Macroeconomía Internacional Cuantitativa

Francisco Roldán*

October 2022

a entregar no después del 9 de noviembre

1. Deuda con default (Arellano)

En clase vimos el problema de un soberano que emite deuda defaulteable a un conjunto de inversores extranjeros. El soberano toma como dada una función $q(b', y)$, que dice a qué precio puede colocar una cantidad de deuda b' cuando el nivel de ingreso de hoy es y, y resuelve

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(b, y) &= \max\left\{v^R(b, y) + \varepsilon_R, v^D(y) + \varepsilon_D\right\} \\ v^R(b, y) &= \max_{b'} u(y - b + q(b', y)b') + \beta\mathbb{E}\left[\mathcal{V}(b', y') \mid y\right] \\ v^D(y) &= u(h(y)) + \beta\mathbb{E}\left[\psi\mathcal{V}(0, y') + (1-\psi)v^D(y') \mid y\right] \end{aligned}$$

donde los shocks ε_i son *iid* entre sí y entre períodos con distribución de valor extremo tipo 1 con parámetro de escala χ, de modo que $\varepsilon_R - \varepsilon_D$ tiene distribución logística con parámetro χ. Esto da lugar a expresiones explícitas para la probabilidad de default *ex-post* $\mathcal{P}(b, y)$ y la función de valor

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(b, y) &= \frac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b, y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)} \\ \mathcal{V}(b, y) &= \chi \log\left(\exp(v^D(y)/\chi) + \exp(v^R(b, y)/\chi)\right) \end{aligned}$$

Los acreedores extranjeros son neutrales al riesgo y descuentan el futuro a tasa $\frac{1}{1+r}$, de modo que para que estén dispuestos a comprar un bono, tiene que ser que el repago esperado descontado sea igual al precio de venta

$$q(b', y) = \frac{1}{1+r}\mathbb{E}\left[1 - d(b', y') \mid y\right]$$

*email: *froldan6@gmail.com*

1.1 *Regiones de repago y default*

Usando un modelo resuelto con los parámetros por default, mostrame con un `contour` la probabilidad de default como función de y y b. Cuándo es más riesgosa la deuda?[1]

Opcional: Qué pasa con ese contour cuando variás la paciencia del deudor β o el costo de default Δ (no hace falta hacer todo un vector de posibilidades, podés elegir un valor alternativo que muestre los efectos). Tiene sentido? Muy opcional: podés también usar los gráficos de $\mathcal{V}$, v^R, v^D que te pido en 1.2 para entender mejor lo que está pasando.

1.2 *Mecánica de los shocks de preferencias*

Para ver cómo χ afecta al equilibrio (además de a la resolución del modelo), vamos a resolver el mismo modelo con distintos valores de χ. En `arellano.jl` el constructor que yo escribí tiene por default $\chi = 0.01$. Te voy a pedir que resuelvas el modelo para $\chi \in \{0.0001, 0.1\}$.

Para cada resolución, en el mismo gráfico quiero ver las tres funciones de valor, $\mathcal{V}$, v^R, v^D, como función del nivel de deuda b.[2] Lo importante es que se crucen v^R y v^D cosa de que podamos ver el efecto del default (si $v^R > v^D$ en todo el gráfico, es que la opción de defaultear no vale nada). Para los parámetros que estamos usando, podés lograr eso fijando $y = 1$ (o sea, usando el índice de la grilla de y que tenga el valor más cercano a 1 posible, debería ser justo el medio de la grilla).

Podés poner los gráficos uno al lado del otro (variando χ) o rebuscártelas para poner toda la información en un solo gráfico. Pero quiero que notes dos cosas: primera, cómo cambia la relación entre $\mathcal{V}$ y v^R y v^D cuando χ se hace más grande, y por qué? Segunda, mirá los valores en el eje y. Los niveles son de utilidad así que no representan nada, pero es lo mismo cuánto es χ para el valor de este agente? Las v^R como v^D son iguales o distintas cuando cambiás χ? Por qué será que pasa eso?

1.3 *Retorno a mercados según el ingreso*

En clase alguien preguntó por qué ψ era un parámetro constante. Es verdad que eso parece tonto: si pensás que la recuperación de acceso a mercados ocurre porque hay una negociación por detrás, parece factible que sea más probable reacceder a mercados cuando el y es alto que cuando es bajo.

Vamos a modificar el modelo básico para reemplazar el parámetro ψ por una función exógena que se

[1] No te olvides que, como vimos en clase, `contour` invierte los ejes x e y. Para graficar $f(x, y)$ como que naturalmente identificamos el primer argumento con el eje horizontal, pero pensando en una matriz A_{xy}, la primera componente es el 'eje' vertical, como que `A[:,jy]` es un vector columna y `A[jx,:]` es una fila.

