



Ingeniería Informática

Medios de Transmisión (MT)

Problemas del tema 8

Transmisión digital por canales con ruido

Curso 2006-07

16/01/2007

Enunciados

1. Un sistema de transmisión binario con señalización antipodal utiliza pulsos rectangulares de amplitud 1 V. y duración T seg. El canal introduce ruido blanco gaussiano con una densidad espectral de potencia $\frac{N_0}{2} = 10^{-3} \text{ W/Hz}$. Si la señal recibida se detecta con un filtro adaptado, determine la máxima velocidad de bit que puede enviarse con una probabilidad de error $P_E = 10^{-3}$.
2. Un sistema de transmisión digital binario con señalización antipodal emplea pulsos rectangulares de amplitud 1 mV y duración T seg. El canal introduce ruido gaussiano con media nula y densidad espectral de potencia de 10^{-15} W/Hz . Si se utiliza el receptor óptimo de filtro adaptado, ¿Cual es el periodo de símbolo mínimo necesario para poder alcanzar una probabilidad de error de 10^{-4} ?
3. Encuentre el número esperado de bits erróneos que cometerá en un día un sistema de transmisión BPSK con las siguientes características: velocidad de transmisión 5000 bits/s, pulsos rectangulares, amplitud de la portadora en el receptor 1 mV y densidad espectral de potencia del ruido en el canal $\frac{N_0}{2} = 10^{-11} \text{ W/Hz}$,
4. Un sistema BPSK que funciona ininterrumpidamente comete errores con un promedio de 100 errores al día. La velocidad de transmisión es de 1000 bits/s y la densidad espectral de potencia del ruido en el canal es de $\frac{N_0}{2} = 10^{-10} \text{ W/Hz}$.
 - a) Calcule la probabilidad de error
 - b) Calcule la energía de bit necesaria en el receptor para alcanzar la probabilidad de error anterior.
5. Un sistema de transmisión digital binario utiliza la señal

$$p(t) = \begin{cases} A \sin(\pi t/T) & 0 \leq t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases} \quad (1)$$

cuando quiere transmitir un 0 binario y ausencia de pulso cuando transmite un 1 binario. Suponga que $A=0.2 \text{ mV}$ y $T=2 \mu\text{s}$ y que la señal se transmite por un canal que añade ruido blanco gaussiano de densidad espectral de potencia $\frac{N_0}{2} = 10^{-15} \text{ W/Hz}$.

- a) Determine la probabilidad de error
 - b) Repita el apartado anterior si se emplea $-p(t)$ para transmitir un 1 binario.
6. Un sistema de transmisión binario utiliza pulsos bifase (Manchester) con señalización antipodal. Suponiendo que se emplea el receptor óptimo de filtro adaptado, que el canal introduce ruido blanco gaussiano de media cero y densidad espectral de potencia $\frac{N_0}{2} = 10^{-12} \text{ W/Hz}$ y que los parámetros de la señal son $A = 1 \text{ mV}$ y $T = 2 \mu\text{s}$

- a) Dibuje el diagrama de bloques el sistema de transmisión
 - b) Determine la función de autocorrelación del pulso utilizado
 - c) Calcule la probabilidad de error suponiendo que los ceros y los unos binarios son equiprobables.
7. Un sistema de transmisión binario con señalización antipodal utiliza una forma de pulso dada por $p(t) = A e^{-t} [u(t) - u(t - T)]$.
- a) Calcule la energía del pulso en función de A y T.
 - b) Calcule y dibuje la función de autocorrelación del pulso
 - c) Calcule la densidad espectral de energía del pulso
 - d) ¿Cual es la respuesta al impulso del filtro adaptado?
 - e) Calcule y dibuje la respuesta del filtro adaptado al pulso que se transmite durante el intervalo $[4T, 5T]$.
8. Un sistema de transmisión binario utiliza pulsos bifase (Manchester) con señalización antipodal. Suponiendo que se emplea el receptor óptimo de filtro adaptado, que el canal introduce ruido blanco gaussiano de d.e.p. $\frac{N_o}{2} = 10^{-15}$ W/Hz y que los parámetros de la señal son $A = 0,1$ mV y $T = 2\mu s$
- a) Dibuje el diagrama de bloques del sistema de transmisión.
 - b) Calcule la función de autocorrelación del pulso utilizado.
 - c) Calcule la densidad espectral de energía del pulso utilizado.
 - d) ¿Cual es la respuesta al impulso del filtro adaptado?
 - e) Utilizando el resultado del apartado b, calcule la salida del filtro adaptado cuando se recibe un pulso en el intervalo $[2T, 3T]$.
 - f) Calcule la probabilidad de error del sistema.
9. Considere el sistema de transmisión digital de la figura 1

