Elettronica dello Stato Solido Esercitazione di Laboratorio 2: Stati non stazionari

Daniele Ielmini

DEI – Politecnico di Milano

ielmini@elet.polimi.it

Outline

- Pacchetto d'onde piane
- Matrice di trasferimento

Outline

- <u>Pacchetto d'onde piane</u>

- Matrice di trasferimento

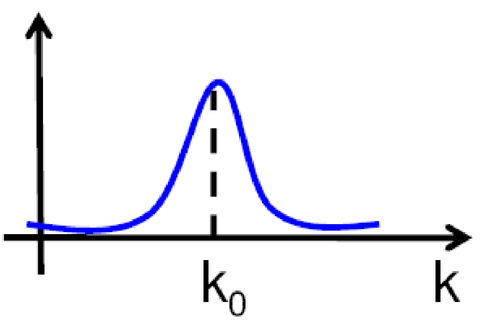
Esercizio 1 - Pacchetto d'onde piane

Utilizzando lo script ***free_packet_lab.m***:

a. Studiare la propagazione di tre componenti del pacchetto, confrontandola con quella del pacchetto d'onde, per diverse relazioni di dispersione
b. Verificare la legge $v_g = \left.\frac{d\omega}{dk}\right|_{k_0}$
c. Verificare la legge secondo cui la varianza del pacchetto aumenta come

$$\sigma^2 = \alpha + \frac{\beta^2}{\alpha} t^2$$

ove $\beta = \frac{1}{2} \left.\frac{d^2\omega}{dk^2}\right|_{k_0}$



$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{e}^{-\alpha(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)^2}$$

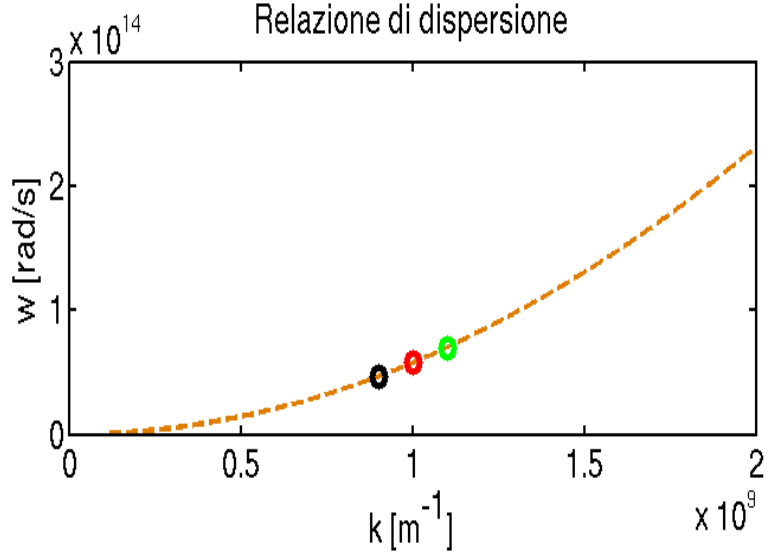
Risultati

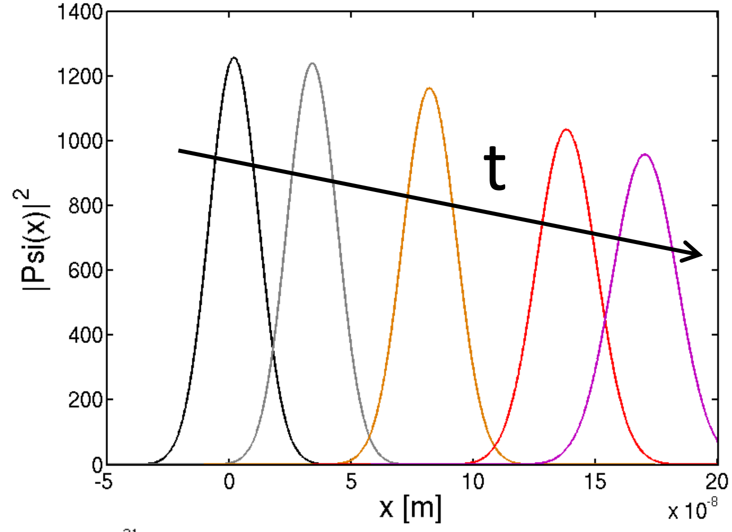
- Relazione di dispersione elettrone libero

