Ingeniería Informática

Sistemas de Control por Computador (SCC)

Práctica 1

Respuesta de sistemas de control contínuos

Curso 2008-09

25/10/2008

1. Representación en MATLAB de sistemas contínuos

La función de transferencia de un sistema contínuo se representa en MATLAB mediante dos vectores de números, uno para el numerador y otro para el denominador. Por ejemplo, considérese el siguiente sistema

$$H(s) = \frac{2s+4}{s^3+1{,}3s^2+7s+4}$$

Este sistema se representa como dos vectores. Cada vector contiene los coeficientes de los polinomios en potencias decrecientes de s tal como sisgue

$$\begin{aligned} num &= [0\ 0\ 2\ 4] \\ den &= [1\ 1{,}3\ 7\ 4] \end{aligned}$$

Obsérvese que hay que rellenar con ceros los vectores para que los dos tengan la misma dimensión. En caso contrario, numerosas funciones de MATLAB darán lugar a errores cuando tomen como entrada los vectores.

2. Descomposición en fracciones simples

Una función de transferencia de tipo racional se puede descomponer en fracciones simples utilizando la instrucción *residue*. Esta instrucción toma como datos de entrada los vectores *num* y *den*, que contienen los coeficientes de la función de transferencia, y proporciona como datos de salida los residuos, los polos y los términos directos de la descomposición en fracciones simples. Como ejemplo, considérese la siguiente función de transferencia

$$H(s) = \frac{2s^3+5s^2+3s+6}{s^3+6s^2+11s+6}$$

Para esta función

$$\begin{aligned} num &= [2\ 5\ 3\ 6] \\ den &= [1\ 6\ 11\ 6] \end{aligned}$$

La instrucción

$$[r,p,k] = residue(num,den)$$

produce el siguiente resultado

$$\begin{aligned} r &= [-6\ \ -4\ \ -3] \\ p &= [-3\ \ -2\ \ -1] \\ k &= [2] \end{aligned}$$

de donde se deduce que $H(s)$ se puede descomponer de la forma

$$H(s) = \frac{-6}{s+3} + \frac{-4}{s+2} + \frac{-3}{s+1} + 2$$

La instrucción *residue* también se puede emplear para obtener una función de transferencia a partir de su descomposición en fracciones simples. La sintaxis de la función en este caso es

$$[num, den] = residue(r, p, k)$$

3. Respuesta a una entrada escalón

La respueta a un escalón de un sistema con una función de transferencia racional $H(s)$ se puede dibujar directamente con la instrucción *step*

$$step(num, den)$$
$$step(num, den, t)$$

Cuando el parámetro t es un escalar, la función dibuja la respuesta al escalón en el intervalo $(0, t)$. Cuando es un vector, dibuja la respesta al escalón en los instantes especificados en el vector.

La función *step* también se puede emplear con la siguiente sintaxis

$$[y, x, t] = step(num, den, t)$$

en cuyo caso devuelve un vector y con los valores de la respuesta al escalón y un vector t con los instantes de tiempo donde dicha respuesta es calculada. También devuelve un vector x en blanco que sólo se emplea cuando se manejan representaciones de los sistemas en términos de espacio de estados.

A modo de ejemplo, considere la siguiente función de transferencia

$$H(s) = \frac{25}{s^2 + 4s + 25}$$

El siguiente programa de MATLAB permite dibujar la respuesta al escalón de este ejemplo

```
% ---------------------Respuesta a un escalon unidad -----------------------

%******Respuesta a un escalon unidad de una funcion de transferencia******

%*Introduzca el numerador y el denominador de la funcion de transferencia*
num = [0 0 25];
```

```
den = [1 4 25];

%******Introduzca la siguiente orden de respuesta a un escalon********

step(num,den,t);

%******Introduzca la rejilla y el ttulo de la grafica********

grid;
title('Respuesta a un escalon de G(s)=25/(s^2+4s+25)');
```

