Ciências ULisboa | Informática

Computação Gráfica 2020/2021

Licenciatura em Engenharia Informática
3ºano, 1º semestre

Guião das Aulas Teóricas
CG2020-02

Ana Paula Cláudio

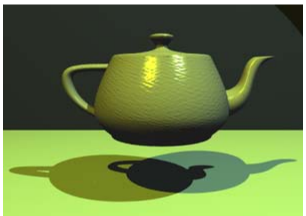
Computer Graphics test models:

Introdução

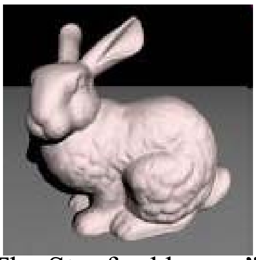
- **O que é a Computação Gráfica**

"In Computer Graphics, a computer is used to create a picture"

Donald Hearn, M. Pauline Baker, "Computer Graphics using OpenGL"



"The Utah teapot"



"The Stanford bunny"

Computação Gráfica

"Some major subproblems in computer graphics include:

1. Describing the *shape* of an object (**modeling**)

2. Describing the *motion* of an object (**animation**)

3. Creating an *image* of an object (**rendering**) "

http://www.newworldencyclopedia.org/entry/Computer_graphics

Computação Gráfica

"*shading* is the process of describing surface appearance"

http://www.newworldencyclopedia.org/entry/Computer_graphics

reflexão da luz

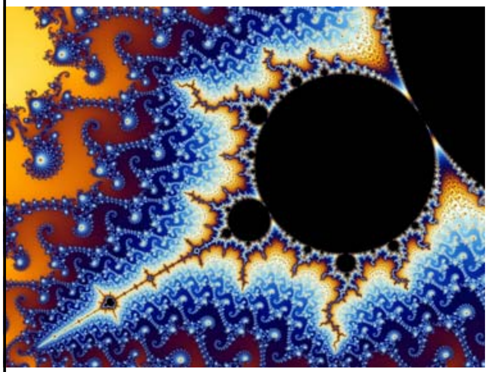
texturas

refração da luz

Construção dos Modelos Digitais

Existem vários processos

Construção dos Modelos Digitais
- Modelação procedimental

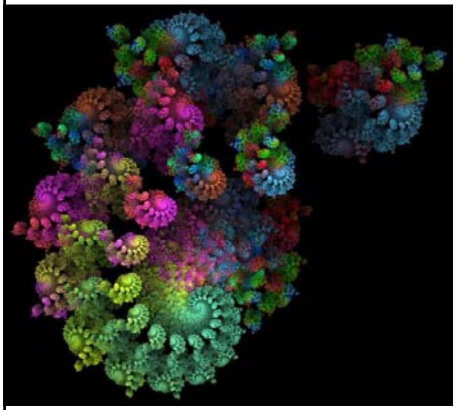


Modelos procedimentais- 2D ou 3D criados por execução de código (recorrendo a uma biblioteca gráfica)

Exemplo: fractal de Mandelbrot

https://en.wikipedia.org/wiki/Mandelbrot_set

Construção dos Modelos Digitais
-Modelação procedimental



Modelos procedimentais- 2D ou 3D criados por execução de código (recorrendo a uma biblioteca gráfica)

Exemplo: fractal 3D

https://www.webdesignerdepot.com/2009/01/40-amazing-3d-fractals-using-apophysis/

Construção dos Modelos Digitais
- Modelação digital usando Scanner

Modelo físico 3D feito à mão por um artista num material moldável

Recorrendo a um Scanner 3D

Modelo digital 3D editável numa ferramenta de modelação e animação 3D

Construção dos Modelos Digitais

- Modelação digital usando Scanner

Modelo físico 3D

Recorrendo a um Scanner 3D

Modelo digital 3D editável numa ferramenta de modelação e animação 3D

https://www.facebook.com/UNILADFitness/videos/1769621050004364/?hc_ref=ARSkzL81VMEVl6XHpzRQtY13w-SrhvyQGUdZBnLIyrxmjkmgdwc5eDG5Jee7crLo8MU

