## Flächen zwischen Funktionsgraphen III

 Bitte wählen Sie mit Ihrem Sitznachbarn eine Aufgabe aus Aufgabenblock 1) aus, die Sie dann gemeinsam und schrittweise lösen. Zeit: 20 min

Lösungsbuch liegt zur Selbstkontrolle aus

• Block 1) S. 65 Nr. 19) bis 22)

• Block 2) S. 66 Nr. 23) bis 25)

Weitere Übungen:
Buch S. 53

Buch S. 62

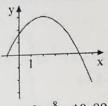
12.12.2023 Integralrechnung

12. a) 
$$A = \frac{1}{4}$$

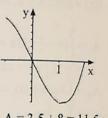
b) 
$$A = \frac{5}{3}$$

c) 
$$A = \frac{8}{3}$$

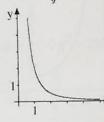
13.



b) 
$$A = \frac{7}{6} + \frac{32}{6} = \frac{13}{2}$$



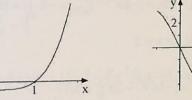
a) 
$$A = 10 + \frac{8}{9} \approx 10,89$$



$$A = \frac{7}{6} + \frac{32}{6} = \frac{13}{2}$$



c) 
$$A = 3.5 + 8 = 11.5$$



d) 
$$A = \frac{8}{5}$$

e) 
$$A = 0.30625 + 5.2 = 5.50625$$

f) 
$$A = 1,75 + 4 + 1,265625 = 7,015625$$

14. a) x = -2, x = -1, x = 2,  $A \approx 5.91$ 

b) 
$$x = -2; -1; 1; 2, A \approx 3, 26$$

c)  $x = -2;0;2, A \approx 3,90$ 

d) 
$$x = 0;3, A = 2,625$$

15.a) Nullstellen: -3, 0, 1,  $A \approx 7.33 + 0.58 + 11.39 = 19.3$ 

b) Nullstellen: -2, 1 (doppelt), A = 6.75 + 1.25 = 8

c) Nullstellen: -2, 1, 3, A = 10,667 + 2,417 = 13,084

d) Nullstellen:  $\pm 1$ , A = 6,533 + 2,933 + 53,066 = 62,532

16.  $g(x) = \frac{1}{4}(3+2x-x^2)$ ,  $G(x) = \frac{1}{4}(3x+x^2-\frac{1}{3}x^3)$ ,  $h(x) = \frac{1}{4}(x^2-9)$ ,  $H(x) = \frac{1}{4}(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{3}x^3)$ 

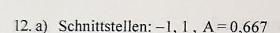
$$A = 2(G(3) - G(0) + H(0) - H(3)) = 2(\frac{9}{4} - 0 + 0 + \frac{18}{4}) = 13,5$$

62 11. a) Schnittstellen: -3; 2,  $A \approx 10.42$ 

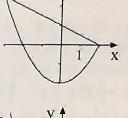
b) Schnittstellen: 0; 12, A = 144

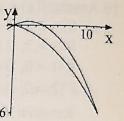
c) Schnittstellen: -2; 0 ,  $A = \frac{4}{3}$ 

d) Schnittstellen: -2; 0,  $A = \frac{1}{3}$ 



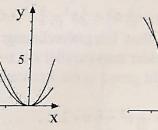
b) Integrationsstellen: -1, 1, A = 10/3





13. a) Grenzen:  $0, 1, \sqrt[3]{2}$ , A = 0.5 + 0.119 = 0.619

b)  $f(x) = x^2$ , g(x) = 2x + 2,  $h(x) = x^2 - 2x + 2$ Grenzen:  $1-\sqrt{3}$ , 0, 1, A=0.797+1=1.797



- 14. a) Schnittstellen: 0;  $\frac{1}{a}$ , für a = 0,5
  - c) Schnittstellen: 0; 2+a, für a=4
- b) Schnittstellen: -2a; a, für a = 1
- d) Schnittstellen: -a; 0; a, für a = 2

