

## AB4: Wiederholung - Integralrechnung und Kurvenuntersuchungen

### Aufgabe 1 – e-Funktionen ableiten und integrieren

**Bestimmen** Sie die erste Ableitung der folgenden e-Funktionen und vereinfachen Sie diese soweit wie möglich.

a)  $f(x) = e^{-x}$

b)  $g(x) = e^{ax+b}$

c)  $h(x) = 2e^{-5x} + 5x^2$

**Ermitteln** Sie das unbestimmte Integral zu den gegebenen e-Funktionen.

d)  $r(x) = -e^{-x}$

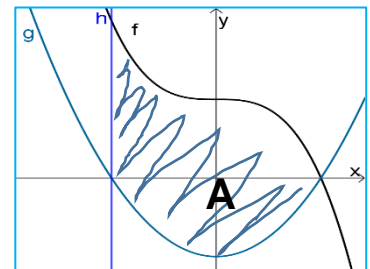
e)  $k(x) = e^{ax+b}$

f)  $n(x) = 2e^{2x}$

### Aufgabe 2 – Flächen zw. Funktionsgraphen

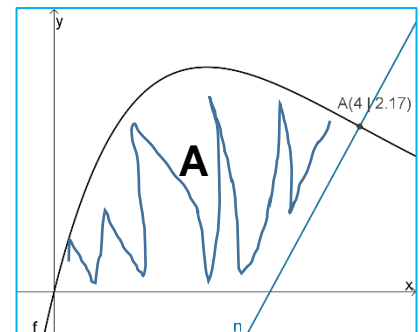
- a) Zwei Funktionen  $f(x) = 1 - x^3$  und  $g(x) = x^2 - 1$  werden links von einer senkrechten Geraden  $h$  begrenzt.

**Bestimmen** Sie die Fläche A zwischen den Graphen und dieser Geraden (siehe Abbildung rechts).



- b) Der Graph  $f(x) = 4xe^{-0,5x}$  und seine Wendennormale  $n(x) = \frac{e^2}{4}x - e^2 + \frac{16}{e^2}$  schneiden sich im Punkt A(4|2,17).

**Prüfen** Sie, ob die Fläche, die beide im 1. Quadranten einschließen, größer als 8 FE ist. Zeigen Sie zunächst, dass  $F(x) = (-8x - 16)e^{-0,5x}$  eine Stammfunktion von  $f$  ist.



### Aufgabe 3 – Produkt- und Kettenregel

**Bestimmen** Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen und vereinfachen Sie diese soweit wie möglich.

a)  $f(x) = \cos^2 x$   
 $k^2) \cdot \frac{1}{k}$

b)  $g(x) = e^{x+3} \cdot e^{-x}$

c)  $h(k) = (1 +$

**Aufgabe 4 – Kurvenuntersuchungen I**

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ .

- a) **Berechnen** Sie die Koordinaten und die Art der lokalen Extrema.
- b) **Bestimmen** Sie mögliche Wendepunkte und geben Sie an, ob es sich um links-rechts oder rechts-links gekrümmte handelt.
- c) **Ermitteln** Sie die Gleichung der Geraden, die durch die Extrema verläuft.
- d) **Prüfen** Sie, ob die Wendepunkte auf der Geraden aus Teil c) liegen.

**Aufgabe 5 – Kurvenuntersuchungen II**

Die Funktion  $d(t) = -0,006t^3 + 0,18t^2 - 1,35t + 15$  gibt die Dicke einer Eisdecke eines zugefrorenen Sees im Februar an. Die Dicke ist in Zentimeter angegeben und  $t$  in Tagen im Intervall von 0 bis 25.

- a) **Prüfen** Sie, ob in dem angegebenen Intervall Hoch- bzw. Tiefpunkte liegen, und bestimmen Sie diese.
- b) **Skizzieren** Sie den Graphen der Funktion. Ermitteln Sie dafür nicht mehr als drei weitere Punkte.
- c) **Ermitteln** Sie den Tag und die zugehörige Dicke, an dem die Dicke der Eisdecke zwischen dem 5. und dem 15. Februar am stärksten zunimmt (Tipp: die Zunahme der Dicke ist hier maximal).

**Aufgabe 6 – Kurvenuntersuchungen III**

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 4xe^{-0,5x}$

- a) **Bestimmen** Sie die Nullstellen sowie die Grenzwerte für  $x \rightarrow \pm\infty$ .
- b) **Ermitteln** Sie den Extremal- und den Wendepunkt von  $f$  sowie die Wendetangente  $t$ . [Kontrolle:  $t(x) = -\frac{4}{e^2}x + \frac{32}{e^2}$ ]
- c) **Skizzieren** Sie den Graphen von  $f$  und  $t$  für  $-1 \leq x \leq 8$ .