# Macroeconomía Internacional

Francisco Roldán IMF

October 2024

The views expressed herein are those of the authors and should not be attributed to the IMF its Executive Board, or its management.

# Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
  - · Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
  - · Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
  - 1. Deuda
  - Tasas de interés
  - 3. Producto
  - 4. Cuenta corriente

# Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
  - · Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
  - · Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
  - 1. Deuda
  - 2. Tasas de interés
  - 3. Producto
  - 4. Cuenta corriente

# Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
  - Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
  - Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
  - 1. Deuda
  - 2. Tasas de interés
  - 3. Producto
  - 4. Cuenta corriente

Arellano, C. (2008): "Default Risk and Income Fluctuations in Emerging Economies," *American Economic Review*, 98, 690–712.

# Por qué estudiar riesgo soberano?

No olvidar: volatilidad del consumo > volatilidad del producto

$$u'(c) = \beta(1+r)\mathbb{E}\left[u'(c')\right]$$

- Modelos de default soberano: endogeneizar r cor
  - 1. Stock de deuda
  - Capacidad de repago: producto presente y futuro
  - 3. Otros:
    - · Liquidez
    - Multiplicadores fiscales
    - Doom loops entre bancos y gobierno o entre sector privado y gobierno
    - Ciclos de preferencias locales (política) y externas (actitudes frente al riesgo)

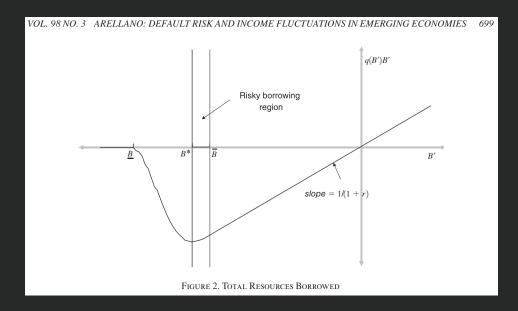
Por qué estudiar riesgo soberano?

No olvidar: volatilidad del consumo > volatilidad del producto

$$\mathbf{u}'(\mathbf{c}) = \beta(\mathbf{1} + \mathbf{r})\mathbb{E}\left[\mathbf{u}'(\mathbf{c}')\right]$$

- · Modelos de default soberano: endogeneizar r con
  - 1. Stock de deuda
  - 2. Capacidad de repago: producto presente y futuro
  - 3. Otros:
    - Liquidez
    - · Multiplicadores fiscales
    - · Doom loops entre bancos y gobierno o entre sector privado y gobierno
    - · Ciclos de preferencias locales (política) y externas (actitudes frente al riesgo)





#### Plan

#### Vamos a proceder en etapas

- Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
  - Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
  - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
  - Encontrar la función de valor via vfi
  - Distinto de McCall: un control continuo

#### Agregar default

- · Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

#### 3. Reinterpretar

· Consumo/ahorro del agente ← Endeudamiento de la SOE

#### Plan.

#### Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
  - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
  - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
  - · Encontrar la función de valor via vfi
  - · Distinto de McCall: un control continuo

#### Agregar default

- · Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

#### Reinterpretar

Consumo/ahorro del agente ← Endeudamiento de la SOE

#### Plan

#### Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
  - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
  - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
  - · Encontrar la función de valor via vfi
  - · Distinto de McCall: un control continuo

#### 2. Agregar default

- · Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

#### Reinterpretar

· Consumo/ahorro del agente ← Endeudamiento de la SOE

#### Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
  - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
  - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
  - · Encontrar la función de valor via vfi
  - · Distinto de McCall: un control continuo

#### 2. Agregar default

- · Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

#### 3. Reinterpretar

Consumo/ahorro del agente ← Endeudamiento de la SOE

Cuando te creen

# Problema de fluctuación de ingresos

#### Situación

- · Un agente tiene una dotación aleatoria  $\mathbf{y}_t$  distribuida  $F(\mathbf{y}_{t+1} \mid \mathbf{y}_t)$
- · Preferencias: utilidad u, descuento  $\beta$
- · Puede comprar y vender un activo libre de riesgo b
- · Límite de deuda <u>b</u>

$$V_0 = \max_{c_t,b_t} \quad \mathbb{E}_0 \left[ \sum_{t=0}^\infty eta^t \mathsf{u}(c_t) 
ight]$$
 sujeto a  $c_t = y_t + rac{1}{1+r} b_t - b_{t-1}$   $b_t \leq ar{b}$ 

