Macroeconomía Internacional

Francisco Roldán IMF

October 2025

The views expressed herein are those of the authors and should not be attributed to the IMF, its Executive Board, or its management.

Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
 - · Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
 - · Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
 - Deuda
 - 2. Tasas de interés
 - 3. Producto
 - Cuenta corriente

Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
 - · Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
 - · Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
 - 1. Deuda
 - 2. Tasas de interés
 - 3. Producto
 - 4. Cuenta corriente

Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
 - · Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
 - Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
 - 1. Deuda
 - 2. Tasas de interés
 - 3. Producto
 - 4. Cuenta corriente

Arellano, C. (2008): "Default Risk and Income Fluctuations in Emerging Economies," *American Economic Review*, 98, 690–712.

Por qué estudiar riesgo soberano?

No olvidar: volatilidad del consumo > volatilidad del producto

$$u'(c) = \beta(1+r)\mathbb{E}\left[u'(c')\right]$$

- · Modelos de default soberano: endogeneizar *r* cor
 - 1. Stock de deuda
 - Capacidad de repago: producto presente y futuro
 - Otros:
 - Liquidez
 - Multiplicadores fiscales
 - Doom loops entre bancos y gobierno o entre sector privado y gobierno
 - · Ciclos de preferencias locales (política) y externas (actitudes frente al riesgo

Por qué estudiar riesgo soberano?

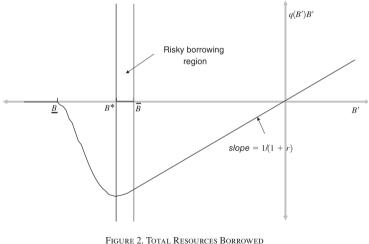
No olvidar: volatilidad del consumo > volatilidad del producto

$$u'(c) = \beta(1+r)\mathbb{E}\left[u'(c')\right]$$

- · Modelos de default soberano: endogeneizar *r* con
 - 1. Stock de deuda
 - 2. Capacidad de repago: producto presente y futuro
 - 3. Otros:
 - Liquidez
 - Multiplicadores fiscales
 - · Doom loops entre bancos y gobierno o entre sector privado y gobierno
 - · Ciclos de preferencias locales (política) y externas (actitudes frente al riesgo)







Vamos a proceder en etapas

- Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
 - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
 - · Escritura recursiva, ecuación de Bellmai
 - · Encontrar la función de valor via vfi
 - Distinto de McCall: un control continuo

2. Agregar default

- Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de defaul

3. Reinterpretai

Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
 - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
 - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
 - · Encontrar la función de valor via vfi
 - · Distinto de McCall: un control continuo

Agregar default

- Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de defaul

Reinterpreta

Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
 - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
 - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
 - · Encontrar la función de valor via vfi
 - · Distinto de McCall: un control continuo

2. Agregar default

- · Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

Reinterpreta

Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
 - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
 - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
 - · Encontrar la función de valor via vfi
 - · Distinto de McCall: un control continuo

2. Agregar default

- · Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

3. Reinterpretar

Cuando te creen

Problema de fluctuación de ingresos

Situación

- · Un agente tiene una dotación aleatoria y_t distribuida $F(y_{t+1} \mid y_t)$
- Preferencias: utilidad u, descuento β
- · Puede comprar y vender un activo libre de riesgo b
- · Límite de deuda <u>b</u>

$$V_0 = \max_{c_t,b_t} \quad \mathbb{E}_0 \left[\sum_{t=0}^\infty \beta^t u(c_t)
ight]$$
 sujeto a $c_t = y_t + rac{1}{1+r} b_t - b_{t-1}$ $b_t \leq \underline{b}$

Problema de fluctuación de ingresos

Situación

- · Un agente tiene una dotación aleatoria y_t distribuida $F(y_{t+1} \mid y_t)$
- · Preferencias: utilidad u, descuento β
- · Puede comprar y vender un activo libre de riesgo b
- · Límite de deuda <u>b</u>

$$egin{aligned} V_0 &= \max_{c_t, b_t} \quad \mathbb{E}_0\left[\sum_{t=0}^\infty eta^t u(c_t)
ight] \ & ext{sujeto a } c_t = y_t + rac{1}{1+r}b_t - b_{t-1} \ & ext{} b_t \leq ar{b} \end{aligned}$$

Ec. de Bellman

$$egin{aligned} v(b,y) &= \max_{c,b'} u(c) + eta \mathbb{E}\left[v(b',y')|y
ight] \ & ext{sujeto a} \quad c+b = y + rac{1}{1+r}b' \ & ext{b}' \leq \underline{b} \ & ext{y}' \sim F(\cdot|y) \end{aligned}$$