[2] Ojo, la función v^D no depende del nivel de deuda, así que para graficarla y hacer la comparación tenés dos opciones. Opción 1: meterte en la documentación de PlotlyJS y usar `shapes` para agregar una línea horizontal al gráfico. Opción 2: multiplicar $v^D(y)$ por un vector de unos del largo de `bgrid` para que te quede algo que puedas graficar como función de b.

nos ocurra a nosotros $\psi(y)$, por ejemplo

$$\psi(y) = \psi_0 + \psi_1(y - \bar{y})$$

donde ψ_0 y ψ_1 son parámetros y $\bar{y}$ es la media del proceso de y (en nuestro caso, $\bar{y} = 1$). Para modificar el código de `arellano.jl` e implementar esta variante, vas a tener que

- Agregar ψ_0 y ψ_1 al diccionario de parámetros. Una recomendación que me parece razonable es $\psi_0 = 0.282$ (el valor que teníamos en el modelo original para ψ) y $\psi_1 = 1$.
  - El 1 es totalmente arbitrario así que podés jugar con ese parámetro si querés. Únicamente tenés que tener cuidado que $\psi(y) \in (0, 1)$ para todos los y de la grilla.
- Modificar la función que calcula $v^D(y)$ para que use el valor de ψ que corresponda al valor de y en cada caso

Mostrame la función de valor $\mathcal{V}(b, y)$ como función de b, fijando $y = 1$ (o lo más parecido) pero con una línea para $\psi_1 = 0$ (el caso original) y otra para $\psi_1 = 1$ (el caso en el que la probabilidad de regreso a mercados es variable). Hay alguna diferencia interesante? Por qué pensás que pasa?

1.3.1 *Retorno a mercados según el tamaño del default – opcional*

En este caso vamos a hacer que la probabilidad de volver a los mercados dependa de cuánta deuda fue defaulteada. En este caso vamos a tener

$$\psi(b) = \min\{1, \psi_0 + \psi_1 b\}$$

donde $\psi_0, \psi_1 \geq 0$ son parámetros. Lo que queremos capturar es que países que hagan default sobre cantidades más grandes de deuda tienden a tardar más a recuperar acceso a mercados internacionales de crédito [CITATION NEEDED].

Repitiendo los pasos del punto anterior, cuál es el efecto de aumentar ψ_1 sobre esta economía (por ejemplo, dejando $\psi_0 = 0.282$)? Qué pasa con las zonas de default y repago?

Nota: este apartado es un poco más difícil porque la dependencia de ψ sobre la cantidad de deuda *sobre la que se hizo originalmente el default* introduce una nueva variable de estado para la v^D.

1.4 *Simulador de defaults*

En clase escribimos `simulador_default.jl` para simular el modelo con default.

También cambié un poquito el modelo `arellano.jl` para implementar la función de costo de default del paper original, según la cual el consumo en default es

$$h(y) = \begin{cases} \hat{y} & \text{si } y > \hat{y} \\ y & \text{si } y \leq \hat{y} \end{cases}$$

donde $\hat{y} = 0.969$: en default, si el 'verdadero' shock de ingreso es muy alto, el consumo es bajo, pero si el verdadero shock de ingreso es muy bajo, defaultear es gratis en términos de ingreso corriente.

Estos costos están activados por default en el constructor `Arellano`, pero podés desactivarlos y volver a $h(y) = (1 - \Delta)y$ eligiendo la opción `defcost_OG == 0`.

Con los costos originales, simulando el modelo por un número grande de períodos:

1. Cómo es la relación deuda/PBI en la economía simulada? Podés reportar una media o un histograma que muestre la distribución entera.

2. Cuál es la frecuencia de default? (o sea, si miro un siglo, en promedio cuántas veces voy a pasar de estar en repago a estar en default?)

3. Más difícil y opcional: En promedio, cuánto es la deuda *al momento del default*? Cuál era la probabilidad de default en el período anterior a que ocurra el default?

1.4.1 Comparación con un modelo sin default – Opcional

Simulando un modelo sin default pero con los mismos parámetros $(\beta, \gamma, r, \rho_y, \sigma_y)$ que la economía con default, cómo cambia la relación deuda/PBI? Podés comparar medias o mostrar un histograma, podés comparar la economía sin default con la original de forma incondicional o condicionando en que la economía con default *no esté en default*.

