

ESERCIZIO 1

Si trasformi la seguente frase della logica dei predicati del primo ordine nella forma a clausole:

"Le case grandi richiedono un grosso lavoro a meno che non abbiano una persona addetta alle pulizie e non abbiano il giardino".

$\forall H \text{ big}(H) \wedge \text{house}(H) \rightarrow \text{work}(H) \vee \{\exists M \text{ cleans}(M,H) \text{ and not } \exists G \text{ garden}(G,H)\}$

Si discuta inoltre se sarebbe possibile trasformarla in clausole di Horn e si motivi la risposta.

Soluzione

1) Elimino le implicazioni: $A \rightarrow B$ equivale a $\text{not } A \vee B$

$\forall H \text{ not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \{\exists M \text{ cleans}(M,H) \wedge \text{not } \exists G \text{ garden}(G,H)\}$

2) Riduzione del connettivo not a soli atomi e non più a formule composte

$\forall H \text{ not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \{\exists M \text{ cleans}(M,H) \wedge \forall G \text{ not garden}(G,H)\}$

3) Spostamento dei quantificatori in testa alla formula

$\forall H \exists M \forall G \text{ not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \{\text{cleans}(M,H) \wedge \text{not garden}(G,H)\}$

4) Forma prenessa congiuntiva (congiunzione di disgiunzioni)

$$\forall H \exists M \forall G \ ((\text{not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{cleans}(M,H)) \wedge (\text{not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{not garden}(G,H)))$$

5) Skolemizzazione

$$\forall H \forall G \ ((\text{not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{cleans}(f(H),H)) \wedge (\text{not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{not garden}(G,H)))$$

Forma a clausole

$\text{not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{cleans}(f(H),H)$

$\text{not big}(H) \vee \text{not house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{not garden}(G,H)$

La frase non può essere trasformata in clausole di Horn a causa dei letterali positivi: infatti la prima clausola contiene due letterali positivi, mentre le clausole di Horn ne contengono al più uno.

ESERCIZIO 2

Si assumano i seguenti fatti:

- A Simone piacciono soltanto i corsi facili;
- I corsi di scienze sono difficili;
- Tutti i corsi del dipartimento di Intelligenza Artificiale sono facili;
- BK301 è un corso di Intelligenza Artificiale.

Si usi la risoluzione per rispondere alla domanda:
Quale corso piace a Simone?

Formule logiche

$\forall X, \forall Y \text{ corso}(Y,X), \text{facile}(X) \rightarrow \text{piace}(\text{simone},X)$

$\forall X \text{ corso}(\text{scienze}, X) \rightarrow \text{not facile}(X)$

$\forall X \text{ corso}(\text{ai}, X) \rightarrow \text{facile}(X)$
 $\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301}).$

Goal G: $\exists X \text{ piace}(\text{simone},X), \text{corso}(Y,X)$

Forma a clausole

Gneg: $\text{not piace}(\text{simone},X) \vee \text{not corso}(Y,X)$

C1: $\text{piace}(\text{simone},X) \vee \text{not corso}(Y,X) \vee \text{not facile}(X)$

C2: $\text{not facile}(X) \vee \text{not corso}(\text{scienze},X)$

C3: $\text{facile}(X) \vee \text{not corso}(\text{ai},X)$

C4: $\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301})$

Risoluzione

C5 = G e C4 : $\text{not piace}(\text{simone}, \text{bk301}) \text{ X/bk301 Y/ai}$

C6 = C3 e C4: $\text{facile}(\text{bk301})$

C7 = C1 e C5: $\text{not corso}(Y, \text{bk301}) \vee \text{not facile}(\text{bk301})$

C8 = C6 e C7: $\text{not corso}(Y, \text{bk301})$

C9 = C8 e C4: contraddizione

ESERCIZIO 3

Si considerino le seguenti informazioni:

- Gli animali possono superare nella corsa ogni animale che mangiano;
- I carnivori mangiano ogni animale non carnivoro;
- La proprietà di superare nella corsa è transitiva: Se X può superare Y e Y può superare Z, allora X può superare Z;
- I leoni mangiano le zebre;
- Le zebre superano in corsa i cani;
- I leoni sono carnivori.

Si usi la risoluzione per trovare gli animali che i leoni possono superare in corsa.

Formule logiche

$\forall X \forall Y \text{mangia}(X,Y) \rightarrow \text{supera}(X,Y)$

$\forall X \forall Y \text{carnivoro}(X), \text{not carnivoro}(Y) \rightarrow \text{mangia}(X,Y)$

$\forall X \forall Y \forall Z \text{supera}(X,Y), \text{supera}(Y,Z) \rightarrow \text{supera}(X,Z)$

$\text{mangia}(\text{leone}, \text{zebra})$

$\text{supera}(\text{zebra}, \text{cane})$

$\text{carnivoro}(\text{leone})$

Goal G: $\exists X \text{supera}(\text{leone}, X)$

Forma a clausole:

Gneg not $\text{supera}(\text{leone}, X)$

C1: not $\text{mangia}(X, Y) \vee \text{supera}(X, Y)$

C2: not $\text{carnivoro}(X) \vee \text{carnivoro}(Y) \vee \text{mangia}(X, Y)$

C3: not $\text{supera}(X, Y) \vee \text{not supera}(Y, Z) \vee \text{supera}(X, Z)$

