Algebra crocette

B. Creo una matrice con vi come vettori riga e cerco una sottomatrice quadrata di ordine n invertibile

Sia Ax=b un sistema di equazioni lineari con più incognite che equazioni. Allora:
D. Se il rango di A è massimo, allora il sistema ha soluzione

Sia Ax=b un sistema che non ammette soluzione. Scegliendo un vettore C è possibile ottenere che Ax=b+c abbia infinite soluzioni?
A. Si, ma solo se A non è di rango massimo

Se la somma di tre numeri positivi è 120, qual è il massimo valore possibile tra il loro prodotto?
D. 1600 × 40 (40+40+40=120)

Sia A una matrice quadrata, e v,a due suoi vettori colonna. Se B è la matrice ottenuta da A rimpiazzando il vettore v con il vettore v+α * a per un numero reale α, che informazione abbiamo sul determinante di B?
B. Det(A) = det(B)

Sia Ax=b un sistema di equazioni lineari con più equazioni che incognite. Allora:
A. Se ha soluzione, il rango della matrice completa A|b non può essere massimo

Sia A una matrice n x m di rango r > 0. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
D. Esiste una sottomatrice quadrata B di A di ordine r-1 con determinante non nullo, se r >= 2

Sia A una matrice quadrata e v,w due suoi vettori colonna diversi. Se B è la matrice ottenuta da A rimpiazzando il vettore v con il vettore (α)v + (β)w, con α, β ∈ R, che informazioni abbiamo sul determinante di B?
*C. Det(B) = α * Det(A)*

Sia A(t) una famiglia di matrici quadrate dipendenti da un parametro t. Supponiamo che Det(A(1))=5 e Det(A(-1))=-5. Quali delle seguenti affermazioni è possibile concludere?
A. Tutti i vettori riga A(1) sono indipendenti e il rango di A(1) è massimo

Sia A una matrice quadrata n x n tale che la somma delle righe è uguale ad una colonna c di A. Cosa posso concludere su A?
C. Esiste un minore di A di ordine n = 1 invertibile se c ≠ 0

Supponiamo che una matrice A di dimensioni 4 x 6 abbia nulli i determinanti di tutti i minori di ordine 3. Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

D. Le righe di A sono linearmente indipendenti

Sia Ax=b un sistema di equazioni lineari con un numero di equazioni uguale al numero di incognite. Allora:
C. Se non ha soluzione, A non è invertibile

Siano A,B due matrici 5 x 5 tali che rank(A)=3 e rank(B)=2. Allora:
*J. Esistono due minori di ordine 2, A' in A, B' in B tali che A' * B' è una matrice invertibile*

Calcolare il rango di una matrice 3 x 4 al variare di un parametro a.
Se a != da tali valori si avrà rank = 3

Nel sistema composto dalle equazioni 3×-2y-z=0, ax + y + z = 0, e x + ay- z = 0, quale delle seguenti affermazioni è corretta?
C. A = π ammette una sola soluzione cioè quella banale x=y=z=0

Sia V lo spazio di tutte le funzioni continue su [-1,1] a valori reali. Si consideri il sottoinsieme Sp di V costituito da tutte le funzioni tali che f(-1)=f(1)=p. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
D. Esiste un solo valore di p per cui Sp è un sottospazio vettoriale

Nel sistema composto dalle equazioni 3×-2y+z=0, ax+y+z=1, x+ay-z=-1, per quali valori di a posso avere una sola soluzione non banale?
C. A ≠ -1 /\ a ≠ 6, D = 0, Dx = 0

Si consideri il seguente sistema di equazioni: -x-y-z=b1, 3×-9y-6z=b2, 5×-7y-4z=b3, quale delle seguenti affermazioni è corretta?
A. Il sistema ammette soluzione se e solo se b2 = b3 +2b1

Quali di queste affermazioni equivale al fatto che n vettori vi E R^m siano linearmente indipendenti?
B. La matrice vi come vettori riga possiede una sottomatrice n x n invertibile

Qual è la regione dello spazio bidimensionale tale che y > 3x + 1?
C. Aperto di R^2

Sia A una matrice n x m di rango r > 0; quali delle seguenti affermazioni è falsa?
C. Se R ≥ 2 esiste una sottomatrice quadrata B di A di ordine r-1 con determinante nullo

Sia A una matrice quadrata invertibile. Allora:
A. Operando con trasformazioni elementari su colonne di A posso trasformarla nella matrice identità

Sia A una matrice quadrata invertibile: allora:
B. Det(A) ≠ 0

Sia A una matrice quadrata n x n tale che la somma delle righe è uguale ad una colonna C di A. Cosa posso concludere su A?
B. Potrebbe esistere un vettore non nullo v tale che Av = 0

Sia ft : R^3 --> R^3 un omomorfismo che manda il piano di equazioni 2x+y-z=2 nel piano di equazioni y-tx-2z=0. È possibile che ft sia invettiva?
D. Non è mai iniettiva

Può esistere un omomorfismo ft: R^3 --> R^3 che mandi il piano di equazioni 2x-y+z=0 nella retta {s(1, -1, 2) : s E R} ed il vettore (1,1,1) nel vettore (1, t+2, t+5)?
B. Si esiste, eccetto per un numero finito di t

Sia A una matrice quadrata di ordine 4 con polinomio caratteristico pa(X) = (x-a1)(x-a2)(x-A3)^2 dove ai E R per ogni i. Quale delle seguente affermazioni è corretta?
A. Ai ≠ 0 per ogni i se e solo se A è invertibile

Sia R[x]2 lo spazio dei polinomi di grado minore o uguale a 2. Esiste un omomorfismo f: R --> R^2 tale che f(1-2x^2) = (1, -1), f(x+x^2) = (1,0), f(1+2x) = (t,2t) dove t E R?
D. No, mai

SIa M4 lo spazio vettoriale delle matrici 4x4 reali e Vp = {A E M4: Det(A) = 2p - 1}. Quanti valori di p rendono Vp un sottospazio vettoriale di M4?
C. Nessuno

Sia R[x] lo spazio dei polinomi in x, sia Vk il sottoinsieme costituito dai polinomi di grado esattamente uguale a k. Allora:
A. Solo V0 è un sottospazio

Sia M una matrice 6x6. In quale dei seguenti casi si conclude che M è invertibile?
D. Esiste una matrice A 6x6 tale che AM ha 6 colonne linearmente indipendenti

Sia A una matrice simmetrica di ordine n e rango r > 0, r < n. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
*B. Il polinomio caratteristico di A è x^(n-R) * q(x) dove x non divide q(x)*

Sia dato il sistema di cinque equazioni lineari Ax=B nelle incognite x = (x1, x2, x3, x4) che ammette infinite soluzioni. Cosa si può dire del sistema Mx=b, dove M è ottenuto da A annullando

i coefficienti della terza colonna?
C. Se M ha rango 3 allora Mx=b ha soluzioni

Sia A una matrice 5x3 con tutti i coefficienti diversi. È possibile che esista una matrice invertibile U tale che U^(-1) * A abbia solo coefficienti 0 e 1?
B. No

Quale delle seguenti matrici è simile ad una matrice diagonale reale? A = (0, 0; 0, -1), B = (1, -2; -2, -1), C = (1, -2; 2, 1), D = (1, 2; 3, 4)
C. A, B e D (matrice diagonale reale = a-p, 0; 0, b-p)

Quale tra i seguenti omomorfismi R^3 --> R^3 manda il triangolo di vertici (0,0,0), (1,1,1), (-1,0,1) nel triangolo di area maggiore?
A. F(x,y,z) = (z-x, z, -y)

Indicare quale dei seguenti insiemi in R^3 è un autospazio della matrice (5, -2, 0; 0, -5, 0; 0, -2, -1)
C. {(x,y,z) E R^3 : y = 0, z = 0}

Sia k reale. Si consideri la matrice Ak = (3, 0, -7; k, 3, 4; 0, 0, 2). Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
B. Ak è diagonalizzabile se e solo se k = 0

Siano l una retta e H un piano. È possibile trovare una retta R E H sghemba con l?
D. Solo se l non è inclusa in H

Quale di queste affermazioni equivale al fatto che n vettori di R^m siano linearmente indipendenti?
B. La matrice con vi come vettori riga possiede una sottomatrice n x n invertibile

Sia k un numero reale. Si consideri il seguente sistema di equazioni: 3x-2y+z=0; kx+y+z=1; x+ky-z=-1
A. Per k=-1 il sistema ha almeno una soluzione

Dati i vettori v1 = (2,-1,0,3), v2 = (1,0,0,3), v3 = (0,2,1,4), v4 = (2,-4,-4,-2), quale delle seguenti affermazioni è corretta?
A. V1, v2, v3, v4 sono tra loro indipendenti

Sia Ia l'insieme costituito dai seguenti vettori di R^4: Ia = {v1 = (1, -1, a, -1), v2 = (1, a-2, (a-1)*2, 0), v3 = (-1, -1, 1, 0, 1)} E R^4. Allora:
C. Ia U (0, -2, 0, 2) costituisce una base di R^4 per ogni a > 0

