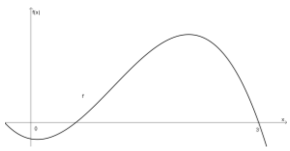
LÖSUNGEN:

AUFGABE 1

Der Anteil der eingeschlossenen Fläche des Graphen f oberhalb der x-Achse ist im gegebenen Intervall [0; 3] um 1 Einheit größer als der Anteil unter der x-Achse (Hinweis: Die Fläche kann sich auch nur oberhalb der x-Achse befinden, dann beträgt ihr Inhalt genau 1 Einheit).



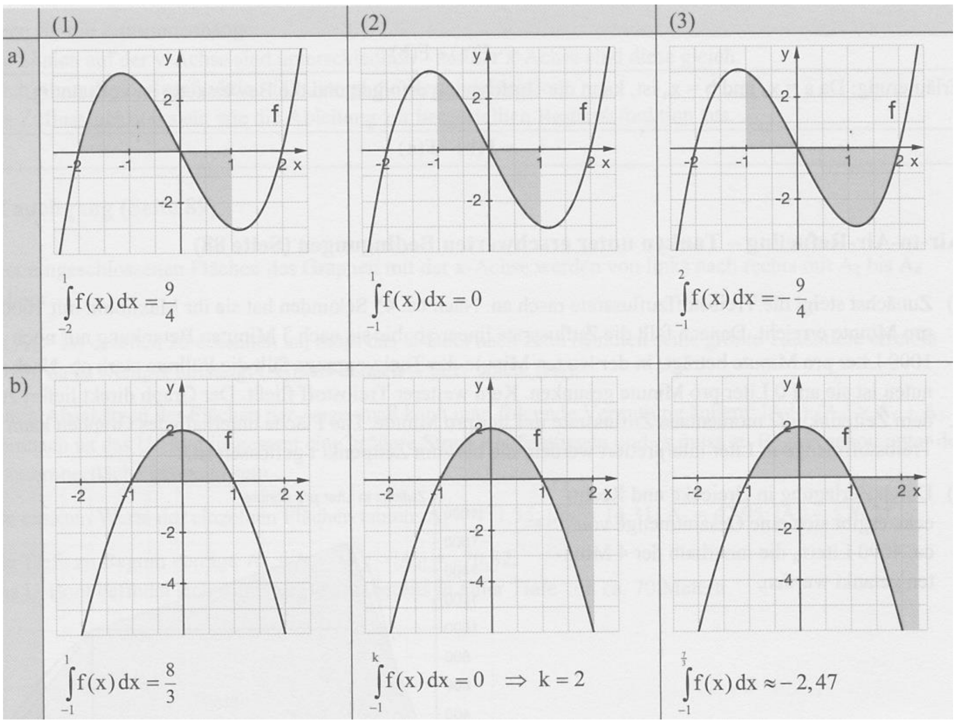
AUFGABE 2

Eine Stammfunktion lautet $F(x) = 2x^4 - x^2 + 3x$, also gilt $F(2) = 32 - 4 + 6 = 34$.
Damit ergibt sich $I_2\,(x) = F(x) - F(2) = 2x^4 - x^2 + 3x - 34$.

AUFGABE 3

Für den orientierten Flächeninhalt unter den Graphen f mit $f(x) = 2x$ in dem Intervall [1; 2] gilt : $I_1\,(2) = \int_1^2 2x\,dx = F(2) - F(1)$.

AUFGABE 4



AUFGABE 5

Anwendung des Hauptsatzes (Teil 2).

Eine Stammfunktion zu f lautet: $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}\,x^2 + 4x$. Zu berechnen ist F(6) – F(3).

Man schreibt:

$$I_3\,(6) = \int_3^6 f = [F(x)]_3^6 = \left[\frac{1}{3}\,x^3 - \frac{2}{5}\,x^2 + 4x\right]_3^6 = \left(\frac{1}{3}\,6^3 - \frac{2}{5}\,6^2 + 4\cdot 6\right) - \left(\frac{1}{3}\,3^3 - \frac{2}{5}\,3^2 + 4\cdot 3\right) = 6 - (-1{,}5) = 7{,}5$$

AUFGABE 6

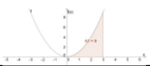
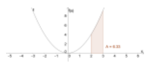
$$\int_{-5}^{5} x^5\,dx = 0$$

Der Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung. Die Flächenstücke links und rechts der y-Achse sind gleich groß. Das Integral von -5 bis 0 ist negativ und hat den gleichen Betrag wie das Integral von 0 bis 5, das aber positiv ist. Beide addieren sich zu 0.

$\int_{-2}^{2} x^2\ dx = 2 \cdot \int_{0}^{2} x^2\ dx$	Der Graph ist symmetrisch zur y-Achse. Die Flächenstücke links und rechts der y-Achse sind gleich groß. Das Integral von -2 bis 2 ist doppelt so groß wie das Integral von 0 bis 2.

AUFGABE 7

a)
A_1 sei die Fläche zwischen der Graphen f mit $f(x) = x^2$ und der x-Achse in dem Intervall [0; 3].
A_2 sei die Fläche zwischen der Graphen f mit $f(x) = x^2$ und der x-Achse in dem Intervall [0; 2].
Somit gilt für die Fläche A mit A = $\int_2^3 x^2\ dx$: **A =** $\boldsymbol{A_1 - A_2}$

b)
Der **orientierte Flächeninhalt** unter den Graphen f in dem Intervall [a; b] lässt sich mit der Differenz der Funktionswerte der Stammfunktion F von f berechnen.

AUFGABE 8

		wahr	falsch
(1)	Wenn a negativ und b positiv ist, dann hat das Integral I den Wert 0		X (gilt nur für a=-b)
(2)	Zu jedem a < 0 gibt es genau ein b, so dass I = 0 gilt	X (b = -a)	
(3)	Falls a < 0, gilt I < 0		X (gilt nur, für $\lvert a\rvert > b$)
(4)	Falls a > 0, gilt I > 0	X (f nur oberhalb der x-Achse)	
(5)	Wenn das Integral negativ ist, dann sind auch a und b negativ		X (wenn I<0, kann auch $\lvert a\rvert > b > 0$ sein, also a<0)

AUFGABE 9

F_A, F_B, F_D, F_E sind Stammfunktionen von f(x), F_C dagegen nicht. Dabei gilt nach dem Hauptsatz (Teil 1): $(F_D\ (x))' = (I_0(x))' = f(x);\quad (F_E(x))' = (I_2(x))' = f(x)$

AUFGABE 10

Aussage	Wahrheitswert	Begründung
a)	richtig	Anfangsbedingung
b)	richtig	Anfangsbedingung
c)	falsch	Gegenbeispiel: x = 2
d)	falsch	Gegenbeispiele: x = a oder x ≈ 8
e)	richtig	$d = \int_0^1 f$

AUFGABE 11

(1): $\int_a^a f = 0$; (3): Für a < b < c gilt $\int_a^c f = \int_a^b f + \int_b^c f$