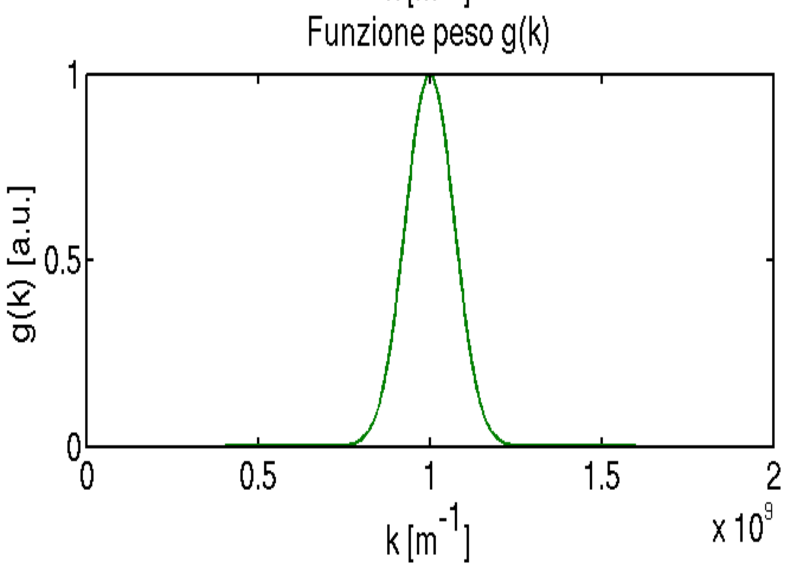
- Relazione di dispersione lineare

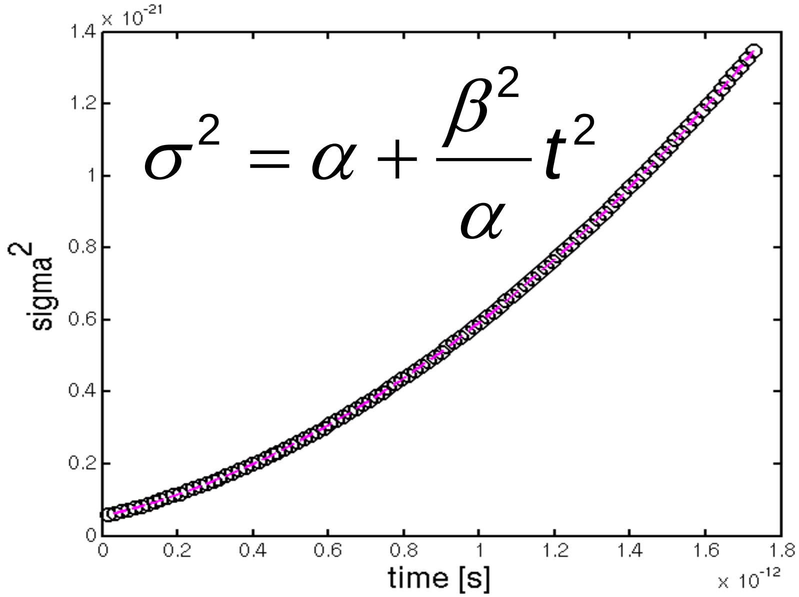
- Relazione di dispersione sub-lineare

Risultati


Relazione di dispersione
x 10^14
w [rad/s]
k [m^-1]
x 10^9


|Psi(x)|^2
x [m]
x 10^-8
t

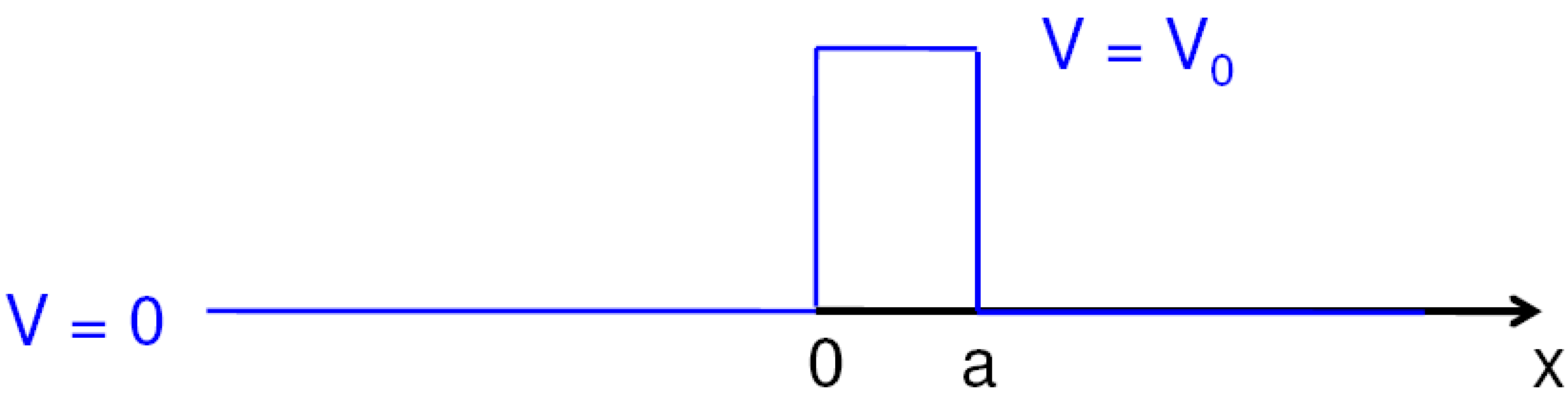

Funzione peso g(k)
g(k) [a.u.]
k [m^-1]
x 10^9


x 10^-21
sigma^2
time [s]
x 10^-12
$\sigma^2 = \alpha + \frac{\beta^2}{\alpha} t^2$

