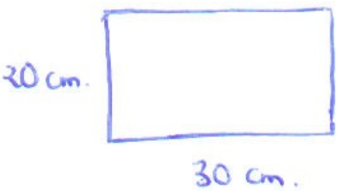
BOLETIN 8

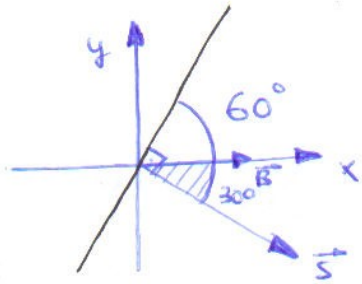
[INDUCCIÓN]

(1) Una bobina formada por 100 espiras rectangulares de 20 x 30 cm. se encuentra situada en un campo magnético de 1,5 Wb/m². La bobina gira desde una posición en la que su plano forma 60° con el campo magnético hasta otra en la que es el plano paralelo al campo. El tiempo invertido en ese giro es de 0,2 seg. Si la resistencia de los hilos es de 2 Ω, ¿cuál es la intensidad media de corriente en los hilos?



$N=100$

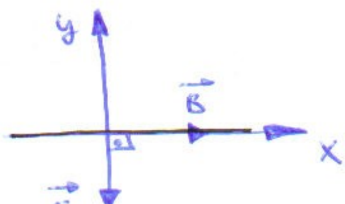
$B=1{,}5\ \frac{Wb}{m^2}$



$$\phi_i' = \int_S \vec{B}\cdot\vec{dS} = \underset{\vec{B}\ CTE}{\vec{B}\cdot\vec{S}} = B\cdot S\cdot\cos\theta =$$

$$= 1{,}5\cdot 20\cdot 10^{-2}\cdot 30\cdot 10^{-2}\cdot\cos 30^\circ = 0{,}07794\ Wb$$

$$\phi_i = \phi_i'\cdot N = 7{,}7942\ Wb$$

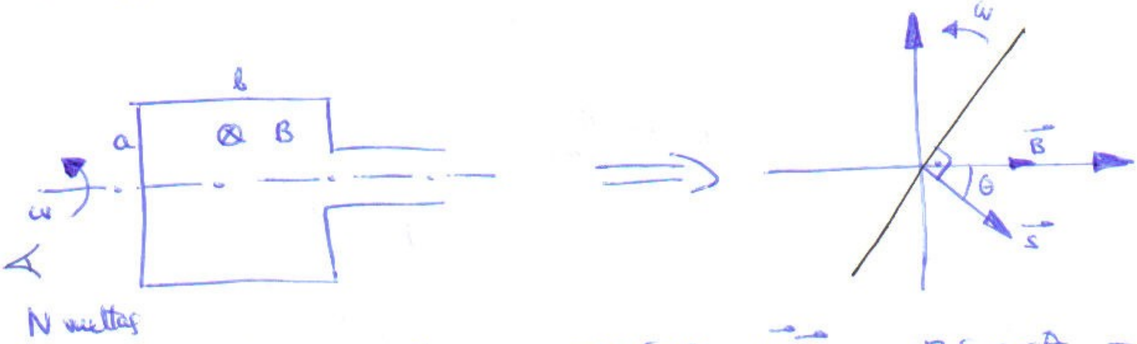


$$\phi_F = \int_S \vec{B}\cdot\vec{dS} = \underset{\vec{B}\perp\vec{S}}{\vec{B}\cdot\vec{S}} = 0$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{0-7{,}7942}{0{,}2} = 38{,}971\ V$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{38{,}971}{2} = 19{,}485\ A$$

② Una espira rectangular de un generador de corriente alterna de dimensiones a y b tiene N vueltas. Se conecta a unos anillos colectores y gira con una velocidad angular ω en el interior de un campo magnético uniforme $\vec{B}$. a) Demostrar que la diferencia de potencial entre los dos anillos es $\varepsilon = N \cdot B \cdot a \cdot b \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega t)$. b) Si $a = 1$ cm, $b = 2$ cm, $N = 1000$ y $B = 2T$, ¿Con qué frecuencia angular ω deberá hacerse girar la bobina para generar una f.em. cuyo valor máx. sea 110 V?



a) $$\phi'(t) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \vec{B} \cdot \int d\vec{s} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$\vec{B}$ cte

$$\phi(t) = N \cdot \phi'(t) = N \cdot B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t) = N \cdot B \cdot a \cdot b \cdot \cos(\omega t)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\,\phi(t)}{dt} = -N \cdot B \cdot a \cdot b(-\omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)) = N \cdot B \cdot a \cdot b \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

c.q.d

b) $a = 1$ cm
$b = 2$ cm
$N = 1000$
$B = 2T$
$\varepsilon = 110$ V
Valor máximo

$$110 = 1000 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

Valor máximo $\Rightarrow$ $\text{sen}(\omega \cdot t) = 1$

$$\omega = \frac{110}{1000 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 275 \text{ rad/s}$$

