

### Aufg. 4.26

In der Vorlesung vom 2024-01-30 hatten wir berechnet:

$$\int \sqrt{1-x^2} dx.$$

Jetzt ist gesucht  $\int \sqrt{R^2 - x^2} dx$ .

$\Rightarrow$  Umformen und Substitution

$$z = \frac{x}{R} \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{1}{R} \Rightarrow dz = \frac{1}{R} dx$$

$$\int \sqrt{R^2 - x^2} dx = \int \sqrt{R^2 \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right)} dx$$

$$= \int R \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2} dx = \int R \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2} \frac{R}{R} dx$$

$$= R^2 \int \underbrace{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2}}_z \underbrace{\frac{1}{R} dx}_{dz} = R^2 \int \sqrt{1 - z^2} dz$$

und dann greift die Rechnung vom 30. Jan '24:

Dort also  $x$  durch  $\frac{x}{R}$  ersetzen und das ganze Ergebnis mit  $R^2$  multiplizieren und fertig.

hth.