Per quali valori di t la matrice At = (1, 0, -1, 1; 1, t, -1, 2; 1, t, t^2-3, 3) non ha sottomatrice di ordine 3, invertibili?
B. nessun valore di t

Dati i vettori v1 = (1,1,1), v2 = (0,0,2), v3 = (a,a,b), v4 = (-1,-1,1), quale delle seguenti affermazioni è corretta?
B. V1 e v2 sono tra di loro indipendenti

Si considerino le matrici A = (1,1,-1;1,3,1;-2,-2,1), B = (1,-1,0,0;2,1,1,2;-4,-2,-1,-3):
A. Nessun minore di ordine 3 di B è uguale ad A^-1

Data la seguente matrice (1,0,2,3,-1;0,1,-1,0,2;2,-1,5,6,-4), quale delle seguenti affermazioni è corretta
B. I determinanti di tutte le sottomatrice 3x3 sono nulli

Un sistema si dice lineare se...
D. È descritta da equazioni di primo grado nelle variabili

Siano A e B due matrici n x m diverse. È possibile che esista una matrice quadrata C tale che C×A = C*B?
E. Solo se Det(C) = 0

Sia A = (aij) una matrice reale tale che aij = aji per ogni i,k e con polinomio caratteristico pA(x) = (x-2)^3(x-1)^2(x-5)^3. Si scelga l'affermazione corretta:
A. Gli autospazio hanno dimensione 3,2,3

Sia R[x] lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti in R e Vt il sottoinsieme costituito dai polinomi di grado 0,1, e di grado minore o uguale a 2t. Per quali valori di t Vt è un sottospazio vettoriale di R[x]?
A. Ogni valore

Sia M = (mij) una matrice quadrata di ordine 7. Nelle seguenti situazioni, quando M potrebbe non essere invertibile?
B. Quando AM può essere una qualunque matrice quadrata di ordine 7, per una opportuna scelta della matrice A

Sia A una matrice con 5 righe e 3 colonne. Quali delle seguenti operazioni può aumentare il rango, assumendo che la matrice non abbia rango massimo?
C. Sommare ad una colonna di A un vettore di R^5

Una compagnia aerea decide restrizioni sulle valigie trasportate. Tali restrizioni sono rappresentate da condizioni lineari su: larghezza, altezza, profondità, peso, e sono scelte in modo tale che esistono infinite misure soddisfacenti le suddette condizioni. In particolare, queste quantità devono soddisfare 4 equazioni del tipo alpha×a + beta × l + c × p + v × w = phi. Un impiegato distratto sbaglia nel scrivere un coefficiente dell'ultima condizione nei regolamenti pubblicati. Cosa accadrà?
D. Se la matrice dei coefficienti delle condizioni ha rango 2, ed esiste una valigia che soddisfa le nuove condizioni, allora sicuramente ci sono infinite misure che lo soddisfano.

Sia A una matrice quadrata di ordine 4 con tutti gli auto valori pi reali non necessariamente distinti tra loro, e sia P(x) il suo polinomio caratteristico. Quale tra i seguenti P(x) mi garantisce che A sia diagonalizzabile:
C. (X-1)x(x+1)(x-5)

Sia v E R^5 e {wi} un sistema di generatori di R^5 tale che v = ∑(i=1, n) aiwi = ∑(i=1, n) biwi, con aj ≠ bj per qualche j. Cosa concludiamo?
A. {wi}i è una base di R^5

Una società di assicurazioni vuole determinare delle condizioni lineari del tipo ae + bs + cr - phi = 0, da soddisfare da parte dei potenziali sottoscrittori, su: età) e, livello di sismicità del luogo di residenza = s, variazione di reddito = R dell'anno 2010. Per regolamento interno, le condizioni possono essere solo 1 o 2, le persone con e > 70 non possono sottoscrivere e deve esistere almeno una tripla e,s,r che soddisfi le condizioni. Quali delle seguenti affermazioni è corretta?
B. ogni scelta di 2 condizioni linearmente indipendenti andrà bene

Sia A una matrice quadrata di ordine n, sia In la matrice identità di .-ordine n. In quale caso esiste una matrice quadrata B di ordine n tale che A = In + B?
C. Sempre

Siano v1, v2 e v3 vettori in R^4 tali che la dimensione del sottospazio (v1, v2, v3) D essi generato sia 2. È possibile determinare un vettore v4 E R^4 tale che la matrice data dai {vi} come vettori colonna sia invertibile?
A: no

Quale tra i seguenti insiemi è una base del più piccolo spazio vettoriale in R^4 contenente il triangolo di vertici a = (0,-1,1,1), B = (1,-2,1,0), c = (0,1,1,1)?
D. {a,b,c}

Sia V un sottospazio vettoriale di dimensione 3 in R^5. Quale è la dimensione del più piccolo sottospazio vettoriale in R^5 contenente R^5 \ V:
B. 2 (5-3)

Quale dei seguenti insiemi è una base di <S> dove S = {(1-t, t+2, t-2)} U {(-2s, 2-s, 1+s)}
C. {(1,0,0), (0,0,1)}

Quanti omomorfismi R^3 --> R^3 mandano il piano di equazioni 2x-y+z=1 nel punto (1,2)?
B. Infiniti

Sia X = {(x,y,z,w) E R^4 : y = x+2w, z+w = -x} e <S> il sottospazio vettoriale generato dai vettori in S. Quale dei seguenti è un sistema di generatori per X?
B. L'insieme dei vettori che hanno distanza 1 dall'origine di R^4

Sia V lo spazio di tutte le funzioni lineari da R^3 a R^2. Si consideri il sottoinsieme S C V tale che: f E S se è solo se Im(f) = <(1,-1)> U <(1,3)>
B. S è l'insieme vuoto

Una compagnia aerea decide restrizioni sulle valigie trasportate. Tali restrizioni sono rappresentate da condizioni lineari su larghezza, altezza e profondità. Se l,a,p indicano quelle, e queste quantità devono soddisfare 3 equazioni del tipo alpha×a + b×l + c×p = phi:
C. qualunque cosa è possibile, sia che non ci siano valigie che soddisfino le nuove condizioni, sia che esista una sola misura, sia che ce ne siano infinite

Sia R[x]5 lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 5. Sia I contenuto in R[x]5 un insieme di tre vettori linearmente indipendenti. Quale procedura mi permette di completare I adun'altra base di R[x]5?
C. Aggiungo ad I tre polinomi linearmente indipendenti qualsiasi in R[x]5 - I

Sia K un numero reale, si consideri il seguente sistema: 2x-2y=k, kx-y=0, x+y=1
D. Per k=-2 il sistema ha una e una sola soluzione

Sia M una matrice quadrata di ordine 7 è invertibile se...
A. M=7a con rango 7

Sia Ma=(a-1,1,2;0,a+3,1;a-1,2,3;0,a+3,1).
A. rango(M) = 3 per A E [-10,-1], eccetto per un solo valore in cui il rango = 2

Il seguente sistema di equazioni lineari con parametro t nelle variabili x,y,z,w: (t+4)x+y+w=1, tx+(2t-2)y+tz-10w=1, -z-y-z-w=-1
A. Ammette infinite soluzioni per ogni valore di t eccetto uno solo

Sia A una matrice n x n non invertibile. È possibile determinare una matrice invertibile U tale che U A abbia una riga formata da soli zeri?

A. Si

Dati i vettori v1 = (1,1,1), v2 = (0,0,2), v3 = (a,a,b), v4 = (-1,-1,1):
E. I vettori sono complanari, cioè sono contenuti in un piano per l'origine

Sia A una matrice quadrata di ordine n, e sia In la matrice identità di ordine n. In quale caso esiste una matrice quadrata B di ordine n tale che A = In + B
A. Sempre

Di quale dei seguenti spazi vettoriali B=(3,2,1), (-1,1,0), (9,1,2) è una base?
B: nessuno: B non è una base

Si consideri A = (0, 1, 1; -1, 0, 2; 1, 1, 0)
D. A^-1 ha come terza riga (-1,1,1)

Siano M e N due matrici 8x8. Quando sono sicuri dell'esistenza di una matrice A tale che M A = n
C. Quando Det M ≠ 0

Quanti polinomi di grado 4 sono linearmente indipendenti in R[x]?
B. 5

Sia X = C[a,b] lo spazio vettoriale delle funzioni continue sull'intervallo [a,b] C R. Siano S il sottoinsieme di X costituito da tutte le funzioni la cui immagine è contenuta nell'intervallo [0,1] e Y il sottoinsieme delle funzioni tali che f(a) = 0. Allora:
C. S non è un sottospazio di X

Sia A una matrice quadrata non nulla tale che det(A) = 0
C. Xi divide il polinomio caratteristico di A per qualche i > 0

