(1) $P = \{P, Z, T\}$, $C = \{A, B, C\}$

x_{yz} = N. PIATTI $y \in P$ cotti in $z \in C$
O = Orate alla griglia

(2) $\max z = 5x_1 + 4x_2$ $\qquad$ $z - 5x_1 - 4x_2 = 0$

$x_1 + 2x_2 \le 4$ $\qquad$ $x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$

$x_1 + \frac{1}{3}x_2 \le 2$ $\qquad$ $x_1 + \frac{1}{3}x_2 + x_4 = 2$

	x_1	x_2	x_3	x_4	sol.	
z	-5	-4	0	0	0	
x_3	1	2	1	0	4	$\rightarrow 4/1 = 4$
x_1 ~~x_4~~	1	1/3	0	1	2	$\rightarrow 2/1 = 2$

$\frac{\text{sol}}{\text{colonna pivot}}$

riga pivot $= \frac{\text{vecchia riga}}{\text{pivot}} = [1, \frac{1}{3}, 0, 1, 2]$

nuova riga = vecchia riga − [coeff. colonna pivot in riga · riga pivot]

$z' = [-5-(-5\cdot 1), -4-(-5\cdot \frac{1}{3}), 0, 0-(-5\cdot 1), 0-(-5\cdot 2)]$ ← coeff. −5

$[0, -\frac{7}{3}, 0, 5, 10]$

$x_3' = [1-(1\cdot 1), 2-(1\cdot \frac{1}{3}), 1-(1\cdot 0), 0-(1\cdot 1), 4-(1\cdot 2)]$ ← coeff. 1

$[0, \frac{5}{3}, 1, -1, 2]$

	x_1	x_2	x_3	x_4	sol.	
z	0	$-7/3$	0	5	10	
x_2 ~~x_3~~	0	5/3	1	-1	2	$\rightarrow 2 : \frac{5}{3} = 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$
x_1	1	1/3	0	1	2	$\rightarrow 2 : \frac{1}{3} = 2 \cdot 3 = 6$

$X_2' = [0, 1, 3/5, -3/5, 6/5]$

$z' = [0-(-7/3 \cdot 0), -7/3-(-7/3 \cdot 1), 0-(-7/3 \cdot 3/5), 5-(-7/3 \cdot -3/5),$ coeff. $-7/3$

$10-(-7/3 \cdot 6/5)] = [0, 0, 7/5, 18/5, 64/5]$

$X_1' = [1-(1/3 \cdot 0), 1/3-(1/3 \cdot 1), 0-(1/3 \cdot 3/5), 1-(1/3 \cdot -3/5),$ coeff $1/3$

$2-(1/3 \cdot 6/5)] =$

$[1, 0, -1/5, 6/5, 8/5]$

	x_1	x_2	x_3	x_4	sol.
z	0	0	$7/5$	$18/5$	$64/5$
x_2	0	1	$3/5$	$-3/5$	$6/5$
x_1	1	0	$-1/5$	$6/5$	$8/5$

sol. ott. $= 64/5$

$x_1 = 8/5$

$x_2 = 6/5$

$x_3 = 0, x_4 = 0$

2) $\min z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4$

$y_1 \rightarrow 3x_1 + x_2 = 2$

$y_2 \rightarrow x_2 + 2x_3 = 4$ $\longrightarrow$

$y_3 \rightarrow x_3 + 4x_4 = 5$

	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	3	1	0	0
y_2	0	1	2	0
y_3	0	0	1	4

$\max W: 2y_1 + 4y_2 + 5y_3$

$x_1 \rightarrow 3y_1 \leq 2$

$x_2 \rightarrow y_1 + y_2 \leq 1$

$x_3 \rightarrow 2y_2 + y_3 \leq 3$

$x_4 \rightarrow 4y_3 \leq 1$

$\left(-\frac{3}{8}, \frac{11}{8}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow$ sol. duale

Controllare quali vincoli sono attivi. Trasf. i vincoli del duale in uguaglianze, e si sostituiscono y_1, y_2, y_3 con le soluzioni del duale.

$3y_1 = 2$ (1) $2 \cdot -3/8 = 2 \Rightarrow -6/8 \neq 2$ NO ATTIVO $x_1 = 0$

$y_1 + y_2 = 1$
$2y_2 + y_3 = 3$
$4y_3 = 1$

(2) $\frac{11}{8} - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} = 1$ ATTIVO $x_2' \neq 0$

(3) $2 \cdot \frac{11}{\cancel{8}_4} + \frac{1}{4} = \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{4}_{1}} = 3$ ATTIVO $x_3' \neq 0$

(4) $\cancel{4} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} = 1$ ATTIVO $x_4' \neq 0$

Riscrivere i vincoli del primale, aggiungendo i vincoli non attivi

$$\begin{cases} \cancel{3x_1} + x_2 = 2 \\ x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_3 + 4x_4 = 5 \\ x_1 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \\ 2 + 2x_3 = 4 \\ x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 1 \end{cases}$$

$\min z = \cancel{2x_1} + x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 + 3 + 1 = 6$