# Problema de fluctuación de ingresos

#### Situación

- · Un agente tiene una dotación aleatoria  $y_t$  distribuida  $F(y_{t+1} \mid y_t)$
- Preferencias: utilidad u, descuento  $\beta$
- · Puede comprar y vender un activo libre de riesgo b
- · Límite de deuda b

$$egin{aligned} V_0 &= \max_{c_t, b_t} \quad \mathbb{E}_0 \left[ \sum_{t=0}^\infty eta^t u(c_t) 
ight] \ & ext{sujeto a } c_t = \mathsf{y}_t + rac{1}{1+r} b_t - b_{t-1} \ & ext{} b_t \leq \underline{b} \end{aligned}$$

#### Ec. de Bellman

$$egin{aligned} \mathsf{v}(b, \mathsf{y}) &= \max_{c, b'} \mathsf{u}(c) + eta \mathbb{E}\left[\mathsf{v}(b', \mathsf{y'})|\mathsf{y}
ight] \ & \mathsf{sujeto} \ \mathsf{a} \quad c + b = \mathsf{y} + rac{1}{1+r}b' \ & b' \leq \underline{b} \ & \mathsf{y'} \sim \mathsf{F}(\cdot|\mathsf{y}) \end{aligned}$$



$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b'$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

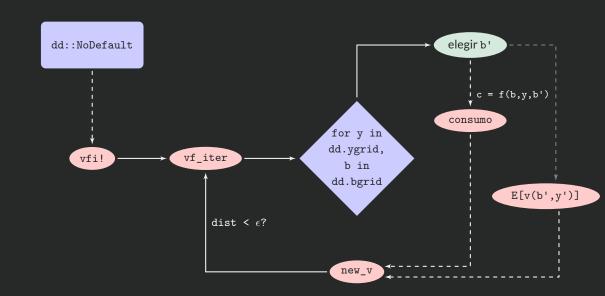
$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

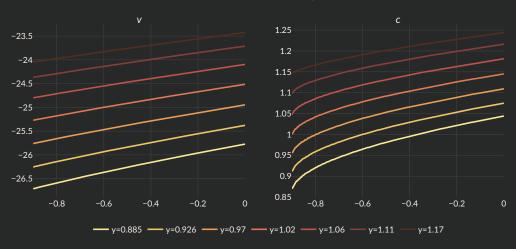
$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$











# Cuando no te creen (y hacen bien)

#### Dos cambios

#### Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d=h(y)=$$
 min  $ig\{y,\ 0.969\mathbb{E}\left[y
ight]ig\}$ Exclusión de mercados de capital por un tiempo  $o v$ 

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b',y) = rac{1}{1+r}\mathbb{E}\left[1-d(b',y')|y
ight]$$

#### Dos cambios

#### Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d = h(y) = \min \{y, \ 0.969\mathbb{E} [y] \}$$
  
Exclusión de mercados de capital *por un tiempo*  $\to \psi$ 

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b', y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} \left[ 1 - d(b', y') | y \right]$$

#### Dos cambios

#### Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d = h(y) = \min \{y, \ 0.969\mathbb{E}[y]\}$$
  
Exclusión de mercados de capital por un tiempo  $\to \psi$ 

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E}\left[1 - d(b',y')|y\right]$$

#### **Bellmans**

Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^{\mathsf{R}}(b,y), v^{\mathsf{D}}(y) 
ight\}$$

En repago, elegir emisión

$$egin{aligned} \mathsf{v}^{\mathsf{R}}(b,\mathsf{y}) &= \max_{c,b'} \mathsf{u}(c) + eta \mathbb{E}\left[\mathcal{V}(b',\mathsf{y}')| \mathbf{y}'\right] \ & \mathsf{sujeto} \ \mathsf{a} \ c + b &= \mathsf{y} + \mathsf{q}(b',\mathsf{y})b' \end{aligned}$$