③ Un solenoide largo posee N vueltas por unidad de longitud y transporta una corriente dada por $I = I_0 \cdot sen(w t)$. El solenoide tiene una sección transversal circular de radio R. Determinar el campo eléctrico inducido en un radio r medido desde el eje del solenoide para a) $r < R$ y b) $r > R$:

$$\oint_c \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \cdot \sum_i I \implies B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

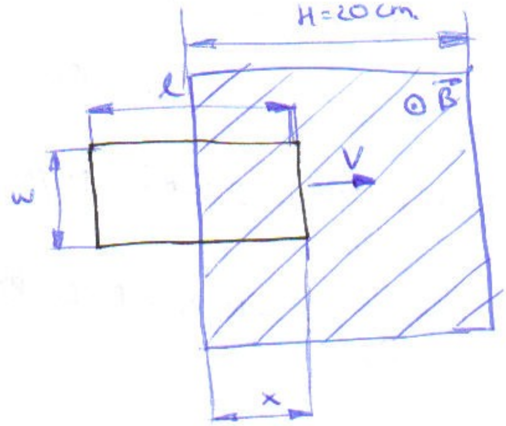
$$\Phi' = \oint_s \vec{B} \cdot \vec{ds} \underset{B\,CTE}{=} \vec{B}\vec{S} \underset{\vec{B} \parallel \vec{S}}{=} B \cdot S = \frac{\mu_0 \cdot I}{\cancel{2}\cancel{\pi}\cancel{r}} 4\cancel{\pi} r^2 = \mu_0 \cdot I \cdot 2 \cdot r$$

$$\Phi = \Phi' \cdot N = N \cdot \mu_0 \cdot I \cdot 2 \cdot r = N \cdot \mu_0 \cdot 2 \cdot r \cdot I_0 \cdot sen(w t)$$

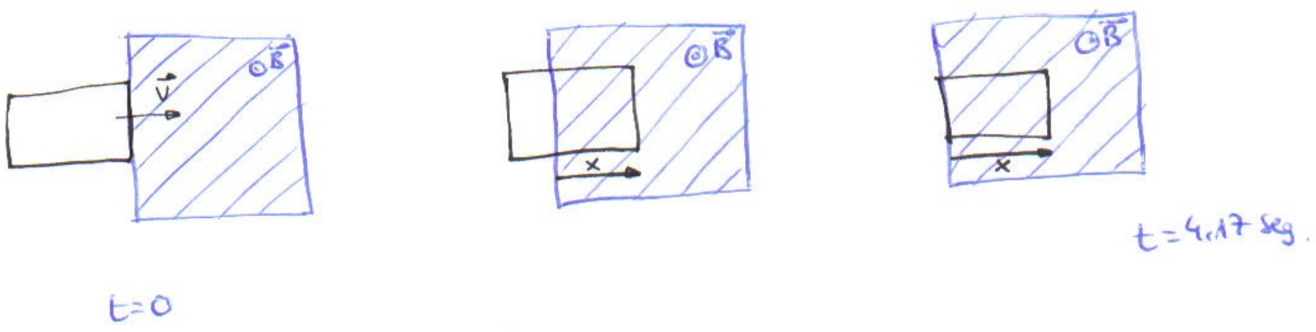
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot \mu_0 \cdot 2 \cdot r \cdot I_0 \cdot (w \cdot \cos(w \cdot t)) \underset{\cos\theta = -\cos\theta}{=} N \cdot \mu_0 \cdot 2 \cdot r \cdot I_0 \, w \cdot \cos(w t)$$

(4) Una espira rectangular de 10 cm. por 5 cm. se mueve por una región de un campo magnético uniforme de B = 1,7 T con velocidad constante v = 2,4 cm/s. El extremo delantero entra en la región en t=0. a) Hallar el flujo que atraviesa la espira en función del tiempo y dibujar un gráfico. b) Hallar la f.e.m. inducida en la espira en función del tiempo y dibujar un gráfico de la misma. Despreciar cualquier autoinducción de la espira y representar las gráficas desde t=0 hasta t=16 s.

4 tramos



TRAMO 1:



$$\left[\begin{array}{l} S = v \cdot t \\ \text{espacio} \\ \Phi = \oint \vec{B} \cdot \vec{dS} = B \cdot S \end{array}\right]$$

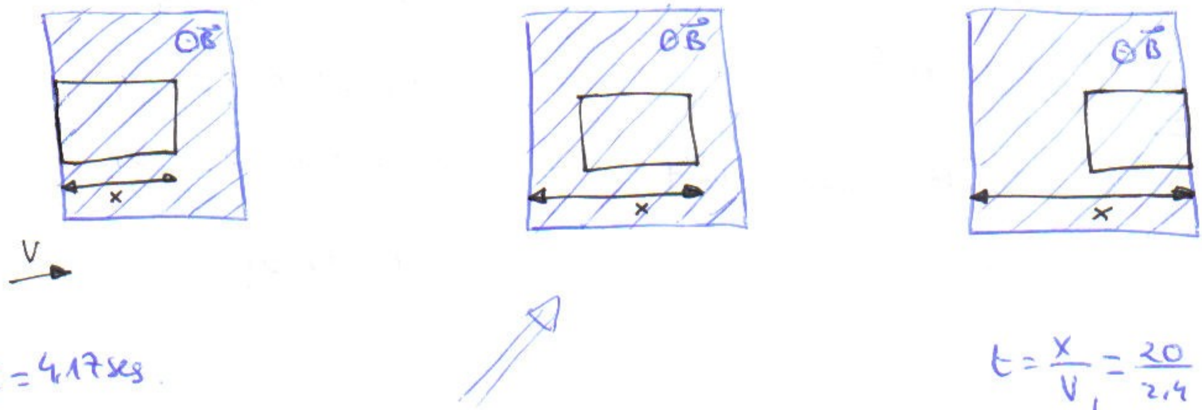
$$t = \frac{l}{v} = \frac{10}{2,4} = 4,17 \text{ seg}$$