C4: $\text{mangia}(\text{leone}, \text{zebra})$

C5: $\text{supera}(\text{zebra}, \text{cane})$

C6: $\text{carnivoro}(\text{leone})$

Risoluzione

I Soluzione

$C7 = G_{neg}$ e $C1$: not mangia(leone,X)

$C8 = C7$ e $C4$: X/zebra contraddizione (dimostrato)

II Soluzione

$C7 = C1$ e $C4$: supera(leone,zebra)

$C8 = C3$ e $C7$: not supera(zebra,Z) \vee supera(leone,Z)

$C9 = C8$ e $C5$: supera(leone,cane)

$C10 = C9$ e G_{neg} : X/cane contraddizione (dimostrato)

ESERCIZIO 4

Si considerino le frasi seguenti:

- A Gianni piacciono tutti i tipi di cibo;
- Le mele sono un cibo;
- Il pollo è un cibo;
- Tutto quello che si mangia senza esserne uccisi è un cibo;
- Paolo mangia noccioline ed è ancora vivo;
- Susanna mangia tutto ciò che mangia Paolo.

Si utilizzi la risoluzione per dimostrare che a Gianni piacciono le noccioline e per rispondere alla domanda "Che cibo mangia Susanna?".

Formule logiche

$\forall X (\text{cibo}(X) \rightarrow \text{piace}(X, \text{gianni}))$

$\text{cibo}(\text{mele})$

$\text{cibo}(\text{pollo})$

$\forall X \forall Y (\text{mangia}(Y, X), \text{not uccide}(X, Y) \rightarrow \text{cibo}(X))$

$\text{mangia}(\text{paolo}, \text{nocciol}), \text{not uccide}(\text{nocciol}, \text{paolo})$

$\forall X (\text{mangia}(\text{paolo}, X) \rightarrow \text{mangia}(\text{susanna}, X)).$

Forma a clausole

C1: $\text{not cibo}(X) \vee \text{piace}(X, \text{gianni})$

C2: $\text{cibo}(\text{mele})$

C3: $\text{cibo}(\text{pollo})$

C4: $\text{not mangia}(Y, X) \vee \text{uccide}(X, Y) \vee \text{cibo}(X)$

C5: $\text{mangia}(\text{paolo}, \text{nocciol})$

C6: $\text{not uccide}(\text{nocciol}, \text{paolo})$

C7: $\text{not mangia}(\text{paolo}, X) \vee \text{mangia}(\text{susanna}, X).$

Risoluzione

1) A Gianni piacciono le noccioline ?

G1: $\text{piace}(\text{nocciol}, \text{gianni})$

G1neg: $\text{not piace}(\text{nocciol}, \text{gianni})$

C8=G1neg e C1: $\text{not cibo}(\text{nocciol})$

C9=C8 e C4: $\text{not mangia}(Y, \text{nocciol}) \vee \text{uccide}(\text{nocciol}, Y)$

C10=C9 e C5: $\text{uccide}(\text{nocciol}, \text{paolo})$

C11=C10 e C6: clausola vuota

2) Che cibo mangia Susanna?

G2: $\exists X (\text{cibo}(X), \text{mangia}(\text{susanna}, X))$

G2neg : $\text{not cibo}(X) \vee \text{not mangia}(\text{susanna}, X)$

C8 = G2 e C7 : $\text{not cibo}(X) \vee \text{not mangia}(\text{paolo}, X)$

C9 = C8 e C5 : $\text{not cibo}(\text{nocciol}) \{X/\text{nocciol}\}$

C10=C9 e C4 $\text{not mangia}(Y, \text{nocciol}) \vee \text{uccide}(\text{nocciol}, Y)$

C11 = C10 e C5: $\text{uccide}(\text{nocciol}, \text{paolo})$

C12 = C11 e C6: clausola vuota

ESERCIZIO 5

Se lancio una moneta in aria e viene testa ho vinto io, se viene croce tu hai perso.

Si rappresentino queste frasi in logica dei predicati e si utilizzi la risoluzione per dimostrare che io vinco sempre.

Mostriamo due soluzioni alternative per risolvere l'esercizio:

1) goal G: vinco(io)

Formule logiche

lancio(testa) \rightarrow vinco(io)

lancio(croce) \rightarrow perdi(tu)

lancio(testa) ex-or lancio(croce)

perdi(tu) \leftrightarrow vinco(io)

NB: a ex-or b si può esprimere come
(not a \vee not b) and (a \vee b)

Forma a clausole

C1: not lancio(testa) \vee vinco(io)

C2: not lancio(croce) \vee perdi(tu)

C3: not lancio(testa) \vee not lancio(croce)

C4: lancio(testa) \vee lancio(croce)

C5: not perdi(tu) \vee vinco(io)

C6: not vinco(io) \vee perdi(tu)

Risoluzione

goal negato: Gneg: not vinco(io)

C7=G e C1: not lancio(testa)

C8= C7 e C4: lancio(croce)

C9= C8 e C2: perdi(tu)

C10= C9 e C5: vinco(io)

C9 e G: clausola vuota.

