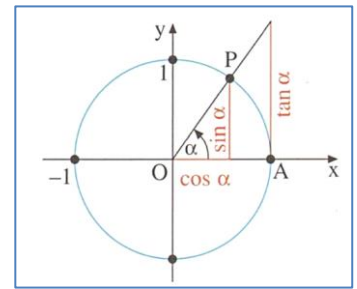


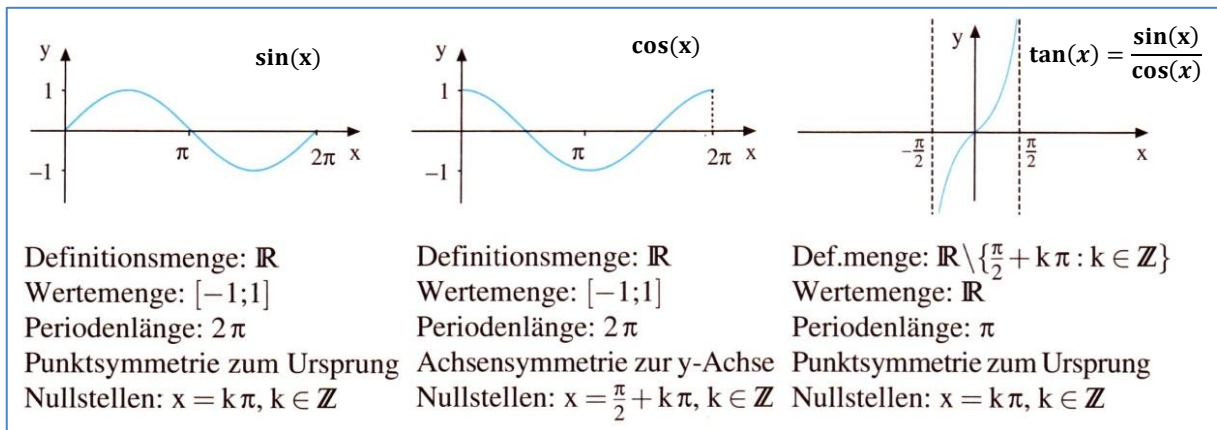
## AB1 – Trigonometrische Funktionen

Sinus, Cosinus und Tangens eines Winkels  $\alpha$  können über Strecken am Einheitskreis (Kreis mit Radius 1) definiert werden (s. Abb. rechts). Für die Größe des Winkels  $\alpha$  wird oftmals das Bogenmaß genutzt. Dieses ergibt sich aus dem Umfang des Einheitskreises. Ein voller Winkel von  $360^\circ$  entspricht somit  $2\pi$  (**Taschenrechnereinstellung beachten!**).