Sia M = (mij) una matrice 6 x 6. In quale dei seguenti casi concludo che M è invertibile?
A. Det(A) ≠ 0 dove N è il minore (mij)ij ≤ 5, e l'ultimo vettore colonna di M è (0,0,0,0,0,1)

Geometrica analitica

Data una retta R con parametrizzazione r -> p + tv E R^3, con ||v|| = 1, un piano che forma un angolo 0 ≤ a ≤ π/2, con R è del tipo
B. Ax+by+cz+d=0 con lunghezza di (a,b,C) unitaria e a = π/2 - arccos|(v,(a,b,c)|

Siano dati quattro punti complanari A, B, C, D E R^3 che formano un rombo. Un vettore normale al piano in cui essi giacciono è dato da...
C. (B-A) /\| (C-A)

Date due rette in R^3 con parametrizzazione t->p+tv e s->q+sw, esse si intersecano in un solo punto se è solo se:
D. La matrice che ha per righe i vettori v, q-p e w ha determinante nullo e v non è multiplo di w

Siano v e w due vettori. La lunghezza della proiezione di v su w è uguale a....
_C. V*w/||w||_

Siano dati i punti A, B, C, D E R^3. Essi giacciono su un piano affine se:
C. Il determinante della matrice con righe i vettori B-A,C-B,D-C è zero

Siano v1, v2, v3 E R^3 tali che ∑(i=1,3) vi = (0,0,p-1,p-1,0) = z(p) per un p E R. Allora:
D. Esiste almeno un valore di p per cui i vettori v1, v2, v3 non possono far parte di una base R^5

Siano v, w, z E R^3. Essi formano una piramide a base triangolare con vertice all'origine 0. La somma delle aree delle facce, esclusa la base, della piramide, è:
_C. 1/2 (||v /\ w|| + ||w /\ z|| + ||z /\ w||)_

Siano A, B, C i vertici di un triangolo in R^3 di area k e 0 ≤ phi ≤ π l'angolo nel vertice B formato dai lati. Quale delle seguenti uguaglianze è vere?
B. P = arccos((A-B)×(C-B))/(||A-B||*||C-B||)

Dato il vettore v = (1,1,0) è possibile trovare due vettori diversi tra loro w1, w2 E R^3 tali che v /\ w1 = v /\ w2?
D. Si, infinite soluzioni, sì ed esistono infinite coppie di tali w1, w2

È possibile trovare vettori v e w su una sfera di raggio R, centrata nell'origine, tali che v×w = -3?
B. Si, solo se r ≥ sqrt(3)

Supponiamo che 0 appartenga all'insieme {||v /\ (aw1 + bw2)|| : a,b E R, |a| + |b| ≠ 0≥ per vettori v, w1, w2 E R^3. Cosa si può concludere?
A. V appartiene allo spazio vettoriale generato da w1, w2

Siano A, B, C tre punti in R^3. L'area del triangolo determinato da questi tre punti è uguale a:
B. La lunghezza del prodotto vettoriale di B-A con C-B divisa per 2

Siano A,B,C E R^3 e ABC il triangolo con questi vetrici. L'altezza di ABC, visto con base AC, è:
A. BH = B×A×sin(a) = |v1| * sen(a)

Sia a(t) + TV + p e b(S) = sw+q due rette affini in R^3 angolare e π/6 l'una rispetto all'altra. Allora:
D. |v * w| = ||v|| * ||w|| * sqrt(3)/2

Sia H un piano affine in R^3. Quando è possibile trovare tre vettori di H che formino una base di R^3?
A. I 3 vettori devono essere linearmente indipendenti (Det ≠ 0 della matrice 3×3 == rango massimo)

Dati due vettori in R^3... Quando sono complanari?
A. Due vettori sono sempre complanari in R^3, è quando sono 3 che devo verificarlo

Sia v un vettore in R^2 con coordinate (1,0), e sia w un altro vettore in R^2. Voglio che l'angolo tra w e v, e v sia π/4, considerando che ø(angolo fra v e w è 2/3π). Quanto deve essere la lunghezza di w?
A. -1 + sqrt(3)

Data una retta R-> p + TV ed un piano ax+by+cz+d=0 in R^3, essi non intersecano se e solo se:
B. Il prodotto scalare di v con (a,b,c) sia nullo e le coordinate di p non soddisfano l'equazione del piano

Il piano di equazioni 2y-z-5=6
B. È parallelo all'asse x
con Ax+by+cz+d=0:
a = 0 -> parallelo all'asse x; b = 0 -> parallelo all'asse y; c = 0 -> parallelo all'asse z; d = 0 -> piano passante per l'origine

Il piano di equazione 2x+2z-5=0
C. È parallelo all'asse y

La retta di equazioni x=2, y=1+t, z=-1-t
C. Giace su un piano parallelo al piano y,z

La retta di equazioni x=1-2t, y=3, z=1+2t
C. Giace in un piano parallelo al piano x,z

L'area del quadrilatero piano dato dai punti A = (1,0,0), B = (2,0,1), C=(1,-2,2), D=(0,-1,0) è:
*D. 2 * sqrt(3)*

Quali dei seguenti sottoinsiemi di R^3 contiene almeno un vettore che forma un angolo di 60° con v = (1,-1,1)?
B. {t(1,1,0) : t E R}

Il piano di equazione -x+2y+5=0

D. È parallelo all'asse z

Sia q = (1,2,1), s = {(x,y,z) E R^3 : -x+y-z = 2, x-3y = -1}. Qual'è la distanza tra q e s?
a. ||8/7, 12/7, 18/7||

Sia H un piano affine in R^3. Quando è possibile trovare tre punti A = (a1, a2, A3), B = (b1, b2, b3), C = (c1, c2,c3) di H tali che i vettori (a1, a2, a3), (b1, b2, b3), (c1, c2, c3) formino una base di R^3?
D. Se è solo se H non passa per l'origine

La retta di equazioni x=1+3t, y=3-t, z=2
C. È parallela alla retta di equazioni x=3-6t;y=2t-3;z=3

Dati tre punti nello spazio A = (a1, a2, a3), B = (b1, b2, b3), C = (c1, c2, c3), condizione sufficiente affinchè siano su una stessa retta è che...
A. Il rango della matrice avente come righe A, B, C sia 1

Quando per i seguenti quattro punti A = (1, 0, 0), B = (0, -1, 1), C = (1, 0, 2), D = (-t, t, 1), passa un piano affine:
D. Solo per t = -1/2

In quale dei seguenti insiemi esiste un vettore v tale che v /\ w = 0, dove w = (1, 2, 3)?
C. Piano di equazioni x+y+z=0

Sia V di R^3. supponiamo che v tale che v*w=0 per ogni w E R^3. Allora:
A. V = 0

Sia l = {TV + p} una retta e H = {rw + sz + q} un piano, entrambi in R^3. Si consideri poi la retta h(u) = {uw+2uz+q}. Quale delle seguenti condizioni implica che l e h sono sghembe?
A. L'insieme delle combinazioni lineari di v e w+2z è un piano l intersecato H = Ø

Siano A = {(x,y,z) : -x+2y-z+3=0 e -3x+6y-3z+9=0} e B = {(t-2s,-R+2s+1,2r+4s+1)}. Che cosa esprimono A e B?
B. A un piano, B una retta

Il piano di equazioni 2y-z-5=0
B. È parallelo all'asse x

L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione 3x^2-10xy-2x+9y^2+6y+4=0 rappresenta
A. L'insieme vuoto

L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione $x^2+4xy-2y^2+2x-2y-1=0$ rappresenta
A. Un'iperbole

L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione $x^2+2xy+2y^2-4x+2y-1=0$ rappresenta
B. Un ellisse

L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione $13x^2-2xy-16x+y^2+4y+4=0$ rappresenta
C. Un'ellisse

Dati i punti A = (0,7), B = (2,2), C = (2,3) stabilire se essi sono allineati e, nel caso lo siano, rispondere 0. Nel caso fare la regressione lineare.
>>guarda su collanote

Dati tre punti nello spazio A = (a1,a2,a3), B = (b1,b2,b3), C = (c1,c2,c3), condizione necessaria affinchè siano su una stessa retta è che
C. Il rango della matrice avente come righe A,B,C sia minore di 3

Siano v e w due arbitrari vettori di R^3 non nulli. Allora v * w rappresenta:
C. La misura del coseno dell'angolo compreso tra v e w moltiplicata per ||v||||w||*

Si consideri in R^2 la retta di equazioni y = -x. Sia f: R^2 -> R^2 l'omomorfismo che manda un punto P nel suo simmetrico rispetto a R. Posto a = sqrt(2)/2 risulta
C. F(x,y) = (-y, -x)

Sia v = (1,0) e w un vettore che forma un angolo di 2π/3 con v. Quale lunghezza deve avere w affinchè il vettore w + v formi un angolo di π/4 con v?
A. Sqrt(3) - 1

Dati tre punti nello spazio A = (a1, a2, a3), B = (b1, b2, b3), C = (c1, c2, c3) condizione necessaria e sufficiente affinchè siano su una stessa retta è che:
D. I vettori applicati AB e *CA risultino paralleli*

Sia p = (1,2,1) e r = {(x,y,z) : -x+2y-z=2, x+3y=-1}
D. (7/11, 6/11, -17/11)

Siano dati quattro punti complanari A,B,C,D che formano un rombo. Una normale al piano in cui essi giacciono è data da:
C. (B-A) /\ C - A

Qual'è il minimo del seguente insieme di numeri reali {distanza tra retta l e p al variare di l C H} dove H = {S-R, S+R, 2r-s+1), sR}, p = (1,0,1)?

