Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ingeniería
Año 2019 - 2^{do} Cuatrimestre

71.14 MODELOS Y OPTIMIZACIÓN - CURSO 4

TRABAJO PRÁCTICO: Primera entrega
FECHA DE ENTREGA: 7 de Septiembre de 2019

INTEGRANTES:
PEREZ ONDARTS, Flavio - 96786
<perezflavio94@gmail.com>
DE LAS FLOREZ, Christian - 91011
<chris.florez.d.c@gmail.com>

Índice

1. Análisis del problema

La Junta Electoral quiere rever la forma en que se asignan los votantes a sus lugares de votación. Como bien menciona el enunciado, esto se debe a las quejas que han presentado los votantes a causa de las distancias, aparentemente excesivas, que tuvieron que recorrer durante el último o los últimos períodos de eleccciones.

Cabe destacar que el enunciado no nos provee de mucha información sobre como anteriormente se llevaba a cabo el proceso de asignación. Sin embargo, el término clave que aparece es la distancia. Los votantes, logicamente, quieren recorrer la menor distancia posible. Por lo tanto, nuestra tarea será determinar elaborar un modelo que permita hallar asignación óptima de los votantes en función de la distancia que deban recorrer los mismos.

En base a nuestra experiencia como votantes, podemos pensar en una serie de restricciones que nuestro modelo deberá contemplar. Los lugares de votación tendrán una capacidad máxima. Probablemente también tendrán un número de votantes mínimo que debe recibir, ya que no podríamos tener un lugar de votación en el que solo vote una sola persona, por ejemplo. Por otro lado, tampoco podemos permitir que nuestro modelo determine que una persona que vive en un extremo del circuito electoral deba votar en el otro extremo.

Pensamos que sería muy difícil elaborar un modelo que contemple individualmente el caso particular de cada votante y sus distancias a cada uno de los centros. Por esta razón consideramos que debemos plantear una abstracción que nos permita alejarnos un poco de la idea de votantes que viven cada uno en un domicilio particular. Elegimos agrupar a los votantes en manzanas, y tratar a estas como bolsas o conjuntos de votantes, en principio indistinguibles entre sí.

Como conclusión de este análisis, podemos decir que el problema de asignar cada votante a un lugar de votación, será tratado como el problema de distribuir los votantes de cada manzana a los distintos lugares de votación, de una manera que sea óptima teniendo en cuenta la distancia que recorre la totalidad de los votantes.

2. Comentarios sobre la *distancia*

En la sección anterior mencionamos muchas veces la palabra distancia, y en reiteradas veces dijimos que nuestro objetivo es minimizarla (o minimizar la totalidad de las distancias). Esto implica que en algún momento, cuando debamos resolver nuestro modelo, vamos a tener que determinar una forma de medir dicha distancia. Estamos al tanto de que hay distintas formas de medir la distancia entre 2 puntos del circuito electoral (distancia Euclideana, Manhattan). Por otro lado, tampoco sabemos en que unidades mediremos la distancia, si en metros o cuadras/manzanas. Sin embargo, creemos que todavía no hace falta determinar que fórmula usaremos para esta distancia. Eventualmente podríamos resolver utilizando distintas distancias y luego elegir entre los distintas opciones teniendo los resultados en mano.

Además de resolver como medir la distancia, será importante decidir también de qué forma plantear nuestro funcional en base a ella. La forma más obvia parece ser plantear el funcional como la suma total de la distancia que recorre cada votante, e intentar minimizarlo. Sin embargo, esto sería peligroso, ya que el modelo podría determinar una distribución injusta, en la que algunos recorren muy poca distancia, y otros tantos recorren mucha.

Si tomamos, en cambio, la suma de la distancia al cuadrado de cada votante, de alguna forma estaríamos evitando (o al menos intentando evitar) que el modelo determine que ciertos votantes a recorran una distancia exageradamente alta y otros una pequeña. Esta misma problemática también podría resolverse imponiendo como restricción en el modelo una distancia máxima que un votante podría recorrer.

