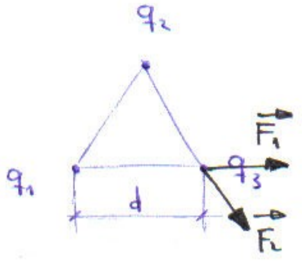
BOLETÍN 2

[CAMPO ELÉCTRICO: Ley de Coulomb]

① Tres partículas con cargas iguales q están en las esquinas de un triángulo equilátero de lado d. ¿Qué fuerza siente cada partícula?



$$\vec{F} = K\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d^2}\cdot\hat{r} = K\cdot\frac{q^2}{d^2}\cdot\hat{r} \quad (N)$$

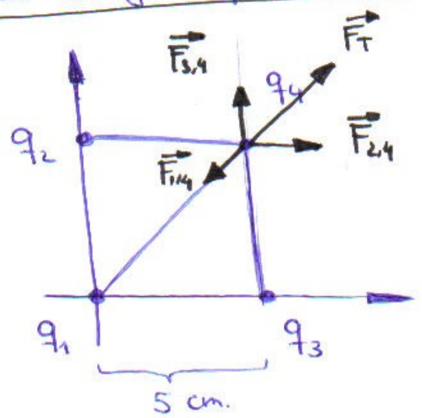
$$\vec{F_1} = K\cdot\frac{q^2}{d^2}\hat{i}$$

$$\vec{F_2} = K\cdot\frac{q^2}{d^2}(\cos 60\,\hat{i} - \text{sen}60\cdot\hat{j}) = K\cdot\frac{q^2}{d^2}\left(\frac{1}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right)$$

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = K\cdot\frac{q^2}{d^2}\left(\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right) = K\cdot\frac{q^2}{d^2}\underbrace{\left(\frac{3}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right)}$$

$$|\vec{F}| = \frac{\sqrt{3}\cdot K\cdot q^2}{d^2} \qquad |\vec{F}| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{3}$$

② Tres cargas de 3nC están en los vértices de un cuadrado de lado 5 cm. Las dos cargas en los vértices opuestos son positivas y la otra es negativa. Determinar la fuerza ejercida por estas cargas sobre una cuarta carga $q = 3nC$ situada en el vértice restante:



$$\vec{F_T} = \vec{F_{1,4}} + \vec{F_{2,4}} + \vec{F_{3,4}}$$

$$\vec{F_{1,4}} = K\cdot\frac{q_1\cdot q_4}{d^2}\cdot\hat{r}_{1,4} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{3\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^{-9}}{(\sqrt{50}\cdot 10^{-2})^2}\cdot$$

$$\cdot\underbrace{(-\hat{i}-\hat{j})\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}_{\text{Para que sea unitario}} = \frac{81}{\sqrt{2}\cdot 50}\cdot 10^{-5}(-\hat{i}-\hat{j})$$

$$\vec{F}_{2,4} = 9\cdot \cancel{10^{9}} \cdot \frac{3\cdot \cancel{10^{-9}} \cdot 3\cdot 10^{-9}}{(5\cdot 10^{-2})^2} \cdot \hat{i} = \frac{81}{25}\cdot 10^{-5}\cdot \hat{i}$$

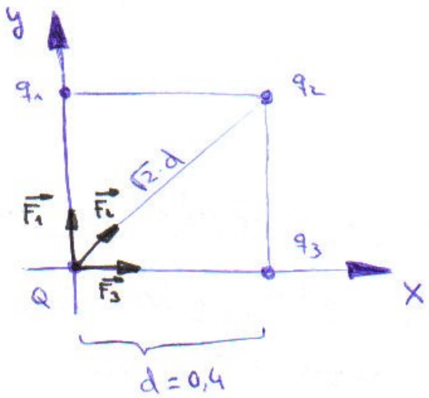
$$\vec{F}_{3,4} = 9\cdot \cancel{10^{9}} \cdot \frac{3\cdot \cancel{10^{-9}} \cdot 3\cdot 10^{-9}}{(5\cdot 10^{-2})^2} \cdot \hat{j} = \frac{81}{25}\cdot 10^{-5}\cdot \hat{j}$$

$$\vec{F}_T = \frac{81\sqrt{2}}{100}\cdot 10^{-5}(-\hat{i}-\hat{j}) + \frac{81}{25}\cdot 10^{-5}\cdot \hat{i} + \frac{81}{25}\cdot 10^{-5}\cdot \hat{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_T| = 2,96\cdot 10^{-5} \text{ N}$$