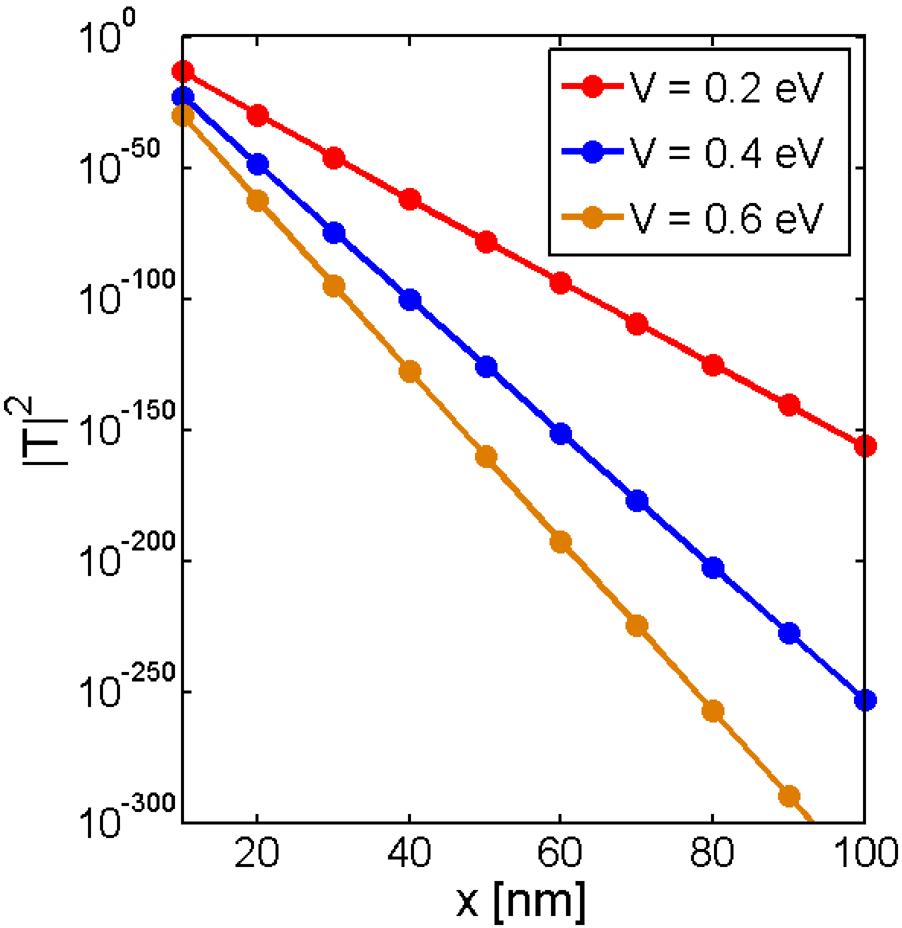
Esercizio 2 – Pacchetto vs. barriera

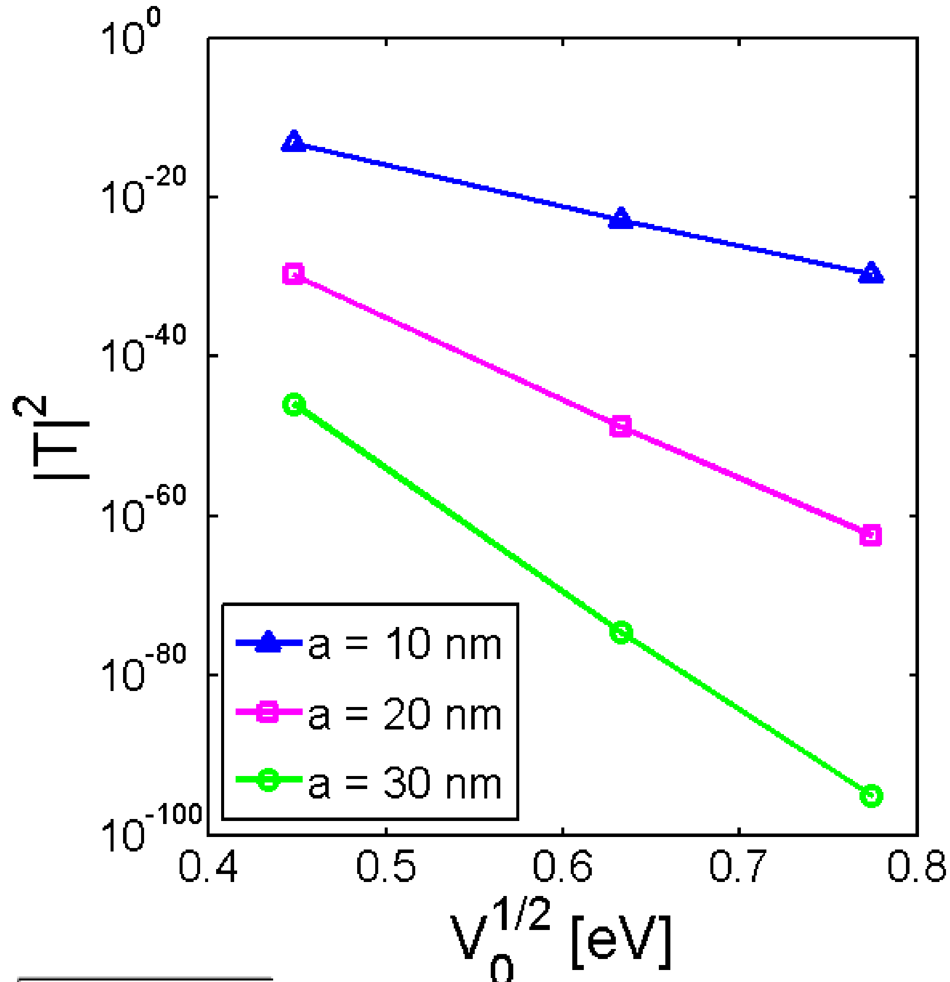
Utilizzando lo script ***free_packet_barrier_lowE.m***:

a. Studiare la riflessione/trasmissione di pacchetto su una barriera di potenziale
b. Valutare la dipendenza dall'energia o dall'altezza/spessore di barriera, confrontando il risultato con l'approssimazione WKB



