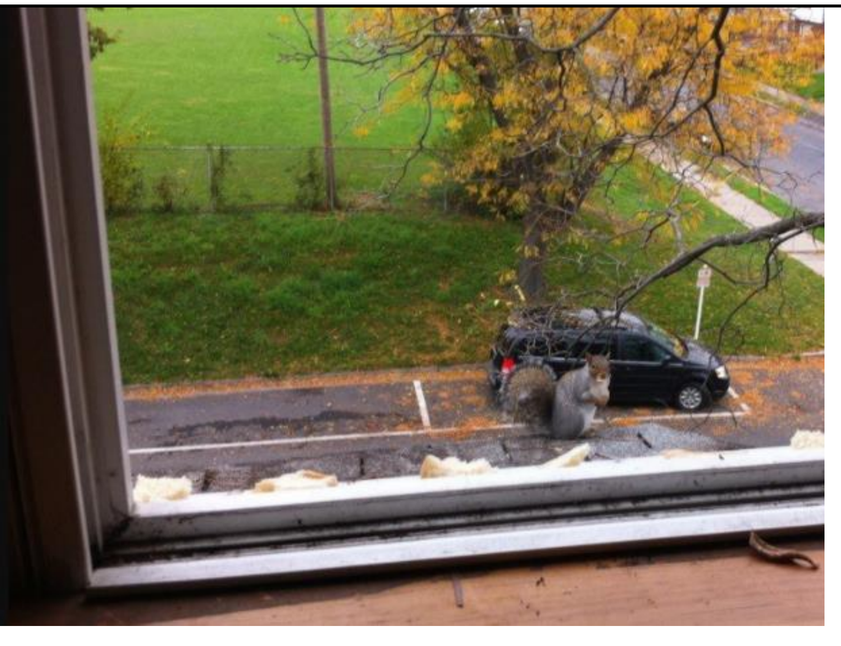
Ciências ULisboa | Informática

Computação Gráfica 2020/2021

Licenciatura em Engenharia Informática
3ºano, 1º semestre

Guião das Aulas Teóricas
CG2020-04

Ana Paula Cláudio

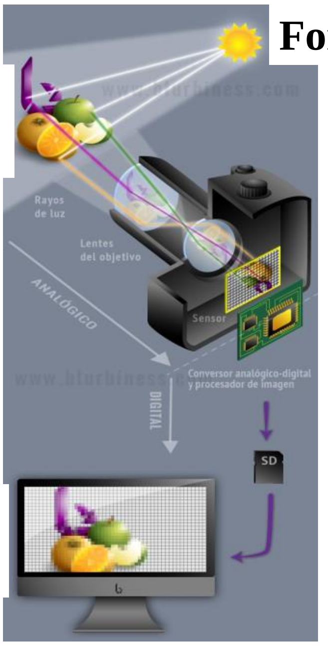


https://www.youtube.com/watch?v=V3ZiHEQimwE&t=21

Fonte de luz

Objetos 3D

Máquina fotográfica



Projeção planar:

Imagem 2D

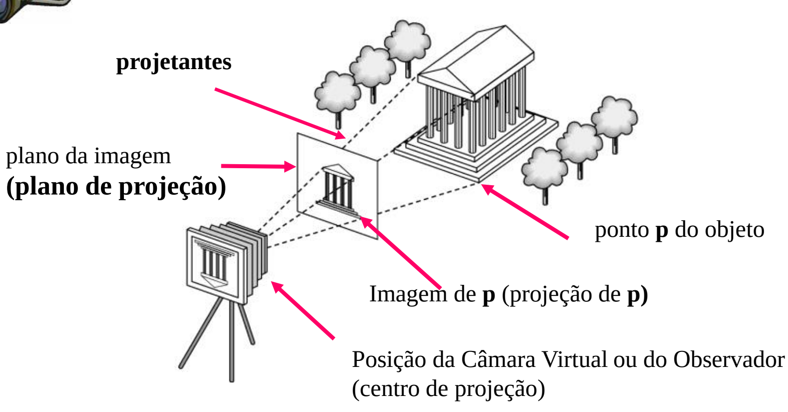
http://www.blurbiness.com/web/sites/default/files/blog/como-funciona-una-camara-digital.jpg

Projeções Planares

- Para representar objetos tridimensionais em superfícies de visualização bidimensionais, temos de recorrer às projeções. Uma projeção representa sempre uma perda de informação.