$$S = w \cdot x = w \cdot v \cdot t$$

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot w \cdot v \cdot t = 1,7 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 2,4 \cdot 10^{-2} \cdot t = 2,04 \cdot 10^{-3}\, t \text{ Wb}$$

$$0 \leq t \leq 4,17 \text{ seg}$$

TRAMO 2



$t = 4{,}17\,seg$

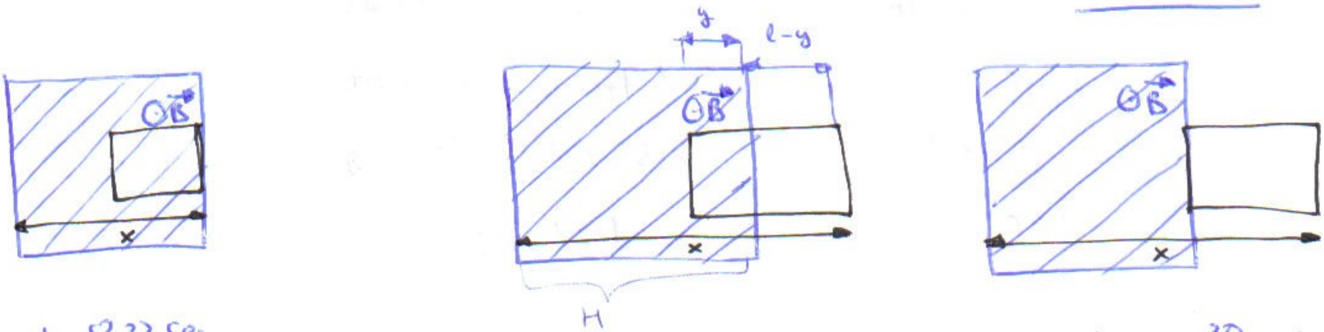
$t = \frac{x}{v}\Big|_{x=H} = \frac{20}{2{,}4} = 8{,}33\,seg.$

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot w \cdot \ell = 1{,}7 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^{-2} =$$

$$= 8{,}5 \cdot 10^{-3}\ Wb$$

$$4{,}17 < t \leq 8{,}33\ seg$$

TRAMO 3



$t = 8{,}33\,seg$

$t = \frac{x}{v}\Big|_{x=H+\ell} = \frac{30}{2{,}4} = 12{,}5\,seg.$

$$x = H + (\ell - y)$$

$$y = H + \ell - x = H + \ell - v \cdot t$$

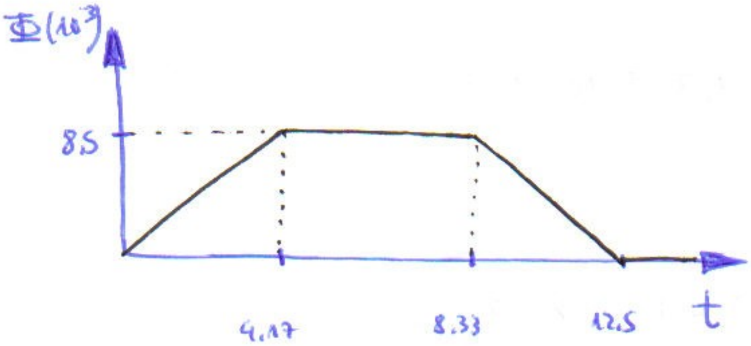
$$\Phi = B \cdot w \cdot (H + \ell - v \cdot t) = 1{,}7 \cdot 5 \cdot 10^{-2}\left(20 \cdot 10^{-2} + 10 \cdot 10^{-2} - 2{,}4 \cdot 10^{-2}\, t\right) =$$

$$= 1{,}7 \cdot 5 \cdot 10^{-4}\,(30 - 2{,}4 \cdot t) = 255 \cdot 10^{-4} - 20{,}4 \cdot 10^{-4}\, t\ \ Wb$$