La respuesta al escalón que se obtiene se muestra en la figura 1

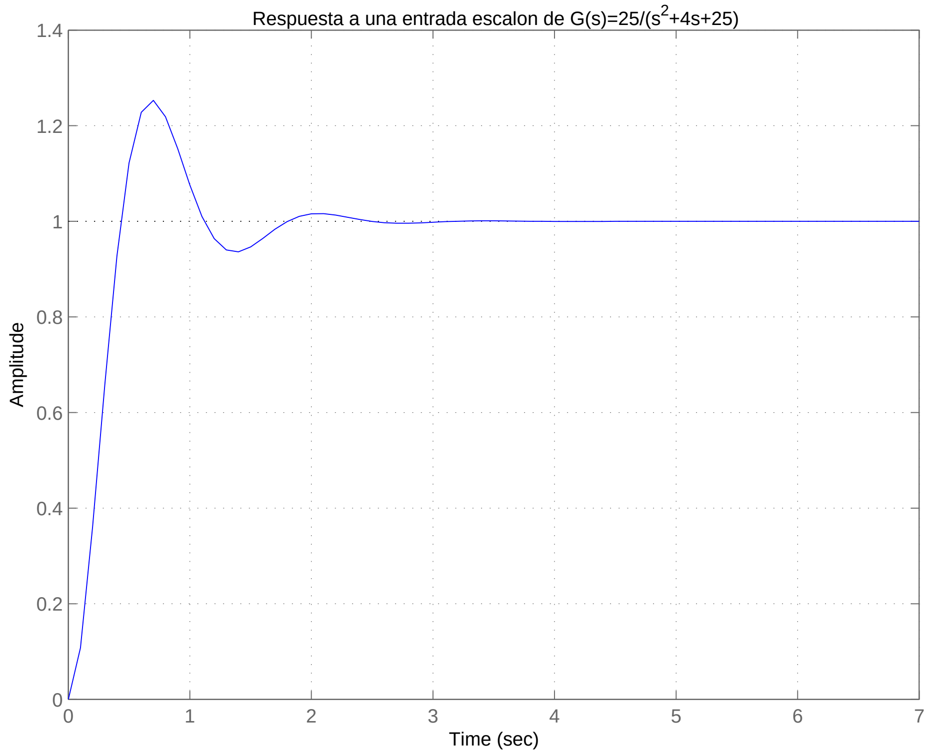

Figura 1: Respuesta a una entrada escalón

4. Respuesta al impulso

La instrucción *step* también se puede emplear para dibujar la respuesta al impulso de un sistema con una función de transferencia $H(s)$. La clave es darse cuenta que la respuesta al impulso es la respuesta al escalón de un sistema con una función de transferencia $sH(s)$. Esto se entiende mejor con un ejemplo. Considérese un sistema con la siguiente función de transferencia

$$H(s) = \frac{1}{s+1}$$

Cuando $x(t) = \delta(t)$ se tiene que $X(s) = 1$ y por tanto $Y(s) = H(s)$. Multiplicando el numerador y el denorminador por s se puede reescribir $Y(s)$ de la siguiente manera

$$H(s) = \left(\frac{s}{s+1}\right)\frac{1}{s}$$

Podemos dibujar la respuesta al impulso utilizando la instrucción *step* con los siguientes datos de entrada

$$\begin{aligned} num &= [1\ 0] \\ den &= [1\ 1] \end{aligned}$$

El siguiente programa de MATLAB permite dibujar la respuesta al impulso de nuestro sistema

```
%------------------------Respuesta a un impulso unidad--------------------------

%**********Para obtener la respuesta a un impulso unidad de un sistema de primer
%orden G(s)=1/(s+1), multiplicar s por G(s) y utilizar la orden de respuesta a un
% escalon unidad

%********Introduzca el numerador y el denominador de sG(s)**********

num = [1,0];
den = [1,1];

%*******Introduzca la orden de respuesta a un escalon unidad*********

step(num,den);
grid
title('Respuesta al impulso unidad de G(s)=1/(s+1)');
```

La respuesta al impulso que se obtiene se muestra en la figura 2.

