IFT 6751 – Métaheuristiques en optimisation

Devoir #1

Question 1. (15 points) Dans le problème du taquin, on relaxe la contrainte qui impose qu'une tuile ne peut se déplacer que dans une case voisine. Décrire un algorithme qui permet de passer d'une configuration initiale à une configuration finale quelconque.

Question 2. (15 points) On dispose de la grille illustrée à la Figure 1(a), et qui compte des cases numérotées 1, 2 et 3. Un pion se trouve initialement sur chacune des cases, sauf la case centrale qui est vide. Au départ, il y a donc 15 pions sur des cases avec le numéro 1, 15 pions sur des cases avec le numéro 2, et 14 pions sur des cases avec le numéro 3.

Le seul mouvement autorisé pour un pion P quelconque consiste à "manger" un pion P' en sautant par dessus ce dernier, à la condition que le pion P' soit situé sur une case voisine (dans l'axe horizontal ou vertical), et que la case dans laquelle aboutit le pion P soit vide, tel qu'illustré à la Figure 1(b).

En partant de l'état initial, est-il possible d'arriver à un état final avec un seul pion restant, et localisé sur une case portant le numéro 1? Justifier votre réponse.

(a)

(b)

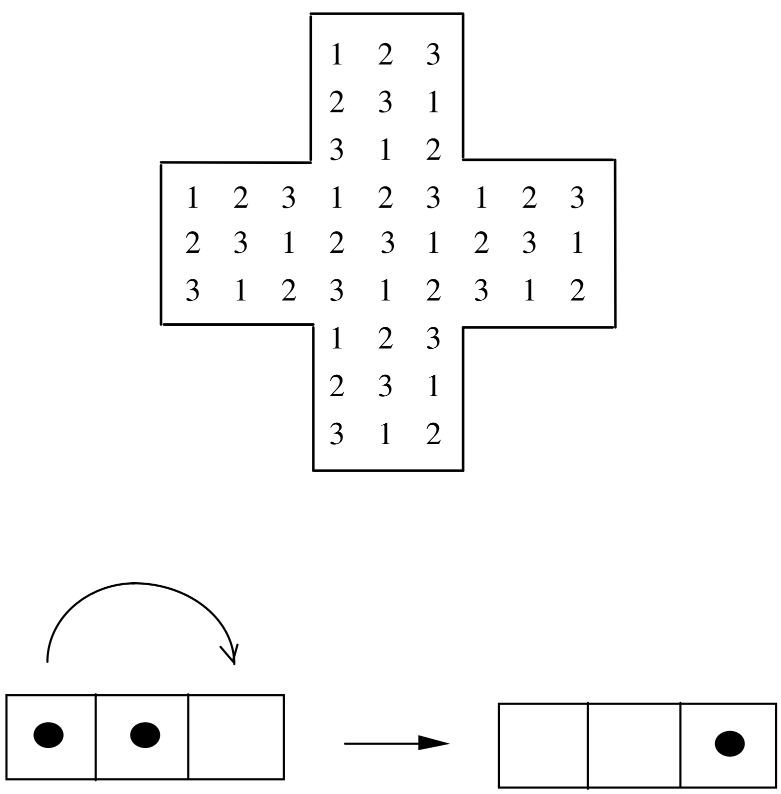

Figure 1.

Question 3. (15 points) On cherche à déterminer si le graphe à la Figure 2 contient un ensemble stable de taille 4. Pour ce faire, on définit une arborescence de recherche où les sommets correspondent à des ensembles stables et où la racine correspond à l'ensemble vide. Par ailleurs, deux stables S et S' sont reliés par un arc (S,S') lorsque $S' = S \cup \{x\}$.

Vaut-il mieux faire une recherche en profondeur ou en largeur dans cette arborescence? Justifier en construisant les portions de l'arborescence parcourues par les deux méthodes.

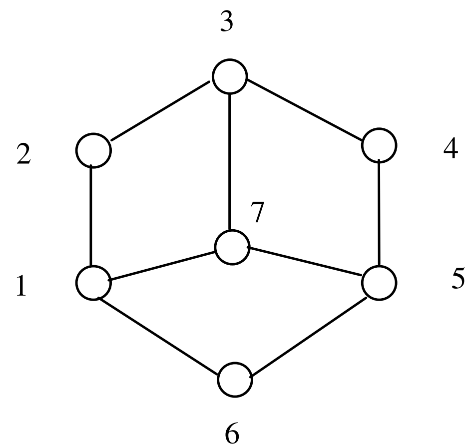

Figure 2.

Question 4. (15 points) Soit le problème de déterminer un stable de cardinalité maximale dans un graphe connexe simple et soit l'espace de recherche décrit à la Question 3. Identifier une borne supérieure (ou estimé) qui pourrait être utilisée dans le cadre d'une recherche de type A*.

Question 5. (20 points) On désire déterminer si un graphe connexe simple G = (V,E) admet une coloration en k couleurs. Pour ce faire, on considère comme espace de recherche, l'ensemble des partitions de V en k sous-ensembles non vides. Puisqu'une k-coloration de G correspond à une partition de V en k sous-ensembles stables non vides $V_1,\ldots,V_k$, on décide de minimiser la fonction $f = \Sigma_{i=1,..,k} |E(V_i)|$, où $E(V_i)$ est l'ensemble des arêtes liant deux sommets dans V_i.

Une solution s' est considérée voisine d'une solution s, si s' est obtenue en déplaçant un noeud x d'un sous-ensemble V_i à un sous-ensemble V_j ($i \neq j$) avec $|V_i| > 1$. Montrer à l'aide d'un exemple que la fonction f peut comporter des minima locaux *stricts* qui ne sont pas globaux.

Question 6. (20 points) On désire déterminer le nombre chromatique d'un graphe connexe G. Pour ce faire, on définit l'espace des solutions comme étant l'ensemble des colorations de G. On décide alors de minimiser la fonction f qui correspond au nombre de couleurs utilisées dans une coloration. Définir un voisinage de telle façon qu'une solution optimale soit accessible à partir de n'importe quelle solution initiale. Justifier votre réponse.

À remettre, le jeudi 5 Février à la période de cours (20% de la note finale)