$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b'$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b'$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b'$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

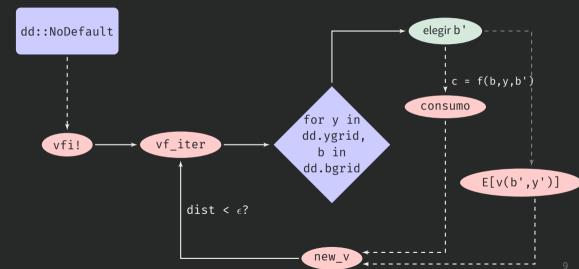
$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

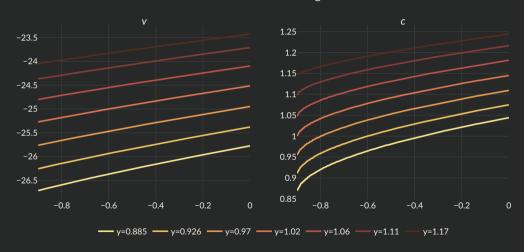
$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$







Deuda libre de riesgo



Cuando no te creen (y hacen bien)

Dos cambios

Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d = h(y) = \min \{y, \ 0.969\mathbb{E}[y]\}$$

Exclusión de mercados de capital *por un tiempo* $\rightarrow \infty$

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E}\left[1 - d(b',y')|y'\right]$$

Dos cambios

Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d = h(y) = \min\{y, \ 0.969\mathbb{E}[y]\}$$

Exclusión de mercados de capital $\emph{por un tiempo}
ightarrow \psi$

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E}\left[1 - d(b',y')|y'\right]$$

Dos cambios

Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d = h(y) = \min \left\{ y, \ 0.969\mathbb{E} \left[y
ight]
ight\}$$

Exclusión de mercados de capital $\emph{por un tiempo} \rightarrow \psi$

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E}\left[1 - d(b',y')|y\right]$$

Bellmans

· Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^{\mathcal{R}}(b,y), v^{\mathcal{D}}(y)
ight\}$$

En repago, elegir emisión

$$v^R(b,y) = \max_{c,b'} u(c) + \beta \mathbb{E} \left[\mathcal{V}(b',y') | y
ight]$$

sujeto a $c+b=y+q(b',y)b'$

· En default, nada que elegir

$$v^{\mathcal{D}}(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E}\left[\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi)v^{\mathcal{D}}(y')|y\right]$$

Bellmans

· Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^R(b,y), v^D(y)
ight\}$$

· En repago, elegir emisión

$$v^R(b,y) = \max_{c,b'} u(c) + \beta \mathbb{E} \left[\mathcal{V}(b',y') | y \right]$$

sujeto a $c+b=y+q(b',y)b'$

· En default, nada que elegi

$$v^{\mathcal{D}}(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E}\left[\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi)v^{\mathcal{D}}(y')|y\right]$$

Bellmans

· Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^R(b,y), v^D(y)
ight\}$$

· En repago, elegir emisión

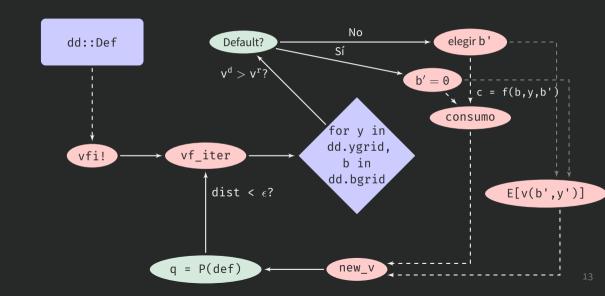
$$v^R(b,y) = \max_{c,b'} u(c) + \beta \mathbb{E} \left[\mathcal{V}(b',y') | y
ight]$$

sujeto a $c+b=y+q(b',y)b'$

· En default, nada que elegir

$$v^{\mathcal{D}}(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E}\left[\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi)v^{\mathcal{D}}(y')|y\right]$$





Envolventes!

· Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{R}(b,y),v^{D}(y)
ight\}$$

ullet Opción 2 (si los ϵ_i tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^{R}(b,y) + \epsilon_{R}, v^{D}(y) + \epsilon_{D} \right\}$$
 $\mathcal{P}(b,y) = \frac{\exp(v^{D}(y)/\chi)}{\exp(v^{R}(b,y)/\chi) + \exp(v^{D}(y)/\chi)}$

ullet Opción 1 = Opción 2 con $\chi=$ 0 y por lo tanto $\mathcal{P}(b,y)=\mathtt{1}_{v^{\mathsf{p}}(y)>v^{\mathsf{q}}(b,y)}$

Envolventes!

Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{R}(b,y),v^{D}(y)\right\}$$

· Opción 2 (si los ϵ_i tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^R(b,y) + \epsilon_R, v^D(y) + \epsilon_D
ight\}$$
 $\mathcal{P}(b,y) = rac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b,y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)}$

• Opción 1 = Opción 2 con $\chi=$ 0 y por lo tanto $\mathcal{P}(b,y)=1_{\mathsf{v}^0(y)>\mathsf{v}^R(b,y)}$

Envolventes!

· Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{R}(b,y), v^{D}(y)\right\}$$

· Opción 2 (si los ϵ_i tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^R(b,y) + \epsilon_R, v^D(y) + \epsilon_D \right\}$$
 $\mathcal{P}(b,y) = \frac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b,y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)}$

· Opción 1 = Opción 2 con $\chi=$ 0 y por lo tanto $\mathcal{P}(b,y)=\mathtt{1}_{v^{0}(y)>v^{\mathfrak{p}}(b,y)}$

Estrategias de resolución

$$\mathcal{V}(b,y) = \chi \log \left(\exp(v^D(y)/\chi) + \exp(v^R(b,y)/\chi) \right)$$
$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} \left[(1 - d(b',y')) \mid y \right]$$

Estilo equilibrio genera

- \cdot Dada una función q(b',y), iterar sobre la función de valor hasta que converja v
- · Actualizar *q* usando las políticas de default
- · Iterar hasta que converja *q*

Estilo teoría de juegos

- · Dada la regla implícita en v, encontrar nuevo q (una vez!)
- · Actualizar v dado q (una vez!), deducir nuevas reglas
- Iterar 'hacia el pasado' hasta convergencia (de todo junto)
- .. Equilibrio recursivo (perfecto de Markov) con estrategias $\sigma(b, y, d)$

Estrategias de resolución

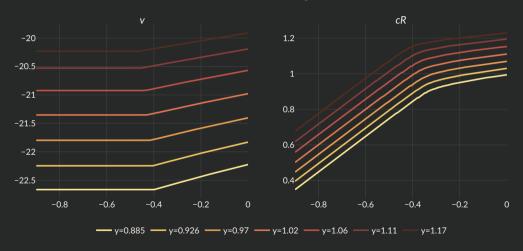
$$\mathcal{V}(b,y) = \chi \log \left(\exp(v^D(y)/\chi) + \exp(v^R(b,y)/\chi) \right)$$

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} \left[(1-d(b',y')) \mid y \right]$$

- Estilo equilibrio general
 - \cdot Dada una función q(b',y), iterar sobre la función de valor hasta que converja v
 - · Actualizar q usando las políticas de default
 - · Iterar hasta que converja q
- Estilo teoría de juegos
 - · Dada la regla implícita en *v*, encontrar nuevo *q* (una vez!)
 - · Actualizar v dado q (una vez!), deducir nuevas reglas
 - · Iterar 'hacia el pasado' hasta convergencia (de todo junto)
 - ... Equilibrio recursivo (perfecto de Markov) con estrategias $\sigma(b,y,d)$

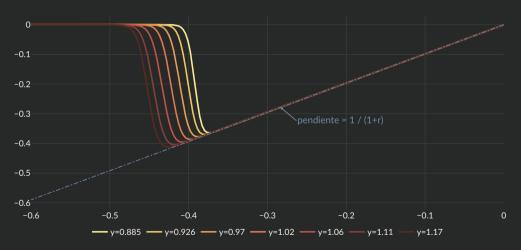


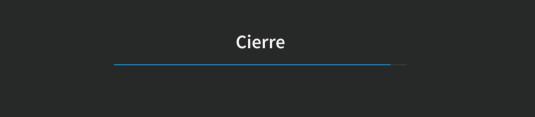
Deuda con riesgo











Cierre

Vimos

- · Problema de fluctuación de ingresos
 - · Interpolar la función de valor
 - · Un control continuo
- Agregar default
 - · Costos de default
 - · Precio de la deuda
 - Envolventes

La vez que viene / en códigos

- Deuda de largo plazo
 - · Cupones geométrico
 - Haircuts parciales
- Simulador
 - · Distribuciones ergódicas
 - · Ratios de deuda en equilibrio
 - Frecuencia de default

Cierre

Vimos

- · Problema de fluctuación de ingresos
 - · Interpolar la función de valor
 - · Un control continuo
- Agregar default
 - · Costos de default
 - · Precio de la deuda
 - Envolventes

La vez que viene / en códigos

- · Deuda de largo plazo
 - · Cupones geométricos
 - · Haircuts parciales
- Simulador
 - · Distribuciones ergódicas
 - · Ratios de deuda en equilibrio
 - · Frecuencia de default