Para esta simulación, tenés dos opciones: una es escribir un simulador que sea capaz de manejar estructuras de tipo `NoDefault`, como charlamos en clase. La otra opción es usar el `Arellano` con el costo lineal y por ejemplo poner $\Delta = 0.9$ cosa de que el consumo en default sea super bajo, por lo tanto el default sea super costoso y por lo tanto la probabilidad de default sea siempre 0 (podés chequear eso o haciendo un gráfico de `dd.prob` y/o mirando las funciones de valor y verificando que v^R siempre esté bien por encima de v^D)

2. Deuda Larga

Para este ejercicio escribí un simulador para los `DeudaLarga` que podés encontrar en `def_simul.jl`: dado un objeto de tipo `DeudaLarga` y otros argumentos (la deuda, ingreso, y estado de default iniciales y el largo de la simulación T) te devuelve un diccionario cuyos elementos son vectores de largo T para cada una de las variables endógenas: deuda `:b`, ingreso `:y`, estado de default `:d`, probabilidad de default `:prob`, consumo `:c`, y precio de la deuda `:q`.

Lo otro que hice fue agregarle a `deudalarga.jl` unos métodos para modificar los costos de default. Igual que antes, agregué una función `switch_Arellano_costs!` que enciende la opción `:defcost_OG`, para usar los costos originales de Arellano (2008). También agregué una función `switch_CE_costs!`

que permite usar costos cuadráticos (por default, puse los valores de Chatterjee y Eyigungor (2012)), y finalmente una función `switch_linear_costs!` que permite volver a nuestra formulación original con costos lineales (y por default usa el Δ que tiene el modelo). Les dejo que miren cómo modifiqué la función `defcost` en `arellano.jl` para que elija cuáles costos usar en cada caso (algo para notar es que costos cuadráticos es una generalización de costos lineales con el parámetro de y^2 fijado en 0).

Finalmente, agregué un método `switch_ρ` que permite cambiarle la duración de la deuda a un modelo (esto es un poquito más complicado que nada más modificar el parámetro ρ, porque también el cupón κ tiene una relación, entonces hay que asegurarse de cambiar ambos de manera consistente).

El objetivo de este ejercicio es entender el efecto de la duración de la deuda (ρ) sobre la capacidad de endeudamiento de la economía y también algo que mencioné un par de veces sobre cómo pequeños detalles de la función de costos de default pueden tener un impacto muy grande en el desempeño cuantitativo del modelo.

2.1 *Probabilidad de default ex-post*

Comparando el caso $\rho = 0.35$ que tenemos por default con $\rho = 1$ (deuda 100% de un período), para cualquiera (o todos) de los costos de default, sean lineales, cuadráticos, o los originales de Arellano, mostrar con dos `contour` que la probabilidad de default en el modelo resuelto es distinta pero no dramáticamente.

2.2 *Niveles de deuda en equilibrio*

Con el simulador, calcular histogramas de la relación deuda a producto (opcional: condicionando en no default) para $\rho = 0.35$ y $\rho = 1$. Repetir este ejercicio con los costos lineales y con alguno de los costos convexos (sean los originales de Arellano o los cuadráticos de Chatterjee y Eyigungor). Alguna diferencia en la diferencia?

3. Robustness – mega opcional

Algo que es interesante en este contexto es que puede haber (mucha) incertidumbre sobre los términos de una eventual renegociación al momento de declarar un default.

Supongamos que hay incertidumbre sobre la quita $\hbar$ y la probabilidad de reentrada ψ. Supongamos entonces que x (sea $\hbar$ o ψ) sigue una distribución Normal con media $\bar{x}$ (los parámetros que tenemos originales) y desvío σ_x (no sé, digamos 0.01). Nos armamos una grilla de largo N_x y fijamos las probabilidades proporcionales a la densidad de la normal en ese punto, como hicimos con `McCall`. En principio, lo más prolijo sería hacer que estas grillas sean también parte del objeto con el modelo, pero honestamente tampoco es para tanto calcularlas cada vez dentro de `value_default` o `vfi_iter`. Con estas grillas y probabilidades vamos a reemplazar el cálculo de Ev para también promediar sobre los valores de ψ y el cálculo de v_D de la misma forma (fijate que en vez de nada más evaluar `itp_vD(bv*(1-h), yv)`, ahora tenemos que calcular una esperanza promediando sobre los posibles valores de $\hbar$).

Finalmente, podemos reemplazar esas esperanzas por el operador $\mathbb{T}$. Simulando, podemos ver cómo (i) la varianza de estos shocks (o sea, la incertidumbre que el gobierno tiene sobre la quita y el tiempo en default) y (ii) el nivel de robustez θ afectan el endeudamiento, la frecuencia de default, etc.