D. 3/sqrt(14)

Si considerino i due piani H1 = (2r+s, -R+2,s-r), H2 = {(x,y,z): -x+3y+z+5=0}
B. Esistono infinite rette perpendicolari ad entrambi i piani, poichè i due piani sono paralleli

Quale tra i seguenti omomorfismi R^3 -> R^3 manda il piano di equazione 3x-y+z-1=0 nella retta z+y=0, -y+z-1=0
D. F(x,y,z) = (x, -x, -z-y-4x)

L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione x^2+4xy+4y^2-4x-2y-2=0 rappresenta
B. Una parabola

Sia ft: R^3 -> R[x]3 dove il condominio è lo spazio dei polinomi di grado minore o uguale a 3, una funzione tale che f(1,0,1)=2x+1, f(1,-2,0)=x^2, f(0,1,t)=x^2+x^3. Per quali t la funzione ft può essere un omomorfismo?
D. Per tutti, tranne per un t

Si consideri la funzione pw: R^3 -> R^3 data da pw(v) = v /\ w per un w E R^3. Qual è l'immagine della sfera di raggio 1 centrata in (0,0,0)?
A. Cerchio di raggio ||w|| centrato in (0,0,0) nel piano perpendicolare a w

Si consideri il piano di equazione 2x-y-z=0 e sia V un vettore ortogonale ad esso. Quale di questi insiemi costituisce una base ortogonale di R^3?
E. -v U {2,2,2} U {0,1,-1}

Siano l una retta e H un piano. Quando è possibile trovare una retta R C H perpendicolare a l?
B. Sempre

Sia V uno spazio vettoriale e W un suo sottospazio. Supponiamo esistano n vettori w1, ..., w n E W e v1, v2 E V W tali che: ∑(i=1, n) piwi + pn1v1 + pn+2v2 = 0. Cosa possiamo concludere su V e W?
C. Dim(V) ≥ n+2

Sia S = {(x,y,z) E R^3 : z = y^2} e sia p un arbitrario vettore giacente sull'asse z. Esiste un vettore q E S non nullo tale che q /\ p = 0?
*B. se è solo se p*q=0*

Sia dim(V) = n. In quale dei seguenti casi non posso concludere che esiste una base vi C V tale che la matrice associata ad un omomorfismo f: V->V rispetto a vi sia diagonale?
D. Gli autovalori di f sono tutti reali

Sia π : x-2y+z=1 e siano P0, P1, P2 tre suoi punti. Allora:
C. È possibile scegliere i punti in maniera tale che i vettori P0, P1, P2 costituiscono una base di R^3

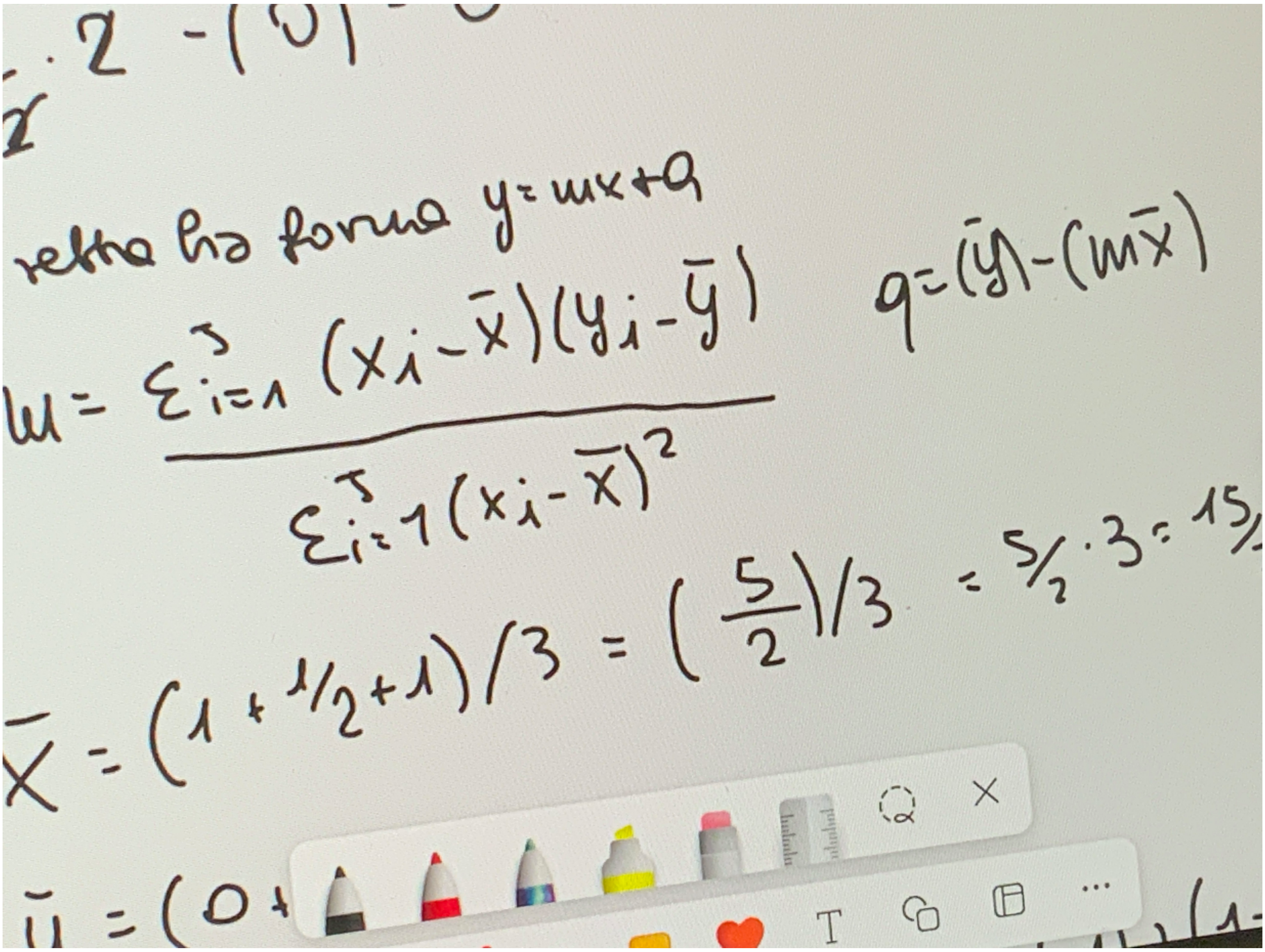
Sia π : x-y+z=1 e P(0,1,0). Sia S = {a in R: a = d(P,Y) con Y E π} dove d(P,Y) è la distanza euclidea tra i punti P e Y. L'estero inferiore di S vale:
C. 2/sqrt(3)

Come fare gli esercizi

Regressione lineare

Per verificare se i tre punti sono allineati usiamo *(x2-x1)(y3-y1) - (y2-y1)(x3-x1)=0*. Se è uguale a 0 allora sono allineati, altrimenti no.

La retta ha forma y=mx+q. Se non è allineato:



M può essere chiamato b1, mentre q può essere chiamato b0.

Calcolo matrice inversa

Uso il metodo di Gauss per eliminare i termini. Si mette di fianco alla matrice una matrice identità (tutti 0 meno 1 sulla diagonale principale) e bisogna trasformare la matrice a sinistra in una identità effettuando trasformazioni sulle righe.
Altrimenti, si fa i complementi per ciascuno degli elementi all'interno della matrice. La matrice dei complementi poi viene trasposta.

1. Calcola il determinante della matrice. Se det(A) = 0 allora non è invertibile
2. Calcola il complemento algebrico per ciascun elemento, dato da $C_{ij} = (-1)^{(i+j)} \times det(M_{ij})$, dove M_{ij} è la matrice ottenuta eliminando la riga i e la colonna j dalla matrice A.
3. Costruisci la matrice dei cofattori C, poi trasponila (scambia righe e colonne) per avere adj(A)
4. Dividi $A^{-1} = 1/det(A) * adj(A)$

Numero di soluzioni del sistema lineare

Sia Ax=b, il sistema lineare ammette soluzione se e solo se rango(A) = rango(A|b), dove A|b la matrice. Se il sistema ammette soluzione:

- Se rango(A)=n, allora ammette un'unica soluzione
- Se rango(A)=k < n, il sistema ha infinito^(n-k) soluzioni

Complanarità di due o più vettori o rette

Affinchè due o più vettori siano complanari, essi devono essere linearmente dipendenti tra di loro. Ciò implica che la matrice definita dai loro coefficienti abbia Det = 0

Rette sghembe

Due rette r, s sono sghembe se non sono complanari, o analogalmente, se non sono nè parallele nè incidenti.
Quindi si mettono le rette in forma cartesiana, ax+by+cz+d=0. Si mettono i coefficienti in una matrice, e si calcola il determinante di questa matrice. Se il determinante è diverso da zero allora le rette sono sghembe.