TRAMO 4

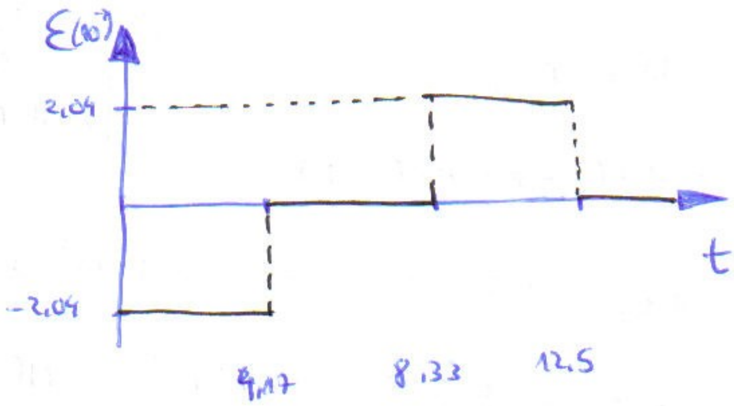
$\Phi = 0$

$$\Phi = \begin{cases} 2{,}04 \cdot 10^{-3}\, t & 0 < t \leq 4{,}17 \text{ seg.} \\ 8{,}5 \cdot 10^{-3} & 4{,}17 < t < 8{,}33 \text{ seg.} \\ 255 \cdot 10^{-4} - 20{,}4 \cdot 10^{-4}\, t & 8{,}33 < t < 12{,}5 \text{ seg.} \\ 0 & t > 12 \text{ seg.} \end{cases}$$

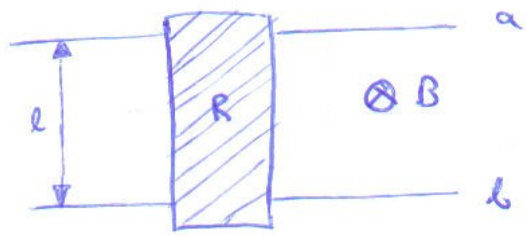


$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

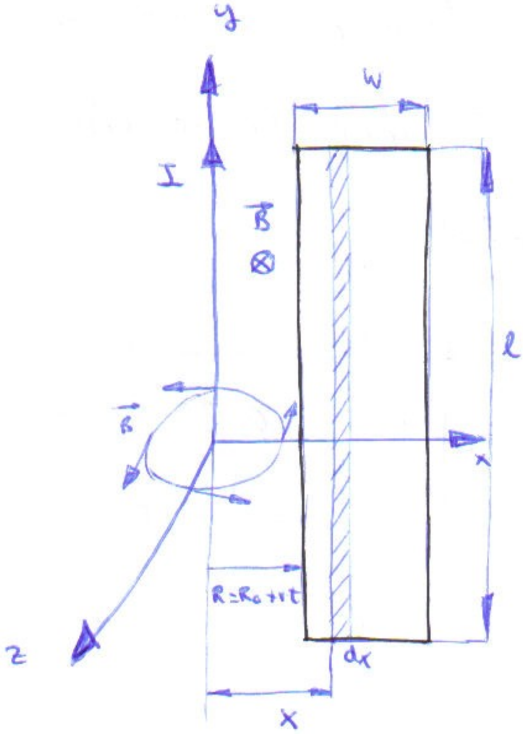
$$\mathcal{E} = \begin{cases} -2{,}04 \cdot 10^{-3} & 0 < t < 4{,}17 \text{ seg} \\ 0 & 4{,}17 < t < 8{,}33 \text{ seg.} \\ 2{,}04 \cdot 10^{-3} & 8{,}33 < t < 12{,}5 \text{ seg.} \\ 0 & t > 12 \text{ seg} \end{cases}$$



(5) En la figura la barra posee una resistencia R y los railes son de resistencia despreciable. Una batería de f.e.m. $\mathcal{E}$ y resistencia interna despreciable se conecta entre los puntos a y b de tal modo que la corriente en la barra está dirigida hacia abajo. La barra se encuentra en reposo en el instante $t=0$. a) Determinar la fuerza que actúa sobre la barra en función de la velocidad v. b) Demostrar que la barra alcanza una velocidad límite y determinar la expresión correspondiente. c) ¿Cuál es el valor de la intensidad de corriente cuando la barra alcanza su velocidad límite?



⑥ Suponer que la espira rectangular de la figura se mueve hacia la derecha con una velocidad constante v de forma que $R = R_0 + v \cdot t$. Si por el alambre recto pasa una corriente I obtener las expresiones de a) el flujo del campo magnético que atraviesa la espira, y b) la f.e.m. inducida. c) ¿Qué sentido tendrá la corriente inducida en la espira?



a) $\vec{B} = B \cdot (-\hat{k})$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x}$$

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot ds = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x}(\ell \cdot dx)$$

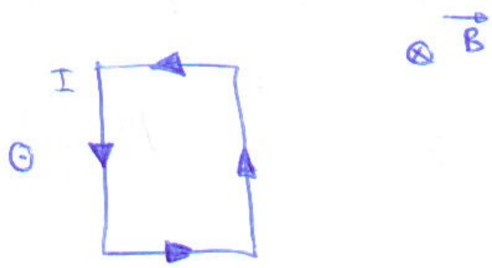
$$\Phi = \int_{DIST} d\Phi = \int_R^{R+W} \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \ell}{2\pi \cdot x}\, dx = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \ell}{2\pi} \cdot$$

$$\cdot \int_R^{R+w} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{R+w}{R}\right) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{R_0 + v \cdot t + w}{R_0 + v \cdot t}\right)$$

b) $$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 \cdot I \ell}{2\pi} \cdot \frac{1}{\frac{R_0 + v \cdot t + w}{R_0 + v \cdot t}} \cdot \frac{v(R_0 + v \cdot t) - (R_0 + v \cdot t + w) \cdot v}{(R_0 + v \cdot t)^2} =$$