Risultati





$$P = e^{-\int_a^b 2\frac{\sqrt{2m(V(x)-E)}}{\hbar}dx}$$

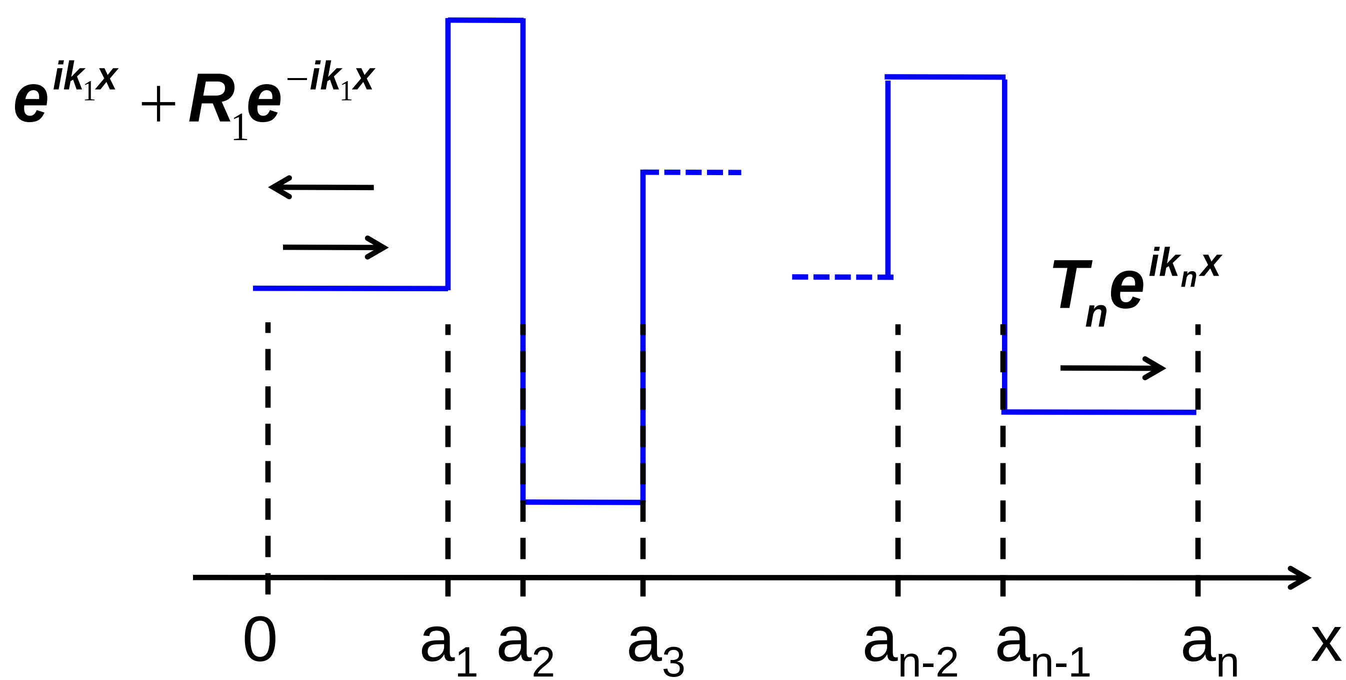
Outline

- Pacchetto d'onde piane

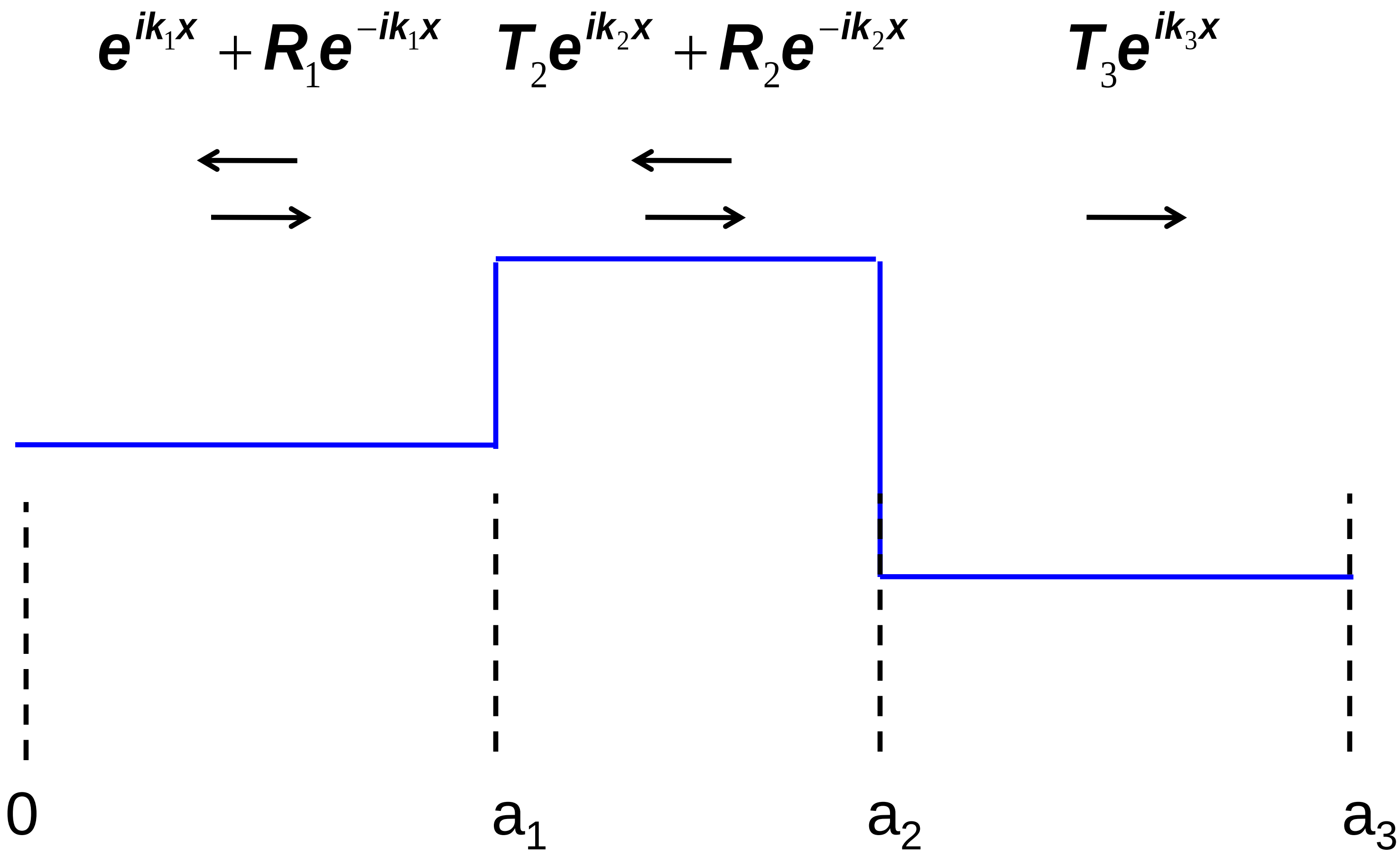
- Matrice di trasferimento

Matrice di trasferimento

- In alcuni casi il potenziale è costante a tratti e siamo esclusivamente interessati al coefficiente di trasmissione



Esempio: tre intervalli



Condizione al contorno in a_1

$$\begin{cases} e^{ik_1a_1} + R_1 e^{-ik_1a_1} = T_2 e^{ik_2a_1} + R_2 e^{-ik_2a_1} \\ ik_1\left(e^{ik_1a_1} - R_1 e^{-ik_1a_1}\right) = ik_2\left(T_2 e^{ik_2a_1} - R_2 e^{-ik_2a_1}\right) \end{cases}$$

- Oppure in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} e^{ik_1a_1} & e^{-ik_1a_1} \\ k_1 e^{ik_1a_1} & -k_1 e^{-ik_1a_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ R_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ik_2a_1} & e^{-ik_2a_1} \\ k_2 e^{ik_2a_1} & -k_2 e^{-ik_2a_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_2 \\ R_2 \end{pmatrix}$$