③ Tres cargas puntuales de $-3\cdot 10^{-9}$ C están situadas en los vértices A, B y C de un cuadrado de 0,4 m. de lado. Calcular la fuerza resultante ejercida sobre una cuarta carga puntual de 10^{-9} C situada:

a) En el vértice D:



$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{F}_1 = K\cdot \frac{|q_1|\cdot Q}{d^2}\cdot \hat{j} = 9\cdot \cancel{10^{9}}\cdot \frac{3\cdot \cancel{10^{-9}}\cdot 10^{-9}}{(0,4)^2}\cdot \hat{j} =$$

$$= \frac{27}{0,16}\cdot 10^{-9}\cdot \hat{j} \text{ N}$$

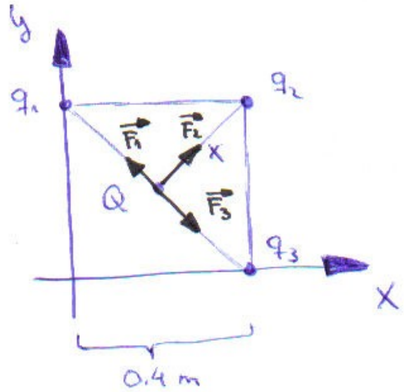
$$\vec{F}_3 = K\cdot \frac{|q_3|\cdot Q}{d^2}\cdot \hat{i} = 9\cdot \cancel{10^{9}}\cdot \frac{3\cdot \cancel{10^{-9}}\cdot 10^{-9}}{(0,4)^2}\cdot \hat{i} = \frac{27}{0,16}\cdot 10^{-9}\cdot \hat{i} \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = K\cdot \frac{|q_2|\cdot Q}{(\sqrt{2}\cdot d)^2}\underbrace{(\cos 45^\circ\, \hat{i} + \operatorname{sen} 45^\circ\cdot \hat{j})}_{\hat{u}} = 9\cdot \cancel{10^{9}}\cdot \frac{3\cdot \cancel{10^{-9}}\cdot 10^{-9}}{2\cdot 0,4^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}\right) \text{ N}$$

$$\vec{F} = \frac{27}{0,16}\cdot 10^{-9}\cdot \hat{j} + \frac{27}{0,32}\cdot 10^{-9}\underbrace{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}\right)}_{|\hat{u}|=1} + \frac{27}{0,16}\cdot 10^{-9}\cdot \hat{i} \text{ N}$$

$$|\vec{F}| = 3,23\cdot 10^{-7} \text{ N}$$

b) En el centro del cuadrado:



Vemos que por simetría, $\vec{F_1}$ y $\vec{F_3}$ se anulan, con lo que:

$$\vec{F} = \vec{F_3}$$

$$x = \sqrt{2} \cdot d \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot d}{2}$$

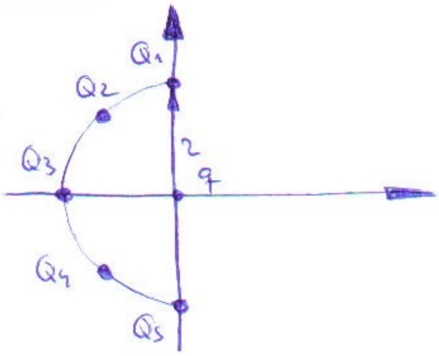
$$\vec{r} = (d, d) - (d/2, d/2) = (d/2, d/2)$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{(d/2, d/2)}{\sqrt{(d/2)^2 + (d/2)^2}} = \frac{(d/2, d/2)}{\sqrt{2} \cdot d/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,1) = \left(\frac{\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\vec{F_3} = K \cdot \frac{Q \cdot q_3}{x^2} \hat{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-9}}{d^2/2} \left(\frac{\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}\right) \text{ N}$$

$$|\vec{F_3}| = 3{,}37 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

④ Cinco partículas iguales Q están igualmente espaciadas en un semicírculo de radio R como indica la figura. Determinar la fuerza que ejercen sobre una carga q localizada en el centro del semicírculo:



$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{5} \vec{F_i}$$

$$\vec{F_1} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot q}{r^2} (\hat{j})$$

$$\vec{F_2} = K \cdot \frac{Q_2 \cdot q}{r^2} \left(\frac{-\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\vec{F_3} = K \cdot \frac{Q_3 \cdot q}{r^2} (-\hat{i})$$

$$\vec{F_4} = K \cdot \frac{Q_4 \cdot q}{r^2} \left(\frac{-\hat{i}-\hat{j}}{\sqrt{2}}\right)$$

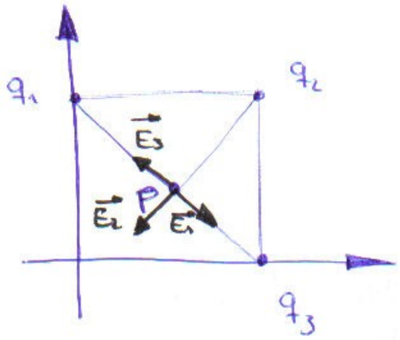
$$\vec{F_5} = K \cdot \frac{Q_5 \cdot q}{r^2} (-\hat{j})$$

$\vec{F_1}$ y $\vec{F_5}$ se anulan por simetría:

$$\vec{F} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \left(\underbrace{\frac{-\hat{i}+\cancel{\hat{j}}}{\sqrt{2}}}_{\hat{F_2}} \underbrace{- \hat{i}}_{\hat{F_3}} + \underbrace{\frac{-\cancel{\hat{j}}-\hat{i}}{\sqrt{2}}}_{\hat{F_4}}\right) = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \left(\frac{-2\hat{i} - \sqrt{2} \cdot \hat{i}}{\sqrt{2}}\right) \text{ N}$$

5) Tres partículas con cargas positivas iguales q ocupan esquinas en un cuadrado de lado d. Determinar el campo eléctrico en:

a) El centro del cuadrado:



$$\vec{E} = K \cdot \sum_{i=1}^{3} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad (N/C)$$

$$\vec{E_1} = K \cdot \frac{q}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)^2} (\cos 45° \cdot \hat{i} - \operatorname{sen} 45° \hat{j})$$

$$\vec{E_2} = K \cdot \frac{q}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)^2} (-\cos 45° \cdot \hat{i} - \operatorname{sen} 45° \hat{j})$$

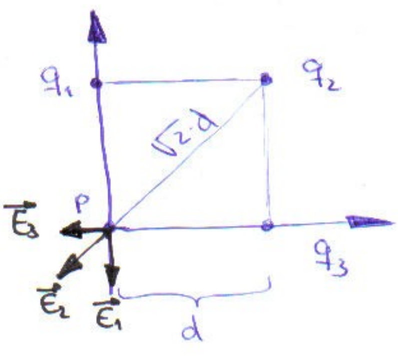
$$\vec{E_3} = K \cdot \frac{q}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)^2} (-\cos 45° \hat{i} + \operatorname{sen} 45° \hat{j})$$

Vemos que por simetría, $\vec{E_1}$ y $\vec{E_3}$ se anulan.

$$\vec{E} = \vec{E_2}$$

$$E = 2K \cdot \frac{q}{d^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = K \cdot \frac{2q}{d^2} \quad N/C$$

b) La esquina vacante:



$$\vec{E_1} = K \cdot \frac{q}{d^2} (-\hat{j})$$

$$\vec{E_2} = K \cdot \frac{q}{(\sqrt{2}d)^2} (-\cos 45° \hat{i} - \operatorname{sen} 45° \hat{j})$$

$$\vec{E_3} = K \cdot \frac{q}{d^2} (-\hat{i})$$

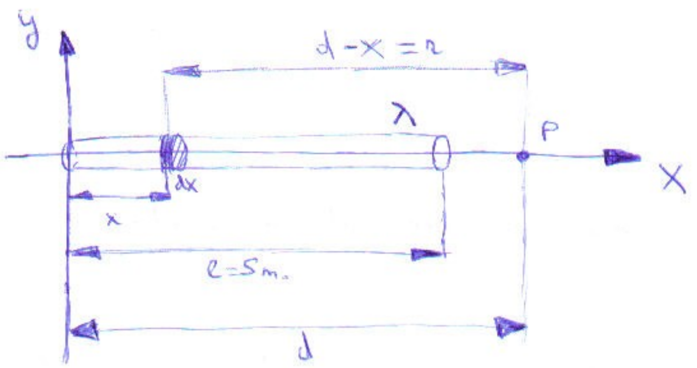
$$\vec{E} = K \cdot \frac{q}{d^2} \left(-\hat{j} + \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}}{2} - \hat{i}\right)$$

$$E = K \cdot \frac{q}{d^2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$$