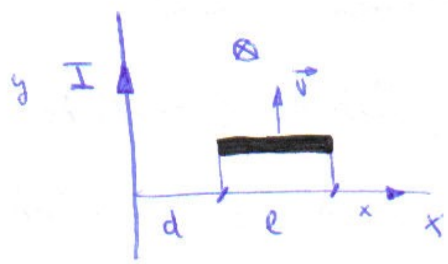
$$= \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \ell \cdot v \cdot w}{2\pi (R_0 + v \cdot t + w)(R_0 + v \cdot t)}$$

c) Tiende a oponerse a $\vec{B}$



La corriente inducida en la espira es tal que crea un campo magnético que se opone a la variación de flujo. (ley de Lenz)

(7) Una varilla de longitud l es perpendicular a un conductor rectilíneo
largo por el que circula una corriente I, según puede verse en la figura.
El extremo cercano de la varilla está a una distancia d del
conductor. La varilla se mueve con una velocidad v en el sentido
de la corriente I. a) Demostrar que la diferencia de potencial entre
los extremos de la varilla viene dada por: $V = (\mu_0 \cdot I/2\pi) \cdot v \ln(d+l)/d$.
b) Utilizar la ley de Faraday para obtener este resultado conside-
rando el flujo que atraviesa un área rectangular $A = l \cdot v \cdot t$ barrida
por la varilla.



Equilibrio: $\vec{F_m} + \vec{F_e} = 0$

$$\cancel{q} \cdot \vec{V} \times \vec{B} + \cancel{q} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{E} = -\vec{V} \times \vec{B}$$

$$|\vec{E}| = |\vec{V} \times \vec{B}| = V \cdot B \quad \text{velocidad}$$

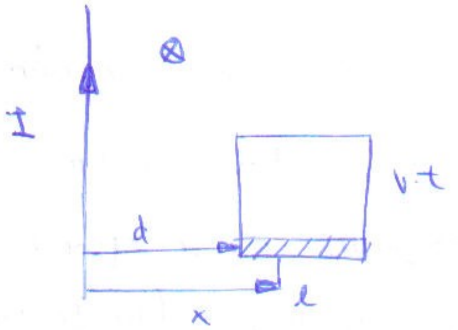
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x}$$

$$V_{BA} = -\int_d^{d+l} \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\int_d^{d+l} E\, dx = -\int_d^{d+l} V \cdot B \cdot dx = -\int_d^{d+l} V \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x} dx =$$

$$= -\frac{V \cdot \mu_0 \cdot I}{2\pi} \ln\left(\frac{d+l}{d}\right) = -V_{AB}$$

c. q. d.

b)



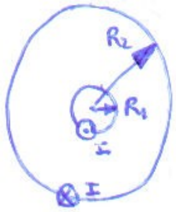
$$d\Phi = B\cdot ds = \frac{\mu_0\cdot I}{2\pi x}\cdot v\cdot t\cdot dx$$

$$\Phi = \int_d^{d+l} d\Phi = \frac{\mu_0\cdot I\cdot v\, t}{2\pi}\ln\left(\frac{d+l}{d}\right)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0\, I\, V}{2\pi}\ln\left(\frac{d+l}{d}\right) = V_{BA} \quad \text{(Apartado anterior)}$$

8 Un cable coaxial se compone de dos cilindros conductores de paredes muy delgadas cuyos radios son r_1 y r_2. La corriente I circula en un sentido por el interior y en el contrario por el exterior. a) Utilizar Ampère para hallar B y demostrar que $B=0$ excepto en la región comprendida entre los conductores. b) Demostrar que la densidad de energía magnética es $w = \frac{\mu_0\cdot I^2}{8\pi^2\cdot r^2}$ c) Hallar la energía magnética de un elemento de volumen de la cortura cilíndrica de longitud l y volumen $dVol = 2\pi r\cdot l\cdot dr$ e integrar el resultado para demostrar que la energía magnética total en el volumen de longitud l comprendido entre los cilindros $W = \frac{\mu_0\cdot I^2\cdot l}{4\pi}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$. d) Utilizar el resultado de (c) y $W = \frac{1}{2} I^2\cdot L$ para demostrar que la autoinducción por unidad de longitud es $\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$. e) Calcular el flujo que atraviesa un área rectangular de lados l y r_2-r_1 comprendida entre los conductores y demostrar que la autoinducción por unidad de longitud puede hallarse a partir de $\Phi = I\cdot L$

(8)

a) 

Ampère : $\oint_l \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \cdot \sum_i I$

$\boxed{r<r_1}$

$I=0 \Rightarrow B=0$

$\boxed{r_1<r<r_2}$

$B\cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$

$\boxed{r_2<r}$

$I = I + (-I) = 0 \Rightarrow B = 0$

b) u, densidad de energía del campo magnético

$$u = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\frac{\frac{\mu_0^2\cdot I^2}{4\pi^2\cdot r^2}}{\mu_0} = \frac{\mu_0\cdot I^2}{8\pi^2\cdot r^2}$$