2) goal: vinco(testa), vinco(croce)

Formule logiche

vinco(testa)

perdi(croce)

$\text{perdi}(X) \leftrightarrow \text{vinco}(X)$

Forma a clausole

C1: vinco(testa)

C2: perdi(croce)

C3: $\text{vinco}(X) \vee \text{not } \text{perdi}(X)$

C4: $\text{not } \text{vinco}(X) \vee \text{perdi}(X)$

Risoluzione

Gneg: $\text{not } \text{vinco}(\text{testa}) \vee \text{not } \text{vinco}(\text{croce})$

C5 = Gneg e C1: $\text{not } \text{vinco}(\text{croce})$

C6 = C5 e C3: $\text{not } \text{perdi}(\text{croce})$ con X/croce

C7 = C6 e C2: clausola vuota

Nel secondo caso parte della conoscenza è espressa nel goal e quindi la risoluzione è più semplice. In realtà, è più corretto esprimere la conoscenza sotto forma di fatti e regole quindi la prima soluzione è preferibile.

ESERCIZIO 6

Un mondo a blocchi è descritto dalla situazione seguente:

ontable(a)

ontable(c)

on(d,c)

on(b,a)

heavy(b)

clear(e)

clear(d)

heavy(d)

wooden(b)

on(e,b)

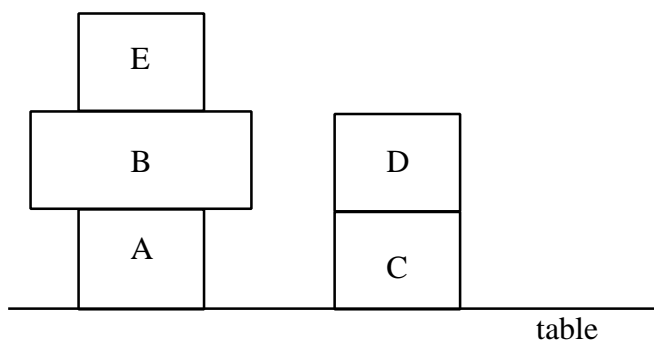
Si mostri graficamente la situazione così descritta.

Le seguenti frasi provvedono una conoscenza generale su questo mondo a blocchi:

- Ogni grande blocco blu è su un blocco verde.
- Ogni blocco pesante (heavy) e fatto di legno (wooden) è grande.
- Tutti i blocchi senza nessun blocco sopra (clear) sono blu.
- Tutti i blocchi fatti di legno (wooden) sono blu.

Si rappresentino queste frasi in logica dei predicati e si utilizzi la risoluzione per rispondere alla domanda:

"Quale blocco è sopra un blocco verde?".



Formule logiche

F1: $\forall X, \exists Y \text{ grande}(X), \text{ blu}(X) \rightarrow \text{ on}(X,Y), \text{ verde}(Y)$

F2: $\forall X, \text{ heavy}(X), \text{ wooden}(X) \rightarrow \text{ grande}(X)$

F3: $\forall X, \text{ clear}(X) \rightarrow \text{ blu}(X)$

F4: $\forall X, \text{ wooden}(X) \rightarrow \text{ blu}(X)$

Goal: $\exists X \exists Y \text{ on}(X,Y) \text{ and } \text{ verde}(Y)$

Forma a clausole

F1: $\forall X, \exists Y \text{ not grande}(X) \vee \text{ not blu}(X) \vee (\text{ on}(X,Y) \wedge \text{ verde}(Y))$

$\forall X, \exists Y (\text{ not grande}(X) \vee \text{ not blu}(X) \vee \text{ on}(X,Y)) \wedge$
 $(\text{ not grande}(X) \vee \text{ not blu}(X) \vee \text{ verde}(Y))$

Skolemizzazione

$\forall X (\text{ not grande}(X) \vee \text{ not blu}(X) \vee \text{ on}(X,f(X))) \wedge$
 $(\text{ not grande}(X) \vee \text{ not blu}(X) \vee \text{ verde}(f(X)))$

C1: $\text{ not grande}(X) \vee \text{ not blu}(X) \vee \text{ on}(X, f(X))$

C2: $\text{ not grande}(X) \vee \text{ not blu}(X) \vee \text{ verde}(f(X))$

C3: $\text{ not heavy}(X) \vee \text{ not wooden}(X) \vee \text{ grande}(X)$

C4: $\text{ not clear}(X) \vee \text{ blu}(X)$

C5: $\text{ not wooden}(X) \vee \text{ blu}(X)$

C6: $\text{ ontable}(a)$

C7: $\text{ ontable}(c)$

C8: $\text{ on}(d,c)$

C9: $\text{ on}(b,a)$

C10: $\text{ heavy}(b)$

C11: $\text{ clear}(e)$

C12: $\text{ clear}(d)$

C13: $\text{ heavy}(d)$

C14: $\text{ wooden}(b)$

C15: $\text{ on}(e,b)$

Gn: $\text{ not on}(X,Y) \vee \text{ not verde}(Y)$

Risoluzione

C16: G_n e C1 $\text{not grande}(X) \vee \text{not blu}(X) \vee \text{not verde}(f(X))$

C17: C16 e C2 $\text{not grande}(X) \vee \text{not blu}(X)$

C18: C17 e C3 $\text{not heavy}(X) \vee \text{not wooden}(X) \vee \text{not blu}(X)$

C19: C18 e C5 $\text{not heavy}(X) \vee \text{not wooden}(X)$

C20: C19 e C10: $\text{not wooden}(b)$ con X/b

C20 e C14 : clausola vuota

ESERCIZIO 7

Si consideri la seguente conoscenza.