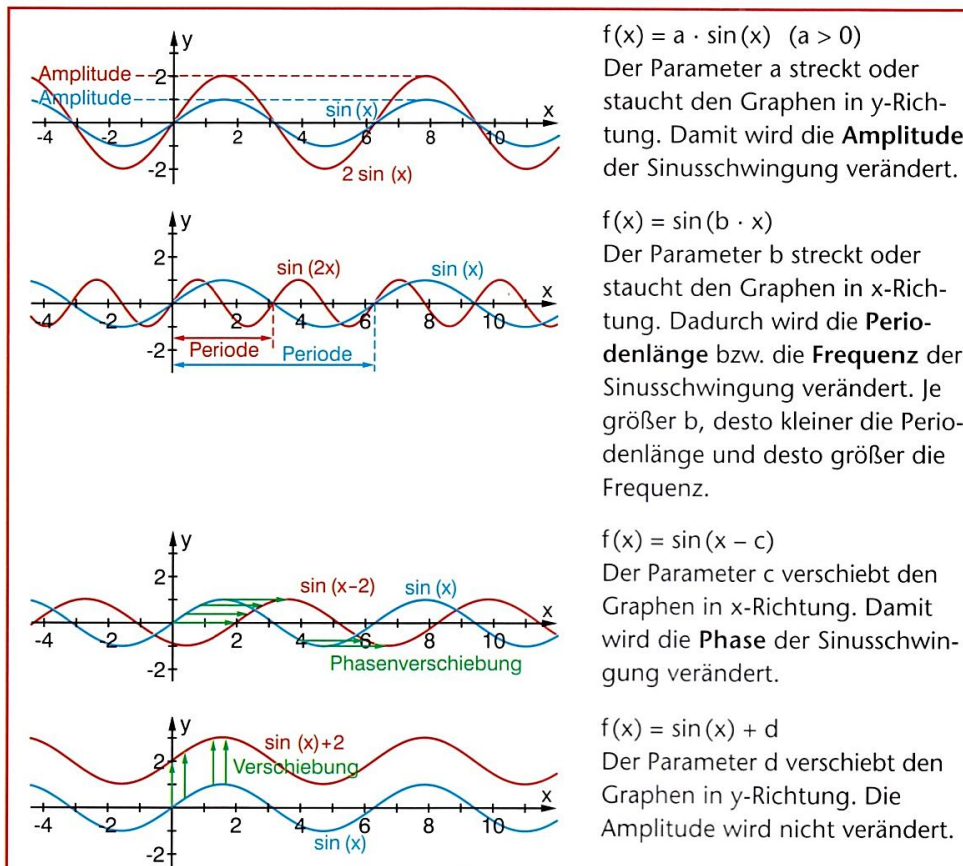
### Umrechnung: Gradmaß/Bogenmaß

$$\frac{x}{2\pi} = \frac{\alpha}{360^\circ} \quad \begin{array}{l} \alpha = \text{Gradmaß} \\ x = \text{Bogenmaß} \end{array}$$



### Anpassung der Sinus-Funktion

(die Anpassung der Cosinus-Funktion erfolgt analog)



Die **Amplitude** ist der maximale Ausschlag der „Schwingung“ nach oben oder nach unten.

Eine **Periode** ist ein „Auf-und-Ab“ der „Schwingung“.  $b$  gibt an, wie viele Perioden im Intervall  $[0; 2\pi]$  vorkommen.

Die **Periodenlänge** beträgt  $\frac{2\pi}{b}$ .

Die **Frequenz** gibt die Anzahl der Perioden pro Einheit an.

Die **Phase** bestimmt die Verschiebung des normalen Sinusgraphen auf der x-Achse.

Zu den Begrifflichkeiten: Periode: Ein vollständiger Durchlauf, bis die Wiederholung anfängt. Periodenlänge: Gibt an, wie lang eine Periode ist.

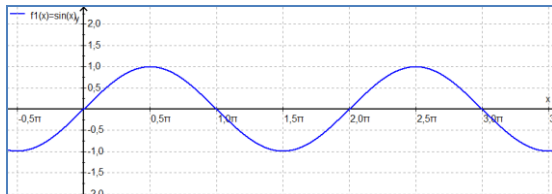
### Die allgemeine Sinusfunktion

Eine allgemeine Sinusfunktion hat die Form  $f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d$ . Die Parameter haben einen vergleichbaren Einfluss wie die bei der Scheitelpunktsform von quadratischen Funktionen.

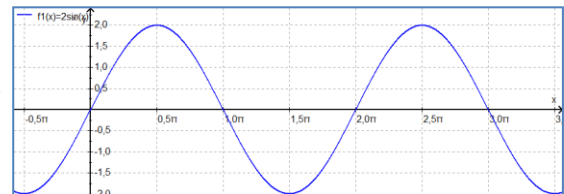
Der Einfluss der einzelnen Parameter wird im Folgenden schrittweise am Beispiel der Funktion

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) + 1 \text{ gezeigt.}$$

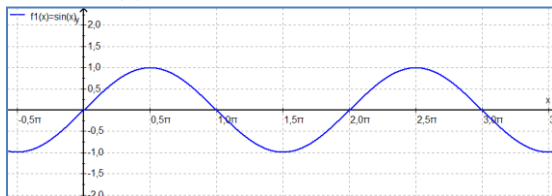
$$f(x) = \sin(x)$$



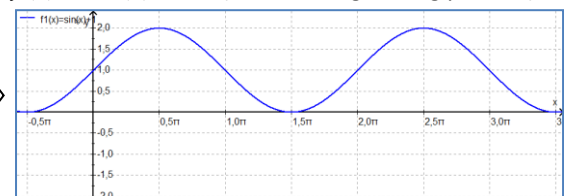
$$f(x) = 2 \cdot \sin(x) \quad (\text{Streckung entlang y-Achse})$$