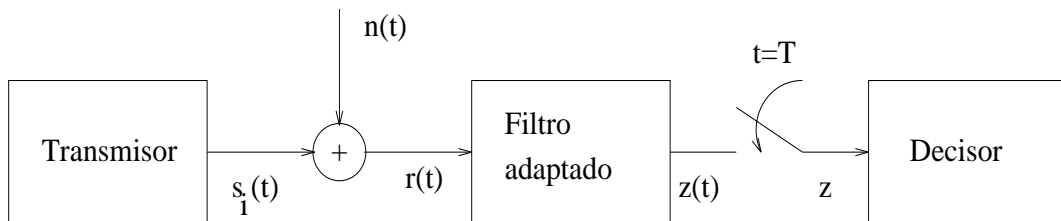


Figura 1:

El transmisor utiliza las señales $s_1(t)$ y $s_2(t)$ de la figura 9 para transmitir un cero y un uno binario respectivamente, donde T es el periodo de símbolo. El canal introduce un ruido blanco gaussiano aditivo de media nula y densidad espectral de potencia $\frac{N_o}{2}$. En recepción se utiliza el receptor óptimo que consiste en un filtro adaptado seguido de un muestreador y un decisor que compara las observaciones con un umbral óptimo.

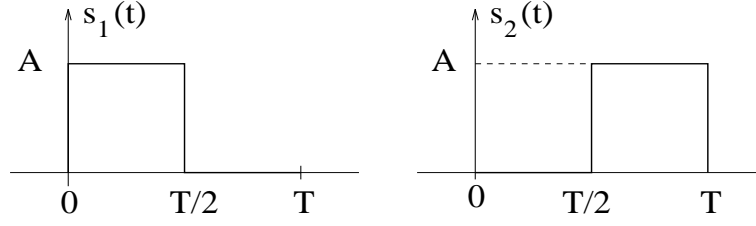


Figura 2:

- Calcule la respuesta al impulso del filtro adaptado.
- Calcule la respuesta en frecuencia del filtro adaptado.
- Calcule la probabilidad de error del sistema suponiendo que $A = 20$ mV, $T = 30$ ms y $\frac{N_o}{2} = 10^{-6}$ W/Hz. Expresé el resultado en términos de la función error complementario $Q(x)$.
- Calcule la potencia del ruido a la salida del filtro adaptado en función de N_o , A y T .

10. Considere el sistema de transmisión digital de la figura 3 El transmisor utiliza las

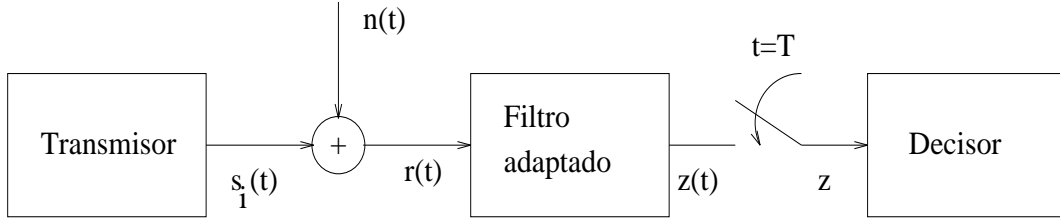


Figura 3:

señales $s_1(t)$ y $s_2(t)$ para transmitir un cero y un uno binario respectivamente

$$s_1(t) = \begin{cases} \frac{A}{T}t & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{resto} \end{cases} \quad s_2(t) = \begin{cases} \frac{A}{T}t - A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

El canal introduce un ruido blanco gaussiano aditivo de media nula y densidad espectral de potencia $\frac{N_o}{2} = 10^{-15}$ W/Hz. En recepción se utiliza el receptor óptimo que consiste en un filtro adaptado seguido de un muestreador y un decisor que compara las observaciones con un umbral óptimo.

