Ejercicio transformada de Wavelet

1) La transformada de Fourier no representa bien los cambios abruptos de las señales de forma eficiente, ya que es una suma de senos que no está localizada no localizadas en tiempo ni espacio, en cambio wavelet está localizada en tiempo y frecuencia, por lo que puede representar mejor estos cambios abruptos.

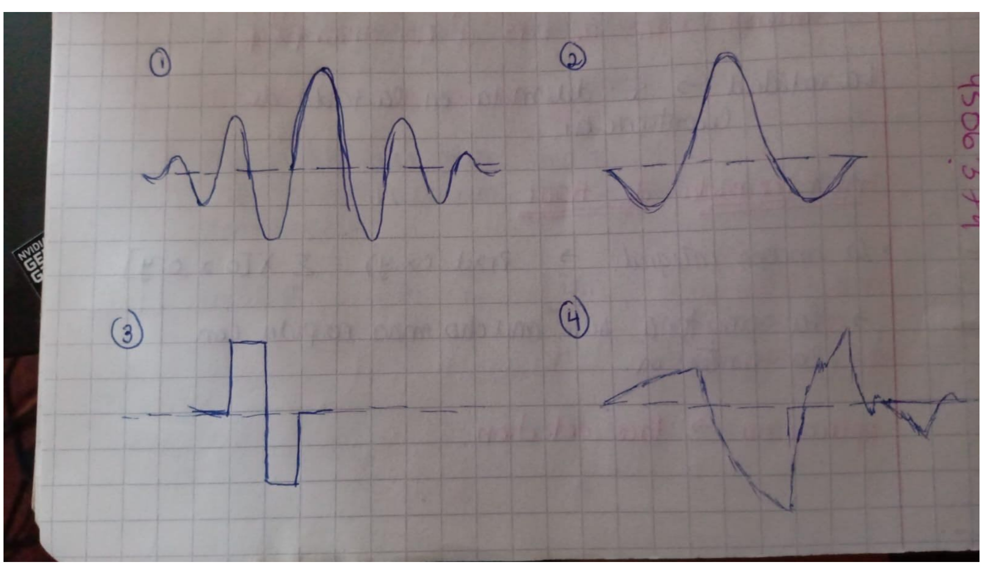
2)

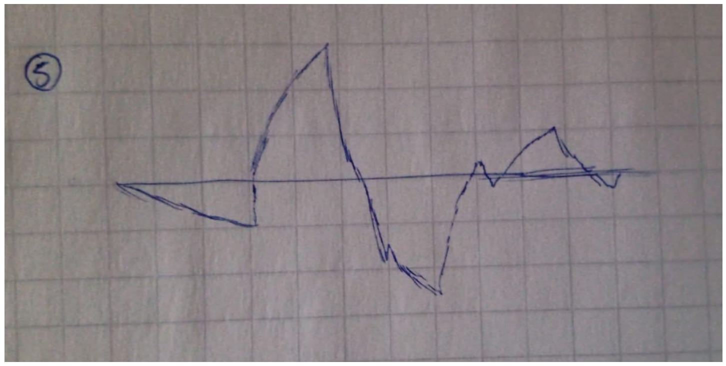
$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi\omega t}\, dt.$$

$$X(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, \psi^{*}_{a,b}(t)\, dt$$

wavelet

3)





4) Scaling: Se refiere al proceso de extender y contraer la señal con respecto al eje y.

$$\Psi\left(\frac{t}{s}\right) s>0$$

Donde variable s (scaling factor) es un valor positivo y corresponde a que tan escalada está la señal en el tiempo, este es inversamente proporcional a la frecuencia por lo que al agrandarlo la frecuencia disminuirá.

Shifting: Se refiere al proceso de ir moviendo la señal y está formulado de la siguiente manera.

$$\phi(t-k)$$

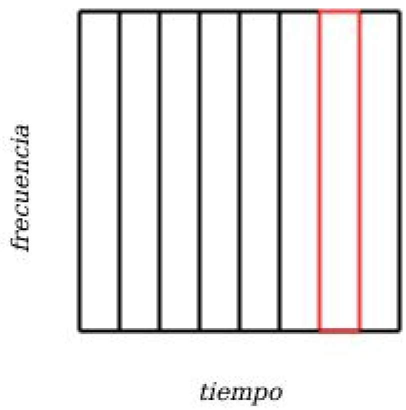
Resultando en la señal phi centrada en k.

5) Cuando tenemos una función wavelet más angosta, al hacer la convolución con la función roja podremos ver en el gráfico lugares máximos que son los que calzaran con que la función roja tenía una alta frecuencia en ese lugar, osea, calzaba bien con la wavelet y la intersección se hace máxima.

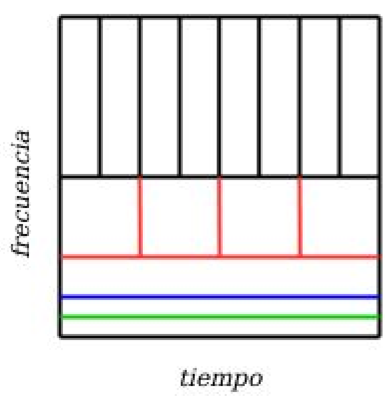
Análogamente, cuando tenemos una wavelet más ancha tendremos en el gráfico de la convolución puntos máximos donde la función roja tiene frecuencia más ancha o calza más con la wavelet.

6) Tenemos que el análisis tiempo-frecuencia corresponde a una comparativa de lo que sucede cuando dividimos la representación de la señal al utilizar filtros paso bajo y paso alto y una Wavelet, ya que por el principio de incertidumbre de Heisenberg podemos tener una alta resolución en la frecuencia y poca resolución temporal o poca resolución en la frecuencia y alta resolución temporal.

   Dependiendo de cómo sean aplicado es posible ganar una mayor definición en el tiempo, pero perder su representación en la frecuencia como en el primer caso, se puede notar la diferencia entre el ancho y alto de las representaciones.



   O bien, en las transformaciones Wavelets esta división queda según decisión del diseño siendo posible dividirlo en forma de “cascada” con la cual ganamos una buena resolución de la frecuencia incluso perdiendo definición en el tiempo, pero esto se ve compensado según la localización de la señal, con lo cual podemos manejar la resolución a nuestra conveniencia.



7) El análisis de la señal utilizando una Wavelet se realiza dividiendo la información en aproximaciones y representaciones de sus detalles, esto se logra aplicando filtros paso alto y paso bajo de forma combinada:

a. Filtro paso bajo
    i. Filtro paso bajo: Aproximación del promedio de la imagen
    ii. Filtro paso alto: Detalles verticales
b. Filtro paso alto
    i. Filtro paso bajo: Detalles horizontales
    ii. Filtro paso alto: Detalles diagonales

Con estas cuatro imágenes es posible realizar un análisis de la imagen original, además de poder reconstruirla aplicando las operaciones de forma inversa.