Kurvenuntersuchungen und Anwendungs-aufgaben (Übungsphase)

- S. 122 Nr. 3) und 5)
- S. 125 Nr. 8) oder 9)
- S. 126 Nr. 12*)

S. 122 Nr. 3) und

3. a) Anfangsbestand: $N_0 = 1000$

Bestand nach einem Tag: $N(1) \approx 933{,}33\text{mg}$

täglicher Zerfall: $\frac{66{,}67}{1000} \approx 6{,}67\%$

b) Halbwertszeit: $T = \frac{\ln 2}{k} = 10{,}05$ ca. 10 Tage

Ausgangswert zu Beginn: 1000mg, 1% davon sind 10mg

Nach n-maliger Halbwertszeit gilt $\frac{1000}{2^n} = 10$, $\quad n = \frac{\ln 100}{\ln 2} \approx 6{,}64$

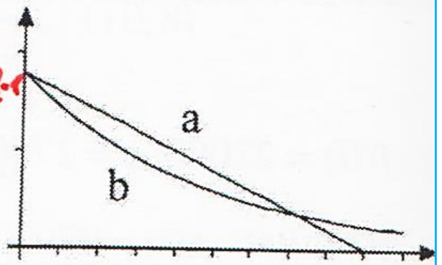
Die Probe ist nach ca. 66 Tagen ausgebrannt. Probe: $1000 \cdot e^{-0{,}069 \cdot 66} \approx 10{,}5$

Alternativ: $10 = 1000 \cdot e^{-0{,}069t}$, $\quad t \approx 66{,}7$

5. a) stündlich 0,2 Promille Abbau: $a(t) = 1{,}8 - 0{,}2 \cdot t$

b) $1{,}8 \cdot 0{,}8^t = 1{,}8 \cdot e^{\ln 0{,}8 \cdot t} = 1{,}8 \cdot e^{-0{,}2231t} = b(t)$ oder: $(1 \mid 1{,}44)$

$\Rightarrow 1{,}44 = 1{,}8 \cdot e^{-k \cdot 1}$



c) $a(6) = 0{,}6 > 0{,}5$: Nein!

d) $1{,}8 \cdot e^{-0{,}2231t} = 0{,}5$: $\quad t = \frac{\ln\frac{1{,}8}{0{,}5}}{0{,}2231} \approx 5{,}74$

Um kurz vor 6^{00} Uhr ist die Grenze erreicht.

e) $d(t) = 1{,}8 - 0{,}2 \cdot t - 1{,}8 \cdot e^{-0{,}2231t}$

$d'(t) = -0{,}2 + 0{,}4016 \cdot e^{-0{,}2231t}$, $\quad d'(t) = 0$: $\quad t = \frac{\ln\frac{0{,}2}{0{,}4016}}{-0{,}2231} \approx 3{,}12$

Nach ca. 3,12 Stunden ist der Unterschied am größten.

f) $a = b$: $\quad 1{,}8 - 0{,}2 \cdot t = 1{,}8 \cdot e^{-0{,}2231t}$

Newton-Verfahren: $x_0 = 7$, $\quad x_1 = 7 - \frac{0{,}4 - 1{,}8e^{-1{,}561}}{-0{,}2 + 0{,}4e^{-1{,}561}} \approx 7 - \frac{0{,}022}{-0{,}116} \approx 7{,}19$

Nach ca. 7,19 Stunden zeigen beide Modelle den gleichen Wert 0,362 an.

S. 125 Nr. 8) oder

8. b) $N(0) = 2$; Anfangsbestand: 2000

$G = \lim\limits_{t\to\infty} N(t) = 10$; Grenzbestand: 10000

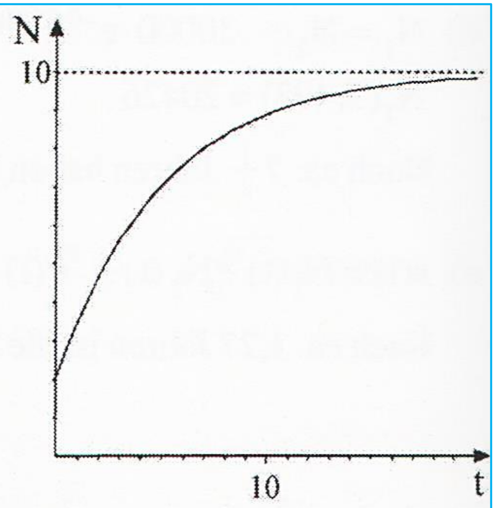
c) $N(3) = 10 - 8e^{-0,6} = 5,61$
Bestand zur Zeit $t = 3$: 5610

d) $8 = 10 - 8e^{-0,2t}$, $t = \frac{\ln\frac{2}{8}}{-0,2} \approx 6,93$

Nach ca. 7 Stunden hat sich der Anfangsbestand vervierfacht.

e) $N'(t) = 1,6e^{-0,2t}$, $N'(0) = 1,6$, $N'(10) = 1,6e^{-2} = 0,22$
Die Wachstumsgeschwindigkeit beträgt zu Beginn 1600 und nach 10 Sunden 220 Individuen pro Stunde.