- Calcule el producto escalar normalizado ρ entre $s_1(t)$ y $s_2(t)$ en función de A y T .
- Calcule la probabilidad de error del sistema completo suponiendo que la amplitud de las señales a la entrada del receptor es $A = 0,5$ mV y que $T = 0,1$ μ s. Expresé el resultado en términos de la función error complementario $Q(x)$.
- Calcule y dibuje la respuesta al impulso del filtro adaptado.

- d) Calcule la densidad espectral de potencia del ruido a la salida del filtro adaptado. Suponga que la constante del filtro adaptado es igual a uno.
- e) Calcule la señal de salida del filtro adaptado cuando se recibe $s_1(t)$. Suponga que la constante del filtro adaptado es igual a uno.

11. Considere el sistema de transmisión digital de la figura 4 El transmisor utiliza las

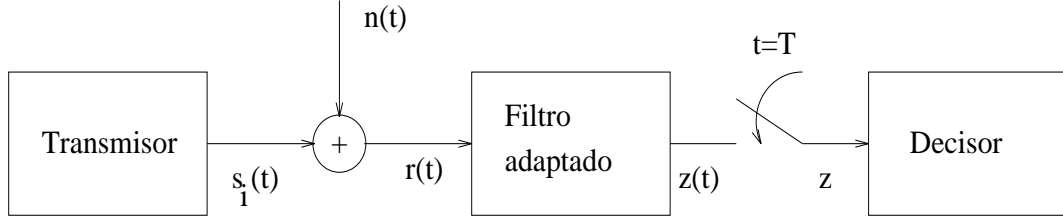


Figura 4:

señales $s_1(t)$ y $s_2(t)$ para transmitir un cero y un uno binario respectivamente

$$s_1(t) = \begin{cases} A \sin \frac{\pi t}{2T} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{resto} \end{cases} \quad s_2(t) = \begin{cases} -A \cos \frac{\pi t}{2T} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

El canal introduce un ruido blanco gaussiano aditivo de media nula y densidad espectral de potencia $\frac{N_0}{2} = 10^{-15}$ W/Hz. En recepción se utiliza el receptor óptimo que consiste en un filtro adaptado seguido de un muestreador y un decisor que compara las observaciones con un umbral óptimo.

- a) Calcule la transformada de Fourier de $s_1(t)$.
- b) Calcule la energía de $s_1(t)$ y $s_2(t)$ en función de A y T . Esto es la energía de bit E_b .
- c) Calcule el producto escalar normalizado ρ entre $s_1(t)$ y $s_2(t)$, también en función de A y T .
- d) Calcule la probabilidad de error del sistema completo suponiendo que la amplitud de las señales a la entrada del receptor es $A = 1$ mV y que $T = 0,1 \mu s$. Expresar el resultado en términos de la función error complementario $Q(x)$.
- e) Considere que $a_1 = s_1(t) * h(t)|_{t=T}$ y $a_2 = s_2(t) * h(t)|_{t=T}$ son las observaciones a la salida del filtro adaptado $h(t)$ en ausencia de ruido cuando se transmite un cero y un uno binario respectivamente. Calcule el valor que debe tener la constante del filtro adaptado para que a_1 y a_2 sean igual a $+1$ y -1 respectivamente. Expresar el resultado en función de E_b y ρ .
- f) Calcule la potencia del ruido a la salida del filtro adaptado teniendo en cuenta la constante obtenida en el apartado anterior. Expresar el resultado en función de E_b y ρ .

Nota: las siguientes relaciones trigonométricas le pueden ser útiles:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^2 x &= \frac{1 - \cos 2x}{2} \\ \operatorname{sen} x \cos x &= \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x \end{aligned}$$

12. Considere el sistema de transmisión digital de la figura 5 El transmisor utiliza las

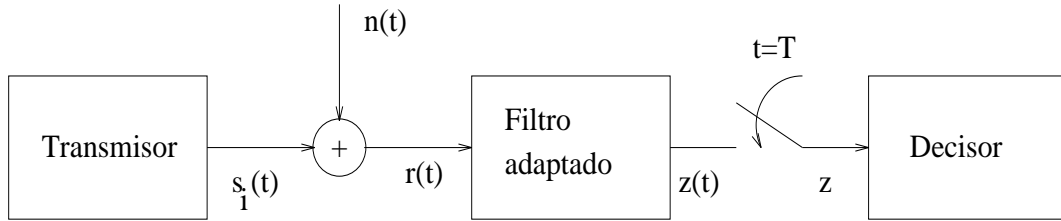


Figura 5:

señales $s_1(t)$ y $s_2(t)$ para transmitir un cero y un uno binario respectivamente

$$s_1(t) = \begin{cases} A \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{resto} \end{cases} \quad s_2(t) = \begin{cases} A \cos\left(\frac{\pi t}{T} + \phi\right) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

El canal introduce un ruido blanco gaussiano aditivo de media nula y densidad espectral de potencia $\frac{N_o}{2}$. En recepción se utiliza el receptor óptimo que consiste en un filtro adaptado seguido de un muestreador y un decisor que compara las observaciones con un umbral óptimo.

