0.1 Definición

Considere el conjunto S de secuencias (o strings) compuestas por símbolos 0 y 1, definido por inducción de la siguiente manera:

- 01 es una secuencia en S.
- Si u es una secuencia en S, entonces la secuencia $0u1$ está en S.
- Si u y v son secuencias en S, entonces la secuencia uv está en S.

Por ejemplo, las secuencias 0011 y 0101 están en S.

0.2 Demostración de la secuencia 00011101

Se puede demostrar que la secuencia pertenece al conjunto S usando las reglas dadas, logrando llegar a la conclusión de que es una extensión del caso base.

Dado que uv está en S, podemos usar u como 000111 y v como 01. v está en S porque es el caso base.

PDQ: u es una secuencia en S.

Dado que $0u1$ es una secuencia en S, podemos cambiar nuestro u a 0011. Podemos repetir esto, y ahora u sería 01, que es el caso base.

Con esto se demuestra que la secuencia 00011101 se encuentra en el conjunto S.

0.3 Demostración que todas las secuencias tienen igual cantidad de 0's y 1's

$\#0_u$ = Cantidad de 0 en la secuencia u

B.I.

$u = 01$

La secuencia $u \in S$.

$$\#0_u = 1 \ \wedge \ \#1_u = 1$$

$$\therefore \#0_u = \#1_u$$

H.I.

Asumimos que para $u \in S \rightarrow \#0_u = \#1_u$.

PDQ: $\#0_{uv} = \#1_{uv} \wedge \#0_{0u1} = \#1_{0u1}$

$$\#0_{0u1} = \#0_u + 1 \wedge \#1_{0u1} = \#1_u + 1$$

$$\#0_u = \#1_u$$

$$\therefore \#0_{0u1} = \#1_{0u1}$$

Ahora falta demostrar que $\#0_{uv} = \#1_{uv}$:

$$\#0_{uv} = \#0_u + \#0_v \wedge \#1_{uv} = \#1_u + \#1_v$$

$$\#0_u = \#1_u$$

Y como $v \in S$:

$$\#0_v = \#1_v$$

$$\therefore \#0_{uv} = \#1_{uv}$$

0.4 Demostración que 11010001 no está en S

Propiedad

Toda secuencia que pertenezca a S comienza por el carácter 0.

B.I

La secuencia 01 comienza por 0.

H.I

Aceptamos la propiedad como verdadera para $u \in S$.

PDQ: $0u1$ cumple y que uv también cumple.

$0u1$ comienza por 0 sin importar la secuencia u.

En uv la secuencia u cumple la propiedad, lo que significa que uv también cumple la propiedad.

Conclusión

La secuencia 11010001 no cumple esta propiedad, por tanto no pertenece al conjunto S.