Antonio, Michele e Giovanni sono iscritti al CAI (Club Alpino Italiano). Ogni appartenente al Club che non è sciatore è uno scalatore. Gli scalatori non amano la pioggia. Ogni persona che non ama la neve non è uno sciatore. Antonio non ama ciò che Michele ama. Antonio ama la pioggia e la neve. Si rappresenti tale conoscenza come un insieme di predicati del primo ordine appropriati per un sistema di refutazione che lavori mediante risoluzione. Si mostri come tale sistema risolverebbe la domanda: "C'è un membro del CAI che è uno scalatore, ma non uno sciatore?"

Formule logiche

1. $\forall X \text{iscritto}(X), \text{not sciatore}(X) \rightarrow \text{scalatore}(X)$
 2. $\forall X \text{scalatore}(X) \rightarrow \text{not ama}(X, \text{pioggia})$
 3. $\forall X \text{not ama}(X, \text{neve}) \rightarrow \text{not sciatore}(X)$
 4. $\forall X \text{ama}(\text{michele}, X) \rightarrow \text{not ama}(\text{antonio}, X)$
 5. $\text{ama}(\text{antonio}, \text{neve})$
 6. $\text{ama}(\text{antonio}, \text{pioggia})$
 7. $\text{iscritto}(\text{antonio})$
 8. $\text{iscritto}(\text{michele})$
 9. $\text{iscritto}(\text{giovanni})$
- Goal: $\exists X \text{iscritto}(X), \text{scalatore}(X), \text{not sciatore}(X)$

Forma a clausole

C1. $\text{not iscritto}(X) \vee \text{sciatore}(X) \vee \text{scalatore}(X)$

C2. $\text{not scalatore}(X) \vee \text{not ama}(X, \text{pioggia})$

C3. $\text{ama}(X, \text{neve}) \vee \text{not sciatore}(X)$

C4. $\text{not ama}(\text{michele}, X) \vee \text{not ama}(\text{antonio}, X)$

C5. $\text{ama}(\text{antonio}, \text{neve})$

C6. $\text{ama}(\text{antonio}, \text{pioggia})$

C7. $\text{iscritto}(\text{antonio})$

C8. $\text{iscritto}(\text{michele})$

C9. $\text{iscritto}(\text{giovanni})$

Gneg: $\text{not iscritto}(X) \vee \text{not scalatore}(X) \vee \text{sciatore}(X)$

Risoluzione

C10 = Gneg - C8

$\text{not scalatore}(\text{michele}) \vee \text{sciatore}(\text{michele}) \{X/\text{michele}\}$

C11 = C10 - C3

$\text{not scalatore}(\text{michele}) \vee \text{ama}(\text{michele}, \text{neve})$

C12 = C11 - C4

$\text{not scalatore}(\text{michele}) \vee \text{not ama}(\text{antonio}, \text{neve})$

C13 = C12 e C5 $\text{not scalatore}(\text{michele})$

C14 = C13 e C1 $\text{not iscritto}(\text{michele}) \vee \text{sciatore}(\text{michele})$

C15 = C13 e C8 $\text{sciatore}(\text{michele})$

C16 = C15 e C3 $\text{ama}(\text{michele}, \text{neve})$

C17 = C16 e C4 $\text{not ama}(\text{antonio}, \text{neve})$

C18 = C17 e C5 clausola vuota

ESERCIZIO 8

Date le seguenti frasi in linguaggio naturale:

1. *Giuseppe sa risolvere gli stessi esercizi di logica che sa risolvere Claudia ...*
2. *...e viceversa (Claudia sa risolvere gli stessi esercizi di logica di Giuseppe)*
3. *Chi sa risolvere qualunque problema di logica, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*
4. *Giuseppe non prenderà 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*

Dimostrare, tramite il principio di risoluzione, che ci sono problemi di logica che Claudia non sa risolvere.

SOLUZIONE

Conversione in clausole

1. *Giuseppe sa risolvere gli stessi esercizi di logica che sa risolvere Claudia.*

$$\forall P, \text{problema}(P) \wedge \text{risolve}(\text{claudia}, P) \Rightarrow \text{risolve}(\text{giuseppe}, P)$$
$$\sim \text{problema}(P) \vee \sim \text{risolve}(\text{claudia}, P) \vee \text{risolve}(\text{giuseppe}, P)$$

2. *Claudia sa risolvere gli stessi esercizi di logica di Giuseppe*

$$\sim \text{problema}(P) \vee \sim \text{risolve}(\text{giuseppe}, P) \vee \text{risolve}(\text{claudia}, P)$$

3. *Chi sa risolvere qualunque problema di logica, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*

$$\begin{aligned} &\forall X [\forall P \text{ problema}(P) \Rightarrow \text{risolve}(X,P)] \Rightarrow \text{prende30}(X) \\ &\forall X [\forall P \sim \text{problema}(P) \vee \text{risolve}(X,P)] \Rightarrow \text{prende30}(X) \\ &\forall X \sim [\forall P \sim \text{problema}(P) \vee \text{risolve}(X,P)] \vee \text{prende30}(X) \\ &\forall X \exists P [\text{problema}(P) \wedge \sim \text{risolve}(X,P)] \vee \text{prende30}(X) \\ &\forall X \exists P [\text{problema}(P) \vee \text{prende30}(X)] \wedge [\sim \text{risolve}(X,P) \vee \text{prende30}(X)] \\ &\forall X [\text{problema}(p(X)) \vee \text{prende30}(X)] \wedge [\sim \text{risolve}(X, p(X)) \vee \text{prende30}(X)] \end{aligned}$$