(3) $\max z = 5x_1 + 4x_2$

$x_1 + 2x_2 \leq 4$
$x_1 + \frac{1}{3}x_2 \leq 2$

	x_1	x_2	s_1	s_2	sol.
z	0	0	$7/5$	$18/5$	$64/5$
x_1	0	1	$3/5$	$-3/5$	$6/5$
x_2	1	0	$-1/5$	$6/5$	$8/5$

INTERVALLI DI AMMISSIBILITÀ

Aggiungere Δ ai termini noti di ciascun vincolo

$$\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \leq 4 + \Delta \\ x_1 + \frac{1}{3}x_2 \leq 2 + \Delta \end{array} \xrightarrow{\text{slack}} \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + s_1 = 4 + \Delta \\ x_1 + \frac{1}{3}x_2 + s_2 = 2 + \Delta \end{array}$$

scriviamo $s_1 = s_1 - \Delta$, prendere i vincoli del tableau e scriverli come uguaglianze, sostituendo $s_1 = s_1 - \Delta$

$$\begin{cases} x_2 + \frac{3}{5}(s_1 - \Delta) - \frac{3}{5}s_2 = \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - \frac{1}{5}(s_1 - \Delta) + \frac{6}{5}s_2 = \frac{8}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 + \frac{3}{5}s_1 - \cancel{\frac{3}{5}\Delta} - \frac{3}{5}s_2 = \frac{6}{5} + \frac{3}{5}\Delta \\ x_1 - \frac{1}{5}s_1 + \cancel{\frac{1}{5}\Delta} + \frac{6}{5}s_2 = \frac{8}{5} - \frac{1}{5}\Delta \end{cases}$$

Il termine noto deve essere positivo affinché sia ammissibile e ottimale

$$\begin{cases} \frac{6}{5} + \frac{3}{5}\Delta \geq 0 \\ \frac{8}{5} - \frac{1}{5}\Delta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6 + 3\Delta \geq 0 \\ 8 - \Delta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \overset{-2}{\cancel{6}} \geq -\cancel{3}\Delta \\ 8 \geq \Delta \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta \geq -2 \\ \Delta \leq 8 \end{cases}$$

Adesso si fa $s_2 = s_2 - \Delta$

$$\begin{cases} x_2 + \frac{3}{5}s_1 - \frac{3}{5}(s_2 - \Delta) = \frac{6}{5} \\ x_1 - \frac{1}{5}s_1 + \frac{6}{5}(s_2 - \Delta) = \frac{8}{5} \end{cases}$$

$$x_2 + \frac{3}{5}s_1 - \frac{3}{5}s_2 + \cancel{\frac{3}{5}\Delta} = \frac{6}{5} - \frac{3}{5}\Delta$$
$$x_1 - \frac{1}{5}s_1 + \frac{6}{5}s_2 - \cancel{\frac{6}{5}\Delta} = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}\Delta$$

$$\begin{cases} \frac{6}{5} - \frac{3}{5}\Delta \geq 0 \\ \frac{8}{5} + \frac{6}{5}\Delta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6 - 3\Delta \geq 0 \\ 8 + 6\Delta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta \leq 2 \\ \Delta \geq -\frac{8}{6} \end{cases}$$

Vedere gli intervalli di x_1 e x_2

$$\max z = (5 + \Delta)x_1 + 4x_2 \qquad R_z' = R_z + \Delta \cdot R_i$$
$$\max z = 5x_1 + (4 + \Delta)x_2$$

R_i = riga dove la variabile con Δ è $=1$

x_1

$R_z' =$

	x_1	x_2	s_1	s_2	sol.
z	0	0	7/5	18/5	64/5
x_1	0	1	3/5	-3/5	6/5
x_2	1	0	-1/5	6/5	8/5

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & sol. \end{array}$$

$$\left[0,\ 0,\ \frac{7}{5}-\frac{1}{5}\Delta,\ \frac{18}{5}+\frac{6}{5}\Delta,\ \frac{64}{5}+\frac{8}{5}\Delta\right]$$

Prendere i valori di S_1 ed S_2, e verificare se sono ≥ 0 per verificare che la soluzione sia ottima

$$\begin{cases} \frac{7}{5}-\frac{1}{5}\Delta \geq 0 \\ \frac{18}{5}+\frac{6}{5}\Delta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7-\Delta \geq 0 \\ 18+6\Delta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta \leq 7 \\ \Delta \geq -3 \end{cases} \rightarrow \text{intervallo } x_1$$

x_2

$R_2' =$

	x_1	x_2	s_1	s_2	sol.
z	0	0	$7/5$	$18/5$	$64/5$
x_1	0	1	$3/5$	$-3/5$	$6/5$
x_2	1	0	$-1/5$	$6/5$	$8/5$

$$\left[0,\ 0,\ \frac{7}{5}+\frac{3}{5}\Delta,\ \frac{18}{5}-\frac{3}{5}\Delta,\ \frac{64}{5}+\frac{6}{5}\Delta\right]$$

Per verificare soluzione ottima, devono essere tutti positivi

$$\begin{cases} \frac{7}{5}+\frac{3}{5}\Delta \geq 0 \\ \frac{18}{5}-\frac{3}{5}\Delta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7+3\Delta \geq 0 \\ 18-3\Delta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta \geq -\frac{7}{3} \\ \Delta \leq 6 \end{cases}$$