- Definendo: $M(k_i, a_j) = \begin{pmatrix} e^{ik_ia_j} & e^{-ik_ia_j} \\ k_i e^{ik_ia_j} & -k_i e^{-ik_ia_j} \end{pmatrix}$

- Otteniamo: $M(k_1, a_1)\begin{pmatrix} 1 \\ R_1 \end{pmatrix} = M(k_2, a_1)\begin{pmatrix} T_2 \\ R_2 \end{pmatrix}$

Matrice di trasferimento

- Analogamente al contorno a_2 ($R_3 = 0$):

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{k}_2,\boldsymbol{a}_2)\begin{pmatrix}\boldsymbol{T}_2\\ \boldsymbol{R}_2\end{pmatrix} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{k}_3,\boldsymbol{a}_2)\begin{pmatrix}\boldsymbol{T}_3\\ 0\end{pmatrix}$$

- Esplicitando T_3: $\begin{pmatrix}\boldsymbol{T}_3\\ 0\end{pmatrix} = \boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{k}_3,\boldsymbol{a}_2)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{k}_2,\boldsymbol{a}_2)\begin{pmatrix}\boldsymbol{T}_2\\ \boldsymbol{R}_2\end{pmatrix} =$

$$= \boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{k}_3,\boldsymbol{a}_2)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{k}_2,\boldsymbol{a}_2)\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{k}_2,\boldsymbol{a}_1)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{a}_1)\begin{pmatrix}1\\ \boldsymbol{R}_1\end{pmatrix}$$

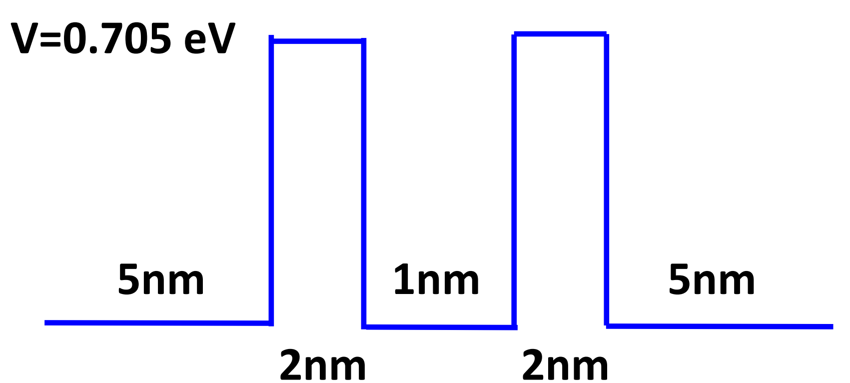
$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{T}_3\\ 0\end{pmatrix} = \boldsymbol{M}\begin{pmatrix}1\\ \boldsymbol{R}_1\end{pmatrix} \qquad \begin{cases}\boldsymbol{T}_3 = \boldsymbol{M}_{11} + \boldsymbol{M}_{12}\boldsymbol{R}_1\\ 0 = \boldsymbol{M}_{21} + \boldsymbol{M}_{22}\boldsymbol{R}_1\end{cases}$$

$$\boldsymbol{R}_1 = -\frac{\boldsymbol{M}_{21}}{\boldsymbol{M}_{22}} \qquad \boldsymbol{T}_3 = \boldsymbol{M}_{11} - \boldsymbol{M}_{12}\frac{\boldsymbol{M}_{21}}{\boldsymbol{M}_{22}} = \frac{\det(\boldsymbol{M})}{\boldsymbol{M}_{22}}$$

