**AVL-Bäume**

|  |
| --- |
| Ein **AVL-Baum** ist ein balancierter binärer Suchbaum. Das bedeutet, dass neben den bekannten Kriterien eines binären Suchbaums auch noch das sog. Balance-Kriterium gelten muss:  **-1 <= BF(binSuchBaum) <= +1**  **Balance-Faktor BF (binSuchBaum) = Höhe(rechter Teilbaum) – Höhe(linker Teilbaum)**  Die **Höhe** eines Knotens beschreibt den längsten Weg, den man von diesem Knoten aus gehen kann. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  | | --- | --- | --- | | Knoten | Höhe | BF | | 7 |  |  | | 3 |  |  | | 8 |  |  | | 5 |  |  | | 4 |  |  | | 10 |  |  | | 8 |  |  | | 15 |  |  | |

**Aufgabe**: Bestimmen Sie für jeden Knoten seine Höhe und den Balance-Faktor.

Die Operationen Suchen, Einfügen und Entfernen funktionieren in einem AVL-Baum zunächst einmal genauso wie in einem binären Suchbaum. Ist allerdings das Balance-Kriterium nicht mehr erfüllt, muss je nach entstandenem Baum eine der vier folgenden Rotationen durchgeführt werden:

**Linksrotation**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Beispiel** | | **BF** | **Kantenfolge** | | **Vorgehen** |
| Einfügen von Knoten mit Schlüssel 6 | | 2 | RR | | Linksrotation |
|  |  | | |  | |

**Rechtsrotation**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Beispiel** | | **BF** | **Kantenfolge** | **Vorgehen** | |
| Einfügen von Knoten mit Schlüssel 8 | | -2 | LL |  | |
|  | -1  0  0  0  0  0 | | | | -1  0  0  0  0  0 |

**Links-Rechts-Rotation**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Beispiel** | | **BF** | **Kantenfolge** | | **Vorgehen** | |
| Einfügen von Knoten mit Schlüssel 4 | | -2 | LR | |  | |
|  |  | | |  | |  |

**Rechts-Links-Rotation**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Beispiel** | | **BF** | **Kantenfolge** | | **Vorgehen** | |
| Einfügen von Knoten mit Schlüssel 13 | | 2 | RL | |  | |
|  | 0  1  0  1 | | | 0  1  0  1 | | 0  1  0  1 |

**Aufgabe**: Passen Sie die Schaubilder analog zur Linksrotation bzw. Links-Rechts-Rotation an.

**Übungen**

1. Fügen Sie nacheinander die Knoten mit folgenden Schlüsseln in den Baum ein:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Beispiel** | | **BF** | **Kantenfolge** | | **Vorgehen** | |
| Einfügen von Knoten mit Schlüssel 12 | |  |  | |  | |
| Einfügen von Knoten mit Schlüssel 6 | |  |  | |  | |
|  | 1  0  1  0 | | |  | |  |
|  | -1  0  0  1 | | |  | |  |

1. Gegeben ist folgender AVL-Baum. Löschen Sie die angegebenen Elemente aus dem Baum.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Beispiel** | | **BF** | | **Kantenfolge** | **Vorgehen** | |
| Löschen von Knoten mit Schlüssel 3 | |  | |  |  | |
| Löschen von Knoten mit Schlüssel 1 | |  | |  |  | |
|  | 0  0  1  1 | |  | | |  |
|  | -1  0  0  1 | |  | | |  |