5. Respuesta a una rampa

La instrucción *step* también se puede emplear para dibujar la respuesta a una rampa. La clave es darse cuenta de que la respuesta de un sistema $H(s)$ a una rampa es la respuesta al escalón de un sistema con función de

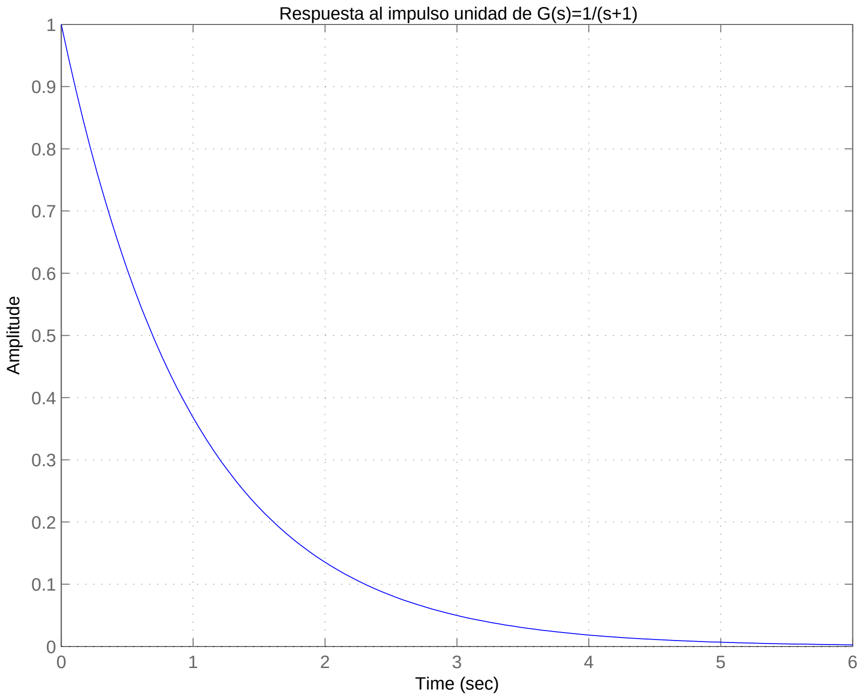

Figura 2: Respuesta al impulso

transferencia $\frac{H(s)}{s}$. A modo de ejemplo, considérese la siguiente función de transferencia

$$H(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

Cuando la entrada es una rampa se tiene que $X(s) = \frac{1}{s^2}$. Así pues, la salida es este caso es $Y(s) = \frac{H(s)}{s^2}$. En nuestro ejemplo, la respuesta a la rampa se puede reescribir de la siguiente manera

$$H(s) = \left(\frac{1}{s^2+s+1}\right)\frac{1}{s^2} = \left(\frac{1}{s^3+s^2+s}\right)\frac{1}{s}$$

Así pues, podemos dibujar la respuesta a una rampa utilizando la instrucción *step* con los siguientes datos de entrada

$$\begin{aligned} num &= [0\ 0\ 0\ 1] \\ den &= [1\ 1\ 1\ 0] \end{aligned}$$

El siguiente programa de MATLAB permite dibujar la respuesta a la rampa de nuestro sistema

```
%------------------------------Respuesta a una rampa----------------------------

%***********La respuesta a un escalon unidad en rampa se obtiene como la respuesta
%a un escalon unidad de G(s)/s

%*********Introduzca el numerador y el denominador de G(s)/s*********

num = [0 0 0 1];
den = [1 1 1 0];

%********Especifique  los instantes de tiempo de calculo (tales como t=0:0.1:7).
%A continuacion introduzca la orden de respuesta a un salto unitario
%c = step(num,den,t);

t = 0:0.1:7;
c = step(num,den,t);

%*******Al representar la respuesta a una rampa, aada a la grafica la entrada de
%referencia. La entrada de referencia es t. Incluya como argumentos de la orden
%plot(t,c,'o',t,t,'-')

plot(t,c,'o',t,t,'-');

%*******Introduzca la rejilla, el titulo de la grafica y las etiquetas de los ejes
%x e y

grid;
title('Respuesta a una rampa unitaria del sistema G(s)=1/(s^2+s+1)');
xlabel('t seg');
ylabel('Salida c');
```

