Widerholung zur Differentialrechnung → S. 87ff.

- HA vom letzten Mal: S. 87 Nr. 2) oder 3)

- Aufgabe für heute Teil 1: S. 88 Nr. 4) und S. 90 Nr. 6)

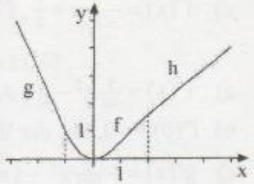
- Die Lösungen zur Selbstkontrolle finden Sie auf der nächsten Seite.

85

$f'(x) = -\frac{1}{5}(3x^2 - 8x)$

$f'(-1) = -\frac{11}{5}, \quad f(-1) = 1, \quad g(x) = -\frac{11}{5}(x+1) + 1 = -\frac{11}{5}x - \frac{6}{5}$

$f'(2) = \frac{4}{5}, \quad f(2) = \frac{8}{5}, \quad h(x) = \frac{4}{5}(x-2) + \frac{8}{5} = \frac{4}{5}x$



87

a) Extrema: $f'(x) = 0: \quad x = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}, \quad \begin{cases} f''(-\frac{2}{\sqrt{3}}) = -\sqrt{3} < 0 \Rightarrow H(-\frac{2}{\sqrt{3}} \mid \frac{4}{3\sqrt{3}}) \\ f''(\frac{2}{\sqrt{3}}) = \sqrt{3} > 0 \Rightarrow T(\frac{2}{\sqrt{3}} \mid -\frac{4}{3\sqrt{3}}) \end{cases}$

Wendepunkt: $f''(x) = 0: \quad x = 0, \quad f'''(0) = \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow R-L-WP \quad W(0|0)$

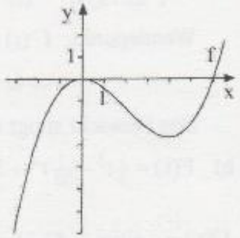
b) $f = g$ führt auf: $\frac{1}{4}x(x^2 - x - 6) = 0, \quad x = 0, \quad x = -2, \quad x = 3$

c) $A_1 = \int_{-2}^{0} (f(x) - g(x))dx = [\frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{12}x^3 - \frac{3}{4}x^2]_{-2}^{0} = \frac{4}{3}$

$A_2 = \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))dx = [-\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{12}x^3 + \frac{3}{4}x^2]_{0}^{3} = \frac{63}{16}, \quad A = A_1 + A_2 = \frac{253}{48} \approx 5{,}27$

a)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y	−6,75	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{12}$	0	$-\frac{5}{12}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{25}{12}$	0



b) Nullstellen: $\frac{1}{2}x^2(\frac{1}{6}x - 1) = 0, \quad x = 0, \quad x = 6$

$f'(x) = \frac{1}{4}x^2 - x, \quad f''(x) = \frac{1}{2}x - 1, \quad f'''(x) = \frac{1}{2}$

Extrema: $f'(x) = 0: \quad \begin{cases} x = 0, \quad f''(0) = -1 < 0 \Rightarrow H(0|0) \\ x = 4, \quad f''(4) = 1 > 0 \Rightarrow T(4 \mid -\frac{8}{3}) \end{cases}$

Wendepunkt: $f''(x) = 0: \quad x = 2, \quad f'''(2) = \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow R-L-WP \quad W(2 \mid -\frac{4}{3})$

c) $n(x) = (x-2) - \frac{4}{3} = x - \frac{10}{3}$

d) $\int_{0}^{6} f(x)dx = [\frac{1}{48}x^4 - \frac{1}{6}x^3]_{0}^{6} = -9 \Rightarrow A = 9$

88

a) $h'(t) = 60 - 10t, \; h'(0) = 60$ m/s

b) $h'(t) = 0$ gilt für $t = 6, \; h(6) = 180$
Nach 6s ist die Gipfelhöhe 180m erreicht.

c) $h'(t) = 100\frac{km}{h} = \frac{100}{3{,}6}\frac{m}{s} \approx 27{,}78\frac{m}{s}$ gilt für $t \approx 3{,}22$ s.

d) $f'(x) = 0{,}035 - 0{,}001x, \; S(35|2{,}3125), \; f'(0) = 0{,}035$
Der Abschusswinkel beträgt ca. 2°, die Maximalhöhe beträgt 2,3125m.
Die Scheibe wird in der Höhe $h(80) = 1{,}3$m getroffen.

90

5. a) $f(x) = 0$ gilt für $x = 0$ und $x = 72$, der Diskus fliegt also 72m weit.
b) $f(36) = 9$, der Diskus erreicht eine Höhe von 9m.
c) $f'(x) = -\frac{1}{72}x + \frac{1}{2}, \; f'(0) = 0{,}5$; der Abwurfwinkel beträgt ca. 26,6°.

6. a) $f'(x) = \frac{1}{48}x^2 - \frac{3}{4}$; $A(-12|-3), B(-6|3)$; mittlerer Anstieg: $m = 1$
b) $f'(0) = -0{,}75$; der Winkel im Ursprung beträgt ca. −36,9°.
c) $g'(x) = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{3}{4}$; es gilt $f'(0) = g'(0) = -\frac{3}{4}$
d) $g'(15) = 0$, d.h. g verläuft dort waagerecht.
e) $g'(x) = 0$ gilt für $x = 5$ und $x = 15$
$g''(x) = -\frac{1}{50}x + \frac{1}{5}, \quad g''(5) = \frac{1}{10} > 0 \Rightarrow T(5 \mid -\frac{5}{3})$; aber tiefste Stelle bei $x = -12, y = -$
f) Wendepunkt: $g''(x) = 0$ gilt für $x = 10$
Im Punkt $W(10 \mid -\frac{5}{6})$ ist die Steigung maximal.

AA Teil 2: Untersuchung und Integration der natürlichen Exponentialfunktionen

- A. Funktionswerte, Grenzwert und Graphen: S. 100 lesen und Ü1 bearbeiten
- B. Schnittpunkte von Graphen: S. 101 lesen und Ü2 bearbeiten
- C. Tangenten: S. 102 lesen und Ü4 bearbeiten

Es gilt:

$$\ln(e^x) = x,$$

da der natürliche Logarithmus die Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion ist.