Determinante matrici più grandi

Faccio la prima riga della matrice, e scrivo: el1 * (-1)^(i+j) * (matrice minori, ovvero senza la riga e la colonna dell'elemento preso) + … —> tutti gli altri fino alla fine della prima riga

Direttore del piano

Per ricavare i coefficienti direttori del piano, prendo i coefficienti all'interno di K di t e di s. Es:

$$K \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -t + 2s - 1 \\ z = s - 1 \end{cases}$$

Ricavo i coefficienti dei

$v_{1K} = (1, -1, 0)$

$v_{2K} = (0, 2, 1)$

Formule generiche

Prodotto scalare: u1v1 + u2v2 + … + unvn

cos(alpha) = (u*v)/(|u||v|)

Se u * v = 0 allora u,v sono perpendicolari tra di loro

Lunghezza di un vettore: |u| = sqrt(u * u)

Prodotto vettoriale: u /\ v = det(i, j, k; u1, u2, u3; v1, v2, v3). Il vettore risultante è un **vettore perpendicolare** al piano che i vettori u,v formano tra di loro

Forma cartesiana

Si mettono tutte le lettere a sinistra e a destra lo si mette a zero.

Determinare una dimensione e trovare una base del sottospazio

Per primo, bisogna parametrizzare. Le basi del sottospazio sono i coefficienti di s e di t, in verticale. Per completare la base del punto precedente, ci aggiungiamo i coefficienti del piano span.

Determinare una matrice con un certo determinante

Bisogna fare una matrice identità con l’ultimo numero della diagonale principale uguale al risultato che si vuole.

Omomorfismo

Sia R[x]2 lo spazio di polinomi…. Esiste un omomorfismo f: R —> R^2 t.c. ?

Allora bisogna:

1. Controllare che i vettori del dominio siano linearmente indipendenti (i vettori del dominio sono scritti nella parentesi della f)
2. Se il determinante è uguale a 0, allora l’esercizio finisce qua perché esiste sempre l’omomorfismo. Altrimenti, si continua.
3. Bisogna quindi determinare quale vettore è dipendente dagli altri 2, e scriverlo come combinazione lineare degli stessi

4. Una volta trovati, si mettono le f(), e poi si sostituiscono le immagini delle funzioni al posto della funzione
5. Se sono presenti dei parametri, bisognerà trovare i valori dei parametri.

Remember

- Un piano **non passante per l'origine** ha *dimensione massima*
  - Se ho un piano in R^3 non passante per l'origine la dimensione di esso sarà 3
  - Se ho un piano in R^4 non passante per l'origine la dimensione di esso sarà 4
- Un piano **passante per l'origine** ha *dim = dimMax - 1*
  - Se ho un piano in R^3 passante per l'origine la dimensione di esso sarà 2
- Per vedere se un piano passa o meno per l'origine mi basta guardare l'equazione cartesiana. Se d=0 allora passa, altrimenti non passa. **Valgono le rette anche**
- Un'applicazione lineare è iniettiva se e solo se Dim(Ker(V)) = 0
- Un'applicazione lineare è suriettiva se e solo se Dim Iv(V) = Dim(V)
- Se F:V è un applicazione lineare questo teorema afferma che dim(V) = dim(Ker(F)) + dim(Im(F))

Sia $f_t : R^3 \to R^3$ un omomorfismo che manda il piano di equazioni $2x+y-z=2$ nel piano di equazioni $y-tx-2z=0$, per t in R. È possibile che f_t sia iniettiva?

1. È sempre iniettiva
2. Può essere iniettiva solo per un numero finito di t
3. Può essere iniettiva, tranne per un numero finito di t
4. Non è mai iniettiva

Consideriamo il seguente esercizio:

Abbiamo un applicazione lineare $R^3 \to \mathrm{R}^3$ quindi sappiamo che l'applicazione e' iniettiva se e solo se e' suriettiva (quindi se e' suriettiva allora e' iniettiva e viceversa).

Il piano del dominio NON passa per l'origine dato che $d=-2$, quindi ha dimensione 3.
Il piano dell'immagine passa per l'origine dato che $d=0$, quindi ha dimensione 2.

Consideriamo il teorema nullita' piu' rango:

$$dim(V) = dim(Ker(F)) + dim(Im(F))$$

$dim(V) = dim(R^3) = 3$

Sostituiamo le dimensioni che abbiamo trovato:

$3 = dim(Ker(F)) + 2$

Sappiamo dunque che dim(Ker(F)) = 1

Dato che un'applicazione lineare e' iniettiva se e solo se la dim(Ker(F)) = 0, possiamo dire che l'applicazione lineare non e' mai iniettiva.

Vettori direttori

I vettori direttori sono:

- Nella retta parametrica i coefficienti delle t
- Nella retta con equazione cartesiana si fa il prodotto vettoriale tra le componenti delle due equazioni
- Nel piano sono i coefficienti di x,y,z e si fa il prodotto scalare.

Rango

Il rango massimo possibile è il valore più piccolo tra il numero di righe e il numero di colonne. Se la matrice è m x n, il rango massimo è min(m,n).
Considera una sottomatrice quadrata di ordine massimo, e calcola il determinante di questa matrice: se il determinante è **diverso da zero** allora il rango della matrice è **pari a questo ordine**. Se invece il determinante è zero, passa ai minori di ordine inferiore, fino a quando non trovi un determinante diverso da zero.

Retta in forma parametrica

r(t) = p + tv, t E R

Piani in forma cartesiana

ax+by+cz+d=0Il vettore direttore della retta v è ortogonale al normale del piano n = (a,b,c)

Una retta e un piano si intersecano se v*n ≠ 0. Due rette si intersecano se il determinante della matrice formata dai loro vettori è nullo

Triangoli

Area di un triangolo dati da tre punti A, B, C: Area = 1/2||(B-A) * (C-A)||
Altezza di un triangolo = area /lunghezza della base

Collinearità e complanarità

Collinearità di tre punti A,B,C: il determinante della matrice con righe B-A, C-A deve essere zero, o AB e AC devono essere paralleli

Complanarità di quattro punti A,B,C,D: determinante della matrice formata dai vettori B-A, C-A, D-A è zero

5. Distanze e Angoli

- **Distanza punto-piano:**

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- **Distanza punto-retta:**

$$d = \frac{||(\mathbf{p}_0 - \mathbf{q}) \times \mathbf{v}||}{||\mathbf{v}||}$$

- **Angolo tra due vettori:**

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}}{||\mathbf{v}||\,||\mathbf{w}||}$$

Tabella risposte

Se devo verificare che n vettori vi siano linearmente indipendenti cosa posso fare?	B	Creo una matrice con vi come vettori riga e cerco una sottomatrice quadrata di ordine n invertibile

Sia Ax=b un sistema di equazioni lineari con più incognite che equazioni. Allora	D	Se il rango di A è massimo, allora il sistema ha soluzione
Sia Ax=b un sistema che non ammette soluzione. Scegliendo un vettore C è possibile ottenere che Ax=b+c abbia infinite soluzioni?	A	Si, ma solo se A non è di rango massimo
Se la somma di tre numeri positivi è 120, qual'è il massimo valore possibile tra il loro prodotto?	D	1600 * 40
Sia A una matrice quadrata, e v, a due suoi vettori colonna. Se B è la matrice ottenuta da A rimpiazzando il vettore con il vettore v+alpha*a per un numero reale alpha, che informazione abbiamo sul determinante di B?	B	Det(A) = det(B)
Sia Ax=b un sistema di equazioni lineari con più equazioni che incognite. Allora:	A	Se ha soluzione, il rango della matrice completa A|b non può essere completa
Sia A una matrice n x m di rango r > 0. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?	D	Esiste una sottomatrice quadrata B di A di ordine r-1 con determinante non nullo, se r ≥ 2
Sia A una matrice quadrata, e v,w due suoi vettori colonna diversi. Se B è la matrice ottenuta da	C	Det(B) = alpha * Det(A)

A rimpiazzando il vettore v con il vettore (alpha)v + (beta)w, con a, B E R, che informazioni abbiamo sul determinante di B?		
Sia A(t) una famiglia di matrici quadrate dipendenti da un parametro t. Supponiamo che Det(A(1))=5 e Det(A(-1))=-5. Quali delle seguenti affermazioni è possibile concludere?	A	Tutti i vettori riga A(1) sono indipendenti e il rango di A(1) è massimo
Sia A una matrice quadrata n x n tale che la somma delle righe è uguale ad una colonna c di A. Cosa posso concludere su A?	C	Esiste un minore di A di ordine n=1 invertibile se c ≠ 0
Supponiamo che una matrice A di dimensioni 4x6 abbia nulli i determinanti di tutti i minori di ordine 3. Quali delle seguenti affermazioni è falsa?	D	Le righe di A sono linearmente indipendenti
Sia Ax=b un sistema di equazioni lineari con un numero di equazioni uguale al numero di incognite. Allora...	C	Se non ha soluzione, A non è invertibile
Siano A,B due matrici 5x5 tali che rank(A) = 3 e rank(B) = 2. Allora....	J	Esistono due minori di ordine 2, A′ in A, B′ in B, tali che A′ * B′ è una matrice invertibile.