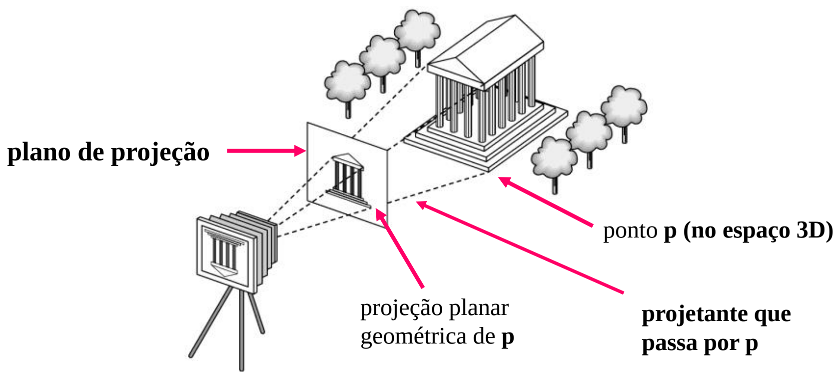
- As projeções usadas em Computação Gráfica são **projeções planares geométricas**, porque se projeta sobre um plano usando retas como projetantes.

Modelo de Câmara Virtual (*Synthetic Camera Model*)



Projeções Planares

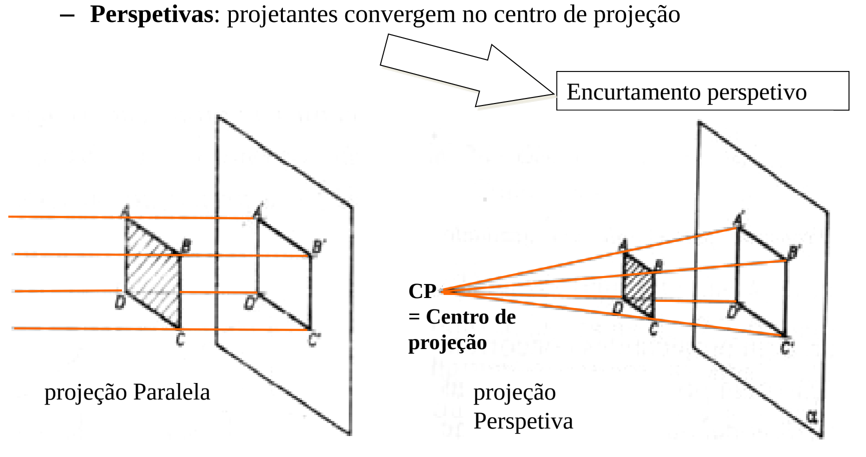
A projeção planar geométrica de um ponto é a interseção da reta **projetante** desse ponto com o **plano de projeção**.



Projeções Planares

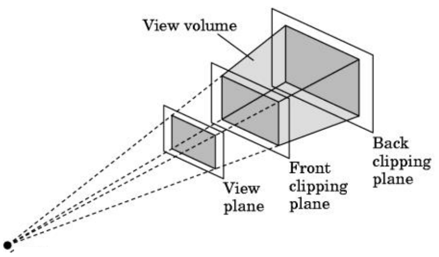
As projeções planares podem ser de dois tipos:

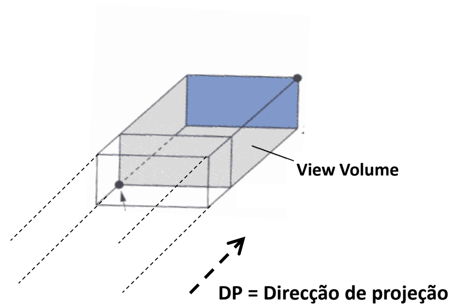
- **Paralelas**: projetantes paralelas entre si
- **Perspetivas**: projetantes convergem no centro de projeção



Projeções Planares

As projeções caracterizam-se pelo plano de projeção e pela forma de definir as projetantes.