En default, nada que elegir

$$v^{D}(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E} \left[ \psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi) v^{D}(y') | y \right]$$

#### **Bellmans**

Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{\mathsf{R}}(b,y),v^{\mathsf{D}}(y)
ight\}$$

· En repago, elegir emisión

$$v^R(b,y) = \max_{c,b'} u(c) + \beta \mathbb{E} \left[ \mathcal{V}(b',y') | y \right]$$
  
sujeto a  $c+b=y+q(b',y)b'$ 

En default, nada que elegir

$$v^{\mathsf{D}}(y) = \mathsf{u}(\mathsf{h}(y)) + \beta \mathbb{E}\left[\psi \mathcal{V}(\mathsf{0}, \mathsf{y}') + (1 - \psi)v^{\mathsf{D}}(\mathsf{y}')|\mathsf{y}\right]$$

#### **Bellmans**

Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{\mathsf{R}}(b,y),v^{\mathsf{D}}(y)
ight\}$$

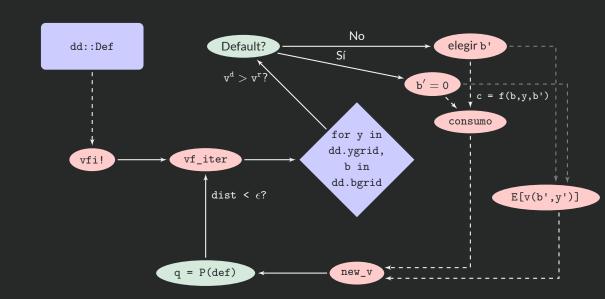
· En repago, elegir emisión

$$v^R(b,y) = \max_{c,b'} u(c) + \beta \mathbb{E} \left[ \mathcal{V}(b',y') | y 
ight]$$
  
sujeto a  $c+b=y+q(b',y)b'$ 

· En default, nada que elegir

$$\mathbf{v}^{\mathsf{D}}(\mathbf{y}) = \mathbf{u}(\mathbf{h}(\mathbf{y})) + \beta \mathbb{E} \left[ \psi \mathcal{V}(\mathbf{0}, \mathbf{y}') + (\mathbf{1} - \psi) \mathbf{v}^{\mathsf{D}}(\mathbf{y}') | \mathbf{y} \right]$$





#### **Envolventes!**

· Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{\mathsf{R}}(b,y),v^{\mathsf{D}}(y)
ight\}$$

· Opción 2 (si los  $\epsilon_i$  tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{P}(b, y) = \max \left\{ v^{R}(b, y) + \epsilon_{R}, v^{D}(y) + \epsilon_{D} \right\}$$
 $\mathcal{P}(b, y) = \frac{\exp(v^{D}(y)/\chi)}{\exp(v^{R}(b, y)/\chi) + \exp(v^{D}(y)/\chi)}$ 

ullet Opción 1 = Opción 2 con  $\chi=0$  y por lo tanto  $\mathcal{P}(b,y)=\mathbb{1}_{\mathsf{v}^{\mathsf{D}}(y)>\mathsf{v}^{\mathsf{R}}(b,y)}$ 

#### **Envolventes!**

· Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^{\mathsf{R}}(b,y), v^{\mathsf{D}}(y) \right\}$$

· Opción 2 (si los  $\epsilon_i$  tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ \mathbf{v}^{\mathsf{R}}(b, y) + \epsilon_{\mathsf{R}}, \mathbf{v}^{\mathsf{D}}(y) + \epsilon_{\mathsf{D}} \right\}$$
  $\mathcal{P}(b, y) = \frac{\exp(\mathbf{v}^{\mathsf{D}}(y)/\chi)}{\exp(\mathbf{v}^{\mathsf{R}}(b, y)/\chi) + \exp(\mathbf{v}^{\mathsf{D}}(y)/\chi)}$ 

• Opción 1 = Opción 2 con  $\chi=0$  y por lo tanto  $\mathcal{P}(b,y)=1_{v^p(y)>v^R(b,y)}$ 

#### **Envolventes!**

· Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{\mathsf{R}}(b,y),v^{\mathsf{D}}(y)
ight\}$$

