Q2 – Lineare Algebra und Analytische Geometrie

Themen nach Erlass für 2025

- **grundlegendes Niveau (Grundkurs)**
- Q2.1 Lineare Gleichungssysteme (LGS)
- Q2.2 Orientieren und Bewegen im Raum
- Q2.3 Geraden und Ebenen im Raum
- Q2.6 Vertiefung der Analytischen Geometrie

Was ist ein Gleichungssystem und was sind seine Lösungen?

Eine **lineare Gleichung mit zwei Variablen** kann als **Geradengleichung** interpretiert werden. Die Gerade liegt in einer Ebene (Zweidimensionales Koordinatensystem $= in\ \mathbb{R}^2$).

Eine **lineare Gleichung mit drei Variablen** kann als **Ebenengleichung** verstanden werden. Die **Ebenen** liegt in einem Raum (Dreidimensionales Koordinatensystem $= in\ \mathbb{R}^3$).

- Ein lineares Gleichungssystem besteht aus mehreren linearen Gleichungen (Anzahl m), die mehrere Variablen (Anzahl n) enthalten.

$$\begin{array}{lrcrcrcr} \text{I.} & 2\cdot x & + & 1\cdot y & + & 3\cdot z & = & 1 \\ \text{II.} & 4\cdot x & + & 4\cdot y & + & 9\cdot z & = & -4 \\ \text{III.} & -2\cdot x & + & 5\cdot y & + & 3\cdot z & = & -1 \end{array}$$

- Die farbigen Faktoren nennt man Koeffizienten. Das Gleichungssystem besteht aus 3 Gleichungen mit 3 Variablen. Kurz: (3; 3)-LGS.
- Allgemein: (m; n)-LGS

x; y; z

- Die Lösungen werden als n-Tupel dargestellt: $\mathbb{L} = \{(6{,}5; 6; -6)\}$
- Allgemein: $\mathbb{L} = \{(x_1; x_2; \dots; x_n)\}$

Äquivalenzumformungen eines Gleichungssystems:

Die **Lösungsmenge eines LGS ändert sich nicht**, wenn

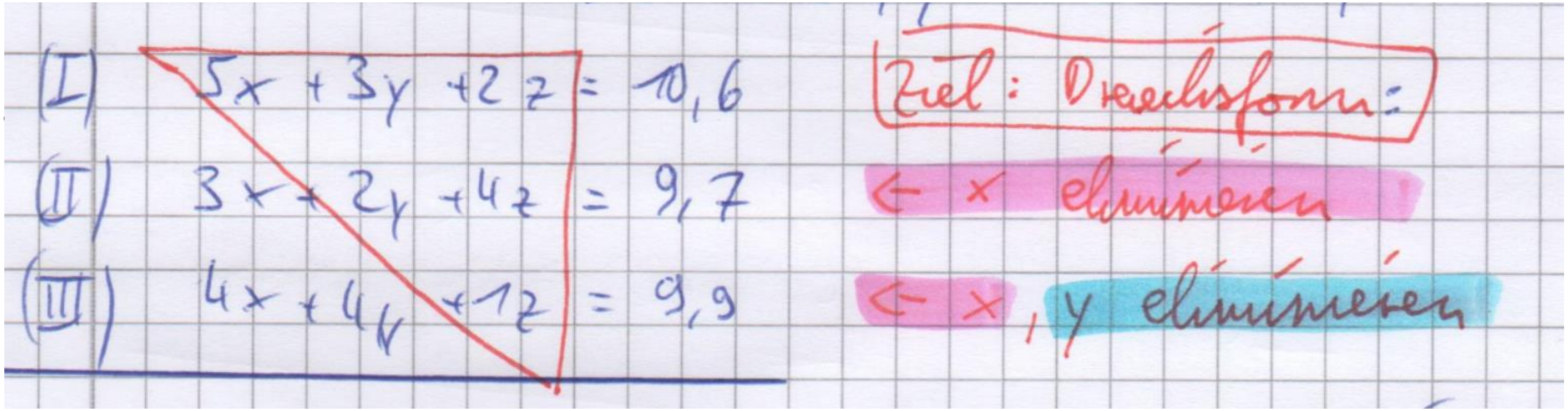
1. Zwei **Gleichungen vertauscht** werden.
2. Eine Gleichung **mit einer reellen Zahl ungleich 0 multipliziert** wird.
3. Eine Gleichung **zu einer anderen addiert** wird.

Gauß-Algorithmus

Dreiecksysteme - LGS mit drei Gleichungen systematisch lösen.

- Dreiecksystem ist das Ziel von Äquivalenzumformungen und bedeutet, dass in der 1. Gleichung (meistens) alle Variablen vorkommen, in der 2. sollen dann maximal noch zwei Variablen stehen und in der 3. nur noch eine Variable.

→ Dadurch kann man dann von unten nach oben alle drei Variablen ausrechnen.



Aufgaben zum Gauß-Algorithmus I – 75 min

- Buch S. 15/16 lesen und Wichtiges notieren.
- S. 17 Nr. 1a, c, d)
- S. 17 Nr. 2a, b, e)
- S. 17 Nr. 3a)

- HA bis Dienstag:
  - S. 18/19 lesen und wichtige Begriffe aus A. und B. erklären und ein Beispiel verkürzt notieren:
    - Unlösbares LGS
    - Nicht eindeutig lösbares LGS
    - Unterbestimmtes LGS [Ähnlichkeit zu nicht eindeutig lösbaren LGS]
    - Überbestimmtes LGS [Ähnlichkeit zu unlösbaren LGS]

Weitere Aufgaben zum Gauß-Algorithmus II – 45 min

- S . 21 Nr. 3a, d, e) und 6)