Construção dos Modelos Digitais

-Modelação manual

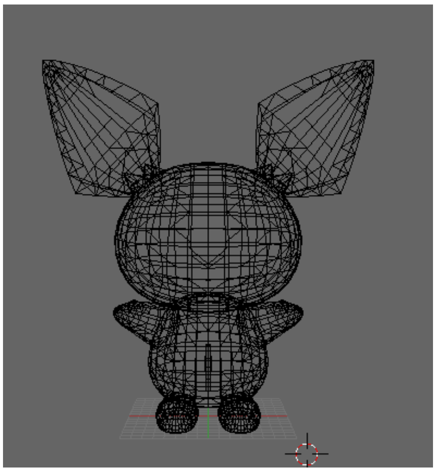
Modelo digital 3D criado "manualmente" numa ferramenta interactiva de modelação e animação 3D

Exemplo construído em Blender

http://roestudios.co.uk/project/3d-pokemon-models/172-pichu/

“Anatomia” de um Pokémon

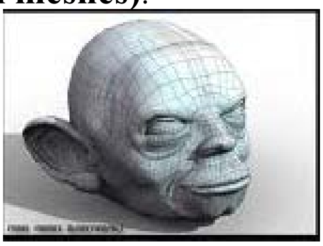
Solid Model

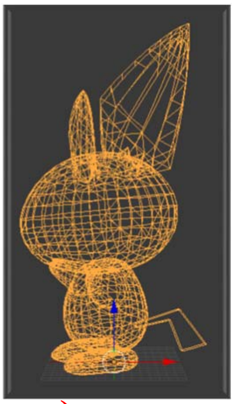


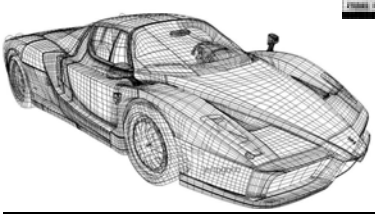
Wireframe (modelo de arame)

Construção dos Modelos Digitais (Modelação)

Os modelos digitais são habitualmente aproximados por **malhas poligonais (polygonal meshes)**.







PONTOS
ARESTAS
FACES (polígonos)

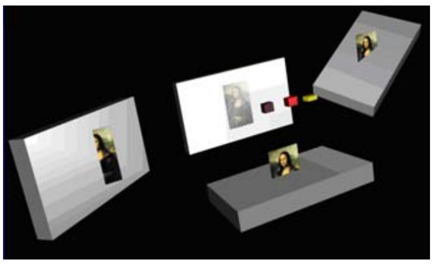
Transformações geométricas

- As transformações geométricas são a base do processo de geração de imagens.

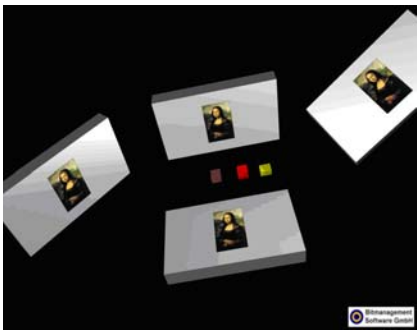
- As transformações geométricas mais importantes em Computação Gráfica são:
  - Translacções
  - Rotações
  - Mudanças de Escala

