IFT 6751- Métaheuristiques en Optimisation — Professeur: Jean-Yves Potvin

Devoir #1

Question 1. (15 points) Soit S un rectangle 20x3 et soit X l'ensemble des pentominos (5 cases connexes). En supposant que chaque pentomino peut être utilisé au plus une fois, et que les différentes orientations d'un pentomino sont toutes équivalentes, peut-on couvrir S sans aucun débordement? Justifier votre réponse.

Question 2. (15 points) On dispose de la grille illustrée à la Figure 1(a), et qui compte des cases numérotées 1, 2 et 3. Un pion se trouve initialement sur chacune des cases, sauf la case centrale qui est vide. Au départ, il y a donc 15 pions sur des cases avec le numéro 1, 15 pions sur des cases avec le numéro 2, et 14 pions sur des cases avec le numéro 3.

Le seul mouvement autorisé pour un pion P quelconque consiste à "manger" un pion P' en sautant par dessus ce dernier, à la condition que le pion P' soit situé sur une case voisine (dans l'axe horizontal ou vertical), et que la case dans laquelle aboutit le pion P soit vide, tel qu'illustré à la Figure1(b).

En partant de l'état initial, est-il possible d'arriver à un état final avec un seul pion restant, et localisé sur une case portant le numéro 1? Justifier votre réponse.

(a)

			1	2	3			
			2	3	1			
			3	1	2			
1	2	3	1	2	3	1	2	3
2	3	1	2	3	1	2	3	1
3	1	2	3	1	2	3	1	2
			1	2	3			
			2	3	1			
			3	1	2			

(b)

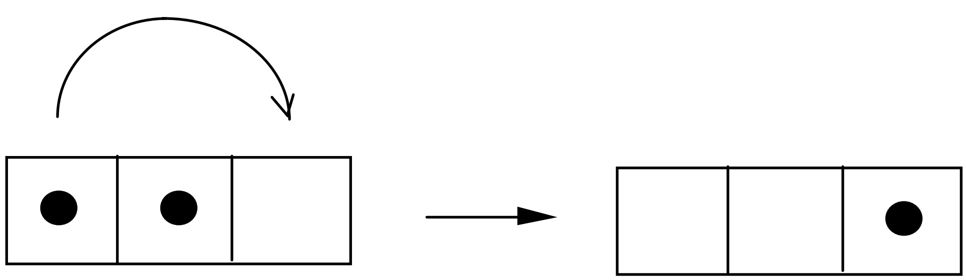

Figure 1

Question 3. (15 points). Supposons que l'on dispose d'une balance à deux plateaux et de 12 pièces de monnaie, dont l'une est fausse. Le poids de la fausse pièce est légèrement différent de celui des 11 autres pièces. Le problème consiste à définir une stratégie permettant d'identifier la fausse pièce **et** déterminer si cette dernière est plus lourde ou plus légère que les autres pièces en utilisant au plus 3 pesées, et ce, quel que soit le résultat de chacune des pesées. Bien sûr, il est possible de déposer plus d'une pièce sur chacun des plateaux de la balance.

Résoudre ce problème en utilisant le maximum de "bon sens", c'est-à-dire en évitant une énumération systématique aveugle de toutes les possibilités. Décrire le processus qui vous a mené à la solution.

Question 4. (15 points) Dans le problème du taquin, on relaxe la contrainte qui impose qu'une tuile ne peut se déplacer dans la case libre que si cette dernière lui est adjacente (horizontalement ou verticalement). Dans ce contexte, décrire un algorithme qui permet de passer d'une configuration initiale à une configuration finale quelconques.

Question 5. (10 points) On cherche à déterminer si le graphe à la Figure 2 contient un ensemble stable de taille 4. On suppose que les sommets de l'arbre de recherche correspondent à des ensembles stables, et que la racine de l'arbre correspond à l'ensemble vide. Par ailleurs, deux stables S et S' sont reliés par un arc (S,S') lorsque $S' = S \cup \{x\}$.

Vaut-il mieux faire une recherche en profondeur ou en largeur dans cet arbre? Justifier en construisant les portions de l'arbre parcourues par les deux méthodes.

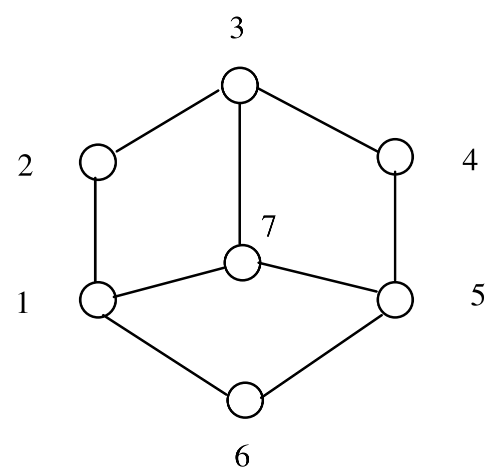

Figure 2

Question 6. (15 points) On désire déterminer si un graphe connexe simple G = (V, E) admet une coloration en k couleurs. Pour ce faire, on considère comme espace des solutions, l'ensemble des partitions de V en k sous-ensembles non vides. Puisqu'une k-coloration de G correspond à une partition de V en k sous-ensembles stables non vides $V_1,...,V_k$, on décide de minimiser la fonction $f = \Sigma_{i=1,..,k} |E(V_i)|$, où $E(V_i)$ est l'ensemble des arêtes liant deux sommets dans V_i.

Une solution s' est considérée voisine d'une solution s, si s' est obtenue en déplaçant un noeud x d'un sous-ensemble V_i à un sous-ensemble V_j ($i \neq j$) avec $|V_i| > 1$. Montrer à l'aide d'un exemple que la fonction *f* peut comporter des minima locaux *stricts* qui ne sont pas globaux.

Question 7. (15 points) On désire déterminer le nombre chromatique d'un graphe connexe G. Pour ce faire, on définit l'espace des solutions comme étant l'ensemble des colorations de G. On décide alors de minimiser la fonction *f* qui correspond au nombre de couleurs utilisées dans une coloration. Définir un voisinage de telle façon qu'une solution optimale soit accessible à partir de n'importe quelle solution initiale. Justifier votre réponse.

À remettre, le mardi 9 février (30% de la note finale)