3a. $\text{problema}(p(X)) \vee \text{prende30}(X)$

3b. $\sim \text{risolve}(X, p(X)) \vee \text{prende30}(X)$

4. *Giuseppe non prenderà 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*

$\sim \text{prende30}(\text{giuseppe}).$

Q. *ci sono problemi di logica che Claudia non sa risolvere.*

$$\begin{aligned} &\exists P, \text{problema}(P) \wedge \sim \text{risolve}(\text{claudia}, P) \\ \sim Q: &\sim(\exists P, \text{problema}(P) \wedge \sim \text{risolve}(\text{claudia}, P)) \\ &\forall P, \sim \text{problema}(P) \vee \text{risolve}(\text{claudia}, P) \\ &\sim \text{problema}(P) \vee \text{risolve}(\text{claudia}, P) \end{aligned}$$

Risoluzione

5. ($\sim Q+1$) $\sim \text{problema}(P) \vee \text{risolve}(\text{giuseppe}, P)$

6. ($5+3b$)

$\sim \text{problema}(p(\text{giuseppe})) \vee \text{prende30}(\text{giuseppe})$

7. ($6+3a$) $\text{prende30}(\text{giuseppe})$

8. ($7+4$) []

ESERCIZIO 9

Si considerino le seguenti frasi:

- Mario è uno studente.
- Gli studenti sono volenterosi;
- Tutti gli studenti volenterosi seguono il corso di intelligenza artificiale;
- Il corso di intelligenza artificiale richiede che tutti quelli che lo frequentano studino.

Si traducano in logica dei predicati del I ordine e poi in clausole e si usi la risoluzione per derivare se esiste uno studente che studia.

Formule logiche

studente(mario).

$\forall X \text{ studente}(X) \rightarrow \text{volenteroso}(X)$

$\forall X \text{ studente}(X), \text{volenteroso}(X) \rightarrow \text{segue}(\text{ai}, X)$

$\forall X \text{ segue}(\text{ai}, X) \rightarrow \text{studia}(X)$

Goal: $\exists X (\text{studente}(X), \text{studia}(X))$

Forma a clausole

C1: studente(mario)

C2: not studente(X) \vee volenteroso(X)

C3: not volenteroso(X) \vee not studente(X) \vee segue(ai,X)

C4: not segue(ai,X) \vee studia(X)

Gneg: not studente(X) \vee not studia(X)

Risoluzione

C5: Gneg e C1: not studia(mario)

C6: C5 e C4: not segue(ai,mario)

C7: C6 e C3: not volenteroso(mario) or not studente(mario)

C8: C7 e C2: not studente(mario)

C9: C8 e C1: contraddizione

ESERCIZIO 10

- A nessuno sta simpatico chi ride di lui.
- Mario ride di Giuseppe.
- Nessuno parla con chi non gli sta simpatico.

Dimostrare, tramite la risoluzione, che Giuseppe non parla con Mario.

Formule logiche

$\forall X \forall Y \text{ride}(X,Y) \rightarrow \text{not simpatico}(Y,X).$

$\text{ride}(\text{mario}, \text{giuseppe}).$

$\forall X \forall Y \text{not simpatico}(X,Y) \rightarrow \text{not parla}(Y,X).$

Goal $\text{not parla}(\text{giuseppe}, \text{mario}).$

Forma a clausole

C1: $\text{not simpatico}(X,Y) \vee \text{not ride}(Y,X)$

C2: $\text{simpatico}(X,Y) \vee \text{not parla}(Y,X)$

C3: $\text{ride}(\text{mario}, \text{giuseppe}).$

Gneg: $\text{parla}(\text{giuseppe}, \text{mario}).$

Risoluzione

C4: Gneg e C2: $\text{simpatico}(\text{giuseppe}, \text{mario})$ con $X/\text{giuseppe}$ e Y/mario

C5: C4 e C1: $\text{not ride}(\text{mario}, \text{giuseppe})$

C6: C5 e C3: clausola vuota.

ESERCIZIO 11

- Tutti i cavalli sono più veloci di tutti i cani.
- Esiste un levriero e questo levriero è più veloce di ogni lepre.
- Herry è un cavallo.
- Ralph è una lepre.

Si usi la risoluzione per mostrare che Harry è più veloce di Ralph.

Nota: si esprima anche nella base di conoscenza che i levrieri sono cani e che la relazione più_veloce è transitiva.