· Opción 2 (si los  $\epsilon_i$  tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^{R}(b, y) + \epsilon_{R}, v^{D}(y) + \epsilon_{D} 
ight\}$$
  $\mathcal{P}(b, y) = rac{\exp(v^{D}(y)/\chi)}{\exp(v^{R}(b, y)/\chi) + \exp(v^{D}(y)/\chi)}$ 

Opción 1 = Opción 2 con  $\chi=0$  y por lo tanto  $\mathcal{P}(b,y)=\mathbb{1}_{\mathsf{v}^{\mathsf{D}}(y)>\mathsf{v}^{\mathsf{R}}(b,y)}$ 

## Estrategias de resolución

$$\mathcal{V}(b, y) = \chi \log \left( \exp(v^{D}(y)/\chi) + \exp(v^{R}(b, y)/\chi) \right)$$
$$q(b', y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} \left[ (1 - d(b', y')) \mid y \right]$$

#### Estilo equilibrio general

- $\cdot$  Dada una función q(b',y), iterar sobre la función de valor hasta que converja v
- · Actualizar q usando las políticas de default
- · Iterar hasta que converja q

#### · Estilo teoría de juegos

- · Inicializar v, q en un período T lejano
- Encontrar q consistentes con la política implícita en v (una vez!)
- Actualizar v dado q (una vez!
- · Iterar 'hacia el pasado' hasta convergencia (de todo junto)
- ... Equilibrio recursivo (perfecto de Markov) con estrategias  $\sigma(b, y, d)$

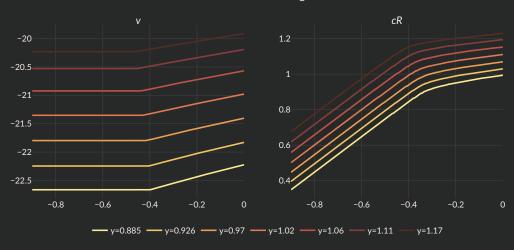
## Estrategias de resolución

$$\mathcal{V}(b, y) = \chi \log \left( \exp(v^{D}(y)/\chi) + \exp(v^{R}(b, y)/\chi) \right)$$
$$q(b', y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} \left[ (1 - d(b', y')) \mid y \right]$$

- · Estilo equilibrio general
  - · Dada una función q(b', y), iterar sobre la función de valor hasta que converja v
  - · Actualizar q usando las políticas de default
  - · Iterar hasta que converja q
- Estilo teoría de juegos
  - · Inicializar v, q en un período T lejano
  - Encontrar q consistentes con la política implícita en v (una vez!)
  - Actualizar v dado q (una vez!)
  - · Iterar 'hacia el pasado' hasta convergencia (de todo junto)
  - ... Equilibrio recursivo (perfecto de Markov) con estrategias  $\sigma(b,y,d)$

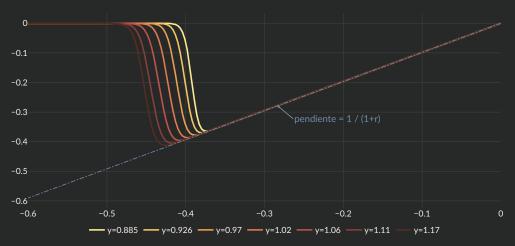












# Cierre

#### Cierre

#### Vimos

- · Problema de fluctuación de ingresos
  - · Interpolar la función de valor
  - · Un control continuo
- Agregar default
  - · Costos de default
  - · Precio de la deuda
  - Envolventes

#### La vez que viene / en códigos

- Deuda de largo plazo
  - Cupones geométricos
  - · Haircuts parciales
- Simulador
  - · Distribuciones ergódicas
  - · Ratios de deuda en equilibrio
  - · Frecuencia de default

#### Cierre

#### Vimos

- · Problema de fluctuación de ingresos
  - · Interpolar la función de valor
  - · Un control continuo
- · Agregar default
  - · Costos de default
  - · Precio de la deuda
  - Envolventes

#### La vez que viene / en códigos

- · Deuda de largo plazo
  - Cupones geométricos
  - Haircuts parciales
- Simulador
  - · Distribuciones ergódicas
  - · Ratios de deuda en equilibrio
  - · Frecuencia de default