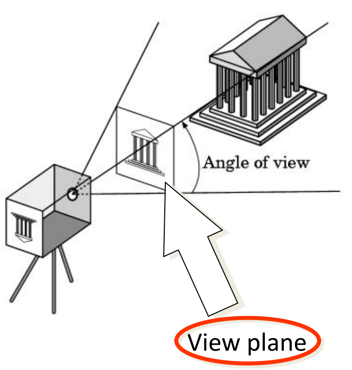
projeções Perspetivas:

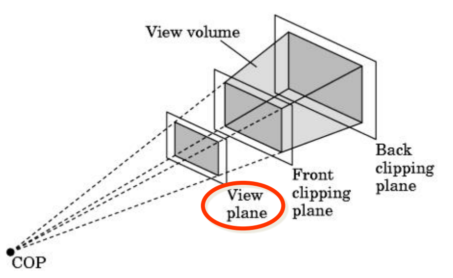
As projetantes saem do **Centro de projeção**

projeções Paralelas:

As projetantes são paralelas entre si e à **Direcção de projeção**

Modelo de Câmara Virtual



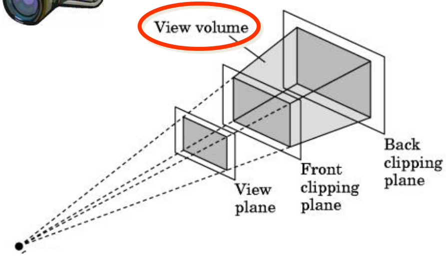


COP = Centre of projetion

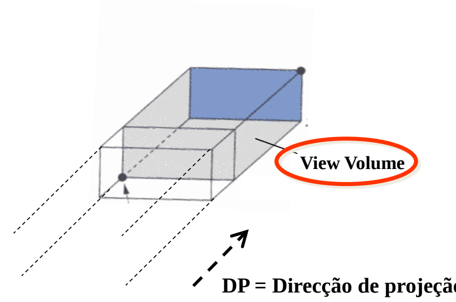
CP = Centro de projeção

A câmara virtual (também designada por máquina fotográfica sintética) pode apenas captar a imagem dos objetos que se encontram no **volume de visualização (*view volume*).**
Para eliminar os objetos fora deste volume procede-se a uma operação de recorte (*clipping*).

Modelo de Câmara Virtual



CP = Centro de projeção



O volume de visualização (*view volume*) pode ser

um frustrum(*) ou um paralelepípedo.

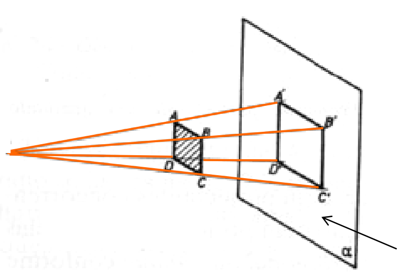
projeção perspetiva

projeção paralela

(*) *frustrum* é a porção de um sólido, habitualmente um cone ou uma pirâmide

Projeções Perspetivas

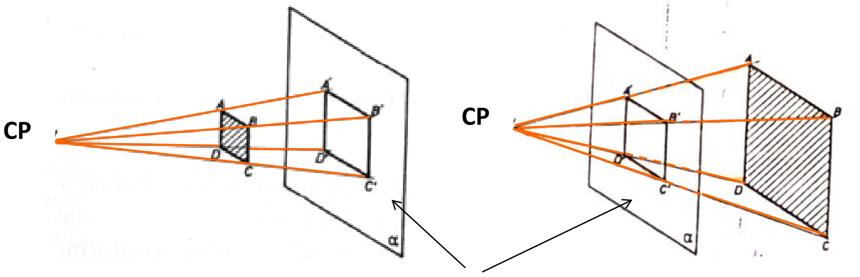
CP



Plano de projeção

O Centro de projeção (CP) não pode estar contido no Plano de projeção (PP)!