Exemplo

Objectivo: colocar um quadro na parede



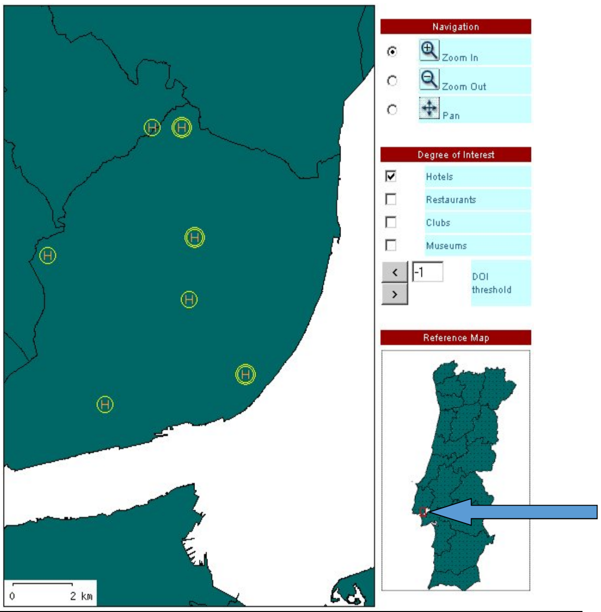
Incorrecto



Correcto !!

Exemplos

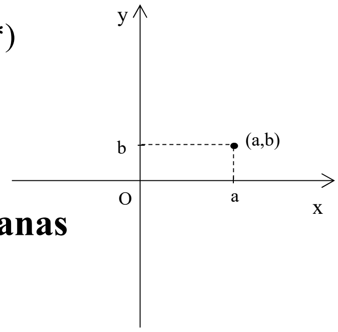
A figura maior, à esquerda, é uma ampliação (mudança de escala) da área assinalada com um pequeno rectângulo vermelho na figura do canto inferior direito.



Revisões

Revisões

Sistema de eixos do plano Cartesiano (*)



P = (a,b) – **coordenadas cartesianas** de um ponto do plano

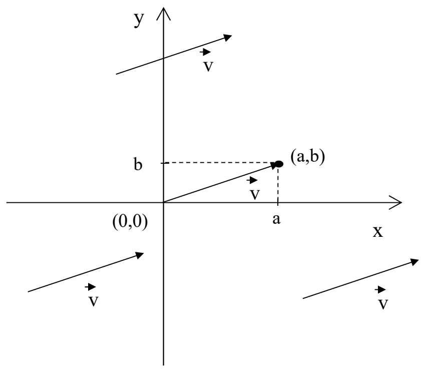
O = (0,0) – Origem do plano

(*) ***Cartesiano*** é um adjectivo que se refere ao matemático e filósofo francês Descartes

Revisões

$\vec{v}$ = (a,b) – Vector do plano

caracterizado por
- direcção
- sentido
- comprimento



Ponto ≠ Vector **!**

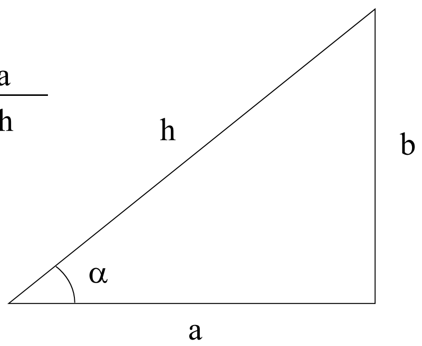
Revisões

$$\sin \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$

A hipotenusa é calculada usando o Teorema de Pitágoras:

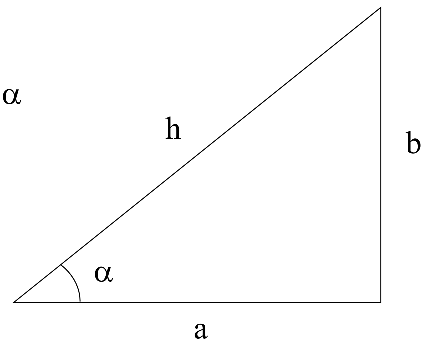
$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Revisões

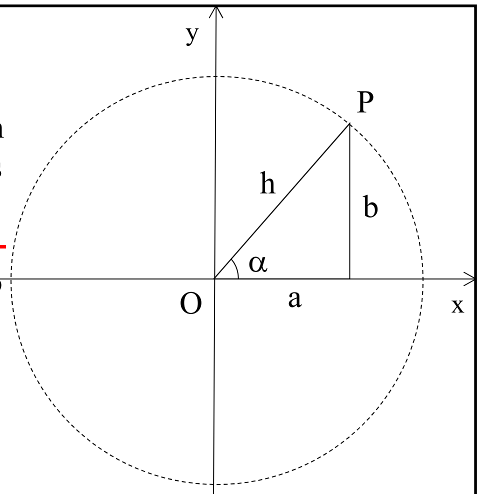
$$\sin \alpha = \frac{b}{h} \quad \Leftrightarrow \quad b = h \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{h} \quad \Leftrightarrow \quad a = h \cos \alpha$$