⑥ Una carga lineal uniforme de densidad $\lambda = 3{,}5\ nC/m$ se distribuye desde $x=0$ a $x=5m.$

a) ¿Cuál es la carga total? Determinar el campo eléctrico sobre el eje X en b) $x=6m.$, c) $x=9m.$, d) $x=250m.$ e) Determinar el campo en $x=250m.$ usando la aproximación de que se trata de una carga puntual en el origen y comparar con d):

$\lambda = 3{,}5\cdot10^{-9}\ C/m$



a) $\lambda = \frac{dq}{dx} \Longrightarrow dq = \lambda \cdot dx$

$$Q = \int_{DIST} dq = \int_0^5 dq = \int_0^5 \lambda\cdot dx = 5\cdot\lambda = 3{,}5\cdot5\cdot10^{-9} = 17{,}5\cdot10^{-9}\ C$$

b) Campo eléct. creado por un elemento diferencial:

$$d\vec{E} = dE\cdot\hat{i}$$

$$dE = K\cdot\frac{dq}{r^2} = K\cdot\frac{dq}{(d-x)^2}$$

$$E = \int_0^5 K\cdot\frac{dq}{(d-x)^2} = \int_0^5 K\cdot\frac{\lambda\cdot dx}{(d-x)^2} = -K\cdot\lambda\cdot\int_0^5 -(d-x)^{-2}\cdot dx = K\cdot\lambda\cdot\left.\frac{1}{d-x}\right]_0^5 =$$

$$= K\cdot\lambda\left(\frac{1}{d-5} - \frac{1}{d}\right)$$

$$\vec{E} = E\cdot\hat{i} = K\cdot\lambda\left(\frac{1}{d-5} - \frac{1}{d}\right)\hat{i}$$

$d = 6\ m.$

$$\vec{E} = 9\cdot10^{9}\cdot 3{,}5\cdot10^{-9}\left(\frac{1}{6-5}-\frac{1}{6}\right)\hat{i} = 31{,}5\cdot\frac{5}{6}\cdot\hat{i} = 26{,}25\hat{i}\ \ N/C$$

$d = 9\ m$

$$\vec{E} = 31{,}5\left(\frac{1}{9-5}-\frac{1}{9}\right)\hat{i} = 4{,}375\cdot\hat{i}\ \ N/C$$

$d = 250\ m.$

$$\vec{E} = 31{,}5\left(\frac{1}{250-5}-\frac{1}{250}\right)\hat{i} = 2{,}57\cdot10^{-3}\hat{i}\ \ N/C$$

e) $Q = 17{,}5\ nC$

Considerando la distrib lineal como una carga puntual al ser puntos muy alejados: $d-l \simeq d$

$$E = K\cdot\lambda\left(\frac{1}{d-l}-\frac{1}{d}\right) = K\cdot\lambda\cdot\frac{l}{d(d+l)}\Bigg|_{d \simeq d+l} = K\cdot\frac{Q}{d^2}$$

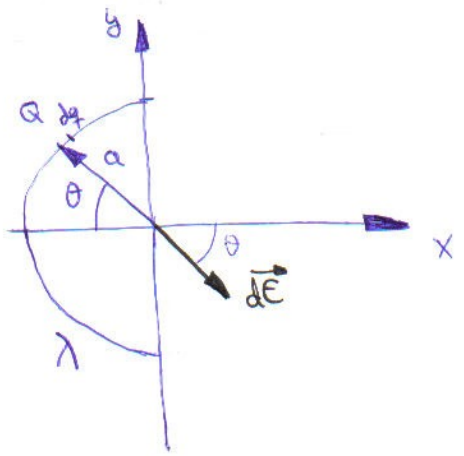
$Q = \lambda\cdot l = 17{,}5\ nC$

$$\vec{E} = E\cdot\hat{i} = \frac{9\cdot10^{9}\cdot 17{,}5\cdot10^{-9}}{250^2} = 2{,}52\cdot10^{-3}\hat{i}\ \ N/C$$