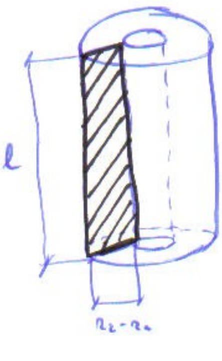
c) U, energía total almacenada

$$U = \int u\cdot dVol = \int \frac{\mu_0\cdot I^2}{8\pi^2\cdot r^2}\cdot 2\pi\cdot r\cdot l\cdot dr = \frac{\mu_0\cdot I^2\cdot l}{4\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0\cdot I^2\cdot l}{4\pi}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

d) $\frac{L}{l}$

$U = \frac{1}{2} I^2 \cdot L \qquad \cancel{\frac{1}{2}}\,\cancel{I^2}\cdot L = \frac{\mu_0\cdot \cancel{I^2}}{4\pi}\cdot l\cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

e) 

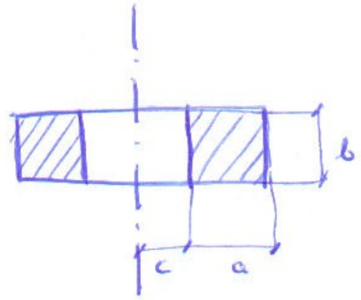
$dS = l\cdot dr \qquad d\Phi = B\cdot dS = \frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}\, l\cdot dr$

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} d\Phi = \frac{\mu_0\cdot I\cdot l}{2\pi r}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$L = \frac{\Phi}{I}$$ (Sólo en un medio lineal, isótropo y homogéneo)

$$L = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \Rightarrow \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

(9) En un toroide de N vueltas y sección rectangular por el que circula una corriente I se pide determinar: a) Flujo magnético a través de la sección rectangular a·b del toroide b) Inductancia del toroide.



a) $$\oint_l \vec{B} \cdot \vec{dl} = B \cdot \int dl = B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot \sum_i I$$

$\left| \vec{B}, \vec{dl} \text{ ctes} \right.$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot \sum_i I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi r}$$

$\left| \sum_i I = \right.$

$$\Phi_T = N \cdot \Phi_M = N \cdot \oint_S \vec{B} \cdot \vec{ds} = N \cdot \int_c^{c+a} \frac{\mu_0 \cdot \sum_i I}{2\pi r} b \cdot dr = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I \cdot b}{2\pi} \ln\left(\frac{c+a}{c}\right)$$

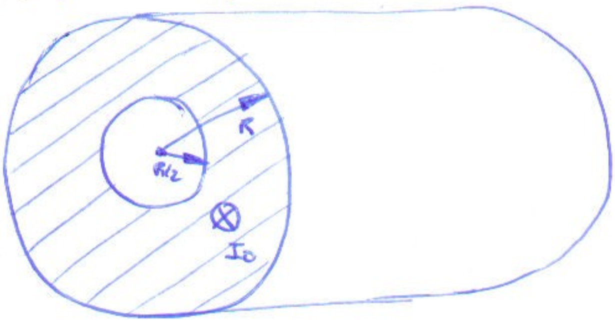
b) $$L = \frac{2U}{I^2} \qquad U = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

$$L = \frac{B^2}{\mu_0 I^2} = \frac{\mu_0 N^2 \cdot I^2 b^2}{I^2} \ln\left(\frac{c+a}{c}\right)$$

• EJERCICIO DE EXAMEN:

a) $\vec{B}$, para todo r.

b) Inductancia interna por unidad de longitud del cilindro



a) $\boxed{r < \frac{R}{2}}$ $\oint_{\ell} \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot \sum_i I$ $B = \frac{\mu_0 \cdot \sum_i I}{2\pi \cdot r}$

$\sum_i I = 0 \implies B = 0$

$\boxed{\frac{R}{2} < r < R}$

$$\sum_i I = \frac{I_0 \left(\pi r^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2\right)}{\left(\pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2\right)}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I_0 \cancel{\pi} \left(r^2 - \frac{R^2}{4}\right)}{2\pi r \cdot \cancel{\pi} \left(R^2 - \frac{R^2}{4}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot 2 \cdot I_0 \left(r^2 - \frac{R^2}{4}\right)}{\pi \cdot r \cdot 3 \cdot R^2}$$

$\boxed{r > R}$ $B = \frac{\mu_0 \cdot I_0}{2\pi \cdot r}$

b) $\frac{L}{l}$?

$$u = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{2\mu_0 I_0^2}{9\pi^2 \cdot R^4}\left(r - \frac{R^2}{4r}\right)^2$$

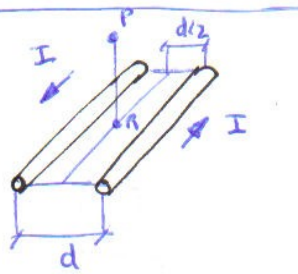
$$U = \int u \cdot dVol = \int_{R/2}^{R} \frac{2\mu_0 I_0^2}{9\pi^2 \cdot R^4}\left(r - \frac{R^2}{4r}\right)^2 (2\pi \cdot r \cdot l \cdot dr) =$$

