

Auswahlentscheidung (Prüfungsteil 1)

Aus den Wahlaufgaben zu Niveau 1 (Aufgabe 4, 5 und 6) und Niveau 2 (Aufgabe 7, 8 und 9) muss **jeweils eine** Aufgabe durch Ankreuzen ausgewählt werden. Nur die ausgewählten Wahlaufgaben (und die Pflichtaufgaben) werden bewertet.

Ich wähle verbindlich aus:

Niveau 1: ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 (ein Kreuz)

Niveau 2: ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 (ein Kreuz)

Unterschrift des Prüflings: _____

Pflichtaufgaben – Niveau 1**1 Analysis (Pflichtaufgabe – Niveau 1)**

Die Abbildung im Material zeigt den Graphen der in \mathbb{R} definierten Funktion $f: x \mapsto x^4 - 4x^3$.

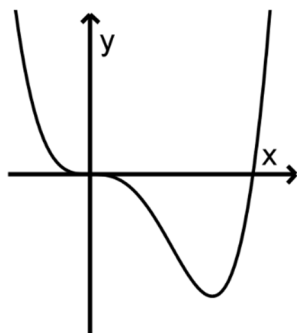
1.1 Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_0^1 f(x) dx$.

(2 BE)

1.2 Beurteilen Sie, ob die folgende Aussage richtig ist:

Für die Abbildung wurde eine Längeneinheit auf der x-Achse ebenso groß gewählt wie auf der y-Achse.

(3 BE)

Material

(LA23HT)

2 Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Pflichtaufgabe – Niveau 1)

Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$ sowie die Gerade h durch die Punkte $A(4|0|0)$ und $B(5|1|b)$ mit einer reellen Zahl b .

2.1 Begründen Sie, dass A nicht auf g liegt.

(1 BE)

2.2 Die Geraden g und h haben einen gemeinsamen Punkt. Ermitteln Sie den Wert von b .

(4 BE)

(LA23HT)

3 Stochastik (Pflichtaufgabe – Niveau 1)

In einer Grundschule sind 60 Mädchen und 40 Jungen. Bei einer Befragung aller Mädchen und Jungen geben von den Mädchen 50 an, gerne Ballspiele im Sportunterricht zu spielen. Von den Jungen geben 5 an, nicht gerne Ballspiele im Sportunterricht zu spielen.

Betrachtet werden die Ereignisse:

M: Das befragte Kind ist ein Mädchen.

B: Das befragte Kind gibt an, gerne Ballspiele im Sportunterricht zu spielen.

3.1 Stellen Sie den Sachverhalt in einer Vierfeldertafel dar.

(3 BE)

3.2 Zeigen Sie, dass $P_M(B) < P_{\bar{M}}(B)$ gilt.

(2 BE)

(LA23HT)

Wahlaufgaben – Niveau 1

Wählen Sie **eine** der drei folgenden Wahlaufgaben 4, 5 und 6 aus.

4 Analysis (Wahlaufgabe – Niveau 1)

Gegeben sind die Funktionen f und g mit

$$f(x) = x \cdot (x-3)^2 \quad \text{und} \quad g(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x.$$

4.1 Die Abbildung im Material zeigt den Graphen von f .

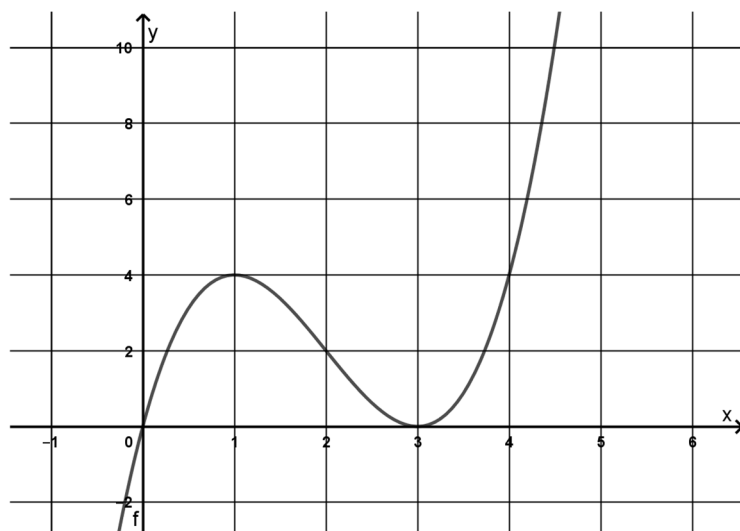
Zeigen Sie, dass $g(x) = 2 \cdot f(x)$ gilt.

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion g in das Koordinatensystem im Material.

