

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 9 \\ 5x_2 - 6x_3 &\geq 15 \\ 6x_1 - 3x_2 - 4x_3 &\geq -12 \end{aligned}$$

Prima bisogna analizzare le opzioni solo con le ottimizzazioni

a. $(4, 1, 5)$ è soluzione ottimale per il problema di PL
verifichiamo i vincoli

$$\begin{aligned} 4 + 2 &\leq 9 \Rightarrow 6 \leq 9 \quad \text{OK} \\ 20 - 20 &\geq 15 \Rightarrow 0 \geq 15 \quad \text{NO ammissibile} \end{aligned}$$

b. $(\frac{3}{5}, \frac{1}{8}, 0)$ è soluzione ottimale per problema di PL
 $\frac{3}{5} + 2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12+5}{20} = \frac{17}{20} \leq 9 \quad \text{OK}$

$$5(\frac{1}{8}) - 4(0) \geq 15 \Rightarrow \frac{5}{8} \geq 15 \quad \text{NO ammissibile}$$

c. $(3, 1, 4)$ è ammissibile per problema PL

$$\begin{aligned} 3 + 2 &\leq 9 \Rightarrow 5 \leq 9 \quad \text{OK} \\ 5 - 16 &\geq 15 \quad \text{NO ammissibile} \end{aligned}$$

d. $(1, 9, 3)$ non è soluzione ammissibile PL \Rightarrow OK
 $1 + 18 \leq 9 \quad \text{NO quindi può andare bene}$

g. $(0, \frac{3}{7}, \frac{1}{7})$ è sol. ammissibile per PL

$$\begin{aligned} 0 + 2 \cdot \frac{3}{7} &\leq 9 \Rightarrow \frac{6}{7} \leq 9 \\ 5 \cdot (\frac{3}{7}) - 4(\frac{1}{7}) &\geq 15 \Rightarrow \frac{15}{7} \geq 15 \quad \text{NO ammissibile} \end{aligned}$$

Adesso dobbiamo fare il duale per verificare le altre soluzioni

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 9 \\ 5x_2 - 6x_3 &\geq 15 \\ 6x_1 - 3x_2 - 4x_3 &\geq -12 \end{aligned}$$

primo vincolo secondo vincolo terzo vincolo

coeff. fz obiettivo

$$\begin{aligned} \max W &= 9y_1 + 15y_2 - 12y_3 \\ y_1 + 4y_3 &\leq 2 \\ 2y_1 + 5y_2 - 3y_3 &\leq -3 \\ -4y_2 - 4y_3 &\leq 4 \\ y_1 &\geq 0, y_2 \leq 0, y_3 \leq 0 \end{aligned}$$

se un vincolo è di tipo \geq , allora la variabile duale sarà ≤ 0
 \leq , " " " " " ≥ 0

e. $(-6, 4, 2)$ non è sol. ammissibile per duale di PL

$$-6 + 8 \leq 2 \rightarrow -6 - 2 + 8 \leq 0$$

$$0 \leq 0$$

$$12 + 20 - 6 + 3 \leq 0 \rightarrow 29 \leq 0 \text{ No quindi vale}$$

f. $(0, 3\frac{1}{5}, \frac{4}{5})$ è sol. ottimale per duale in PL

$$0 + 4 \cdot \frac{4}{5} - 2 \leq 0 \rightarrow \frac{16}{5} - 2 = \frac{16-10}{5} = \frac{6}{5} \leq 0 \text{ NO ammissibile}$$

Quindi può andare bene la **d** e la **e**

$$\max z = 3x_1 + 6x_2$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 36$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 22$$

$$x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$\max z = -3x_1 - 6x_2$$

$$x_1 + 4x_2 + s_1 = 36$$

$$x_1 + 2x_2 + s_2 = 22$$

$$x_2 + s_3 = 8$$

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	sol.
z	-3	-6	0	0	0	0
s_1	1	4	1	0	0	36 $\rightarrow 36/4 = 9$
s_2	1	2	0	1	0	22 $\rightarrow 22/2 = 11$
s_3	0	1	0	0	1	8 $\rightarrow 8/1 = 8$

$$s_3^{nua} = \frac{\text{nua pivot}}{\text{num pivot}} = [0, 1, 0, 0, 1, 8]$$

$$\text{nua nua} = \text{vecchia nua} - \left(\frac{\text{vecchio coeff.}}{\text{colonna pivot}} \cdot \text{nua nua pivot} \right)$$

