
Realizzazione della funzione NOT

- Obiettivo: realizzare $/X$

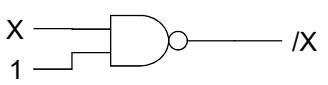


Quali valori devono avere A e B affinché $AB = X$?


Se $A=X$ e $B=X$, allora $AB = X$



Se $A=X$ e $B=1$, allora $AB = X1 = X$

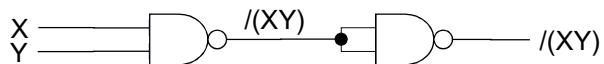


Architettura degli elaboratori
- 65 -
Esercizi - Livello logico




Realizzazione della funzione AND

- Basta negare l'uscita della porta NAND. La negazione la sappiamo fare, dunque:

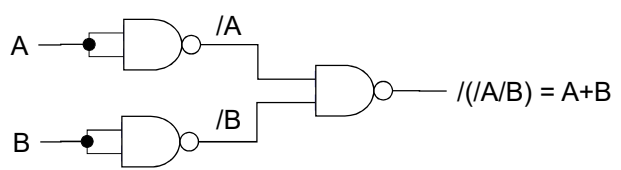


Architettura degli elaboratori
- 66 -
Esercizi - Livello logico




Realizzazione della funzione OR

- Abbiamo a disposizione NAND, AND e NOT.
- Il modo più semplice per realizzare l'OR è usare il teorema di De Morgan:
 - ▶ $A+B = \neg(\neg A \neg B)$




Architettura degli elaboratori - 67 - Esercizi - Livello logico



Conclusione

- Usando esclusivamente porte NAND si può realizzare qualunque funzione logica (cioè qualunque circuito combinatorio).

Architettura degli elaboratori - 68 - Esercizi - Livello logico



Esercizio 17

- Si desidera un circuito combinatorio che realizza la funzione definita come segue.
 - ▶ L'ingresso è un numero N codificato in complemento a due su 4 bit.
 - ▶ L'uscita è su un solo bit.
 - ▶ L'uscita vale 1 per i seguenti valori di N: -8, -7, -6, -5, 0, 3, 4, 6. Per gli altri valori possibili di N, l'uscita vale 0.
- Realizzare il circuito, utilizzando esclusivamente porte nand.

Architettura degli elaboratori
- 69 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 17

a	b	c	d	N	Z
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	0
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	0
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	-8	1
1	0	0	1	-7	1
1	0	1	0	-6	1
1	0	1	1	-5	1
1	1	0	0	-4	0
1	1	0	1	-3	0
1	1	1	0	-2	0
1	1	1	1	-1	0

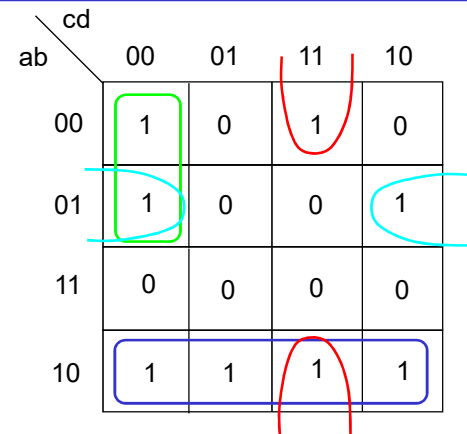
- L'uscita vale 1 per i seguenti valori di N: -8, -7, -6, -5, 0, 3, 4, 6. Per gli altri valori possibili di N, l'uscita vale 0.
- Per comodità chiamiamo a, b, c, d i 4 bit X, essendo a il più significativo.

Architettura degli elaboratori
- 70 -
Esercizi - Livello logico




Esercizio 17: Mappa di Karnaugh

a	b	c	d	N	Z
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	0
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	0
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	-8	1
1	0	0	1	-7	1
1	0	1	0	-6	1
1	0	1	1	-5	1
1	1	0	0	-4	0
1	1	0	1	-3	0
1	1	1	0	-2	0
1	1	1	1	-1	0



$f = a/b + /a/c/d + /ab/d + /bcd =$
 $/b (a+cd) + /a/d (/c+b)$

Architettura degli elaboratori
- 71 -
Esercizi - Livello logico



Esercizio 17

- $f = a/b + /a/c/d + /ab/d + /bcd =$
 $= /b (a+cd) + /a/d (/c+b) =$
 $= /b /(/a /(cd)) + /a/d /(c/b) =$
 $= /(/(/b /(/a /(cd))) /(/a/d /(c/b))) =$
 $= \text{nand}(\text{nand}(/b, \text{nand}(/a, \text{nand}(c,d))),$
 $\quad \text{nand}(/ \text{nand}(/a, /d), \text{nand}(c, /b)))$

Architettura degli elaboratori
- 72 -
Esercizi - Livello logico