(3 BE)

4.2 Begründen Sie, dass die Funktionen f und g die gleichen Extrem- und Wendestellen haben.

(2 BE)

Material

(LA23NT)

5 Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Wahlaufgabe – Niveau 1)

Gegeben sind die Ebene E mit $E: x + 2y + z = 0$ sowie die Punkte $P(-2|-1|4)$ und $Q(0|3|6)$.

5.1 Zeigen Sie, dass der Punkt P in der Ebene E liegt, der Punkt Q aber nicht.

(1 BE)

5.2 Zeigen Sie, dass die Gerade durch P und Q orthogonal zu E verläuft.

Berechnen Sie den Abstand des Punktes Q von der Ebene E .

(4 BE)

(LA23NT)

6 Stochastik (Wahlaufgabe – Niveau 1)

Das im Material abgebildete Glücksrad hat 5 gleich große Sektoren, von denen zwei die Zahl 1 und zwei die Zahl 2 tragen. Ein Sektor trägt die Zahl 0.

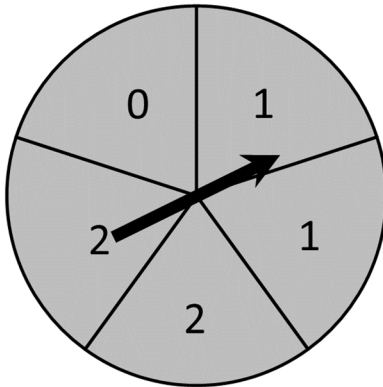
Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Die Spielerin erhält das Produkt der gedrehten Zahlen in € als Auszahlung.

- 6.1 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X: Auszahlung in €.

(3 BE)

- 6.2 Das Spiel soll fair sein. Geben Sie einen Term an, mit welchem der zu fordernde Einsatz pro Spiel ermittelt werden kann.

(2 BE)

Material

(LA23NT)

Wahlaufgaben – Niveau 2

Wählen Sie **eine** der drei folgenden Wahlaufgaben 7, 8 und 9 aus.

7 Analysis (Wahlaufgabe – Niveau 2)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^2$.

Berechnen Sie diejenige reelle Zahl m (mit $m > 0$), für die der Graph von f und die Gerade mit der Gleichung $y = -m \cdot x$ eine Fläche mit dem Inhalt 36 einschließen.

(5 BE)

(LA22SfE)

8 Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Wahlaufgabe – Niveau 2)

Die Positionen zweier hier vereinfachend als punktförmig angenommener Rettungshubschrauber 1 und 2 können während ihrer gleichzeitig stattfindenden Flüge im Zeitraum $0 \leq t \leq 4$ durch die Koordinaten $H_1(2t + 4 | 2t + 5 | 0,3)$ und $H_2(3t + 4 | 2t + 2 | 0,3)$ beschrieben werden, wobei eine Längeneinheit 1 km entspricht und t die Zeit in Minuten angibt.

- 8.1 Die beiden Rettungshubschrauber bewegen sich im betrachteten Zeitraum auf geradlinigen Flugrouten. Geben Sie die entsprechende Geradengleichung für Hubschrauber 1 an.

(1 BE)

- 8.2 Leiten Sie die Formel $d = \sqrt{t^2 + 9}$ für den Abstand der beiden Hubschrauber in Abhängigkeit von der Zeit t her.

(2 BE)

- 8.3 Begründen Sie mithilfe der Formel aus Aufgabe 4.2 ohne weitere Rechnung, zu welchem Zeitpunkt der Abstand der beiden Hubschrauber im betrachteten Zeitraum maximal ist.

(2 BE)

(LA23NT)

9 Stochastik (Wahlaufgabe – Niveau 2)

Zwei Tetraeder, deren vier Seiten jeweils mit den Zahlen 1 bis 4 beschriftet sind, werden geworfen (Material). Betrachtet werden die Ereignisse:

A: Die Summe der Augenzahlen ist gerade.

B: Das Produkt der Augenzahlen ist größer als 4.

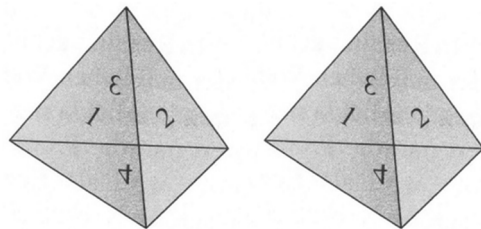
9.1 Bestimmen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$P(A)$, $P(B)$ und $P(A \cap B)$

(3 BE)

9.2 Zeigen Sie, dass für die Wahrscheinlichkeit $P(A \cup B)$ der oben genannten Ereignisse A und B die Formel $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ gilt.

(2 BE)

Material

(LA23HT)