Comparando: $E_{d)} = 2{,}57\cdot10^{-3}\hat{i}\ \ N/C$ $\qquad E_{d)} \simeq E_{e)}$

$E_{e)} = 2{,}52\cdot10^{-3}\hat{i}\ \ N/C$

(7) La figura muestra una varilla en forma de semicírculo con densidad lineal de carga uniforme. Obtener una expresión para el campo eléctrico en el centro P, en función de la carga Q de la varilla y de su radio a:



Dado que los $d\vec{E}_y$ se anulan por simetría, sólo quedará sobre el eje X.

$$d\vec{E} = dE \cdot \hat{r}$$

$$\hat{r} = \cos\theta \cdot \hat{i} + (-\operatorname{sen}\theta) \cdot \hat{j}$$

$$dE = K \cdot \frac{dq}{a^2} = K \cdot \frac{\lambda \cdot dl}{a^2}$$

$$dq = \lambda \cdot dl$$

$$\frac{2\pi \cdot a}{2\pi \text{ rad}} = \frac{l}{\theta} \qquad \theta = \frac{l}{a} \qquad dl = a \cdot d\theta$$

$$d\vec{E} = K \cdot \frac{\lambda \cdot dl}{a^2} \cos\theta \cdot \hat{i} - K \cdot \frac{\lambda \cdot dl}{a^2} \operatorname{sen}\theta \cdot \hat{j} = K \cdot \frac{\lambda \cdot \cancel{a} \cdot d\theta}{a^{\cancel{2}}} \cos\theta \cdot \hat{i} -$$

$$dl = a \cdot d\theta$$

$$- K \cdot \lambda \cdot \frac{\cancel{a} \cdot d\theta}{a^{\cancel{2}}} \operatorname{sen}\theta \cdot \hat{j} = K \cdot \frac{\lambda \cdot \cos\theta}{a} d\theta \, \hat{i} - K \cdot \frac{\lambda \cdot \operatorname{sen}\theta}{a} d\theta \, \hat{j}$$

$$\vec{E} = \int_{\text{DIST}} d\vec{E}$$

$$\vec{E} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{K \cdot \lambda}{a} \cdot \cos\theta \cdot d\theta \cdot \hat{i} - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{K \cdot \lambda}{a} \operatorname{sen}\theta \cdot d\theta \cdot \hat{j} =$$

$$= \frac{K \cdot \lambda}{a} \operatorname{sen}\theta \Big]_{-\pi/2}^{\pi/2} \cdot \hat{i} - \frac{K \cdot \lambda}{a} (-\cos\theta) \Big]_{-\pi/2}^{\pi/2} \cdot \hat{j} = \frac{K \cdot \lambda}{a} (1 - (-1)) \cdot \hat{i} +$$

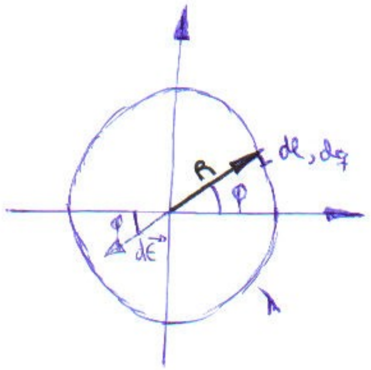
$$+ \underbrace{K \cdot \frac{\lambda}{a} (0 - 0) \hat{j}}_{\text{Componentes en } y \text{ se anulan}} = 2 \frac{K \cdot \lambda}{a} \hat{i} \ \text{N/C}$$

• Debemos ponerlo en función de Q y a

$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{Q}{\frac{2\pi \cdot a}{2}} \qquad \vec{E} = \frac{2K\cdot\lambda}{a} = \frac{2K\cdot Q}{\pi\cdot a^2}\hat{\imath} = \frac{Q}{2\pi^2\cdot\varepsilon_0\cdot a^2}\hat{\imath} \quad N/C$$