		ATTENZIONE: sbagliata perché non si può dire qualcosa per il prodotto con un rango e basta
Calcolare il rango di una matrice 3x4 al variare di un parametro a	…	Se a ≠ da tali valori si avrà rank = 3
Nel sistema composto dalle equazioni *3x-2y-z=0, ax+y+z=0, x+ay-z=0*, quale delle seguenti affermazioni è corretta?	C	A = π ammette una sola soluzione cioè quella banale, x=y=z=0
Sia V lo spazio di tutte le funzioni continue su [-1,1] a valori reali. Si consideri il sottoinsieme Sp di V costituito da tutte le funzioni tali che f(-1)=(f(1)=p.	D	Esiste un solo valore di p per cui Sp è un sottospazio vettoriale.
Nel sistema composto dalle equazioni 3x-2y+z=0, ax+y+z=1, x+ay-z=-1, per quali valori di a posso avere una sola soluzione non banale?	C	A ≠ 1 /\ a ≠ 6, D = 0, Dx = 0
Si consideri il seguente sistema di equazioni: *-x-y-z=b1*, *3x-9y-6z=b2*, *5x-7y-4z=b3*, quale delle seguenti affermazioni è corretta?	A	Il sistema ammette soluzione se e solo se b2 = b3 + 2b1 (devo cercare di adattare uno delle equazioni come combinazioni lineari delle altre)
Quali di queste affermazioni equivale al fatto che n vettori vi E	B	La matrice vi come vettori riga possiede una sottomatrice n x n

R^m siano linearmente indipendenti?		invertibile
Qual'è la regione dello spazio bidimensionale tale che *y > 3x + 1*?	C	Aperto di R^2
Sia A una matrice n x m di rango r > 0; quali delle seguenti affermazioni è falsa?	C	Se R ≥ 2 esiste una sottomatrice quadrata B di A di ordine r-1 con determinante nullo
Sia A una matrice quadrata invertibile. Allora...	B	Det(A) ≠ 0
Sia A una matrice quadrata n x n tale che la somma delle righe è uguale ad una colonna C di A. Cosa si può concludere?	B	Potrebbe esistere un vettore non nullo v tale che Av=0
Sia ft: R^3 —> R^3 un omomorfismo che manda il piano di equazioni *2x+y-z=2* nel piano di equazioni *y-te-2z=0*. È possibile che ft sia iniettiva?	D	Non è mai iniettiva
Può esistere un omomorfismo f(t): R^3 —> R^3 che mandi il piano di equazioni *2x-y+z=0* nella retta {s(1, -1, 2)} ed il vettore (1,1,1) nel vettore (1, t+2, t+5)?	B	Si esiste, eccetto per un numero finito di t
Sia A una matrice quadrata di ordine 4 con polinomio caratteristico *pa(X) = (x-a1)(x-a2)(x-a3)^2* dove ai E R per ogni	A	Ai ≠ 0 per ogni i se e solo se A è invertibile

i. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?		
Sia R[x]^2 lo spazio dei polinomi di grado minore o uguale a 2. Esiste un omomorfismo f: R —> R^2 tale che *f(1-2x^2) = (1,-1) ; f(x+x^2) = (1,0) ; f(1+2x) = (t,2t)*, dove t E R?	D	No, mai
Sia M4 lo spazio vettoriale delle matrici 4x4 reali e Vp = {A E M4 : Det(A) = 2p - 1}. Quanti valori di p rendono Vp un sottospazio vettoriale di M4?	C	Nessuno
Sia R[x] lo spazio dei polinomi in x, sia Vk il sottoinsieme costituito dai polinomi di grado esattamente uguale a k. Allora:	A	Solo V0 è un sottospazio
Sia M una matrice 6x6. In quale dei seguenti casi si conclude che M è invertibile?	D	Esiste una matrice A 6x6 tale che AM ha 6 colonne linearmente indipendenti
Sia A una matrice simmetrica di ordine n e rango r. 0, r < n. Quale delle seguenti affermazioni è vera?	B	Il polinomio caratteristico di A è x^(n-R) * q(x) dove x non divide q(x)
Sia dato il sistema di cinque equazioni lineari Ax=b nelle incognite x = (x1, x2, x3, x4) che ammette infinite soluzioni.	C	Se M ha rango 3 allora Mx=b ha soluzioni

Cosa si può dire del sistema Mx=b, dove M è ottenuto da A annullando i coefficienti della terza colonna=		
Sia A una matrice 5x3 con tutti i coefficienti diversi. È possibile che esista una matrice invertibile U tale che U^(-1)*A abbia solo coefficienti 0 e 1?	B	No
Quale delle seguenti matrici è simile ad una matrice diagonale reale? *A = (0,0; 0, -1), B = (1, -2; -2, -1), C = (1, -2; 2, 1), D = (1, 2; 3, 4)*	C	A, B e D (matrice diagonale reale = a-p, 0; 0, b-p)
Quale tra i seguenti omomorfismi R^3 —> R^3 manda il triangolo di vertici (0,0,0), (1,1,1), (-1,0,1) nel triangolo di area maggiore?	A	F(x,y,z) = (z-x, z, -y)
Indicare quale dei seguenti insiemi in R^3 è un autospazio della matrice (5, -2, 0; 0, -5, 0; 0, -2, -1)?	C	{(x,y,z) E R^3 : y = 0, z = 0}
Sia k reale. Si consideri la matrice Ak = (3, 0, -7; k, 3, 4; 0, 0, 2). Quale delle seguenti affermazioni è corretta?	B	Ak è diagonalizzabile se e solo se k = 0
Siano l una retta, e H un piano. È possibile trovare una retta R E H sghemba	D	Solo se l non è inclusa in H

con l?		
Quale di queste affermazioni equivale al fatto che n vettori di R^m siano linearmente indipendenti?	B	La matrice con vi come vettori riga possiede una sottomatrice n x n invertibile
Sia k un numero reale, si consideri il seguente sistema di equazioni: 3x-2y+z=0; kx+y+z=1; x+ky-z=-1	A	Per k=-1 il sistema ha almeno una soluzione
Dati i vettori v1 = (2, -1, 0, 3), v2 = (1, 0, 0, 3), v3 = (0, 2, 1, 4), v4 = (2, -4, -4, -2), quale delle seguenti affermazioni è corretta?	A	V1, v2, v3, v4 sono tra loro indipendenti
Sia Ia l'insieme costituito dai seguenti vettori di R^4: Ia = {v1 = (1, -1, a, -1), v2 0 (1, a-2, (a-1)*2, 0), v3 = (-1, -1, 1, 0, 1)} E R^4. Allora:	C	La U (0, -2, 0, 2) costituisce una base di R^4 per ogni a > 0
Per quali valori di t la matrice At = (1, 0, -1, 1; 1, t, -1, 2; 1, t, t^2 - 3, 3) non ha sottomatrice di ordine 3 invertibili?	B	Nessun valore di t
Dati i vettori v1 = (1, 1, 1), v2 = (0, 0, 2), v3 = (a, a, b), v4 = (-1, -1, 1), quale delle seguenti affermazioni è corretta?	B	V1 e v2 sono tra di loro indipendenti
Si considerino le matrici A = (1, 1, -1; 1, 3, 11; -2, -2, 1), B = (1, -1, 0, 0; 2, 1, 1,	A	Nessun minore di ordine 3 di B è uguale ad A^-1