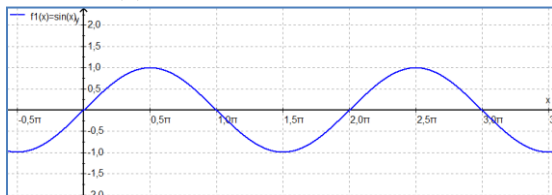
$$f(x) = \sin(x)$$



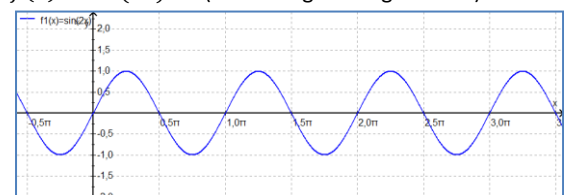
$$f(x) = \sin(x) + 1 \quad (\text{Verschiebung entlang y-Achse})$$



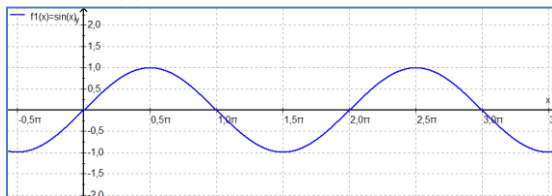
$$f(x) = \sin(x)$$



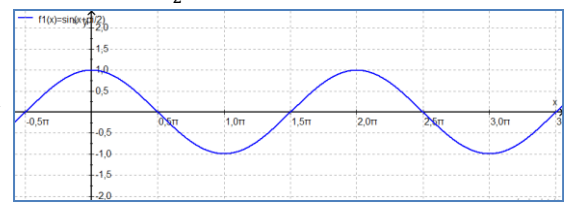
$$f(x) = \sin(2x) \quad (\text{Stauchung entlang x-Achse})$$



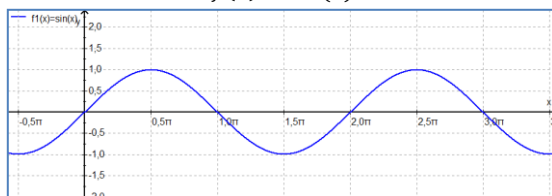
$$f(x) = \sin(x)$$



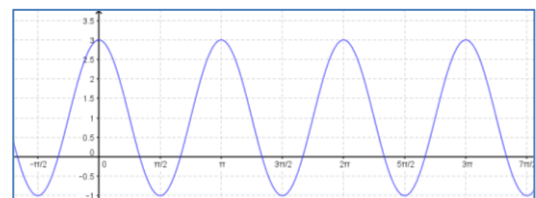
$$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{Verschiebung entlang x-Achse})$$



$$f(x) = \sin(x)$$



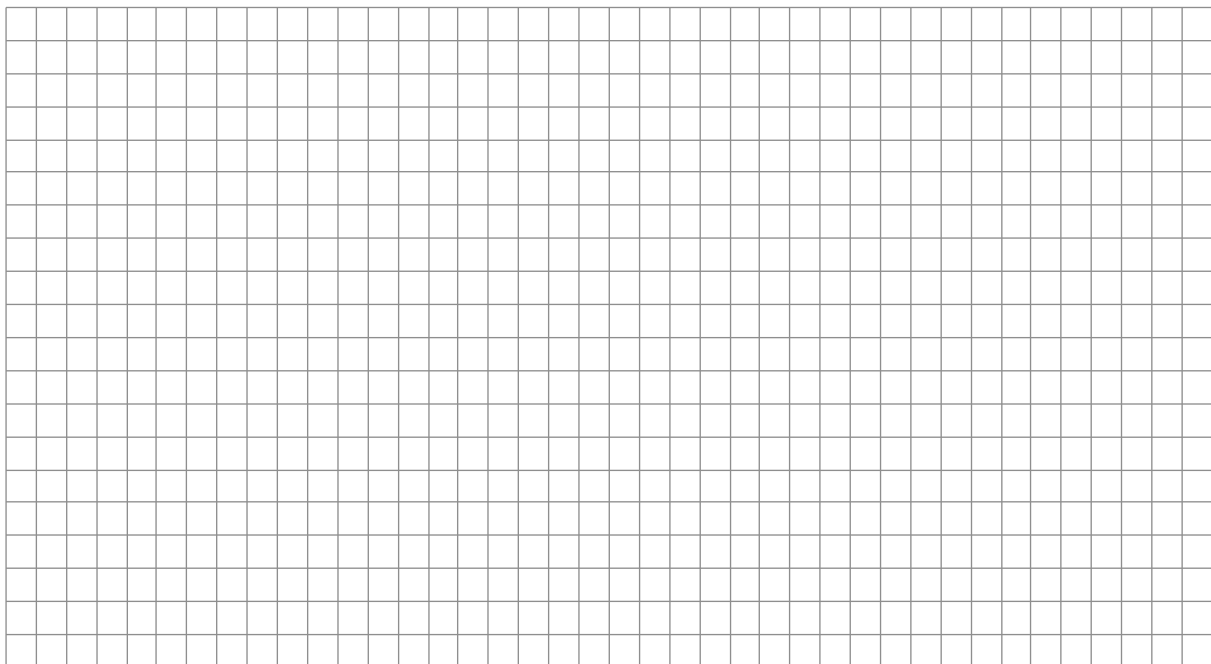
$$f(x) = 2 \sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) + 1$$



