Práctica: Cuantificación

Introducción

Un cuantificador mapea una variable u es otra variable discreta $q(u)$ que solamente toma valores en un conjunto finito $\{r_1, r_2, ..., r_L\}$. En general se utiliza una función en escalera como la mostrada en la figura **??**. En este caso la regla de cuantificación consiste en asignar el valor r_k a aquellos valores de u en el intervalo $[t_k, t_{k+1})$.

Figure 1: Respuesta de un cuantificador genérico

En el cuantificador óptimo MSE (o cuantificador de Lloyd-Max) se utilizan

$$t_k = \frac{r_k + r_{k-1}}{2} \tag{1}$$

$$r_k = \frac{\int_{t_k}^{t_{k+1}} u \; p_u(u) du}{\int_{t_k}^{t_{k+1}} p_u(u) du} \tag{2}$$

donde $p_u(u)$ es la función de densidad de probabilidad continua de u que, en el caso de imágenes, se aproxima por el histograma de la misma. Si u tiene una distribución uniforme, podemos escribir $t_k = t_{k-1} + q$ y $r_k = t_k + q/2$ donde $q = t_k - t_{k-1} = t_{k+1} - t_k = (t_{L+1} - t_1)/L$ es el intervalo de cuantificación.

Por ejemplo, si queremos cuantificar las muestras $\{-1.4, -1.2, -1.15, -0.1, 0.21, 0.36, 0.97, 1.041.56, 1.71\}$ mediante un cuantificador de $L = 3$ niveles. El cuantificador uniforme tiene un intervalo de cuantificación $q = (1.71 - (-1.4))/3 = 1.0367$ que corresponde a $r_k = [-0.8817, 0.1550, 1.1917]$. Por otro lado, a partir de los valores r_k mostrados en la segunda fila de la tabla **??**, el cuantificador óptimo proporciona en una iteración los niveles mostrados en la en segunda fila. La tabla **??** muestra el resultado de la cuantificación. Para estos valores, la distorsión del cuantificador óptimo es 0.5557 mientras que la del uniforme es 1.0286.

	r_1	r_2	r_3
Inicial	-1.4	1.550	1.71
Final	-1.25	0.1567	1.32

Table 1: Ejemplo del cuantificador óptimo

Original	-1.4	-1.2	-1.15	-0.1	0.21	0.36	0.97	1.04	1.56	1.71
Óptimo	-1.25	-1.25	-1.25	0.1567	0.1567	0.1567	1.32	1.32	1.32	1.32
Uniforme	-0.8817	-0.8817	-0.8817	0.155	0.155	0.155	1.1917	1.1917	1.1917	1.1917

Table 2: Comparación del cuantificador uniforme y el óptimo

Práctica

Se pide:

1. Programe el cuantificador uniforme.

   Para el ejemplo anterior, obtenga los niveles r_k y t_k y realice la cuantificación de las muestras. Calcule el MSE (Mean Square Error).

2. Utilizando la función *lloyds* de MATLAB, obtenga los niveles óptimos r_k y t_k, y realice la cuantificación para el ejemplo anterior. Calcule el MSE y comparelo con el obtenido anteriormente.

3. Utilizando el cuantificador uniforme y el de Lloyd-Max realice la cuantificación de varias imágenes. Compare los resultados en términos de MSE para distintos niveles del cuantificador L.