2, -4, -2, -1, -3).		
Data la seguente matrice (1, 0, 2, 3, -1; 0, 1, -1, 0, 2; 2, -1, 5, 6, -4), quale delle seguenti affermazioni è corretta?	B	I determinanti di tutte le sottomatrice 3x3 sono nulli
Un sistema si dice lineare se…	D	È descritta da equazioni di primo grado nelle variabili
Siano A e B due matrici n x m diverse. È possibile che esista una matrice quadrata C tale che C*A = C*B?	E	Solo se Det(C) = 0
Sia A = (aij) una matrice reale tale che aij = aji per ogni i,k e con polinomio caratteristico pA(x) = (x-2)^3 (x-1)^2 (x-5)^3.	A	Gli autospazio hanno dimensione 3,2,3 (guardo quale è l'esponente delle tre parentesi del polinomio caratteristico)
Sia R[x] lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti in R, e Vt il sottoinsieme costituito dai polinomi di grado 0, 1, e di grado minore o uguale a 2t. Per quali valori di t Vt è un sottospazio vettoriale di R[x]?	A	Ogni valore
Sia M = (mij) una matrice quadrata di ordine 7. Nelle seguenti situazioni, quando M potrebbe non essere invertibile?	B	Quando AM può essere una qualunque matrice quadrata di ordine 7, per una opportuna scelta della matrice A
Sia A una matrice con 5 righe e 3 colonne. Quali delle seguenti operazioni può aumentare il rango,	C	Sommare ad una colonna di A un vettore di R^5

assumendo che la matrice non abbia rango massimo?		
Sia A una matrice quadrata di ordine 4 con tutti gli autovalori pi reali non necessariamente distinti tra loro, e sia P(x) il suo polinomio caratteristico. Quale tra i seguenti P(x) mi garantisce che A sia diagonalizzabile?	C	(X-1)x(x+1)(x-5)
Sia v E R^5 e {wi} un sistema di generatori di R^5 tale che v = ∑(i=1, n) aiwi = ∑(i=1, n) biwi, con aj ≠ bj per quale j.	A	{wi}i è una base di R^5
Sia A una matrice quadrata di ordine n, sia In la matrice identità di … di ordine n. In quale caso esiste una matrice quadrata B di ordine n tale che A = In + B?	C	Sempre
Siano v1, v2, v3 vettori in R^4 tali che la dimensione del sottospazio (v1, v2, v3) da essi generato sia 2. È possibile determinare un vettore v4 E R^4 tale che la matrice data dai {vi} come vettori colonna sia invertibile?	A	No
Quale tra i seguenti insiemi è una base del più	D	{a, b, c}

piccolo spazio vettoriale in R^4 contenente il triangolo di vertici a = (0, -1, 1, 1), b = (1, -2, 1, 0), c = (0, 1, 1, 1)?		
Sia V un sottospazio vettoriale di dimensione 3 in R^5. Quale è la dimensione del più piccolo sottospazio vettoriale in R^5 contenente R^5 \ V?	B	2 (R^5 - 3 = 2)
Quale dei seguenti insiemi è una base di <S> dove S = {(1-t, t+2, t-2)} U {(-2s, 2-s, 1+s)}?	C	{(1, 0, 0), (0, 0, 1)}
Quanti omomorfismi R^3 —> R^3 mandano il piano di equazioni 2x-y+z=1 nel punto (1,2)?	B	Infiniti
Sia X = {(x,y,z,w) E R^4 : y = x + 2w, z+w = -x}, e <S> il sottospazio vettoriale generato dai vettori in S. Quale dei seguenti è un sistema di generatori per X?	B	L'insieme dei vettori che hanno distanza 1 dall'origine di R^4
Sia V lo spazio di tutte le funzioni lineari da R^3 a R^2. Si consideri il sottoinsieme S C V tale che: f E S se e solo se Im(f) = <(1, -1)> U <(1,3)>	B	S è l'insieme vuoto
Sia R[x]^5 lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 5. Sia I contenuto in R[x]^5	C	Aggiungo ad I tre polinomi linearmente indipendenti qualsiasi in R[x]5 - I

un insieme di tre vettori linearmente indipendenti. Quale procedura mi permette di completare I ad un'altra base di R[x]^5?		
Sia K un numero reale, si consideri il seguente sistema: 2x-2y=k, kx-y=0, x+y=1	D	Per k=-2 il sistema ha una e una sola soluzione
M è una matrice quadrata di ordine 7. È invertibile se	A	M=7a con rango 7
Sia Ma = (a-1, 1, 2; 0, a+3, 1; a-1, 2, 3; 0, a+3, 1)	A	Rango(m) = 3 per A E [-10, -1], eccetto per un solo valore il cui rango = 2
Il sistema di equazioni lineari con parametro t nelle variabili x,y,z,w: *(t+4)x+y+w=1, tx+(2t-2)y+tz-10w=1, -z-y-z-w=-1*	A	Ammette infinite soluzioni per ogni valore di t eccetto uno solo
Sia A una matrice n x n non invertibile. È possibile determinare una matrice invertibile U tale che U A abbia una riga formata da soli zeri?	A	Si
Dati i vettori v1 = (1, 1, 1), v2 = (0, 0, 2), v3 = (a, a, b), v4 = (-1, -1, 1)	E	I vettori sono complanari, cioè sono contenuti in un piano per l'origine
Sia A una matrice quadrata di ordine n, e sia In la matrice identità di ordine n. In quale caso esiste una matrice quadrata B di ordine n tale	A	Sempre

che A = In + B?		
Di quale dei seguenti spazi vettoriali B = (3, 2, 1), (-1, 1, 0), (9, 1, 2) è una base?	B	Nessuno, B non è una base
Si consideri A = (0, 1, 1; -1, 0, 2; 1, 1, 0)	D	A^-1 ha come terza riga (-1, 1, 1)
Siano M e N due matrici 8 x 8. Quando sono sicuri dell'esistenza di una matrice A tale che M A = n?	C	Quando Det(M) ≠ 0
Quanti polinomi di grado 4 sono linearmente indipendenti in R[x]?	B	5
Sia X = C[a,b] lo spazio vettoriale delle funzioni continue sull'intervallo [a,b] C R. Siano S il sottoinsieme di X costituito da tutte le funzioni la cui immagine è contenuta nell'intervallo [0,1], e Y il sottoinsieme delle funzioni tali che f(a) = 0. Allora:	C	S non è un sottospazio di X
Sia A una matrice quadrata non nulla tale che det(A) = 0	C	Xi divide il polinomio caratteristico di A per qualche i > 0
Sia M = (mij) una matrice 6 x 6. In quale dei seguenti casi concludo che M è invertibile?	A	Det(A) ≠ 0 dove N è il minore (mij)ij ≤ 5, e l'ultimo vettore colonna di M è (0,0,0,0,0,1)

Data una retta R con	B	ax+by+cz+d=0 con

parametrizzazione r -> p + tv E R^3 con ||v|| = 1, un piano che forma un angolo 0 ≤ a ≤ π/2, con R è del tipo		lunghezza di (a,b,c) unitaria e a = π/2 - arccos|(v, (a,b,c))|
Siano dati quattro punti complanari A, B, C, D E R^3 che formano un rombo. Un vettore normale al piano in cui essi giacciono è dato da	C	(B-A) /\ (C-A)
Date due rette in R^3 con parametrizzazione t->p+tv e s->q+sw, esse si intersecano in un solo punto se e solo se	D	La matrice che ha per righe i vettori v, q-p e w ha determinante nullo, e v non è multiplo di w
Siano v e w due vettori. La lunghezza della proiezione di v su w è uguale a	C	V*w /\ ||w||
Siano dati i punti A, B, C, D E R^3. Essi giacciono su un piano affine se	C	Il determinante della matrice con righe i vettori B-A, C-B, D-C è zero
Siano v1, v2, v3 E R^3 tali che ∑(i=1, 3) vi = (0, 0, p-1, p-1, 0) = z(p) per un p E R. Allora	D	Esiste almeno un valore di p per cui i vettori v1, v2, v3 non possono far parte di una base R^5
Siano v, w, z E R^3. Essi formano una piramide a base triangolare con vertice all’origine 0. La somma della aree delle facce, esclusa la base della piramide è	C	1/2 (||v /\ w|| + ||w /\ z|| + ||z /\ w||)
Siano A, B, C i vertici di un triangolo in R^3 di area k e 0 ≤ Ø ≤ π l’angolo nel	B	P = arccos((A-B)*(C-B))/(||A-B||*||C-B||)

vertice B formato dai lati. Quale delle seguenti uguaglianze è vere?		
Dato il vettore v = (1,1,0) è possibile trovare due vettori diversi tra loro w1, w2 E R^3 tali che v /\ w1 = v /\ w2?	D	Si, infinite soluzioni, ed esistono infinite coppie di tali w1, w2
È possibile trovare vettori v e w su una sfera di raggio R, centrata nell'origine, tali che v*w = -3?	B	Si, solo se r ≥ sqrt(3)
Supponiamo che 0 appartenga all'insieme {|| v /| (aw1 + bw2)||, |a| + |b| ≠ 0≥ per vettori v, w1, w2 E R^3. Cosa si può concludere?	A	V appartiene allo spazio vettoriale generato da w1, w2
Siano A, B, C tre punti in R^3. L'area del triangolo determinato da questi tre punti è uguale a	B	La lunghezza del prodotto vettoriale di B-A con C-B divisa per 2
Siano A,B,C E R^3 e ABC il triangolo con questi vertici. L'altezza di ABC, visto con base AC, è	A	BH = B*A*sen(a) = |v1| * sen(a)
Sia a(t)+tv+p e b(s) = sw+q due rette affini in R^3 angolare e π/6 l'una rispetto all'altra. Allora	D	|v * w| = ||v|| * ||w|| * sqrt(3)/2
Sia H un piano affine in R^3. Quando è possibile trovare tre vettori di H che formano una base di R^3?	A	I 3 vettori devono essere linearmente dipendenti (det ≠ 0 della matrice 3x3 == rango massimo)