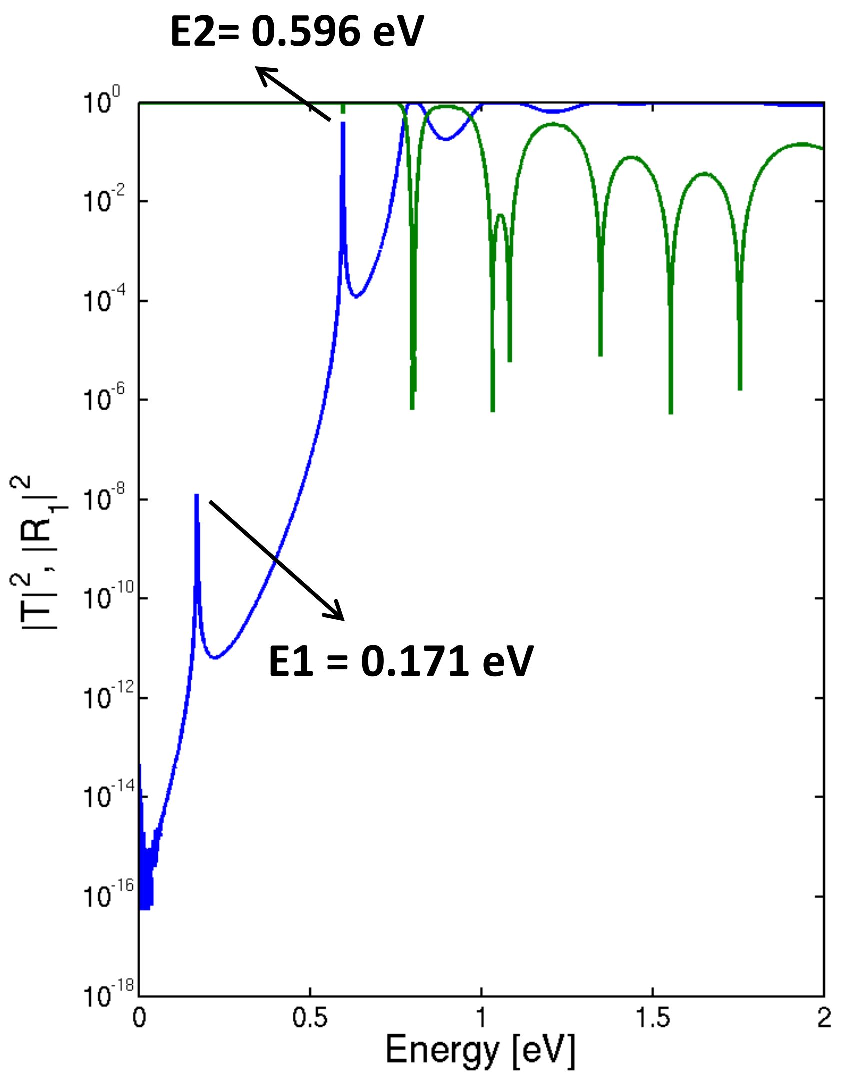
Esercizio 3 – Doppia Barriera e Risonanza