Projeções Perspetivas



Plano de projeção

O tamanho da projeção obtida varia em função da posição relativa entre o objeto projetado, o Plano de projeção e o Centro de projeção (ver ex. no slide seguinte).

Encurtamento perspetivo

Exemplo:

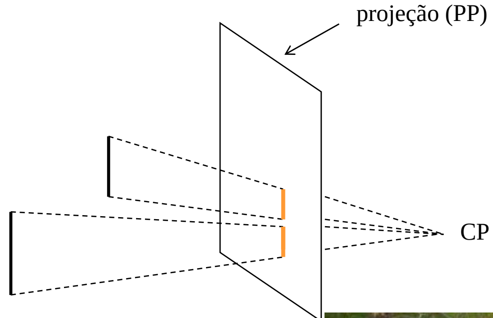
Legenda da figura:

projetantes

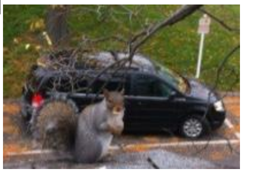
Segmentos originais

projeções dos segmentos

Plano de projeção (PP)



Notar que:
- Os 2 segmentos originais não têm a mesma dimensão.
- Os 2 segmentos não estão à mesma distância do Centro de projeção (CP)
- **As projeção dos 2 segmentos** (contidas no plano de projeção) **têm o mesmo tamanho**



Projeções Perspetivas

O encurtamento perspetivo dá origem aos pontos de fuga.







Projeções Perspetivas


Numa projeção perspetiva mantêm-se os paralelismos das retas paralelas ao plano de projeção.

Projeções Perspetivas

- Numa projeção perspetiva, as projeções das rectas paralelas a uma direção D, **não paralela** ao plano de projeção, convergem para **um ponto de fuga**.

- Se D for uma direção principal (direção de um dos 3 eixos principais), o ponto de fuga designa-se por **ponto de fuga principal**; caso contrário, designa-se por **ponto de fuga secundário**.

- **Atenção**: *centro de projeção e ponto de fuga são conceitos diferentes*

Projeções Perspetivas

As **projeções perspetivas** são classificadas em função do seu número de pontos de fuga principais (PFP)

projeções Perspetivas (CP + PP, com CP não pertencente ao PP)

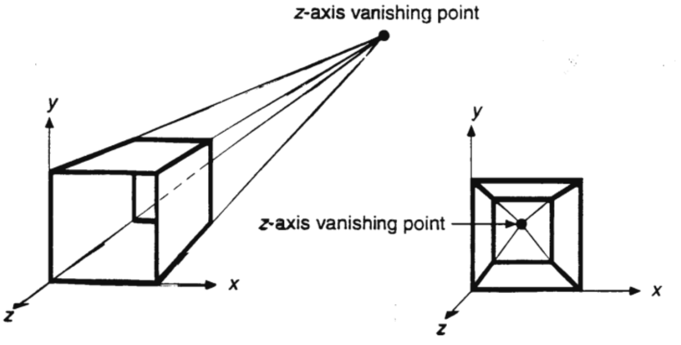
- **1 Ponto de Fuga Principal**: o PP interseta apenas um eixo principal, ou seja, o PP é paralelo a um plano principal

- **2 Pontos de Fuga Principais**: o PP interseta dois eixos principais, ou seja, o PP é paralelo a um eixo principal

- **3 Pontos de Fuga Principais**: o PP interseta os três eixos principais

Projeções Perspetivas

Exemplos:

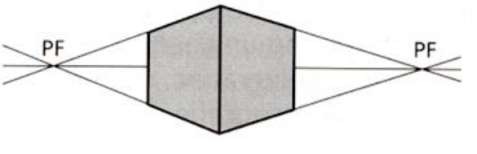


1 PFP na direcção do eixo dos zz

Projeções Perspetivas

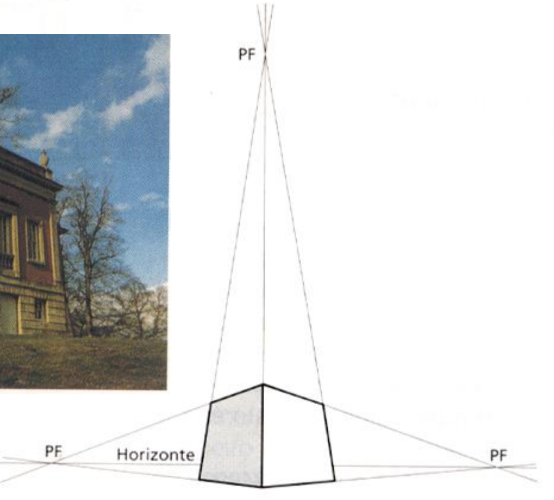
Exemplos:

2 PF



Projeções Perspetivas

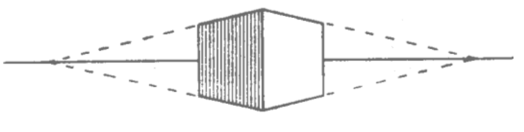
Exemplos:



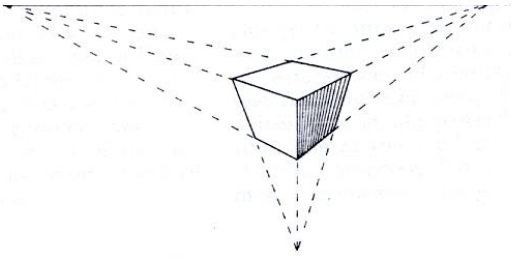
3 PF

Projeções Perspetivas

Exemplos:



2 PF



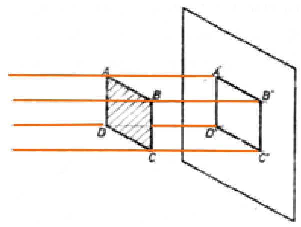
3 PF

Projeções Paralelas

As projetantes são paralelas entre si

⇩

Direção de projeção



Plano de projeção

O Plano de projeção (PP) não pode ser paralelo à Direção de projeção (DP)!

As projeções paralelas mantêm todos os paralelismos

Projeções Paralelas

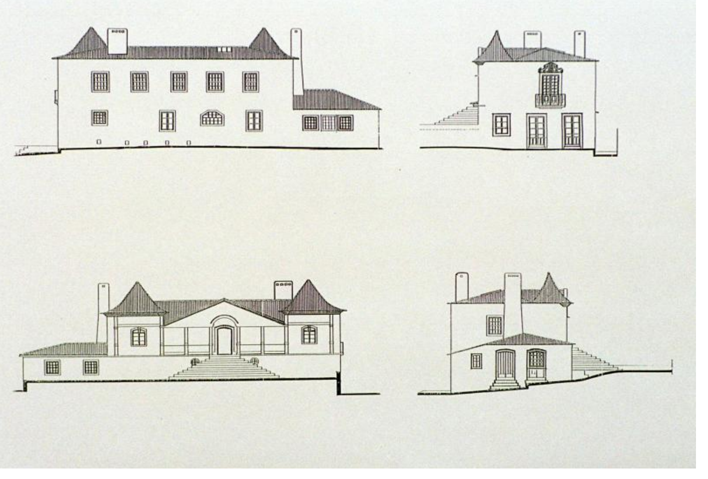
projeções Paralelas (DP +PP)