- Calcule la transformada de Fourier de $s_2(t)$.
- Calcule el producto escalar normalizado ρ entre $s_1(t)$ y $s_2(t)$ en función de ϕ .
- Determine los valores de ϕ para que la probabilidad de error del sistema sea mínima, para una E_b/N_o fija.
- Calcule la potencia del ruido a la salida del filtro adaptado en función de N_o , A y T , cuando $\phi = \pi/2$. Suponga que la constante del filtro adaptado es igual a uno.

Nota: Las siguientes relaciones trigonométricas le pueden resultar de interés

$$\begin{aligned} \cos^2 x &= \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad ; \quad \operatorname{sen} 2x = 2 \operatorname{sen} x \cos x \\ \cos(x + y) &= \cos x \cos y - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y \end{aligned}$$

13. Considere el sistema de transmisión digital de la figura

$$s_1(t) = \begin{cases} A - \frac{A}{T}t & 0 < t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases} \quad s_2(t) = \begin{cases} -\frac{A}{T}t & 0 < t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

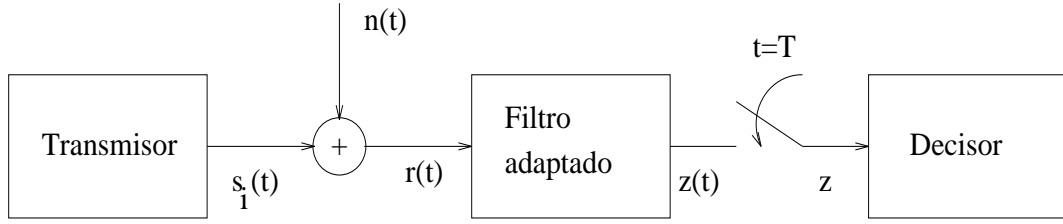


Figura 6:

El transmisor utiliza las señales $s_1(t)$ y $s_2(t)$ para transmitir un cero y un uno binario respectivamente, siendo T el periodo de símbolo. El canal introduce un ruido blanco gaussiano aditivo de media nula y densidad espectral de potencia $\frac{N_o}{2}$. En recepción se utiliza el receptor óptimo que consiste en un filtro adaptado seguido de un muestreador y un decisor que compara las observaciones con un umbral óptimo.

- Calcule el producto escalar normalizado entre $s_1(t)$ y $s_2(t)$
- Calcule la respuesta al impulso del filtro adaptado. Suponga la constante del filtro igual a uno.
- Calcule la probabilidad de error del sistema suponiendo que $A = 20$ mV, $T = 30$ ms y $\frac{N_o}{2} = 10^{-6}$ W/Hz. Expresé el resultado en términos de la función error complementario $Q(x)$.
- Calcule la potencia del ruido a la salida del filtro adaptado en función de N_o , A y T . Suponga la constante del filtro igual a uno.
- Calcule la transformada de Fourier de $s_2(t)$.
- Calcule la salida del filtro adaptado cuando a su entrada se tiene $s_1(t)$.

14. Considere el sistema de transmisión digital de la figura

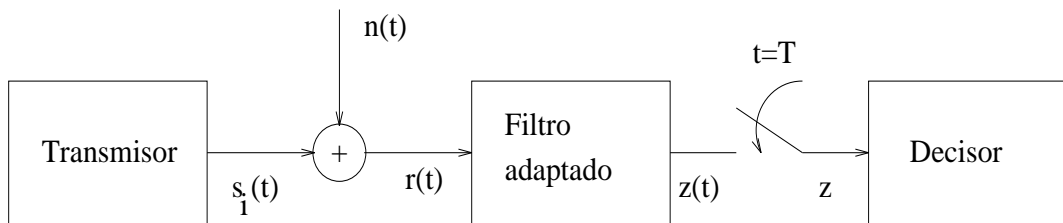


Figura 7:

El transmisor utiliza señalización antipodal con la siguiente forma de pulso

$$p(t) = \begin{cases} A \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T}\right) & 0 < t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

El canal introduce un ruido blanco gaussiano aditivo de media nula y densidad espectral de potencia $\frac{N_o}{2} = 10^{-15}$ W/Hz. En recepción se utiliza el receptor óptimo

que consiste en un filtro adaptado seguido de un muestreador y un decisor que compara las observaciones con un umbral óptimo.