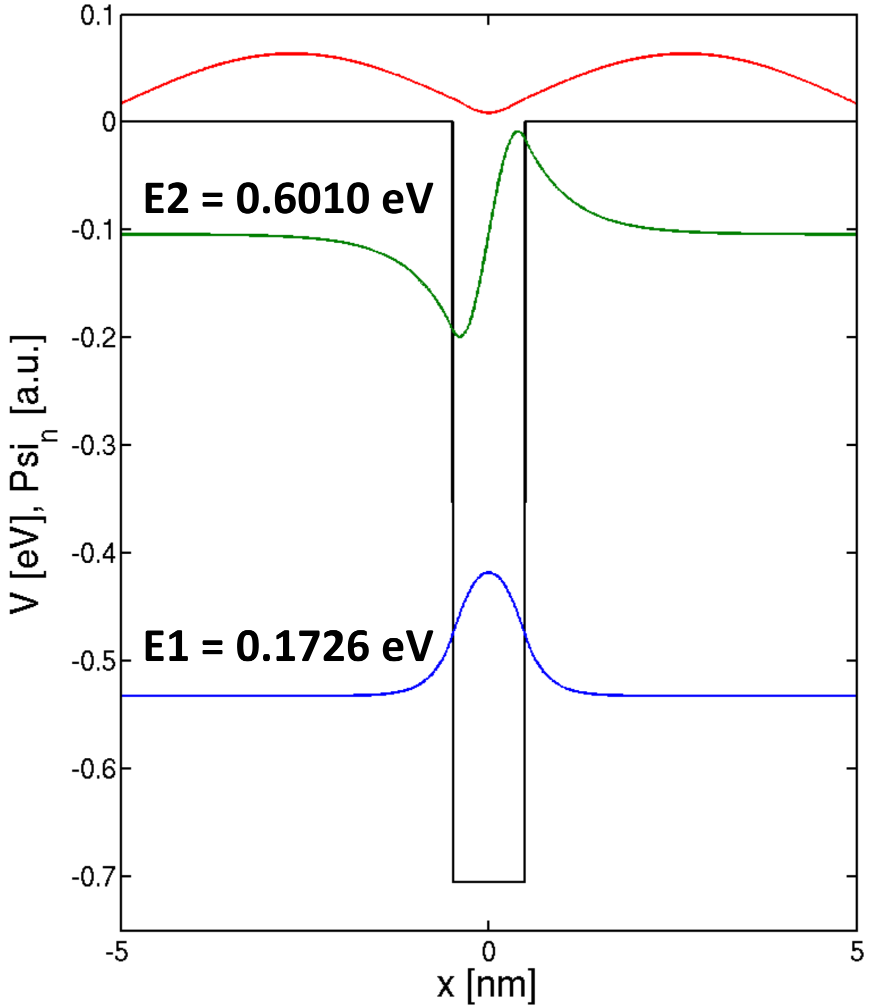
Utilizzando lo script ***tm.m*** ed in riferimento al profilo di potenziale riportato in figura:

1. Studiare il coefficiente di trasferimento attraverso una doppia barriera di potenziale, al variare dell’energia.
2. Confrontare le risonanze con le posizioni degli autovalori usando la funzione per la risoluzione dell’equzione di Schroedinger ***es.m*** (vd. Lab 01).



Risultati


E2= 0.596 eV
E1 = 0.171 eV
|T|^2, |R_1|^2
Energy [eV]
10^0
10^-2
10^-4
10^-6
10^-8
10^-10
10^-12
10^-14
10^-16
10^-18
0
0.5
1
1.5
2


E2 = 0.6010 eV
E1 = 0.1726 eV
V [eV], Psi_n [a.u.]
x [nm]
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-5
0
5

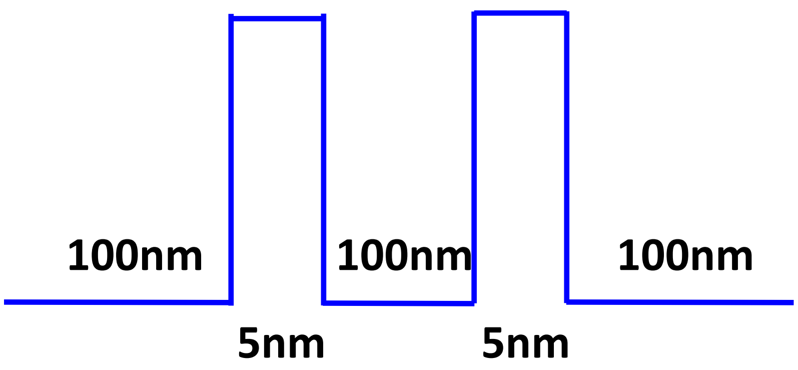
Esercizio 3

- E=0.59 eV
- E=0.596 eV (risonanza)
- E=0.6 eV
- La risonanza non altera la probabilità di tunneling, ma solo la densità di probabilità nella buca

Esercizio 4 – Pacchetto e Doppia barriera

Con l’ausilio dello script ***tm_packet.m***:

1. Osservare e discutere il comportamento di un pacchetto d’onde lanciato su una doppia barriera di potenziale (altezza di barriera di 80 meV ed energia del pacchetto incidente pari a 90 meV) per diverse σ.



Risultati

- V=80meV, E=90 meV, $\sigma_k=k_0/\sqrt{200}$
- V=80meV, E=90 meV $\sigma_k=k_0/\sqrt{2000}$
- V=80meV, E=90 meV $\sigma_k=k_0/\sqrt{20}$