- **Ortográficas ou Ortogonais** (DP **perpendicular** ao PP)
  - **Vistas (alçados e plantas)** (PP **paralelo** a um plano principal)
  - **Axonométricas** (PP **não paralelo** a um plano principal)
    - Isométrica
    - Dimétrica
    - Trimétrica
- **Oblíquas** (DP **não perpendicular** ao PP)
  - **Cavaleira** (o ângulo entre a DP e o PP é de 45º)
  - **Gabinete** (o ângulo entre a DP e o PP é de arccotg 0.5)
  - **Geral**

Projeções Paralelas Ortogonais
Vistas

Exemplos:

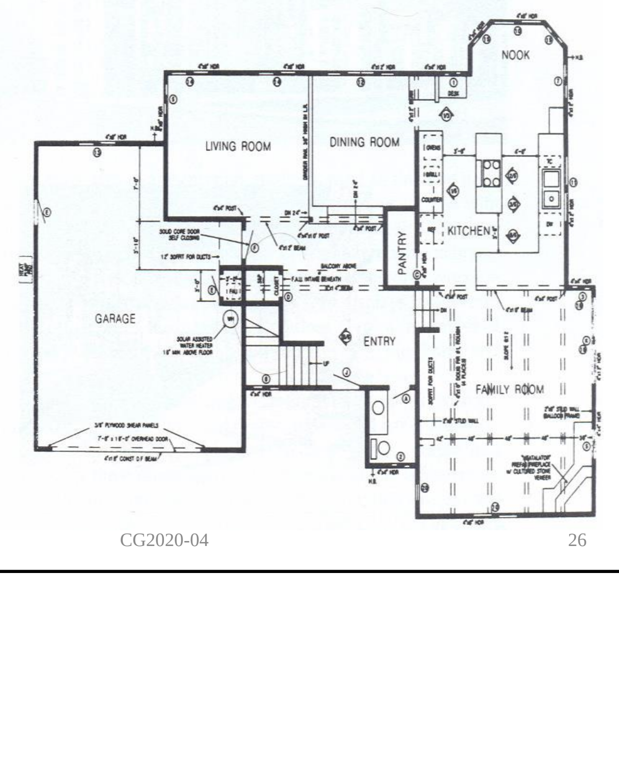
- **Alçados**



Projeções Paralelas Ortogonais
Vistas

Exemplos:

- **Planta**



Projeções Paralelas Ortogonais Axonométricas

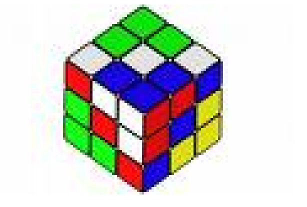
Isométrica: se a DP tem três componentes iguais em valor absoluto (ou seja, a DP faz ângulos iguais com os três eixos principais)

Dimétrica: se a DP tem duas componentes iguais em valor absoluto (ou seja, a DP faz ângulos iguais com dois eixos principais)

Trimétrica: se a DP tem três componentes diferentes em valor absoluto (ou seja, a DP faz ângulos diferentes com os três eixos principais)

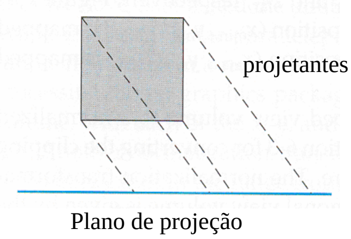
Exemplo:

- **projeção Paralela Axonométrica Isométrica**



Projeções Paralelas Oblíquas

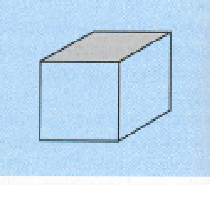
projeções paralelas obtidas por projetantes oblíquas ao plano de projeção



projetantes

Plano de projeção

projeção oblíqua do cubo: são mostradas várias faces



Projeções Paralelas Oblíquas

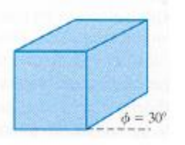
projeção cavaleira
(o ângulo entre a DP e o PP é 45º)

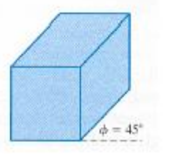
• Se considerarmos um cubo unitário, a profundidade do cubo é representada com uma grandeza igual à largura e à altura.