Formule logiche

$\forall X \forall Y \text{ cavallo}(X), \text{ cane}(Y) \rightarrow \text{più_veloce}(X, Y)$

$\forall X \text{ levriero}(X) \rightarrow \text{cane}(X)$

$\exists X \text{ levriero}(X), \forall Y (\text{lepre}(Y) \rightarrow \text{più_veloce}(X, Y))$

$\forall X \forall Y \forall Z \text{ più_veloce}(X, Y), \text{ più_veloce}(Y, Z) \rightarrow$
 $\text{più_veloce}(X, Z)$

$\text{cavallo}(\text{harry}).$

$\text{lepre}(\text{ralph}).$

Goal: $\text{più_veloce}(\text{herry}, \text{ralph})$

Forma a clausole

C1: $\text{più_veloce}(X, Y) \vee \text{not } \text{cavallo}(X) \vee \text{not } \text{cane}(Y)$

C2: $\text{cane}(X) \vee \text{not } \text{levriero}(X)$

C3: $\text{più_veloce}(\text{costante}, Y) \vee \text{not } \text{lepre}(Y)$

C4: $\text{levriero}(\text{costante})$

C5: $\text{più_veloce}(X, Z) \vee \text{not } \text{più_veloce}(X, Y) \vee \text{not } \text{più_veloce}(Y, Z)$

C6: $\text{cavallo}(\text{herry}).$

C7: $\text{lepre}(\text{ralph}).$

Gneg: $\text{not } \text{più_veloce}(\text{herry}, \text{ralph})$

Risoluzione

C8=Gneg e C5: not più_veloce(herry,Y) \vee not più_veloce(Y,ralph)

C9=C8 e C1: not cavallo(herry) \vee not cane(Y) \vee not più_veloce(Y,ralph)

C10=C9 e C6 not cane(Y) \vee not più_veloce(Y,ralph)

C11= C10 e C2: not levriero(Y) \vee not più_veloce(Y,ralph)

C12=C11 e C4: not più_veloce(costante,ralph)

C13=C12 e C3: not lepre(ralph)

C14=C13 e C7: clausola vuota.

ESERCIZIO 12

Si considerino le seguenti frasi:

- Giovanni è un avvocato;
- Gli avvocati sono ricchi;
- Le persone ricche abitano grandi case;
- Le grandi case abitate richiedono molto lavoro.

Si traducano in logica dei predicati del I ordine e poi in clausole e si usi la risoluzione per derivare se esiste una casa che richiede molto lavoro.

Formule logiche

F1: avvocato(giovanni).

F2: $\forall X \text{ avvocato}(X) \rightarrow \text{ricco}(X)$

F3: $\forall X (\text{ricco}(X) \rightarrow \exists Y \text{ casa}(Y), \text{abita}(X,Y), \text{grande}(Y)).$

F4: $\forall X \text{ casa}(X), \text{grande}(X), \exists Y \text{ abita}(Y,X) \rightarrow \text{grande_lavoro}(X).$

F5: $\exists X \text{ grande_lavoro}(X), \text{casa}(X).$

Forma a clausole

C1: avvocato(giovanni).

C2: $\text{ricco}(X) \vee \text{not avvocato}(X).$

F3: $\forall X \text{ not ricco}(X) \vee (\exists Y \text{ casa}(Y) \wedge \text{abita}(X,Y) \wedge \text{grande}(Y)).$

$\forall X \exists Y \text{ not ricco}(X) \vee (\text{casa}(Y) \wedge \text{abita}(X,Y) \wedge \text{grande}(Y)).$

Skolemizzazione

$\forall X \text{ not ricco}(X) \vee (\text{casa}(f(X)) \wedge \text{abita}(X,f(X)) \wedge \text{grande}(f(X))).$

$\forall X (\text{not ricco}(X) \vee \text{casa}(f(X))) \wedge (\text{not ricco}(X) \vee \text{abita}(X,f(X)) \wedge (\text{not ricco}(X) \vee \text{grande}(f(X)))$

C3: $\text{not ricco}(X) \vee \text{grande}(f(X))$

C4: $\text{not ricco}(X) \text{ or } \text{casa}(f(X))$

C5: $\text{not ricco}(X) \text{ or } \text{abita}(X, f(X))$

F4: $\forall X \text{ casa}(X), \text{ grande}(X), \exists Y \text{ abita}(Y, X) \rightarrow \text{grande_lavoro}(X).$

$\forall X \text{ not casa}(X) \vee \text{ not grande}(X) \vee \text{ not } \exists Y \text{ abita}(Y, X) \vee \text{ grande_lavoro}(X).$

$\forall X, \forall Y \text{ not casa}(X) \vee \text{ not grande}(X) \vee \text{ not abita}(Y, X) \vee \text{ grande_lavoro}(X).$

(nota l'esistenziale negato è diventato un universale).

C6: $\text{grande-lavoro}(X) \vee \text{ not casa}(X) \vee \text{ not abita}(Y, X) \vee \text{ not grande}(X).$

Gneg: $\text{not grande-lavoro}(X) \vee \text{ not casa}(X).$

Risoluzione

C7: Gneg e C6: $\text{not casa}(X) \vee \text{not abita}(Y,X) \vee \text{not grande}(X)$

C8: C7 e C5: $\text{not casa}(f(X')) \vee \text{not grande}(f(X')) \vee \text{not ricco}(X')$ con $Y/X', X/f(X')$ (ho rinominato X in C5 con X')

C9 : C8 e C3: $\text{not casa}(f(X')) \vee \text{not ricco}(X')$

C10 : C9 e C4: $\text{not ricco}(X')$

C11: C10 e C2 : $\text{not avvocato}(X')$

C12: C11 e C1 : clausola vuota con $X'/\text{giovanni}$

Componendo le sostituzioni, si ha che il goal ha successo con $X/f(\text{giovanni})$

ESERCIZIO 13

Mozart visitò Vienna 3 volte e morì durante una di queste visite (che denominiamo con v_1 , v_2 e v_3 rispettivamente in ordine temporale). Si scriva in logica dei predicati del primo ordine la conoscenza (anche implicita) contenuta in queste due frasi e si dimostri, usando la risoluzione, che Mozart morì in v_3 .