Son muchas más las variantes que pueden tenerse en cuenta para definir el funcional en base a la distancia. En esta entrega hemos optado por una de las opciones mencionadas en el párrafo anterior, pero es muy probable que a lo largo de las próximas entregas, cuando tengamos más herramientas e información debamos rever nuestra decisión.

3. Objetivo

Determinar en que mesa votara cada votante durante el periodo de elecciones para minimizar la distancia recorrida total del circuito electoral.

4. Hipótesis y supuestos

En esta sección enumeramos las hipótesis y supuestos que nos permitirán hacer viable nuestro modelo. Junto a algunas de las hipótesis se explica la implicancia que la misma tendrá en el modelo o la razón por la que decidimos asumirla.

1. La cantidad de votantes del circuito es conocida y se mantiene fija hasta la fecha de la votación.
2. Tenemos una lista de los establecimientos (y sus ubicaciones) que están habilitados para funcionar como centros de votación.
3. La cantidad máxima de votantes que puede recibir cada establecimiento es decir, su capacidad, es propia de cada centro y es un dato que se le proporcionará al modelo.
4. Es conocido el domicilio de cada votante, y este se mantendrá constante hasta la fecha de votación. En otras palabras, no hace falta considerar cambios de domicilio de los votantes.
5. Se conoce la distancia del domicilio de cada votante a cada uno de los centros de votación.
6. No hace falta tener en cuenta factores que puedan modificar las distancias entre votantes y sus centros de votación, como lo podrían ser cortes de caminos al momento de ejercerse la votación.
7. La lista de establecimientos de votación se mantiene constante
8. Todos los establecimientos se encuentran en condiciones el día de la votación
9. Solo se puede asignar una única mesa por votante

10. Se cuentan con los datos suficientes como para mapear a cada domicilio, y por lo tanto a cada votante, a su manzana correspondiente. Lo mismo puede decirse para los centros de votación. Esta hipótesis, junto con la que sigue, nos permitiría calcular la distancia que recorre un votante como la distancia entre dos manzanas.

11. Podemos considerar que 2 domicilios cualquiera de una misma manzana, se encuentran a la misma distancia de un centro de votacion cualquiera. Esto nos permite reducir considerablemente la cantidad de distancias que necesitaremos representar en el modelo. El mismo supuesto se plantea para 2 centros en una misma manzana.

12. Casos particulares, como lo pueden ser la asignación de personas con movilidad reducida, se contemplan fuera de nuestro modelo.

13. Se cuenta con autoridades de mesa, seguridad, y demás recursos humanos para poder hacer uso de todos los establecimientos del circuito.

14. Los totalidad de centros de votación del circuito tiene la suficiente capacidad como para asignar a todos los votantes.

15. No podemos asignar votantes a establecimientos de otro circuito.

16. No hay votantes de otro circuito que se asignen a establecimientos de este circuito.

17. Hay un número mínimo de votantes que debe recibir cada lugar de votación, que es igual para todos los centros.

5. Modelo

5.1. Constantes

En primer lugar, antes de declarar las variables que estarán involucradas en nuestro modelo, debemos también presentar algunas constantes, que representarán datos conocidos para el modelo.

Como fue mencionado en las hipótesis, tenemos un listado de los establecimientos en el circuito electoral. Identificaremos cada uno de esos centros con un número j $(j = 1, 2, .., n)$ siendo n la cantidad total de centros de votación. Entonces, se representará la capacidad de cada uno de esos centros con la constante:

$$C_1, C_2, ..., C_n$$

Es decir, la constante C_j representa la cantidad de votantes que puede recibir el centro j.

Representaremos al número de votantes mínimo que debe asignarse a cada centro como la constante:

$$C_{min} \tag{1}$$

Recordemos, que de acuerdo a nuestros supuestos, esta cantidad será la misma para todos los centros.