Revisões

As **coordenadas polares** de um ponto P (sendo P≠O) são expressas à custa da sua distância à origem e do ângulo no **sentido directo** (**anti-horário**) entre o semi-eixo positivo dos xx e o segmento [OP].



(h , α) – **coordenadas polares** do ponto P

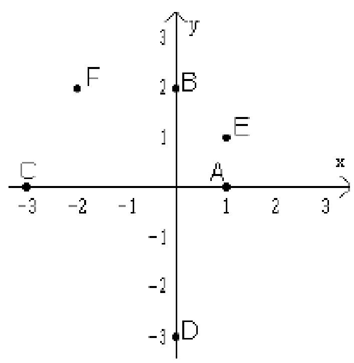
(a , b) – **coordenadas cartesianas** do ponto P

$a = h \cos \alpha$
$b = h \sin \alpha$

Revisões

Exemplos:

ponto	coordenadas cartesianas	coordenadas polares
A	(1,0)	(1,0)
B	(0,2)	(2,π/2)
C	(-3,0)	(3,π)
D	(0,-3)	(3,3π/2)
E	(1,1)	($\sqrt{2}$,π/4)
F	(-2,2)	(2$\sqrt{2}$,3π/4)



Revisões

Conceitos básicos sobre matrizes

Uma **matriz** é um quadro com elementos dispostos segundo filas horizontais, chamadas **linhas**, e filas verticais, chamadas **colunas**

Por exemplo,

$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ é uma matriz quadrada de ordem 2

$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ é uma matriz rectangular 2x3

$C = [\,4 \;\; 5 \;\; 9\,]$ é uma matriz linha

$D = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$ é uma matriz coluna

Revisões

Conceitos básicos sobre matrizes

Seja A uma matriz com **m linhas** e **n colunas**,

$\mathbf{a_{ij}}$ representa o elemento que aparece na linha i e coluna j

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = [a_{ij}],\ 1 \le i \le m \text{ e } 1 \le j \le n$$

A é uma matriz de **tipo** (ou **dimensão**) ***m x n***

Uma matriz do tipo ***1 x n*** designa-se por **matriz linha**

Uma matriz do tipo ***n x 1*** designa-se por **matriz coluna**

Uma matriz com ***n*** linhas e ***n*** colunas designa-se por **matriz quadrada** de **ordem *n***

Revisões

Conceitos básicos sobre matrizes

- Dadas duas matrizes de tipo ***m x n***, A = [aij] e B = [bij]

  a matriz **soma de A com B** é a matriz C = A+B tal que $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

Exemplo

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 6 \\ 4 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

- Dada uma matriz A de tipo ***m x n*** e uma matriz B de tipo ***n x s***

  a **matriz produto de A por B** é a matriz C = AB de tipo ***m x s***

tal que $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + \ldots + a_{in}b_{nj}$

Exemplo

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x2+4x2+3x2 & 2x1+4x1+3x1 \\ 3x2+2x2+5x2 & 3x1+2x1+5x1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 9 \\ 20 & 10 \end{bmatrix}$$

Revisões

Conceitos básicos sobre matrizes

Se A é uma matriz de tipo ***m x n*** então, A^T chama-se **matriz transposta** de A, define-se como sendo uma matriz de tipo ***n x m*** cujo elemento na posição (i, j) é o elemento na posição (j, i) de A.