Formule logiche

$\text{before}(v_1, v_2).$

$\text{before}(v_2, v_3).$

$\text{before}(X, Y), \text{before}(Y, Z) \rightarrow \text{before}(X, Z)$

$\text{ex-or}(\text{morto}(v_1), \text{morto}(v_2), \text{morto}(v_3))$

ex-or a tre parametri: vero se uno solo dei parametri
e' vero

$\text{before}(X, Y) \rightarrow \text{not morto}(X).$

Goal: $\text{morto}(v_3)$

Forma a clausole

C1: $\text{before}(v_1, v_2).$

C2: $\text{before}(v_2, v_3).$

C3: $\text{not before}(X, Y) \vee \text{not before}(Y, Z) \vee \text{before}(X, Z)$

C4: $\text{not morto}(X) \vee \text{not before}(X, Y).$

C5: $\text{morto}(v_1) \vee \text{morto}(v_2) \vee \text{morto}(v_3)$

C6: $\text{not morto}(v_1) \vee \text{not morto}(v_2)$

C7: $\text{not morto}(v_1) \vee \text{not morto}(v_3)$

C8: $\text{not morto}(v_2) \vee \text{not morto}(v_3)$

Gneg: $\text{not morto}(v_3)$

Risoluzione

C9: Gneg e C5: $\text{morto}(v_1) \vee \text{morto}(v_2)$

C10: C9 e C4: $\text{not before}(v_1, Y) \vee \text{morto}(v_2).$

C11: C10 e C4: $\text{not before}(v_1, Y) \vee \text{not before}(v_2, W).$

C12: C11 e C1: $\text{not before}(v_2, W).$

C13: C12 e C2: dimostrato.

Si noti che, se il goal fosse stato “dimostrare che Mozart e’ morto in una delle visite” (Gneg: not morto(Z)), la dimostrazione avrebbe avuto successo risolvendo tre volte Gneg con C5.

ESERCIZIO 14

Si considerino le seguenti frasi:

- *Giacomo possiede un cane.*
- *Kitty è un gatto.*
- *Chiunque possieda un cane ama gli animali.*
- *Chiunque ami un animale non lo ucciderebbe mai.*
- *O Giacomo o Giovanna ha ucciso Kitty.*

Si utilizzi poi il principio di risoluzione per dimostrare che Giovanna ha ucciso un gatto.

Formule logiche

F1: $\exists X$ possiede(giacomo, X), cane(X).

F2: gatto(kitty).

F3: $\forall X \forall Y [(\exists Z \text{ cane}(Z), \text{ possiede}(X,Z)), \text{ animale}(Y) \rightarrow \text{ ama}(X,Y)]$.

F4: $\forall X \forall Y \text{ ama}(X,Y), \text{ animale}(Y) \rightarrow \text{ not uccide}(X, Y)$.

F5: $\text{ uccide}(\text{giacomo}, \text{ kitty}) \vee \text{ uccide}(\text{giovanna}, \text{ kitty})$

F6: $\forall X \text{ gatto}(X) \rightarrow \text{ animale}(X)$.

F7: $\forall X \text{ cane}(X) \rightarrow \text{ animale}(X)$.

Forma a clausole

C1: possiede(giacomo, f(giacomo))

C1': cane(f(giacomo)).

C2: gatto(kitty).

F3: $\forall X \forall Y \text{ not } (\exists Z \text{ possiede}(X,Z) \wedge \text{ cane}(Z)) \vee \text{ not animale}(Y) \vee \text{ ama}(X,Y)$

$\forall X \forall Y \forall Z \text{ not possiede}(X,Z) \vee \text{ not cane}(Z) \vee \text{ not animale}(Y) \vee \text{ ama}(X,Y)$

C3: $\text{ not possiede}(X, Z) \vee \text{ not cane}(Z) \vee \text{ not animale}(Y) \vee \text{ ama}(X, Y)$

C4: $\text{ not ama}(X,Y) \vee \text{ not animale}(Y) \vee \text{ not uccide}(X, Y)$

C5: $\text{ uccide}(\text{giacomo}, \text{ kitty}) \vee \text{ uccide}(\text{giovanna}, \text{ kitty})$

C6: not gatto(X) or animale(X)

C7: not cane(X) or animale(X)

Gneg: not uccide(giovanna, X) \vee not gatto(X)

Risoluzione

C8: Gneg e C2: not uccide(giovanna,kitty)

C9: C8 e C5: uccide(giacomo, kitty)

C10: C9 e C4: not ama(giacomo,kitty) \vee not animale(kitty)

C11: C10 e C6: not ama(giacomo,kitty) \vee not gatto(kitty)

C12: C11 e C2: not ama(giacomo, kitty)

C13: C12 e C3: not possiede(giacomo,Z) \vee not cane(Z)
 \vee not animale(kitty)

C14: C13 e C6: not possiede(giacomo, Z) \vee not cane(Z)
 \vee not gatto(kitty)

C15: C14 e C2: not possiede(giacomo, Z) \vee not cane(Z)

C16: C15 e C1: not cane(f(giacomo)). con Z/ f(giacomo)

C17: C16 e C1': clausola vuota.