15. Grenzen: 
$$-\sqrt{\frac{1}{a}}$$
, 0,  $\sqrt{\frac{1}{a}}$ ;  $a = 4$ 

16. 
$$A_{gelb} = \frac{1}{12}$$
,  $A_{blau} = \int_{-\sqrt{a}}^{0} (x^3 - ax) dx = \frac{a^2}{4} = \frac{1}{12}$ ,  $a = \sqrt{\frac{1}{3}} \approx 0,577$ 

65 19.a) obere Parabel: 
$$f(x) = -\frac{4}{36}x^2 + 4$$
, untere Parabel:  $g(x) = \frac{5}{36}x^2 - 5$ 

b) 
$$A = 2 \int_{0}^{6} (f(x) - g(x)) dx = 2[-\frac{1}{12}x^{3} + 9x]_{0}^{6} = 72 \text{ m}^{2} \text{ beträgt die Gebäudefront.}$$

20.a) 
$$f(x) = -x + 10$$
 b)  $A = \int_{-10}^{10} (f(x) - g(x)) dx = [-\frac{5}{4000}x^4 + \frac{1}{4}x^2 + 10x]_{-10}^{10} = 200$ 

ohne Integralrechnung: Schneidet man längs der x-Achse das untere Flächenstück ab und dreht es um 180°, so kann man es am Flusslauf zu einem Dreieck zusammenfügen.

Also A = 
$$\frac{1}{2}$$
20 · 20 = 200

21.a) 
$$f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 2$$
,  $g(x) = \frac{3}{16}x^2 - 3$ 

b) 
$$A = \int_{-5}^{-4} (g(x) - f(x)) dx + 2 \int_{-4}^{0} (f(x) - g(x)) dx = \left[ \frac{5}{48} x^3 - 5x \right]_{-5}^{-4} + 2 \left[ -\frac{5}{48} x^3 + 5x \right]_{-4}^{0}$$
  
 $\approx 1,35 + 26,67 = 28,02$ 

Der Flächeninhalt des Logos beträgt ca. 28,02 dm<sup>2</sup>.

c) Fensterfläche:  $A_F = 9 \cdot 5 = 45 \text{ dm}^2$ Der Anteil Logo: Fensterfläche beträgt also ca. 62 %, d.h. ca. 31 % Lichtreduktion.

d) 
$$d(x) = f(x) - g(x) = -\frac{5}{16}x^2 + 5 = 2.5$$
,  $x = \pm \sqrt{8} \approx \pm 2.83$   
Im Bereich  $-2.83 \le x \le 2.83$  ist das Logo mindestens 25 cm hoch.  
Bzw.  $d(x) = g(x) - f(x)$ :  $-5 \le x \le -4.9$ , d.h. der letzte cm Schwanzende ebenfalls

22. a) 
$$g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 5$$
,  $h(x) = \frac{1}{2}x - 1$ 

b) 
$$A = 2\int_{0}^{2} (g(x) - f(x))dx + 2\int_{2}^{4} (g(x) - h(x))dx$$
  
=  $2[\frac{1}{20}x^{5} - \frac{5}{12}x^{3} + 5x]_{0}^{2} + 2[-\frac{1}{12}x^{3} - \frac{1}{4}x^{2} + 6x]_{2}^{4} \approx 16,53 + 8,67 = 25,2$ 

Der Flächeninhalt beträgt also ca. 25,2 ha oder 252000 m².

c) 
$$n(x) = -\frac{1}{6}x^2 + 2$$
,  $A = 2\int_0^3 (g(x) - n(x))dx + 2\int_3^4 (g(x) - h(x))dx$   
 $= 2[-\frac{1}{36}x^3 + 3x]_0^3 + 2[-\frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + 6x]_3^4 \approx 16,5 + 2,33 = 18,83$ 

Das ergibt 1883 Parzellen.