(**A profundidade corresponde à direcção perpendicular ao plano de projeção**)

• Tem a desvantagem de não parecer muito realista

• O ângulo Ø é geralmente 30º ou 45º.

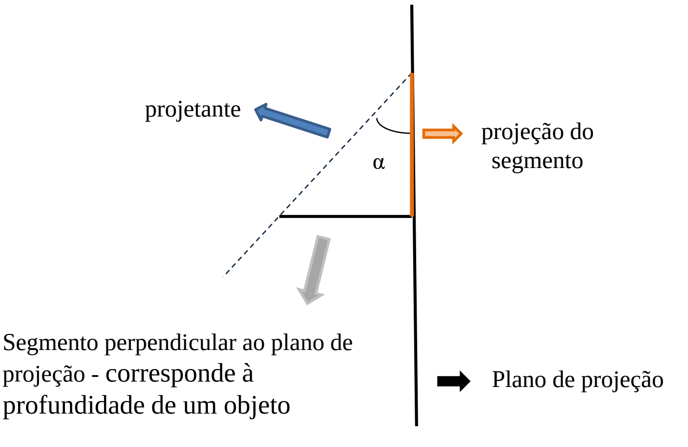




Obs.: o ângulo Ø corresponde, na figura projetada, ao ângulo entre o eixo dos zz e o plano XY.
Nas projeções paralelas ortogonais (vistas), para um dos eixos principais, a projeção dos segmentos paralelos a esse eixo são pontos. Neste caso o ângulo Ø é de 90º.

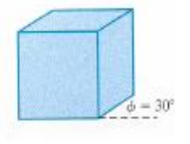
Projeções Paralelas Oblíquas

projeção cavaleira - o ângulo **α** entre a DP e o PP é 45º



Projeções Paralelas Oblíquas

projeção gabinete
(o ângulo entre a DP e o PP é arccotg 0,5 ≈ 64º)



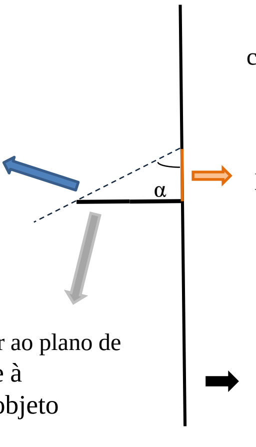
- Se considerarmos um cubo, a profundidade do cubo é representada com uma grandeza igual a metade da largura e da altura

- Tem a vantagem de ser mais realista que a projeção cavaleira

- O ângulo Ø é geralmente 30º ou 45º.

Projeções Paralelas Oblíquas

projeção gabinete: o ângulo **α** entre a DP e o PP é arcotg 1/2

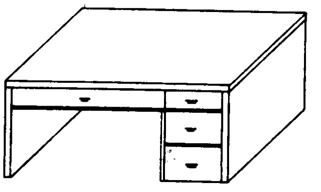


Projeções Paralelas Oblíquas

Cavaleira vs gabinete

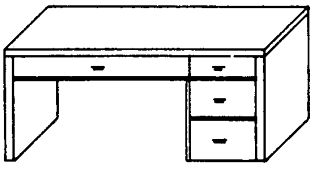
• **projeção paralela oblíqua cavaleira**

Os comprimentos perpendiculares ao plano de projeção, quando projetados, mantêm a dimensão



• **projeção paralela oblíqua gabinete**

Os comprimentos perpendiculares ao plano de projeção, quando projetados, são encurtados para metade.