$$z' = -3 - (-6 \cdot 0) + (-6) - (-6 \cdot 1) + 0 + 0 + 0 - (-6 \cdot 1) + 0 - (-6 \cdot 8) = [-3, 0, 0, 0, 6, 48]$$

coeff.
-6

$$s_1' = 1 - (4 \cdot 0), 4 - (4 \cdot 1), 1 - (4 \cdot 0), 0, 0 - (4 \cdot 1), 36 - (4 \cdot 8) = [1, 0, 1, 0, -4, 4]$$

coeff.
4

$$s_2' = 1 - (2 \cdot 0), 2 - (2 \cdot 1), 0 - (2 \cdot 0), 1 - (2 \cdot 0), 0 - (2 \cdot 1), 22 - (2 \cdot 8) =$$

coeff.
2

$$[1, 0, 0, 1, -2, 6]$$

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	sol.
z	-3	0	0	0	6	48
x_1	1	0	1	0	-4	4 $\rightarrow 4/1 = 4$
s_2	1	0	0	1	-2	6 $\rightarrow 6/1 = 6$
x_2	0	1	0	0	1	8 $\rightarrow 8/0 = \text{NaN}$

$$S_1 = \text{si divide per 1 quindi niente} \quad \text{nuova riga} = \text{vecchia riga} - (\text{vecchio coeff. colonna pivot} \cdot \text{nuova riga pivot})$$

$$z = -3 - (-3 \cdot 1), 0, 0 - (-3 \cdot 1), 0, 6 - (-3 \cdot -4), 48 - (-3 \cdot 4) = [0, 0, 3, 0, -6, 60] \quad \text{coeff. } -3$$

$$S_2 = 1 - (1 \cdot 1), 0 - (1 \cdot 0), 0 - (1 \cdot 1), 1 - (1 \cdot 0), -2 - (1 \cdot -4), 6 - (1 \cdot 4) = [0, 0, -1, 1, 2, 2] \quad \text{coeff. } 1$$

$$x_2 = 0 - (0 \cdot 1), 1 - (0 \cdot 0), 0 - (0 \cdot 1), 0 - (0 \cdot 0), 1 - (0 \cdot -4), 8 - (0 \cdot 4) = [0, 1, 0, 0, 1, 8] \quad \text{coeff. } 0$$

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	sol.
z	0	0	3	0	-6	60
x_1	1	0	1	0	-4	4 $\rightarrow 4/-4 = -1 \rightarrow \text{NON SI APPLICA PERCHÉ È NEGATIVO}$
s_2	0	0	-1	1	2	2 $\rightarrow 2/2 = 1$
x_2	0	1	0	0	1	8 $\rightarrow 8/1 = 8$

$$S_2 = [0, 0, -1/2, 1/2, 1, 1] \quad \text{nuova riga} = \text{vecchia riga} - (\text{vecchio coeff. colonna pivot} \cdot \text{nuova riga pivot})$$

$$z = 0 - (-6 \cdot 0), 0 - (-6 \cdot 0), 3 - (-6 \cdot -1/2), 0 - (-6 \cdot 1/2), -6 - (-6 \cdot 1), 60 - (-6 \cdot 1) = [0, 0, 0, 3, 0, 66] \quad \text{coeff. } -6$$

$$x_1 = 1 - (-4 \cdot 0), 0 - (-4 \cdot 0), 1 - (-4 \cdot -1/2), 0 - (-4 \cdot 1/2), -4 - (-4 \cdot 1), 4 - (-4 \cdot 1) = [1, 0, -1, 2, 0, 8] \quad \text{coeff. } -4$$

$$x_2 = 0 - 0, 1 - 0, 0 + 1/2, 0 - 1/2, 1 - 1, 8 - 1 = [0, 1, 1/2, -1/2, 0, 7] \quad \text{coeff. } 1$$

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	sol.
z	0	0	0	3	0	66
x_1	1	0	-1	2	0	8
x_2	0	1	1/2	-1/2	0	7

$\Rightarrow \text{Max } z = 66$
 $x_1 = 8$
 $x_2 = 7$

$$\begin{array}{c|ccccc|c} x_3 & 0 & 0 & -1/2 & 1/2 & 1 & 1 \\ x_2 & 0 & 1 & 1/2 & -1/2 & 0 & 7 \end{array}$$

$$S_1 = 0$$

$$S_2 = 0$$

$$S_3 = 1$$

DA FARE INTERVALLI DI SENSIBILITÀ