- a) Calcule la probabilidad de error del sistema completo suponiendo que la amplitud de las señales a la entrada del receptor es $A = 0,5 \text{ mV}$ y que $T = 0,1 \mu\text{s}$. Exprese el resultado en términos de la función error complementario $Q(x)$.
- b) Calcule el ancho de banda equivalente del filtro adaptado.
- c) Calcule la constante del filtro adaptado para que la potencia del ruido a su salida sea la unidad.

La siguiente relación trigonométrica le puede ser útil

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

15. Calcule el producto escalar normalizado entre las señales $s_1(t) = A \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) [u(t) - u(t-T)]$ y $s_2(t) = A \cos(2\pi f_2 t + \phi_2) [u(t) - u(t-T)]$ para los siguientes casos, suponiendo que $f_1 \gg 1$ y $f_2 \gg 1$

- a) $f_1 = f_2 = 1/3T$ y $\phi_1 = \phi_2$.
- b) $f_1 = 1/3T$, $f_2 = 1/9T$ y $\phi_1 = \phi_2$.
- c) $f_1 = 2/3T$, $f_2 = 1/3T$ y $\phi_1 = \phi_2$.
- d) $f_1 = \pi/3T$, $f_2 = 1/3T$ y $\phi_1 = \phi_2$.
- e) $f_1 = f_2 = 1/3T$ y $\phi_1 = \phi_2 + \pi/2$.
- f) $f_1 = f_2 = 1/3T$ y $\phi_1 = \phi_2 + \pi$.

16. Considere un sistema de transmisión BPSK que utiliza las señales $s_1(t) = \cos \omega_0 t$ y $s_2(t) = -\cos \omega_0 t$ entre $(0, T)$ donde T es el periodo de símbolo y $\omega_0 \gg 1$. La respuesta al impulso del filtro adaptado es $h_{opt}(t) = \cos(\omega_0(T-t) + \phi)$ donde ϕ es un error de fase. Suponga que la probabilidad de error en presencia de ruido blanco gaussiano, cuando no existe error de fase, es de 10^{-4} . Calcule el valor del error de fase que hace que la probabilidad de error anterior crezca a 10^{-3} .

17. Calcule la probabilidad de error de un sistema FSK binario que utiliza las señales

$$s_1(t) = p(t) \cos 2000\pi t \quad (2)$$

$$s_2(t) = p(t) \cos 2020\pi t \quad (3)$$

donde $p(t)$ es un pulso rectangular de duración $T = 0,1 \text{ seg}$ y amplitud $0,2 \text{ V}$. Suponga que la densidad espectral de potencia del ruido es $N_0/2 = 10^{-4}$

18. Un sistema de transmisión binario FSK utiliza las siguientes señales:

$$s_1(t) = A \cos(\omega_c + \Delta\omega/2)t [u(t) - u(t-T)] \quad (4)$$

$$s_2(t) = A \cos(\omega_c - \Delta\omega/2)t [u(t) - u(t-T)] \quad (5)$$

Suponga que $\omega_c \gg 1$ y que, en general, el producto $\Delta\omega T$ no tiene por que ser un múltiplo entero de π .