a)



a)

t	0	20	40	60	80	100
W	0	393469	632121	776870	864665	917915

b) $W(50) \approx 713495\ m^3$, $W(200) \approx 993262\ m^3$

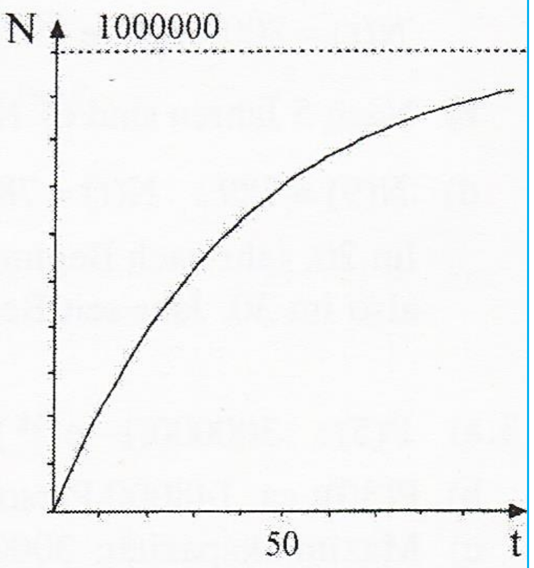
$\lim\limits_{t\to\infty} W(t) = 1000000 m^3$

c) Wegen b) kann er nicht völlig gefüllt werden.
$600000 = 1000000(1 - e^{-0,025t})$

$e^{-0,025t} = 1 - 0,6 = 0,4$, $t = \frac{\ln 0,4}{-0,025} \approx 36,65$

Nach ca. 37 Stunden ist er zur Hälfte gefüllt.

d) $W'(t) = 25000e^{-0,025t}$, $W'(20) = 15163$, $W'(0) = 25000$
Der konstante Zufluss beträgt 25000 m^3/h,
nach 20 Stunden füllt sich der See noch
mit ca. 15163 m^3/h.



S. 126 Nr. 12*)

12. a) $N'(t) = k \cdot (800 - N(t))$, $N(t) = 800 - 300 \cdot e^{kt}$

$N(3) = 800 - 300 \cdot e^{3k} = 700$, $k \approx -0{,}366$

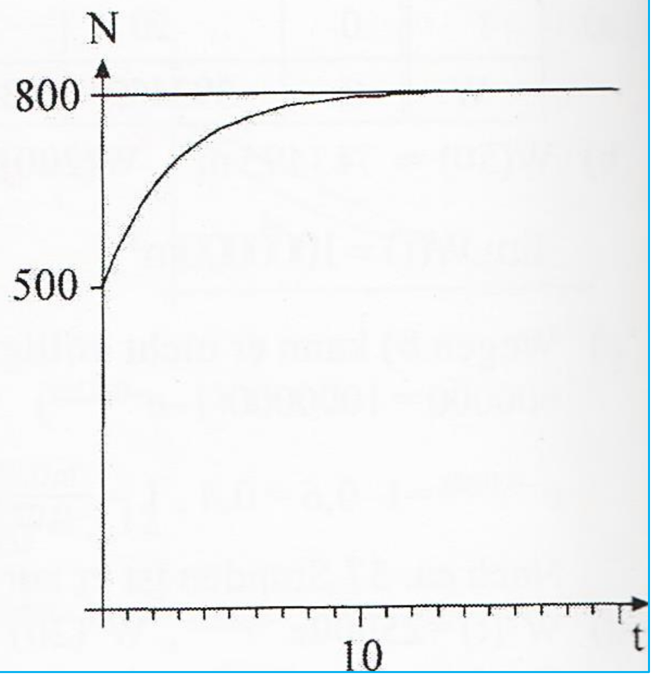
$N(t) = 800 - 300 \cdot e^{-0{,}366t}$

b) Nach 5 Jahren sind es $N(5) \approx 752$ Wölfe.

d) $N(9) \approx 789$, $N(t) = 789 \cdot 0{,}9^t = 100$, $t \approx 19{,}6$

Im 20. Jahr nach Beginn des Absinkens also im 30. Jahr seit Beobachtungsbeginn.

13. a) $P(5)$: $300000(1 - e^{-5k}) = 32135$, $k \approx 0{,}0227$



WDH AB4
Exponentielles Modellieren und Rekonstruieren von Beständen

- S. 130 Nr. 3)
- S. 134 Beispiel durchlesen sowie S. 135 Nr. 9) [Kontrollergebnis: $h(t) = 2e^{0,14t}$]
- S. 139 Nr. 3) oder 4)
- S. 142 Nr. 11) [Kontrollergebnis: $\mathrm{z}(t) = 20e^{-0,1t}$]
- Lösungen des ABs und der oberen Buchaufgaben kann auf Wunsch hochgeladen werden zur Selbstkontrolle!

- Für Interessierte: Die Radiokarbonmethode zur radioaktiven Altersbestimmung auf S. 144f.