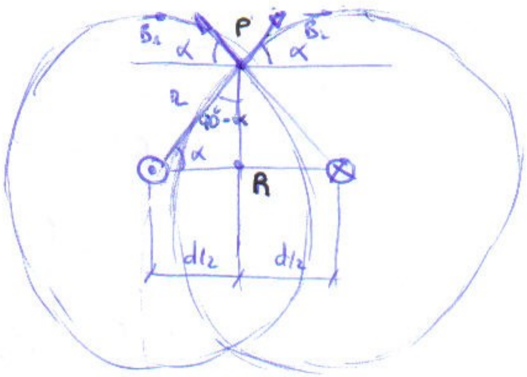
$$= \frac{2\mu_0 \cdot I_0^2 \cdot 2\pi \cdot l}{9\pi^2 \cdot R^4}\int_{R/2}^{R}\left(r - \frac{R^2}{4r}\right)^2 \cdot r \cdot dr = \frac{\mu_0 \cdot I_0^2 \cdot l}{36\pi}\left(\frac{3}{4} + \ln 2\right)$$

$$U = \frac{1}{2} L \cdot \cancel{I_0^2} = \frac{\mu_0 \cdot \cancel{I_0^2} \cdot l}{36\pi}\left(\frac{3}{4} + \ln 2\right)$$

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{18\pi}\left(\frac{3}{4} + \ln 2\right)$$

· EJERCICIO DE EXAMEN:





Hilos conductores de longitud infinita

$$\vec{B_1} = B_1 \cdot \hat{B}_1 = B_1 \left(\cos\alpha\,(-\hat{\imath}) + \operatorname{sen}\alpha\,\hat{\jmath}\right)$$

$$\vec{B_2} = B_2 \cdot \hat{B}_2 = B_2 \cdot \left(\cos\alpha \cdot \hat{\imath} + \operatorname{sen}\alpha \cdot \hat{\jmath}\right)$$

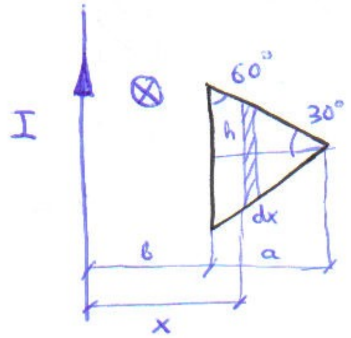
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2}} \qquad B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$$

$$\vec{B}_T = \vec{B_1} + \vec{B_2} = 2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \hat{\jmath} = \frac{\mu_0 \cdot I}{\pi\sqrt{\frac{d^2}{4} + R^2}} \cdot \frac{R}{\sqrt{\frac{d^2}{4} + R^2}}\,\hat{\jmath} = \frac{\mu_0 \cdot I}{\pi} \cdot \frac{R}{\left(\frac{d^2}{4} + R^2\right)}\,\hat{\jmath}$$

Terminos en $\hat{\imath}$ se anulan

• EJERCICIO DE EXAMEN:

Coef. de inducción mutua entre un hilo recto y largo y un triángulo equilátero coplanario a este hilo.



$$d\Phi = B \cdot ds \qquad L = \frac{\Phi}{I}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x}$$

$$ds = 2 \cdot h \cdot dx \qquad tg\,30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{b+a-x}$$

$$h = \frac{b+a-x}{\sqrt{3}}$$

$$d\Phi = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} (b+a-x) \cdot dx$$

$$\Phi = \int_b^{b+a} d\Phi = \int_b^{b+a} \frac{\mu_0 \cdot I}{\pi \cdot \sqrt{3}\, x}(b+a)\,dx + \int \frac{\mu_0 \cdot I}{\pi \cdot \sqrt{3} \cdot x}(-x) \cdot dx =$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I\,(b+a)}{\sqrt{3} \cdot \pi} \ln\left(\frac{b+a}{b}\right) - \frac{\mu_0 \cdot I}{\sqrt{3} \cdot \pi}(b+a-b) =$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I}{\sqrt{3} \cdot \pi}\left[(a+b)\ln\left(\frac{b+a}{b}\right) - a\right]$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{\sqrt{3}\,\pi}\left[(a+b)\ln\left(\frac{b+a}{b}\right) - a\right] \quad H \quad (\text{Henrios})$$

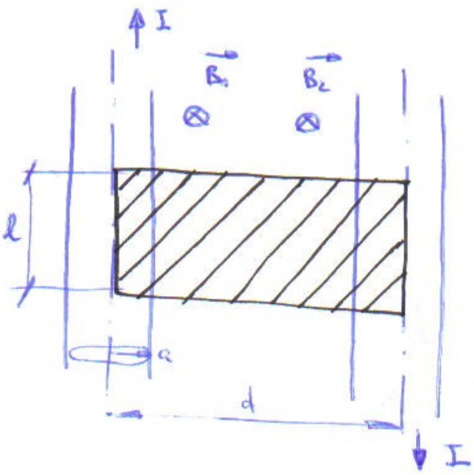
NOTA: L sólo depende de las características geométricas, no puede depender de I u otra cosa.