- a) Calcule el producto escalar normalizado, ρ entre $s_1(t)$ y $s_2(t)$ en función del producto $\Delta\omega T$.
- b) Demuestre que $\rho = 0$ precisamente cuando se cumple la condición $\Delta\omega T = n\pi$ donde n es un número entero.
19. La modulación FSK se utiliza en algunas transmisiones entre radioaficionados. La norma de banda estrecha especifica una separación entre frecuencias de $\Delta f = 170$ Hz y un producto $\Delta f T = 3,75$, mientras que la norma de banda ancha considera $\Delta f = 850$ Hz y $\Delta f T = 18,75$. Suponga que la amplitud de la señal en el receptor es de $1 \mu\text{V}$ y que estas transmisiones se reciben en presencia de ruido blanco gaussiano aditivo con densidad espectral de potencia $N_0/2 = 10^{-15} \text{ W/Hz}$.
- a) Calcule la probabilidad de error de la transmisión para el caso de banda ancha y de banda estrecha
- b) Calcule la velocidad de transmisión en cada caso.
- c) ¿Por qué cree que los valores $\Delta f T$ se escogen a esos valores fraccionarios?
20. Considere un sistema de transmisión binario que utiliza las señales $s_0(t)$ y $s_1(t)$ para transmitir un cero y un uno binario, respectivamente. El canal introduce un ruido blanco gaussiano con densidad espectral de potencia $N_0/2$ y se emplea el receptor óptimo de ruido gaussiano.

$$\begin{aligned}s_0(t) &= p(t) \cos \frac{\pi}{T} t \\ s_1(t) &= p(t) \cos \frac{3\pi}{T} t\end{aligned}$$

donde T es el periodo de símbolo.

- a) Calcule la probabilidad de error del sistema cuando $p(t)$ es un pulso rectangular de la forma

$$p(t) = A[u(t) - u(t - T)]$$

Para resolver este apartado le pueden resultar de utilidad las siguientes igualdades trigonométricas

$$\begin{aligned}\cos^2 x &= \frac{1 + \cos 2x}{2} \\ \cos x \cos y &= \frac{1}{2} \cos(x + y) + \frac{1}{2} \cos(x - y)\end{aligned}$$

- b) Calcule la probabilidad de error del sistema cuando $p(t)$ es un pulso de Nyquist de la forma

$$p(t) = A \frac{\sin \frac{\pi}{T} t}{\pi t}$$

Para resolver este apartado utilice el teorema de Parseval que, en su formulación más general, dice que si $X(\omega)$ y $Y(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $x(t)$ e $y(t)$, respectivamente, entonces

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)Y^*(\omega)d\omega$$

Exprese todos los resultados en términos de A , T , N_o y la función error complementario $Q(x)$.

21. Considere un sistema de transmisión binario que utiliza $s_1(t)$ y $s_2(t)$ para transmitir un uno y un cero respectivamente.

$$s_1(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_o - \Delta\omega)t & 0 < t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

$$s_2(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_o + \Delta\omega)t & 0 < t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Suponga que $\omega_o \gg 1$

- Calcule el producto escalar normalizado entre $s_1(t)$ y $s_2(t)$. Exprese el resultado en términos del producto $\Delta\omega T$.
- ¿Para qué valores de $\Delta\omega$ se consigue una señalización ortogonal? Calcule la probabilidad de error correspondiente cuando se transmite por un canal que introduce ruido blanco gaussiano de densidad espectral de potencia $N_o/2$.
- Discuta si es posible conseguir una probabilidad de error menor a la del apartado anterior modificando sólo $\Delta\omega$. ¿Cómo calcularía el valor de $\Delta\omega$ que permite conseguir la mínima probabilidad de error posible?