1. Wie nennt man den maximalen Ausschlag einer Sinusfunktion?
2. Welcher Parameter wirkt sich auf die Verschiebung entlang der x-Achse aus?
3. Welcher Parameter hat Auswirkungen auf die Periodenlänge?
4. Gib die Periodenlänge der Funktion  $f(x) = \sin\left(\frac{1}{4} \cdot x\right)$  an.
5. Welche der folgenden Funktionen hat ihren maximalen y-Wert bei 4 und ihren minimalen y-Wert bei 2?
  - a)  $f(x) = \sin(x) + 1$
  - b)  $f(x) = 4 \sin(x)$
  - c)  $f(x) = \sin(x) + 4$
  - d)  $f(x) = \sin(x) + 3$
  - e)  $f(x) = \sin(x) - 4$
  - f)  $f(x) = 2 \sin(x) + 2$
6. Gib eine allgemeine Formel für die x-Werte der Nullstellen, Hochpunkte und Tiefpunkte der normalen Sinus- und Cosinus-Funktion an.

	Sinus-Funktion	Kosinus-Funktion
Nullstellen		
Hochpunkte		
Tiefpunkte		

7. Zeichne je 1,5 Perioden der Funktionen  $f(x) = \sin(x)$  und  $g(x) = \cos(x)$  mit unterschiedlichen Farben in ein Koordinatensystem (x-Achse in Bogenmaß, y-Achse: 1 Einheit entsprechen 8 Kästchen).



★ Begründe, warum  $\tan(x)$  für  $(2k + 1)\frac{\pi}{2} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) nicht definiert ist.

8. Der Graph der Sinus-Funktion ist \_\_\_\_\_ symmetrisch zum \_\_\_\_\_

9. Der Graph der Cosinus-Funktion entsteht aus dem Graphen der Sinus-Funktion durch Verschiebung um \_\_\_\_\_ in x-Richtung:  $\cos(x) = \sin(x + \quad)$

10. Vervollständige die Wertetabelle.

$x$ in Gradmaß	$x$ in Bogenmaß	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$0^\circ$			
$30^\circ$			
$45^\circ$			
$60^\circ$			
	$\frac{\pi}{2}$		
$135^\circ$			
$180^\circ$			
	$\frac{3\pi}{2}$		
		0,5	
			0,5
		$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	
		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
			$\sqrt{\frac{1}{2}}$
			$\frac{\sqrt{3}}{2}$

**arcsin, arccos, arctan**  
sind Umkehrfunktionen.  
D. h. sie geben z. B. zu einem Sinuswert den dazugehörigen Winkel **im Intervall**  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  bzw. im Gradmaß  $[-90^\circ; 90^\circ]$  an. Sie heißen auf dem Taschenrechner  $\sin^{-1}$ ,  $\cos^{-1}$ ,  $\tan^{-1}$ . Gemeint ist aber nicht  $\frac{1}{\sin}$ ,  $\frac{1}{\cos}$ ,  $\frac{1}{\tan}$  sondern arcsin, arccos, arctan.

11. Für welche  $x$  gilt  $\sin(x) = \cos(x)$ ?

12. Skizziere die Funktionen  $f(x) = 3 \sin(2x)$ ,  $g(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$  und  $h(x) = 0,5 \sin(x + 2\pi)$ .

13. Ermittle die Funktionsgleichungen zu folgenden Graphen:

(es gibt mehrere Möglichkeiten!  
★ Finde weitere!)

