

Themen der Arbeit am 12.12.2024

- Kombinatorik (Übungen S. 72-73; TEST S. 98)
 - Zufallsversuche mit/ohne Reihenfolge und mit/ohne Zurücklegen → die drei Formeln kennen (Binomialkoeffizient)
 - Wahrscheinlichkeiten damit wie z.B. beim Lottomodell berechnen
- Bedingte Wahrscheinlichkeit (Übungen S. 76-77, S. 81, S. 84, S. 92-93; TEST S. 98)
 - Baumdiagramme / Vier-Felder-Tafeln aufstellen und damit gesuchte Wahrscheinlichkeiten ausrechnen, entweder über Wahrscheinlichkeiten oder absolute Häufigkeiten (z.B. mit Pfadregeln, Satz der totalen WK oder **Satz von Bayes**)
 - Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit prüfen → Bedeutung bedingter Ereignisse erklären
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Übungen S. 101ff.)
 - Wahrscheinlichkeitsverteilungen für Zufallsvariablen aufstellen
 - Erwartungswert, **Varianz und Standardabweichung einer Zufallsvariable berechnen**
 - Glücksspiel auf Fairness überprüfen und ggf. anpassen

6) Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeits- verteilungen

6.1) Zufallsgrößen

- Bei Glücksspielen kann man bekanntlich Gewinne machen, aber auch Verluste. Dies hängt natürlich vom Zufall ab, daher kann man auch den **Gewinn bei deinem Glücksspiel als eine Zufallsgröße** betrachten.

Beispiel: „Einswurf“

Beim Würfelspiel „Einswurf“ wird mit zwei Würfeln gleichzeitig geworfen. Der Einsatz beträgt 1 €. Man erhält 5 € Auszahlung bei zwei Einsen und 3 € bei einer Eins.

Die Größe X sei der Gewinn/Verlust in diesem Spiel.

- Welche Werte x_i kann X annehmen. Welche Würfelergebnisse gehören zu diesen Werten?
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Werte x_i von X . Zeichnen Sie ein Diagramm.
- Ist das Spiel fair?

Einsatz: 1 €

*Auszahlung: Zwei Einsen: 5 €
Eine Eins: 3 €*



6.1.1) Beispiel

Vervollständigen Sie die „Gewinntabelle“.



Einsatz: 1 €

Auszahlung: Zwei Einsen: 5 €
Eine Eins: 3 €



a) Welche Werte x_i kann X annehmen. Welche Würfelergebnisse gehören zu diesen Werten?

Augen- zahlen	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						



Die **Zufallsgröße Gewinn** wird mit X abgekürzt, x_i steht für die **möglichen Werte des Gewinns**.

Gewinn = Auszahlung - Einsatz

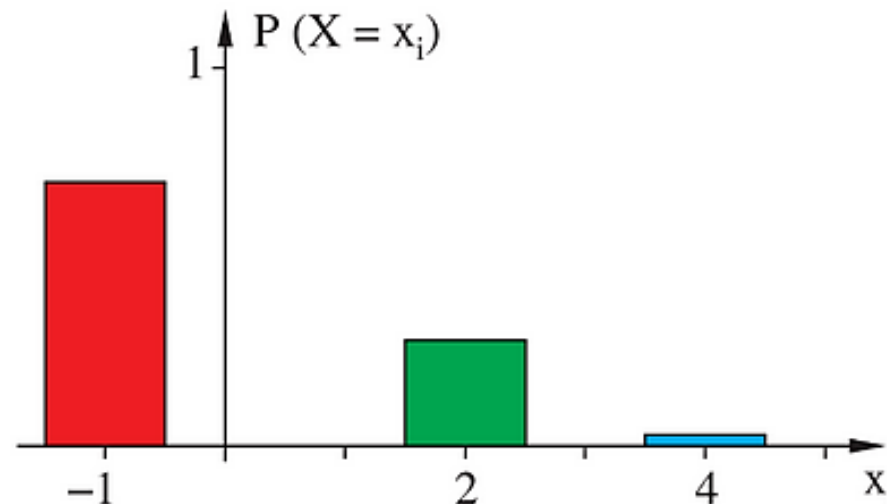
6.1.1) Beispiel

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Werte x_i von X . Zeichnen Sie ein Diagramm.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X entspricht demnach :

x_i	-1	2	4
$P(X=x_i)$	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{1}{36}$

Diese Verteilung lässt sich graphisch durch ein Verteilungsdiagramm, auch Histogramm genannt, darstellen :



6.1.2) Mathematische Definition

Definition III.1: Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße

1. Eine Größe X , die jedem Ergebnis eines Zufallsversuchs genau eine reelle Zahl zuordnet, heißt **Zufallsgröße** oder **Zufallsvariable**.
Im Beispiel oben ordnet die Zufallsgröße X (Gewinn) jedem Ergebnis den zugehörigen Gewinn zu, also eine der drei Zahlen -1 , 2 und 4 .
2. Mit $X = x_i$ wird das Ereignis bezeichnet, dessen Ergebnisse alle dazu führen, dass die Zufallsgröße X den Wert x_i annimmt.
Im Beispiel oben gibt es drei solcher Ereignisse: $X = -1$, $X = 2$ und $X = 4$.
3. Ordnet man jedem möglichen Wert x_i , den die Zufallsgröße X annehmen kann, die Wahrscheinlichkeit $P(X = x_i)$ zu, so erhält man eine Zuordnungstabelle, die man als **Wahrscheinlichkeitsverteilung** von X bezeichnet.

Ihre graphische Darstellung heißt **Histogramm** oder Verteilungsdiagramm.

c) Ist das Spiel fair?

6.1.1) Beispiel

- Annahme: man spielt 36-mal

Bei 36 Spielen :

$$4\text{€} : 1\text{mal} \hat{=} 4\text{€}$$

$$2\text{€} : 10\text{mal} \hat{=} 20\text{€}$$

$$-1\text{€} : 25\text{mal} \hat{=} -25\text{€}$$

-1€ in 36 Spielen

Bei einem Spiel also $-1\text{€} : 36 \approx -2,8\text{ ct}$

→ Das Spiel ist für den Spielenden nur wenig unfair.

- Alternativ über die **einzelnen Wahrscheinlichkeiten $P(X=x_i)$** der **Werte x_i** den **Erwartungswert** berechnen:

$$E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + x_3 \cdot P(X = x_3)$$

$$E(X) = 4 \cdot \frac{1}{36} + 2 \cdot \frac{10}{36} + (-1) \cdot \frac{25}{36} = -\frac{1}{36}$$