(8) Un aro circular de radio R formado por un hilo conductor de sección despreciable comparado con R, se carga con una densidad lineal λ C/m dada por $\lambda = \lambda_0 \cdot \text{sen}(\varphi/2)$. Determinar:

a) Campo en el centro del aro:



$$0 \le \varphi \le 2\pi$$
$$0 \le \varphi/2 \le \pi$$
$$\text{sen}\,\varphi/2 \ge 0$$
$$\lambda \ge 0$$

$$d\vec{E} = dE\cdot\hat{r}$$
$$\hat{r} = -\cos\varphi\cdot\hat{\imath} - \text{sen}\varphi\cdot\hat{\jmath}$$

$$dE = K\cdot\frac{dq}{R^2} = K\cdot\frac{\lambda\cdot dl}{R^2} \Big|_{dl = R\cdot d\varphi} = K\cdot\frac{\lambda\cdot \cancel{R}\cdot d\theta}{R^{\cancel{2}}} = K\cdot\frac{\lambda_0\cdot\text{sen}(\varphi/2)\cdot d\theta}{R}$$

$$\vec{E} = \int_{DIST} d\vec{E} = \int_0^{2\pi} -K\cdot\frac{\lambda_0}{R}\cdot\text{sen}(\varphi/2)\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi\cdot\hat{\imath} - \int_0^{2\pi} K\cdot\frac{\lambda_0}{R}\,\text{sen}(\varphi/2)\cdot\text{sen}\varphi\cdot d\varphi\cdot\hat{\jmath} =$$

$$= -K\cdot\frac{\lambda_0}{R}\left(\int_0^{2\pi}\text{sen}\,\varphi/2\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi\cdot\hat{\imath} + \int_0^{2\pi}\text{sen}\varphi/2\cdot\text{sen}\varphi\cdot d\varphi\cdot\hat{\jmath}\right) \overset{*}{=}$$

Con las fórmulas:

$$\left[\begin{array}{l}\int \text{sen}a\cdot\cos b = \int \frac{1}{2}\text{sen}(a+b) + \frac{1}{2}\text{sen}(a-b) \\ \int \text{sen}a\cdot\text{sen}b = \int \frac{1}{2}\cos(a-b) - \frac{1}{2}\cos(a+b)\end{array}\right]$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \cdot d\varphi + \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{-\varphi}{2}\right) d\varphi = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \left.\frac{-\cos\left(\frac{-3\varphi}{2}\right)}{3/\cancel{2}}\right]_0^{2\pi} +$$

$$+ \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \left.\frac{-\cos\left(\frac{-\varphi}{2}\right)}{-1/\cancel{2}}\right]_0^{2\pi} = -\frac{1}{3}\left[-1-1\right] + \left[-1-1\right] = \frac{2}{3} - 2 = -\frac{4}{3}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \cos\left(\frac{-\varphi}{2}\right) \cdot d\varphi - \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \cos\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \cdot d\varphi = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \left.\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{-\varphi}{2}\right)}{-1/\cancel{2}}\right]_0^{2\pi} -$$

$$- \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \left.\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{3\varphi}{2}\right)}{3/\cancel{2}}\right]_0^{2\pi} = -\left[0-0\right] - \frac{1}{3}\left[0-0\right] = 0$$

Con estos resultados:

$$* = -K \cdot \frac{\lambda_0}{R}\left(-\frac{4}{3}\right)\hat{i} = \frac{4K \cdot \lambda_0}{3R} \cdot \hat{i} = \frac{\lambda_0}{3\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}\hat{i} \quad N/C$$

b) $Q = \int dq$

$$dq = \lambda \cdot dl = \lambda \cdot R \cdot d\varphi = \lambda_0 \cdot R \cdot \operatorname{sen}(\varphi/2) \cdot d\varphi$$

$$dl = R \cdot d\varphi$$

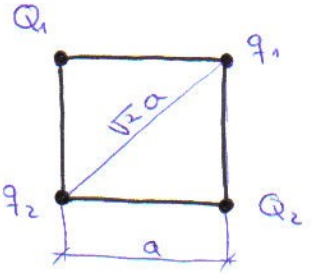
$$Q = \int_0^{2\pi} \lambda_0 \cdot R \cdot \operatorname{sen}(\varphi/2) \cdot d\varphi = \lambda_0 \cdot R \cdot \left.\frac{-\cos \varphi/2}{1/2}\right]_0^{2\pi} = \lambda_0 \cdot R \cdot 2\left(-\cos\pi + \cos 0\right) =$$

$$= 4 \cdot \lambda_0 \cdot R \quad C$$

(Carga total del aro)