Dati due vettori in R^3 quando sono complanari?	A	Due vettori sono sempre complanari in R^3, è quando sono 3 vettori che devo verificarlo
Sia v un vettore in R^2 con coordinate (1,0), e sia w un altro vettore in R^2. Voglio che l'angolo tra w e v, e v sia π/4, considerando che Ø (angolo fra v e w) è 2/3π. Quanto deve essere la lunghezza di w?	A	-1+sqrt(3)
Data una retta R -> p + tv ed un piano ax+by+cz+d=0 in R^3, essi non intersecano se e solo se:	B	Il prodotto scalare di v con (a,b,c) sia nullo e le coordinate di p non soddisfano l'equazione del piano
Il piano di equazioni 2y-z-5=6	B	È parallelo all'asse x
Il piano di equazione 2x+2z-5=0	C	È parallelo all'asse y
La retta di equazioni x=2, y=1+t, z=-1-t	C	Giace su un piano parallelo al piano y,z (guarda quali sono le lettere con una t)
La retta di equazioni x = 1-2t, y=3, z=1+2t	C	Giace in un piano parallelo al piano x,z
L'area del quadrilatero piano dato dai punti A = (1,0,0), B = (2,0,1), C = (1, -2, 2), D = (0, -1, 0) è	D	2 * sqrt(3)
Quali dei seguenti sottoinsiemi di R^3 contiene almeno un vettore che forma un	B	{t(1,1,0) : t E R}

vettore che forma un angolo di 60° con v = (1, -1, 1)?		
Il piano di equazione -x+2y+5=0	D	È parallelo all’asse z
Sia q = (1,2,1), s = {(x,y,z) E R^3 : -x+y-z=2, x-3y = -1}, Qual’è la distanza tra q e s?	A	||8/7, 12/7, 18/7||
Sia H un piano affine in R^3. Quando è possibile trovare tre punti A = (a1, a2, a3), B = (b1, b2, b3), C = (c1, c2, c3) di H tali che i vettori (a1,a2,a3), (b1,b2,b3), (c1,c2,c3) formino una base di R^3?	D	Se e solo se H non passa per l’origine
La retta di equazioni x = 1+3t, y = 3-t, z=2	C	È parallela alla retta di equazioni x = 3-6t, y = 2t-3, z = 3 (vedi quale è quello che non ha parametri nella stessa lettera)
Dati tre punti nello spazio A = (a1, a2, a3), B = (b1, b2, b3), C = (c1, c2, c3), condizione sufficiente affinché siano su una stessa retta è che	A	Il rango della matrice avente come righe A, B, C sia 1
Quando per i seguenti quattro punti A = (1, 0, 0), B = (0, -1, 1), C = (1, 0, 2), D = (-t, t, 1) passa per un piano affine?	D	Solo per t = -1/2
In quale dei seguenti insiemi esiste un vettore v tale che v Λ w = 0, dove w	C	Piano di equazioni x+y+z=0

tale che v /\ w = 0, dove w = (1, 2, 3)?		
Sia V di R^3. Supponiamo che v tale che v * w = 0 per ogni w E R^3. Allora	A	V = 0
Sia l = {tv + p} una retta e H = {rw + sz + q} un piano, entrambi in R^3. Si consideri poi la retta h(u) = {uw + 2uz + q}. Quale delle seguenti condizioni implica che l e h sono sghembe	A	L'insieme delle combinazioni lineari di v e w+2z è un piano l intersecato H = Ø
Siano A = {(x,y,z) : -x+2y-z+3=0 e -3x+6y-3z+9=0} e B = {(t-2s, -r+2s+1, 2r+4s+1)}. Che cosa esprimono A e B?	B	A un piano, B una retta
Il piano di equazioni 2y-z-5=0	B	È parallelo all'asse x
L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione 3x^2-10xy-2x+9y^2+6y+4=0 rappresenta	A	L'insieme vuoto
L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione x^2+4xy-2y^2+2x-2y-1=0 rappresenta	A	Un'iperbole
L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione x^2+2xy+2y^2-4x+2y-1=0 rappresenta	B	Un'ellisse
L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione 13x^2-2xy-16x^2+4y+4=0 rappresenta	C	Un'ellisse

Dati tre punti nello spazio A = (a1, a2, a3), B = (b1, b2, b3), C = (c1, c2, c3), condizione necessaria affinchè siano su una stessa retta è che	C	Il rango della matrice avente come righe A, B, C sia minore di 3
Siano v e w due arbitrari vettori di R^3 non nulli. Allora v * w rappresenta	C	La misura del coseno dell'angolo compreso tra v e w moltiplicata per ||v|| * ||w||
Si consideri in R^2 la retta di equazioni y = -x. Sia f: R^2 —> R^2 l'omomorfismo che manda un punto P nel suo simmetrico rispetto a R. Posto a = sqrt(2)/2 risulta	C	F(x,y) = (-y, -x)
Sia v = (1,0) e w un vettore che forma un angolo di 2π/3 con v. Quale lunghezza deve avere w affinchè il vettore w+v formi un angolo di π/4 con v?	A	Sqrt(3)-1
Dati tre punti nello spazio A = (a1, a2, a3), B = (b1, b2, b3), C = (c1, c2, c3) condizione necessaria e sufficiente affinchè siano su una stessa retta è che	D	I vettori applicati AB e CA risultino paralleli
Sia p = (1,2,1) e r) {(x,y,z) : -x+2y-z=2, x+3y=-1}	D	(7/11, 6/11, -16/11)
Siano dati quattro punti complanari A,B,C,D che formano un rombo. Una normale al piano in cui	C	(B-A) /\ C-A

essi giacciono è data da		
Qual'è il minimo del seguente insieme di numeri reali {distanza tra retta l e p al variare di l C H} dove H = {s-r, s+r, 2r-s+1), sr}, p = (1,0,1)?	D	3/sqrt(14)
Si considerino i due piani H1 = (2r+s, -r+2, s-r), H2 = {(x,y,z): -x+3y+z+5=0}	B	Esistono infinite rette perpendicolari ad entrambi i piani, poichè i due piani sono paralleli
Quale tra i seguenti omomorfismi R^3 -> R^3 manda il piano di equazione 3x-y+z-1=0 nella retta z+y=0, -y+z-1=0	D	F(x,y,z) = (x,-x,-z-y-4x)
L'insieme delle soluzioni reali dell'equazione x^2+4xy+42-4x-2y-2=0 rappresenta	B	Una parabola
Sia ft: R^3 -> R[x]3 dove il condominio è lo spazio dei polinomi di grado minore o uguale a 3, una funzione tale che f(1,0,1)=2x+y, f(1,-2,0)=x^2, f(0,1,t)=x^2+x^3. Per quali t la funzione ft può essere un omomorfismo?	D	Per tutti, tranne per un t
Si consideri la funzione pw: R^3 -> R^3 data da pw(v) = v /\ w per un w E R^3. Qual'è l'immagine della sfera di raggio 1 centrata in (0,0,0)?	A	Cerchio di raggio ||w|| centrato in (0,0,0) nel piano perpendicolare a w

Si consideri il piano di equazione 2x-y-z=0 e sia V un vettore ortogonale ad esso. Quale di questi insiemi costituisce una base ortogonale di R^3?	E	-v U {2,2,2} U {0,1,-1}
Siano l una retta e H un piano. Quando è possibile trovare una retta R C H perpendicolare a l?	B	Sempre
Sia V uno spazio vettoriale e W un suo sottospazio. Supponiamo esistano n vettori w1, ..., wn E W, e v1, v2 E V W tali che ∑(i=1, n) piwi + pn1v1 + pn2v2 = 0. Cosa possiamo concludere su V e W?	C	Dim(V) ≥ n+2
Sia S = {(x,y,z): z = y^2} e sia p un arbitrario vettore giacente sull'asse z. Esiste un vettore q E S non nullo tale che q /\ p = 0?	B	Se e solo se p*q=0
Sia dim(V) = n. In quale dei seguenti casi non posso concludere che esiste una base vi C V tale che la matrice associata ad un omomorfismo f: V —> V rispetto a vi sia diagonale?	D	Gli autovalori di f sono tutti reali
Sia π : x-2y+z=1 e siano p0, p1, p2 tre suoi punti. Allora	C	È possibile scegliere i punti in maniera tale che i vettori p0, p1, p2 costituiscono una base di

		R^3
Sia π : x-y+z=1 e P(0,1,0). Sia S = {a in R: a = d(P,Y) con Y E π} dove d(P,Y) è la distanza euclidea tra i punti P e Y. L’estremo inferiore di S vale:	C	2/sqrt(3)