Ou seja, as colunas de A são as linhas de A^T e, portanto, as linhas de A são as colunas de A^T

Exemplos

$$[\,2 \;\; 5 \;\; 7\,]^T = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

Propriedades

$(A + B)^T = A^T + B^T$

$(AB)^T = B^T A^T$

Revisões

Conceitos básicos sobre matrizes

Matriz inversa

Uma matriz quadrada de ordem n, A, diz-se invertível quando existe uma matriz B tal que

$$AB = I_n$$

Em que I_n é a matriz identidade de ordem n

A matriz B será representada por A^{-1} e é designada por matriz inversa de A.

Propriedades

- Se A e B forem invertíveis então AB é invertível e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- Se A é uma matriz invertível, então o mesmo acontece com a sua transposta e tem-se

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T .$$

Transformações Geométricas em 2D

Transformações Geométricas

As transformações geométricas mais usadas em CG são:

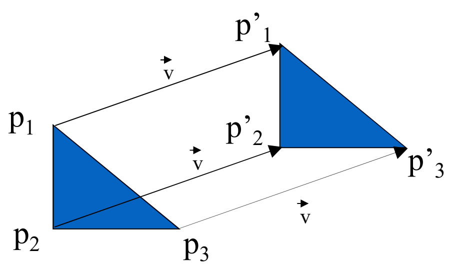
- Translações
- Mudanças de escala
- Rotações

Ponto original **(x, y)** → **Transformação geométrica (*)** → **(x', y')** **Ponto transformado**

(*) simples ou composta

Translação

Uma translação consiste na aplicação de um vector de deslocamento v = (t_x, t_y)

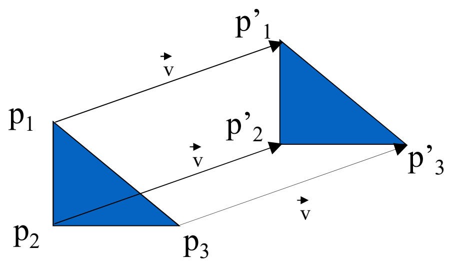


A translação desloca um corpo sem o deformar: é uma **transformação de corpo-rígido (*rigid-body transformation*):**

- Mantém os ângulos
- Mantém os comprimentos
- Mantém os paralelismos

Translação

Uma translação consiste na aplicação de um vector de deslocamento $\vec{v} = (t_x, t_y)$



$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

Translação

Uma translação consiste na aplicação de um vector de deslocamento $\vec{v} = (t_x, t_y)$

$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

Notação Matricial:

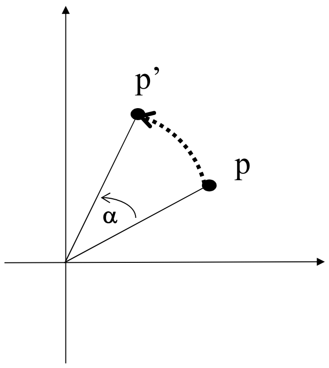
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

representando um ponto por um vetor coluna

$$P' = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} + P$$

Rotação

Rotação de <u>ângulo α</u> <u>em torno da origem</u>



A origem é o centro desta rotação, é o seu ponto invariante (ou ponto fixo).

Lembrar que:

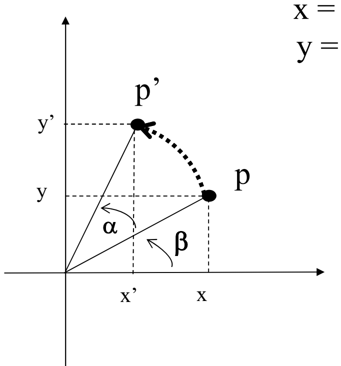
Sentido retrógrado (-): sentido dos ponteiros do relógio
Sentido directo (+): sentido contrário ao dos ponteiros do relógio

Rotação

Usando coordenadas polares:

$$x = R.\cos\beta$$
$$y = R.\sin\beta$$

Sendo **R** = distância de **P** à origem
= distância de **P'** à origem



$$x' = R.\cos(\beta + \alpha)$$
$$\overset{(*)}{=} \boxed{R.\cos\beta} .\cos\alpha - \boxed{R.\sin\beta} .\sin\alpha$$
$$= x.\cos\alpha - y.\sin\alpha$$

$$y' = R.\sin(\beta + \alpha) =$$
$$\overset{(*)}{=} \boxed{R.\cos\beta} .\sin\alpha + \boxed{R.\sin\beta} .\cos\alpha$$
$$= x.\sin\alpha + y.\cos\alpha$$