Exercício:

a) **Classifique**, **justificando**, as seguintes projecções, tendo em conta que o plano de projecção é o plano de equação $Z = -2$:

i) Direcção de projecção é definida pelo vector $(0,\ 0,\ \frac{1}{3})$.

ii) Centro de projecção é o ponto $(-2\ ,\ -2\ ,\ 20)$.

b) Considere o plano que passa nos pontos $(10,0,0)$ e $(0,0,10)$ e é perpendicular ao vector $(1,0,1)$. **Classifique, justificando,** as seguintes projecções que usam este plano como plano de projecção:

i) Direcção de projecção é definida pelo vector $(\frac{1}{3},\ 0,\ \frac{1}{3})$.

ii) Centro de projecção é o ponto $(200,\ 200,\ 100)$.

c) As rectas **r1** e **r2** são paralelas entre si e são paralelas ao vector (0,1,0). Suponha que se projectan estas rectas usando as projecções **b-i)** e **b-ii)** definidas anteriormente. As rectas projectadas mantêm-se paralelas entre si em ambos os casos? **Justifique**.

Exercício:

1) Classifique, **justificando**, as seguintes projeções, tendo em conta que o plano de projeção é o plano principal YZ:

i) Direcção de projeção é o vector (0,1,1).
ii) Direcção de projeção é o vector (1,0,0).
iii) Centro de projeção é o ponto (10,15,25).
iv) Centro de projeção é o ponto (100,100,0).

2) Considere a projeção perspectiva definida pelo ponto (100,100,100) e pelo plano P que passa na origem e é perpendicular ao vector (1,1,1). Usando esta projeção, três feixes de rectas do espaço 3D são projetadas em P:

O feixe de rectas **A** é paralelo ao eixo dos xx.
O feixe de rectas **B** é paralelo ao eixo dos yy.
O feixe de rectas **C** é paralelo ao plano P.

Indique, **justificando** o valor lógico das seguintes afirmações:

- As projeções das rectas do feixe **A** convergem num ponto do plano P.
- As projeções das rectas do feixe **B** convergem num ponto que se encontra no infinito.
- As projeções das rectas do feixe **C** são paralelas entre si.

Projeções

Representação matricial de projeções

projeções Paralelas Ortográficas

Matrizes das projeções paralelas ortográficas do tipo vista

• sobre o plano XY :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

• sobre o plano YZ:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

• sobre o plano XZ:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

projeções Paralelas Ortográficas

Quanto às restantes projeções ortográficas, as **axonométricas**,

podemos obter a matriz que as representa pensando que

qualquer projeção ortográfica pode ser reduzida a uma projeção sobre um plano principal.

Basta realizar rotações que levem a **direcção de projeção** (perpendicular ao plano de projeção) a coincidir com a direcção de um dos eixos principais.

projeções Paralelas Ortográficas

Cálculo da matriz de projeção isométrica em que a direcção de projeção é paralela ao vetor de componentes (1,1,1).

Vamos transformá-la numa vista sobre o plano XY, levando a direcção (1,1,1) a coincidir com o eixo dos ZZ:

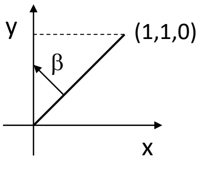
$Rx(\alpha)\ .\ Rz(\beta)$

Rotação em torno do eixo dos xx para alinhar a direcção de projeção com o eixo dos zz

Rotação em torno do eixo dos zz para alinhar a direcção de projeção com o plano YZ

projeções Paralelas Ortográficas

$$R_z(\beta) = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



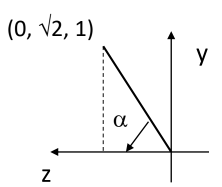
$\beta = 45º$

projeções Paralelas Ortográficas

Após esta rotação em torno do eixo dos ZZ, o vetor diretor (1,1,1) foi transformado no vector (0, √2, 1), como confirmam os cálculos:

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

projeções Paralelas Ortográficas



$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{3} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{6}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

NOTA: o ângulo da 2ª rotação

é arccos $\frac{\sqrt{3}}{3}$, não é 45º!!

projeções Paralelas Ortográficas

Assim, a **matriz da projeção isométrica** em que a direção de projeção é paralela ao vetor de componentes (1,1,1) é a matriz resultante do produto:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{3} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{6}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

OBS: A matriz de uma projeção perspetiva pode ser calculada de forma idêntica.