

**Bearbeiten Sie von den elf Aufgaben mindestens fünf. Wählen Sie solche Aufgaben aus, von denen Sie meinen, dass Sie deren Bearbeitung herausfordert oder Sie eine inhaltliche Klärung erreichen können.**

### AUFGABE 1 <sup>1</sup>

Interpretieren Sie die Aussage der folgenden Zeile und visualisieren Sie sie in Form einer Freihandskizze.

$$\int_0^3 f(x) dx = 1$$

### AUFGABE 2 <sup>2</sup>

Wie lautet die Integralfunktion  $I_2(x)$  zu der Berandungsfunktion  $f(x) = 8x^3 - 2x + 3$  ?

### AUFGABE 3 <sup>3</sup>

Begründen Sie das unten abgebildete Beispiel unter Verwendung des Hauptsatzes der Differential und Integralrechnung (Teil 2):

$$\int_1^2 2x dx = [x^2]_1^2 = 2^2 - 1^2$$

### AUFGABE 4 <sup>4</sup>

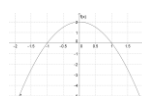
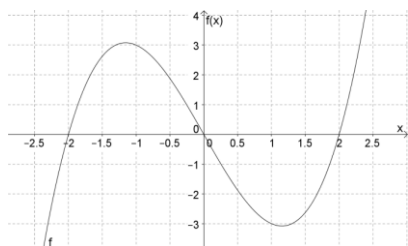
Geben Sie begründet zu den unten in a) und b) angegebenen Funktionen je ein Intervall  $[a, b]$  mit  $a < 0$  und  $b > 0$  so an, dass gilt:

$$(1) \int_a^b f(x) dx > 0 \quad (2) \int_a^b f(x) dx = 0 \quad (3) \int_a^b f(x) dx < 0$$

Skizzieren Sie die Intervalle in den folgenden Koordinatensystemen und überprüfen Sie rechnerisch.

a)  $f(x) = x^3 - 4x$

b)  $f(x) = -2x^2 + 2$



### AUFGABE 5 <sup>5</sup>

Bestimmen Sie den orientierten Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen  $f$  mit  $f(x) = x^2 - 5x + 4$  und der  $x$ -Achse in den Grenzen 3 und 6 unter Anwendung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung (Teil 2).

### AUFGABE 6 <sup>6</sup>

Erklären Sie die folgenden Ergebnisse bzw. Umformungen:

$$a) \int_{-5}^5 x^5 dx = 0 \quad b) \int_{-2}^2 x^2 dx = 2 \cdot \int_0^2 x^2 dx$$

Erstellen Sie Freihandskizzen und visualisieren Sie die Aussagen bzw. Umformungen.

<sup>1</sup> Mathematik neue Wege – Übungsmaterialien Analysis; S. 94, A. 3

<sup>2</sup> Mathematik neue Wege – Analysis II; S. 155, Beispiel D

<sup>3</sup> Calimero S II – Analysis: Methodische und didaktische Handreichung; S.71, A. 9

<sup>4</sup> Mathematik neue Wege – Übungsmaterialien Analysis; S. 86, A. 2

<sup>5</sup> Mathematik neue Wege – Analysis II; S. 155, Beispiel E

<sup>6</sup> Mathematik neue Wege – Übungsmaterialien Analysis; S. 94, A. 1

**AUFGABE 7 <sup>7</sup>**

a) Begründen Sie geometrisch anhand einer Skizze:

$$\int_2^3 x^2 dx = \int_0^3 x^2 dx - \int_0^2 x^2 dx$$

b) Begründen Sie anhand des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

**AUFGABE 8 <sup>8</sup>**

Sei  $I = \int_a^b x^3 dx$  mit  $a < b$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

		wahr	falsch
(1)	Wenn a negativ und b positiv ist, dann hat das Integral I den Wert 0		
(2)	Zu jedem $a < 0$ gibt es genau ein b, so dass $I = 0$ gilt		
(3)	Falls $a < 0$ , gilt $I < 0$		
(4)	Falls $a > 0$ , gilt $I > 0$		
(5)	Wenn das Integral negativ ist, dann sind auch a und b negativ		

**AUFGABE 9 <sup>9</sup>**

Gegeben ist der Funktionsterm  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ .

Welche der folgenden Funktionen sind Stammfunktionen von f.

$$F_A(x) = x^3 - x^2 + x; \quad F_B(x) = x^3 - x^2 + x + 7$$

$$F_C(x) = x^3 - x + 1; \quad F_D(x) = \int_0^x f; \quad F_E(x) = \int_2^x f$$

**Definition der Stammfunktion:**

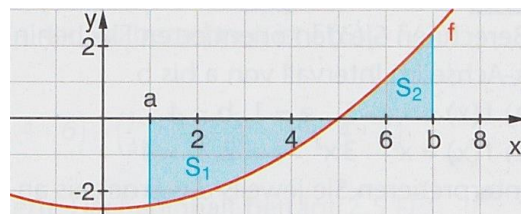
Eine Funktion F(x) heißt Stammfunktion zu f(x), wenn

$$F'(x) = f(x).$$

**AUFGABE 10 <sup>10</sup>**

Welche der Aussagen über die Integralfunktionen I zu den Berandungsfunktionen f sind richtig? Begründen Sie.

- $I_0(0) = 0$ .
- $I_a(a) = 0$ .
- $I_a(x)$  ist stets positiv.
- $I_a(x)$  ist stets ungleich 0.
- $I_1(x) = I_0(x) + d$  (d konstant)


**AUFGABE 11 <sup>11</sup>**

Übersetzen Sie die nebenstehenden Aussagen (1) und (2) in die Schreibweise mit dem Integralzeichen.

**Eigenschaften der Integralfunktion:**

- $I_a(a) = 0$
- Für  $a < b < c$  gilt:  $I_a(c) = I_a(b) + I_b(c)$

<sup>7</sup> Calimero S II – Analysis: Arbeitsmaterialien; S. 56; A. 6; Schroedel-Verlag

<sup>8</sup> Mathematik neue Wege – Übungsmaterialien Analysis; S. 85, A. 1

<sup>9</sup> Mathematik neue Wege – Analysis II; S. 155, A. 12

<sup>10</sup> Mathematik neue Wege – Analysis II; S. 153, A. 6

<sup>11</sup> Mathematik neue Wege – Analysis II; S. 153, A. 5