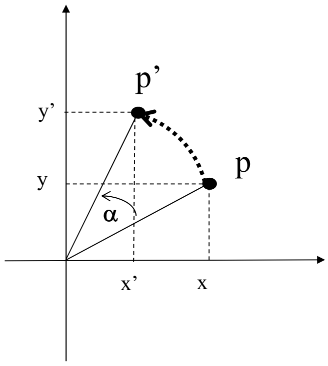
(*) Lembrar que:
$\cos(\beta + \alpha) = \cos\beta.\cos\alpha - \sin\beta.\sin\alpha$
$\sin(\beta + \alpha) = \cos\beta.\sin\alpha + \sin\beta.\cos\alpha$

Rotação

Tem-se então:

$$x' = x \cdot \cos\alpha - y \cdot \sin\alpha$$

$$y' = x \cdot \sin\alpha + y \cdot \cos\alpha$$



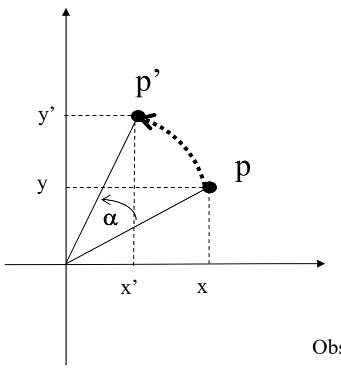
Verifique que o ponto (0,0), o centro da rotação, é invariante!

Rotação

Tem-se então:

$$x' = x \cdot \cos\alpha - y \cdot \sin\alpha$$

$$y' = x \cdot \sin\alpha + y \cdot \cos\alpha$$



Em notação matricial:

$$\underset{2x1}{\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}} = \underset{2x2}{\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}} \cdot \underset{2x1}{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}$$

$$P' = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot P$$

Obs: Verifique que o ponto (0,0), o centro da rotação, é invariante!

Rotação

A rotação também é uma **transformação de corpo-rígido (*rigid-body transformation*):**

- Mantém os ângulos
- Mantém os comprimentos
- Mantém os paralelismos

Mudança de Escala

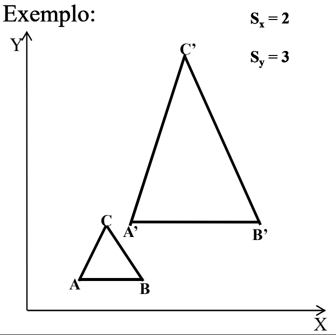
Mudança de escala <u>em relação à origem</u>

a origem é o seu ponto invariante ou ponto fixo.

$x' = x.\ s_x$

$y' = y.\ s_y$

Exemplo:



s_x – factor de escala segundo xx

s_y – factor de escala segundo yy

Mudança de Escala

$s_x = s_y$ – Mudança de escala **uniforme**

$s_x \neq s_y$ – Mudança de escala **não-uniforme** $\Rightarrow$ **Deformação** na figura !

Mudança de Escala

Notação Matricial:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$P' = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot P$$

$s_x = s_y$ – Mudança de escala **uniforme**

$s_x \neq s_y$ – Mudança de escala **não-uniforme** $\Rightarrow$ **Deformação** na figura !

Mudança de Escala

A mudança de escala **não é** uma **transformação de corpo-rígido (não mantém ângulos nem comprimentos),**

mas mantém as relações de paralelismo.

É uma Transformação Afim.

As translações e rotações também são Transformações Afins porque mantêm os paralelismos.

Composição ou concatenação de transformações geométricas

Na prática é necessário com frequência combinar várias transformações e será extremamente vantajoso saber **concatenar transformações**, isto é, determinar uma **transformação única** equivalente à combinação de várias transformações elementares.

Transformação representada por uma matriz única.