Por otro lado, tenemos el listado de las manzanas del circuito. De la misma forma que lo hicimos con los centros, identificaremos cada una de esas manzanas con un número i ($i = 1, 2, ..., m$), siendo m la cantidad de manzanas del circuito. Entonces tenemos las constantes

$$V_1, V_2, ..., V_m$$

Cada variable V_i representa la cantidad de votantes que residen en la manzana i.

Otro dato que aparece en nuestro modelo, es la distancia de cada manzana del circuito a cada uno de los centros de votación. Ya habiendo identificado a cada una de las manzanas y los centros con un número, definimos

$$D_{i,j}$$

como la distancia entre la manzana i y el centro de votación j, con $i = 1, 2, ..., m$ y $j = 1, 2, ..., n$.

Recordemos que aún no hemos definido que es lo que exactamente representa esta distancia (ver sección 2), pero de acuerdo con nuestras hipótesis, contamos con todos los datos para calcularla, y por eso es una constante en nuestro modelo.

5.2. Variables

Habiendo definido las constantes, vamos a definir las variables que consideraremos en esta primer aproximación al modelo a construir.

Hemos agrupado a los votantes en manzanas y nuestro modelo deberá determinar de que forma se deberá distribuir a los votantes de cada manzana en los distintos centros de votación, de forma que se minimice la distancia total que los votantes deben recorrer. Con el objetivo de encontrar esta distribución óptima, definiremos la variable

$$X_{i,j}$$

para $i = 1, 2, ..., m$ y $j = 1, 2, ..., n$, que represente la cantidad de votantes de la manzana i que votarán en el centro j.

5.3. Restricciones

Teniendo definidas las constantes del modelo y las variables, podemos definir restricciones sobre las segundas, utilizando las primeras.

5.3.1. Cantidad de votantes de una manzana

La suma de los votantes de una manzana asignados a los distintos centros de votación, debe ser igual al total de votantes que residen en la manzana.

$$X_{i,1} + X_{i,2} + ... + X_{i,n} = V_i$$

5.3.2. Capacidad de un centro

La cantidad de votantes asignados a un centro no puede exceder la capacidad del mismo.

$$X_{1,j} + X_{2,j} + ... + X_{m,j} \leq C_j$$

5.3.3. Asignación mínima a cada centro

La cantidad de votantes asignados a un centro no puede ser menor a una cantidad mínima.

$$X_{1,j} + X_{2,j} + ... + X_{m,j} \geq C_{min}$$

5.3.4. Distancia máxima a recorrer de un votante

No se ha mencionado en el enunciado, pero es probable que la Junta Electoral determine una distancia máxima que podría recorrer un votante. Podemos plasmar ese requisito como una restricción en el modelo.

Siendo D_{max} la distancia máxima que podría recorrer un votante, determinamos

$$X_{i,j} = 0, \forall (i,j)/D_{i,j} > D_{max}$$

Dicho en palabras, no podremos asignar votantes de una manzana i a un centro j si la distancia entre ambos es mayor que la distancia máxima. Cabe mencionar que esta restricción debería ejercerse de forma previa a la ejecución de algun software de programación lineal. Es decir, de forma 'manual' (o con la ayuda de otro programa) deberíamos determinar de antemano cuales son los $X_{i,j}$ cuyo valor será nulo por causa de esta restricción.

5.4. Funcional

Minimizaremos la suma distancias que recorran el total de los votantes.

$$Z(min) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} D_{i,j} X_{i,j}$$

6. Limitación del modelo

Si bien hemos planteado como objetivo determinar en qué mesa votará cada votante, el modelo que planteamos en esta entrega determina que cantidad de votantes de cada manzana debe votar en cada uno de los centros. Esto significa que el problema de decidir qué votantes dentro de cada manzana van a un centro o a otro, se resolverá de forma interna dentro de cada manzana. Para tomar esta decisión podrían aplicarse criterios que fueron dejados de lado durante la elaboración del modelo de programación lineal, como pueden ser el apellido de cada votante, entre otros.