La respuesta a la rampa que se obtiene se muestra en la figura 3

6. Ejercicio

Para cada una de las siguientes funciones de transferencia racionales calcule la respuesta al escalón, la respuesta al impulso y la respuesta al escalón. Intente explicar los resultados obtenidos en base a la posición de los polos de la función de transferencia.

1. $\dfrac{1}{(s+3)^2}$

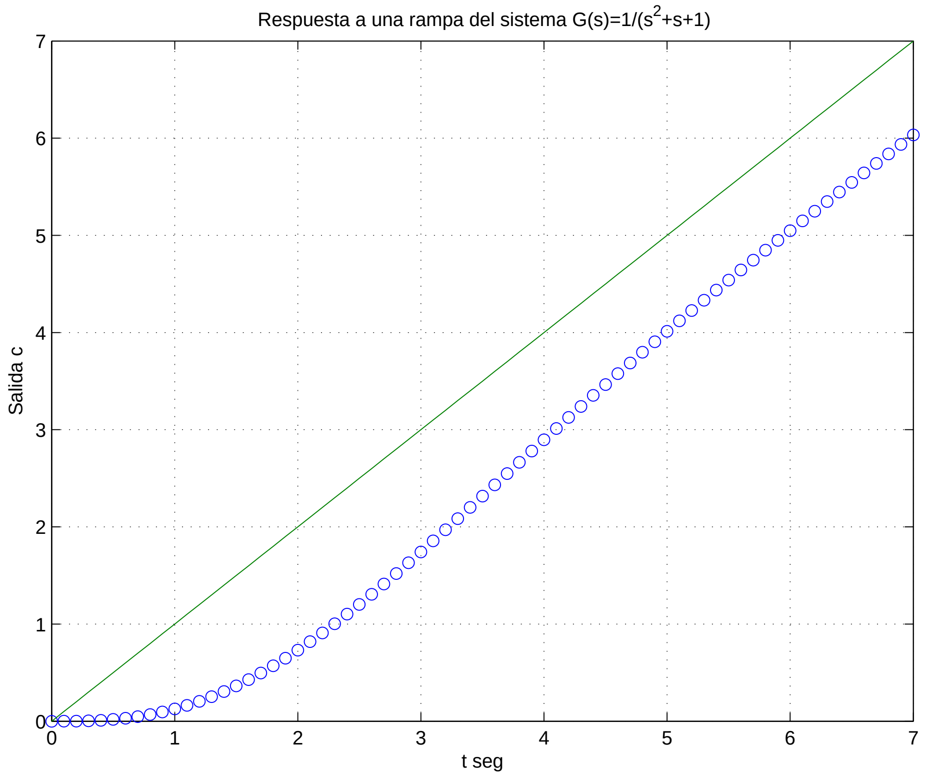

Figura 3: Respuesta a una rampa

2. $\dfrac{10}{s(s+2)(s+3)^2}$

3. $\dfrac{1}{s^2+9}$

4. $\dfrac{s+1}{(s+1)^2+9}$

5. $\dfrac{s+2}{s^2+7s+12}$

6. $\dfrac{s+1}{s^2+5s+6}$

7. $\dfrac{(s+1)^2}{s^2-s+1}$

8. $\dfrac{s^2-s+1}{(s+1)^2}$

9. $\dfrac{1}{s(s+2)(s+3)}$

10. $\dfrac{10}{(s+1)^2(s+3)}$

11. $\dfrac{2(s+1)}{s(s^2+s+2)}$

12. $\dfrac{1}{(s+1)^3}$