Aufg. 1.4 d)

$f(x) = \frac{x^2-4}{x-5}$ $\quad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

Vereinfachen durch Polynomdivision:

$$(\overset{„12“}{x^2}-4) : (\overset{„4“}{x}-5) = \overset{„3“}{x+5} + \frac{21}{x-5}$$
$$\begin{array}{l} -(x^2-5x) \\ \hline \quad 5x-4 \\ \quad -(5x-25) \\ \hline \qquad 21 \end{array}$$

$12 : 4 = 3 \Rightarrow 12 = 3 \cdot 4$

$(x^2-4) \overset{!}{=} (x+5+\frac{21}{x-5}) \cdot (x-5)$

prüfen: $= x^2+5x-5x-25+21$
$= x^2-4$ ✓

$$F(x) = \int f(x)\,dx = \int \frac{x^2-4}{x-5}\,dx$$
$$= \int x+5+\underbrace{\frac{21}{x-5}}\,dx$$

$g(x) = 21 \cdot (x-5)^{-1}$
$\Rightarrow G(x) = 21 \cdot \ln(x-5)$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 5x + 21\ln(x-5) + C$$

Dann noch Grenzen einsetzen...

Aufg. 2.1

a) $f^{IV} = 0 = f^{V} = \ldots$

$\Rightarrow$ nur Terme $k = 0, \ldots, 3$

s.u.

b) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ $\Rightarrow$ Binomialreihe mit $\boxed{n = -1}$

c) $f(x) = \sqrt{x+1}$ $\Rightarrow$ " " $\boxed{n = \frac{1}{2}}$

s.u.

d) $f(x) = \ln\left((1+x)^2 \right)$.

$= 2 \underbrace{\ln(1+x)}_{\text{Siehe Vorlesung!}}$

e) $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ $\qquad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

$= \underbrace{\ln(1+x)}_{\text{s. Vorlesg.}} - \underbrace{\ln(1-x)}_{\text{fast wie Vorlsg.}}$ $\Rightarrow$ innere Abl. (-1) berücksichtigen

f) $f(x) = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

$\Rightarrow$ s. Vlsg. Taylor-Reihe f. e^x
analog. f. e^{-x}

g) $f(x) = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ analog.

2.1   lt. Vorlesung

allg. $f(x) = (1+x)^n \Rightarrow T_m(x) = \sum_{k=0}^{m} \binom{n}{k} x^k$

angewendet auf

2.1b) $n = -1$

$$f(x) = \frac{1}{1+x} = (1+x)^{-1} \Rightarrow \boxed{T_m(x) = \sum_{k=0}^{m} \binom{-1}{k} x^k}$$

An dieser Stelle ist man fertig.

... aber mal ausrechnen, was das bedeutet:

$\binom{-1}{0} = 1 \qquad \binom{-1}{1} = \frac{-1}{1} = -1$

$$\binom{-1}{2} = \frac{(-1)(-1-1)}{1 \cdot 2} = 1$$

$$\binom{-1}{3} = \frac{(-1)(-1-1)(-1-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = -1$$ usw.

$$\Rightarrow T_m(x) = 1 - x + x^2 - x^3 \pm \ldots$$

2.1.c) $n = \frac{1}{2}$

$$f(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow \boxed{T_m(x) = \sum_{k=0}^{m} \binom{1/2}{k} x^k}$$