Nota: La siguiente relación trigonométrica le puede resultar útil

$$2 \cos x \cos y = \cos(x + y) + \cos(x - y)$$

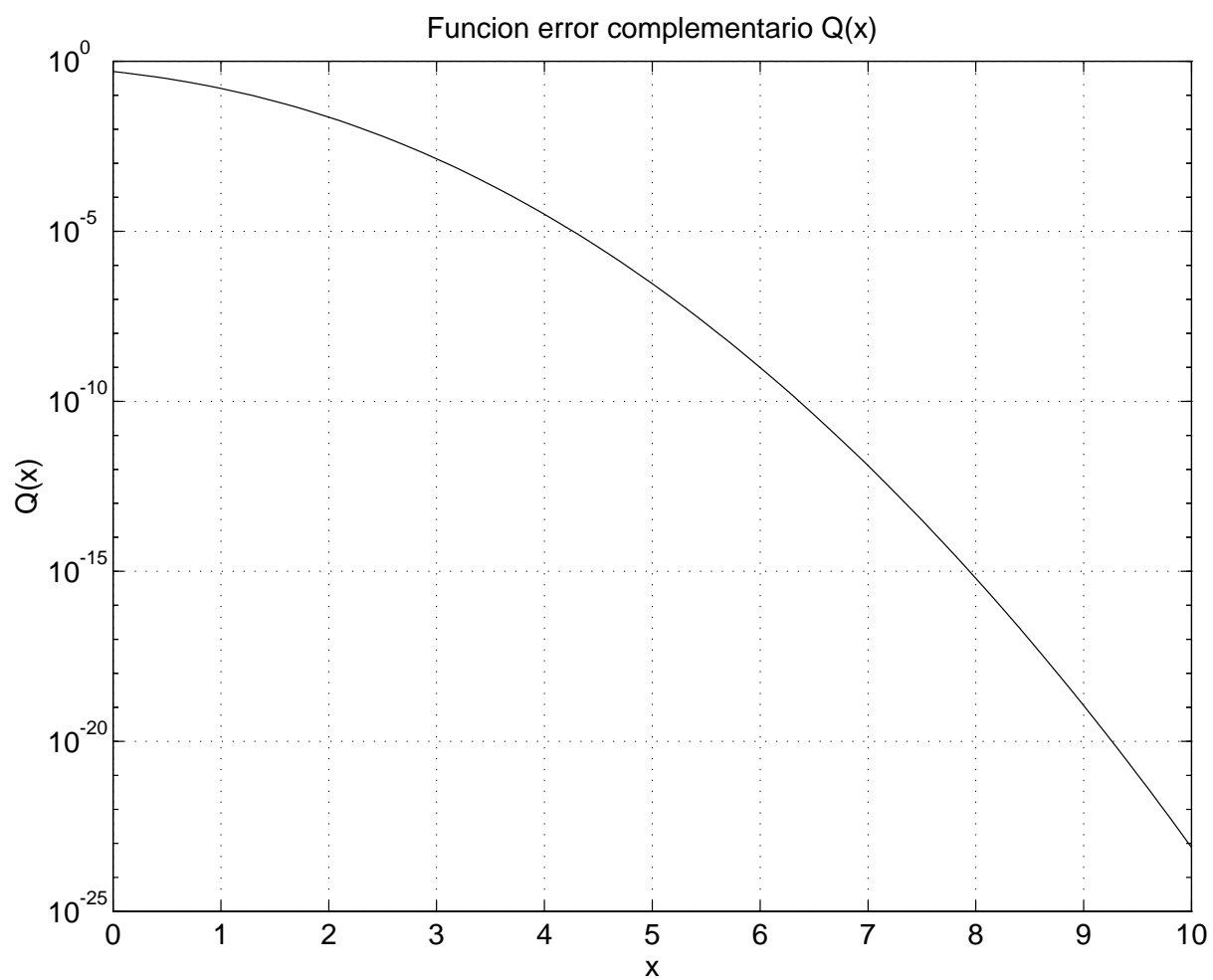


Figura 8: Curva de la función error complementario

Soluciones

1. $v_b = \frac{10^3 \text{ bits}}{9 \text{ s}}$
2. $T = 14 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
3. 345.600 bits errneos
4. a) $P_e \simeq 10^{-6}$
b) $E_b = 23 \cdot 10^{-10} \text{ Julios}$
5. a) $P_e \simeq 8 \cdot 10^{-4}$
b) $P_e \simeq 10^{-11}$
6. a) Véase la figura.

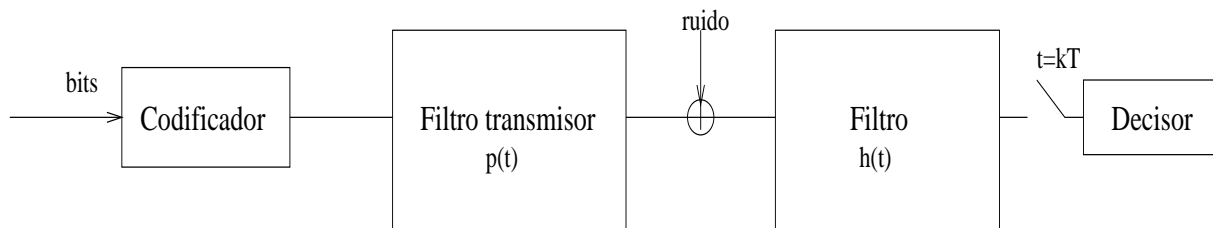


Figura 9:

- b) Vase el ejercicio 3.b del tema 7
- c) $P_e \simeq 0,079$
7. a) $E_b = \frac{A^2(1-e^{-2T})}{2}$
b) Vase el ejercicio 3.b del tema 7
c) $|P(w)|^2 = \frac{A^2(1-2e^{-T}\cos wT + e^{-2T})}{1+w^2}$
d) $h_{opt}(t) = 2k p(T-t)$
e) $y(t) = 2A_y k R_p(t-5T)$, donde A_y = smbolo transmitido en $[4T, 5T]$ y $R_p(t)$ es la f.de autocorrelacin de $p(t)$
8. a) Vase el ejercicio 6.a
b) Vase el ejercicio 3.b del tema 7
c) Vase el ejercicio 3.b del tema 7
d) $h_{opt}(t) = 2k p(T-t)$
e) $z(t) = R_p(t-3T)$
f) $P_e = 4 \cdot 10^{-6}$

9. a) $h_{opt}(t) = k(s_1(T-t) - s_2(T-t))$, de modo que
- $$h_{opt} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ -kA & 0 < t < T/2 \\ kA & T/2 < t < T \\ 0 & t > T \end{cases}$$
- b) $H(w) = -4j \frac{A \text{sen}^2 \frac{wT}{4}}{w} e^{-j \frac{wT}{2}}$
- c) $P_e = Q(\sqrt{\frac{A^2 T}{2N_0}})$
- d) $P_n = \frac{N_0 (kA)^2 T}{2}$
10. a) $\rho = \frac{-A^2 T}{6}$
- b) $P_e = Q(2,5)$
- c) $h_{opt}(t) = \begin{cases} kA & 0 < t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$
- d) $G_n(w) = \frac{N_0}{2} A^2 \frac{\text{sen}^2(\frac{wT}{2})}{(\frac{w}{2})^2}$
- e) $y_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{(At)^2}{2T} & 0 < t < T \\ \frac{A^2}{2T} (2tT - t^2) & T < t < 2T \end{cases}$
11. a) $S_1(w) = \frac{A}{2} \left(\frac{1 - e^{j(wT - \frac{\pi}{2})}}{w - \frac{\pi}{2T}} - \frac{1 - e^{-j(wT + \frac{\pi}{2})}}{w + \frac{\pi}{2T}} \right)$
- b) $E_b = \frac{A^2 T}{2}$
- c) $\rho = -\frac{2}{\pi}$
- d) $P_e = 8 \cdot 10^{-11}$
- e) $k = \frac{1}{(1-\rho)E_b}$
- f) $P_{N_0} = \frac{N_0}{(1-\rho)E_b}$
12. a) $S_2(w) = A \text{sen}(wT) e^{-j \frac{wT}{2}} \left[\frac{e^{j\phi}}{\frac{\pi}{T} - w} + \frac{e^{-j\phi}}{\frac{\pi}{T} + w} \right]$
- b) $\rho = \cos \phi$
- c) Se pide que $\cos \phi = -1 \Rightarrow \phi = \pi \pm 2k\pi$
- d) $P_N = \frac{N_0}{2} A^2 T$
13. a) $\rho = -\frac{1}{2}$
- b) $h(t) = \begin{cases} A & 0 < t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$
- c) $P_e = Q(\sqrt{3})$
- d) $P_N = \frac{N_0}{2} A^2 T$
- e) $S_2(w) = \frac{A}{T} \left(\frac{1 - e^{-jwT} - jwTe^{-jwT}}{w^2} \right)$

$$f) \ y_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A^2 t(1 - \frac{t}{2T}) & 0 < t < T \\ A^2 t(-2 + \frac{t}{2T}) + 2A^2 T & T < t < 2T \\ 0 & t > 2T \end{cases}$$

14. a) $P_e = Q(\sqrt{37}, 5)$

b) $B_{eq} = \frac{3}{4T}$

c) $k = \sqrt{\frac{4}{3N_0T}}$

15. a) $\rho = 1$

b) $\rho = 0,7053$

c) $\rho = 0,4135$

d) $\rho = -0,2172$

e) $\rho = 0$

f) $\rho = -1$

16. $\phi \simeq 30^\circ$

17. $P_e = Q(\sqrt{10}) \simeq 8 \cdot 10^{-4}$

18. a) $\rho = \frac{\sin \Delta w T}{\Delta w T}$

19. a) Banda ancha $\Rightarrow P_e = Q(2,36) = 0,0091$
Banda estrecha $\Rightarrow P_e = Q(2,4) = 0,0082$

b) $v_b = v_s = 45,3 \frac{\text{bits}}{s}$