- EJERCICIO DE EXAMEN:

Con radio no despreciable

a) Φ en S

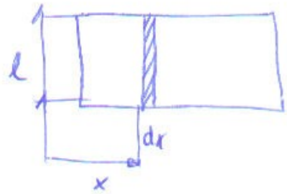
b) $d = d_0 + b \cdot \operatorname{sen} \omega t$, ¿$\frac{\varepsilon}{\ell}$?



- Φ_ℓ $\boxed{a < x < d}$

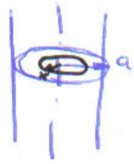
$d\Phi = B \cdot ds$ $\qquad ds = \ell \cdot dx$ $\qquad B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot x}$

$$d\Phi = \frac{\mu_0 \cdot I \ell}{2\pi} dx$$



$$\Phi_\ell = \int d\Phi = \int_a^d \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \ell}{2\pi \cdot x} dx = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{a}\right) \text{ Wb}$$

- Φ_i $\boxed{0 < x < a}$



$$B \cdot 2\pi x = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot \pi x^2}{\pi \cdot a^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot x \cdot I}{2\pi \cdot a^2}$$

$$d\Phi_i = B \cdot ds = \frac{\mu_0 x I}{2\pi a^2} \cdot \ell \cdot dx$$

$$\Phi_i = \int_0^a d\Phi = \frac{\mu_0 \cdot I \ell}{2\pi \cdot a^2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{\mu_0 \cdot I \ell}{4\pi} \text{ Wb}$$

$$\Phi_1 = \Phi_\ell + \underbrace{\Phi_i}_{=0,\ \text{si } R \text{ despreciable}} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \ell}{2\pi}\left(\ln\frac{d}{a} + \frac{1}{2}\right) \text{ Wb}$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 \quad \Rightarrow \quad \Phi_T = 2 \cdot \Phi_1 = \frac{\mu_0 \cdot I \ell}{\pi}\left(\ln\frac{d}{a} + \frac{1}{2}\right) \text{ Wb}$$

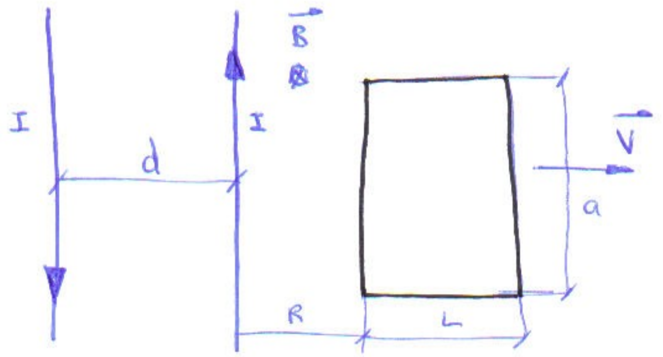
b) $d = d_0 + b \cdot sen(w \cdot t)$

$$\Phi(t) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot l}{\pi}\left[\ln\left(\frac{d_0 + b \cdot sen(w \cdot t)}{a}\right) + \frac{1}{2}\right]$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{\mu_0 \cdot I \cdot l}{\pi} \cdot \frac{b \cdot w \cdot sen w \cdot t}{d_0 + b \cdot sen wt}$$

$$\left(Si\ b \ll d_0 \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\mu_0 \cdot I \cdot l}{\pi} \cdot \frac{b w \cdot sen wt}{d_0}\right)$$

• EJERCICIO DE EXAMEN:



$R = R_0 + v \cdot t$

¿ ε en la espira?

$$d\vec{s} = s \cdot (-\hat{k})$$

$$d\Phi_1 = B \cdot ds = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi x} a \cdot dx$$

$$\Phi_1 = \int_R^{R+L} d\Phi = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+L}{R}\right) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot a}{2\pi} \ln\left(\frac{R_0 + v \cdot t + L}{R_0 + v \cdot t}\right)$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{\mu_0 \cdot I a}{2\pi} \cdot \frac{R_0 + v t}{R_0 + V t + L} \cdot \frac{(R_0 + v \cdot t) V - (R_0 + v \cdot t + L) \cdot v}{(R_0 + v \cdot t)^2} =$$

$$= -\frac{\mu_0 \cdot I \cdot a \cdot L V}{2\pi (R_0 + v \cdot t)(R_0 + v \cdot t + L)}$$

$$d\Phi_2 = -B \cdot dS = -\frac{\mu \cdot I \cdot a}{2\pi x}\, dx$$

$$\Phi_2 = -\frac{\mu_0 \cdot I\, a}{2\pi} \ln\left(\frac{R_0 + d + v t + L}{R_0 + d + v \cdot t}\right)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{\mu_0 \cdot I \cdot a \cdot L \cdot v}{2\pi (R_0 + v \cdot t + d)(R_0 + v \cdot t + d + L)}$$

$$\varepsilon t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\mu_0 \cdot 2 I \cdot a \cdot L \cdot v}{2\pi}\left(\frac{1}{(R_0 + v \cdot t + L)(R_0 + v t)} - \frac{1}{(R_0 + v \cdot t + d)(R_0 + v t + d + L)}\right)$$