(9) Cuatro partículas cargadas están colocadas en las esquinas de un cuadrado de lado a, de forma que las partículas que ocupan esquinas opuestas tienen igual carga.

a) Encontrar la relación entre Q y q que haga que las fuerzas sobre las partículas con carga Q sea nula:



$$\vec{F}_{Q_2} = \vec{F}_{Q_1} + \vec{F}_{q_1} + \vec{F}_{q_2} =$$

$$= K \cdot \frac{Q_1 Q_2}{(\sqrt{2} \cdot a)^2} \hat{r} + K \cdot \frac{Q_2 \cdot q_2}{a^2} \hat{i} + K \cdot \frac{Q_2 \cdot q_1}{a^2} \hat{j} =$$

$$= K \cdot \frac{Q_2}{a^2} \left(\frac{Q_1}{\sqrt{2}} + q_2 + q_1 \right) \cdot \hat{r}$$

$$K \cdot \frac{Q}{a^2} \left(\frac{Q}{\sqrt{2}} + 2q \right) = 0 \qquad \begin{matrix} K \neq 0 \\ a^2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\frac{Q^2}{\sqrt{2}} + 2Qq = 0 \qquad \frac{Q^{\cancel{2}}}{\sqrt{2}} = -2\cancel{Q}q \qquad \frac{Q}{\sqrt{2}} = -2q$$

$$\boxed{Q = -2q \cdot \sqrt{2}}$$

b) Con esta relación, determinar el valor de las fuerzas ejercidas sobre las partículas con carga q:

$$F_{q_1} = F_{Q_1} + F_{Q_2} + F_{q_2} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot q_1}{a^2} + K \cdot \frac{Q_2 \cdot q_1}{a^2} + K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(\sqrt{2} \cdot a)^2} = \Big|_{Q = -2q\sqrt{2}}$$

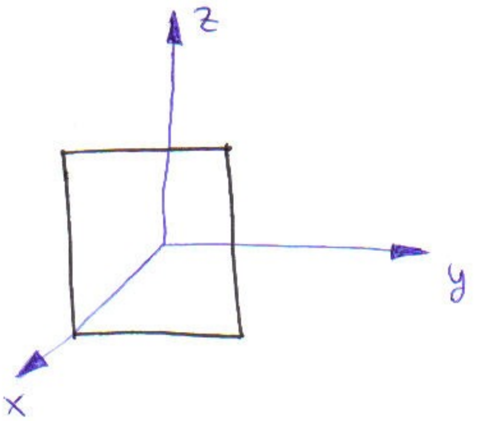
QueGrande.org

$$= K \cdot \frac{-2q\sqrt{2} \cdot q}{a^2} + K \frac{-2q\sqrt{2} \cdot q}{a^2} + K \cdot \frac{q^2}{2a^2} = K \cdot \frac{q^2}{a^2}\left(-2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) =$$

$$= K \cdot \frac{q^2}{a^2}\left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{q^2 \cdot 7}{8 \cdot \pi \varepsilon_0 \cdot a^2}$$

(10) Determinar el campo eléctrico $\vec{E}$ en puntos del eje de una distribución lineal de carga cuadrada, de lado $2l$ y con densidad lineal uniforme λ.

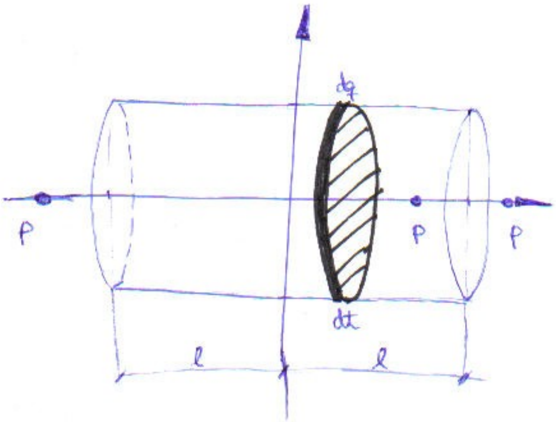
Comparar el resultado con el obtenido para el anillo cargado:



QueGrande.org

EJERCICIO DE EXAMEN:

Determinar el campo eléctrico creado por una distribución volumétrica uniforme de carga ρ de forma cilíndrica y de longitud $2l$ y radio R en cualquier punto del eje:

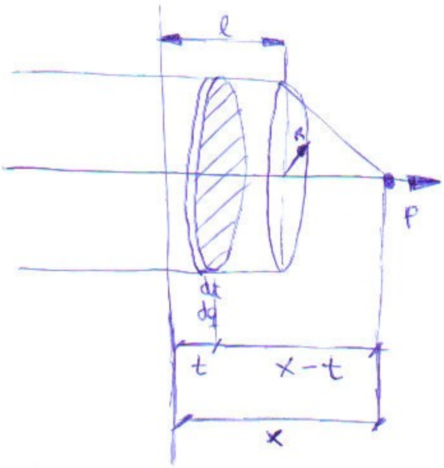


$$\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{dq}{\pi \cdot R^2 \cdot dt} \Rightarrow dq = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot dt$$

Casos:

$$\begin{cases} x \geq l \\ -l \leq x \leq l \quad (|x| \leq l) \\ x \leq -l \end{cases}$$

① $x \geq l$:



$$d\vec{E} = 2K \cdot \pi \cdot \rho \cdot dt \left(1 - \frac{x-t}{\sqrt{(x-t)^2+R^2}}\right)$$

$$\vec{E} = \int_{-l}^{l} d\vec{E} = \int_{-l}^{l} 2K \cdot \pi \cdot \rho \cdot dt \cdot \left(1 - \frac{x-t}{\sqrt{(x-t)^2+R^2}}\right) \hat{\imath} = \Big|_{*}$$

$$= 2K \cdot \pi \rho \cdot t \Big]_{-l}^{l} \hat{\imath} + 2K \cdot \pi \cdot \rho \cdot \sqrt{(x-t)^2+R^2} \Big]_{-l}^{l} \hat{\imath} =$$

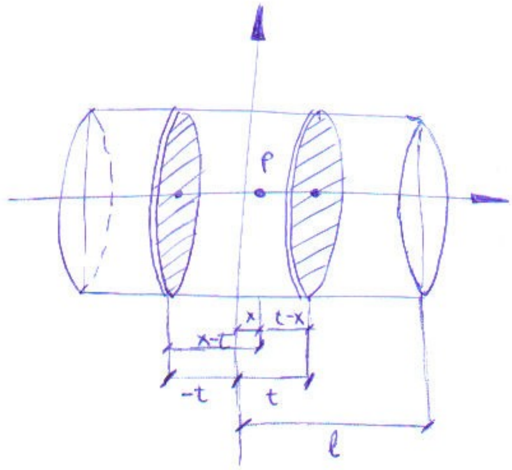
$$= 2K \cdot \pi \cdot \rho \left[2l + \sqrt{(x-l)^2+R^2} - \sqrt{(x+l)^2+R^2} \right] \hat{\imath}$$

* Integral: $2K\pi \cdot \rho \cdot \frac{\cancel{2}(x-t)(-1)}{\cancel{2}\sqrt{(x-t)^2+R^2}}$

(2) $x \leq l$:

Por simetría, vemos que quedaría igual que en el apartado anterior, pero de signo contrario $(-\hat{\imath})$.

(3) $-l \leq x \leq l$



$$\vec{E} = -2K \cdot \pi \cdot \rho \cdot \int_{x}^{l} 1 - \frac{t-x}{\sqrt{(t-x)^2 + R^2}} \, dt \cdot \hat{\imath} +$$

$$+ 2K \cdot \pi \cdot \rho \int_{-l}^{x} 1 - \frac{x-t}{\sqrt{(x-t)^2 + R^2}} \cdot dt \cdot \hat{\imath} =$$

$$= 2K \cdot \pi \cdot \rho \left[2x + \sqrt{(l-x^2) + R^2} - \sqrt{(l+x)^2 + R^2} \right] \hat{\imath}$$