ESERCIZIO 15

Si considerino le seguenti informazioni:

- Il corso di Reti si tiene il Martedì, Mercoledì e Venerdì
- Il corso di Intelligenza Artificiale si tiene il Lunedì e il Giovedì
- Anna è impegnata tutti i Lunedì e Martedì
- Non si segue bene un corso se non lo si segue tutti i giorni in cui si tiene
- Se una persona è impegnata in un certo giorno non può seguire il corso in quel giorno.

Si usi la risoluzione per dimostrare che Anna non segue bene né il corso di Intelligenza Artificiale né il corso di Reti.

Formule logiche

tiene(reti,mart)

tiene(reti,merc)

tiene(reti,ven)

tiene(ai,lun)

tiene(ai,gio)

impegnata(anna, lun).

impegnata(anna, mar).

$\forall X \forall Y [(\exists Z \text{ tiene}(Y,Z), \text{ not segue}(X,Y,Z)) \rightarrow \text{ not segue-bene-corso}(X,Y)]$

$\forall X \forall G \forall Y \text{ impegnata}(X,G) \rightarrow \text{ not segue}(X,Y,G)$

Goal: $\text{ not segue-bene-corso}(\text{anna},\text{reti})$ and $\text{ not segue-bene-corso}(\text{anna},\text{ai})$

Forma a clausole

C1: tiene(reti,mar)

C2: tiene(reti,merc)

C3: tiene(reti,ven)

C4: tiene(ai,lun)

C5: tiene(ai,gio)

C6: impegnata(anna, lun).

C7: impegnata(anna, mar).

C8: not segue-bene-corso(X,Y) \vee not tiene(Y,Z) \vee segue(X,Y,Z).

C9: not segue(X,Y,G) \vee not impegnata(X,G).

Gneg: segue-bene-corso(anna,reti) \vee segue-bene-corso(anna,ai).

Risoluzione

C10: Gneg - C8 not tiene(reti,Z) \vee segue(anna,reti,Z)
or segue-bene-corso(anna,ai).

C11: C10 - C9 not tiene(reti,Z) \vee not impegnata(anna,Z)
or segue-bene-corso(anna,ai).

C12: C11 - C7 not tiene(reti,mar) \vee segue-bene-corso(anna,ai).

C13: C12 - C1 segue-bene-corso(anna,ai)

C14: C13 - C8 not tiene(ai,Z) \vee segue(anna,ai,Z)

C15: C14 - C9 not tiene(ai,Z) \vee not impegnata(anna,Z)

C16: C15 - C6 not tiene(ai, lun)

C17: C16 - C4 clausola vuota

ESERCIZIO 16

Si consideri la seguente formula della logica:

$$\forall X [\text{brick}(X) \rightarrow (\text{not } \exists Y [\text{on}(X,Y) \wedge \text{on}(Y,X)] \wedge \forall Y [\text{not brick}(Y) \rightarrow \text{not equal}(X,Y)])]$$

e la si trasformi in clausole.

1) Elimino le implicazioni: $A \rightarrow B$ equivale a $\text{not } A \vee B$

$$\forall X [\text{not brick}(X) \vee (\text{not } \exists Y [\text{on}(X,Y) \wedge \text{on}(Y,X)] \wedge \forall Y [\text{brick}(Y) \vee \text{not equal}(X,Y)])]$$

2) Sposto le negazioni all'interno dei quantificatori

$$\forall X [\text{not brick}(X) \vee (\forall Y [\text{not on}(X,Y) \vee \text{not on}(Y,X)] \wedge \forall Y [\text{brick}(Y) \vee \text{not equal}(X,Y)])]$$

3) Rinomino le variabili:

$$\forall X [\text{not brick}(X) \vee (\forall Y [\text{not on}(X,Y) \vee \text{not on}(Y,X)] \wedge \forall Z [\text{brick}(Z) \vee \text{not equal}(X,Z)])]$$

4) Sposto i quantificatori universali all'inizio

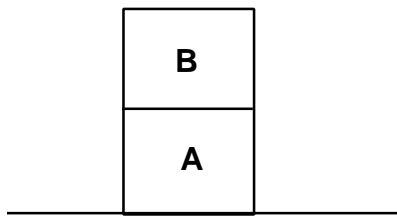
$$\forall X \forall Y \forall Z [\text{not brick}(X) \vee [\text{not on}(X,Y) \vee \text{not on}(Y,X)] \wedge [\text{brick}(Z) \vee \text{not equal}(X,Z)]]$$

Forma a clausole

C1: $\text{not brick}(X) \vee \text{not on}(X,Y) \vee \text{not on}(Y,X)$

C2: $\text{not brick}(X) \vee \text{brick}(Z) \vee \text{not equal}(X,Z)$

Si consideri poi la seguente situazione:



Si utilizzino gli assiomi che la descrivono assieme ad opportune regole per dimostrare che B è al di sopra della tavola $\text{above}(b, \text{table})$ (si noti che un blocco è sulla tavola se è su un blocco a sua volta sulla tavola)

Situazione in figura:

$\text{on}(b, a)$. $\text{on}(a, \text{table})$.

$\text{brick}(a)$. $\text{brick}(b)$.

$\forall X \forall Y \text{ on}(X, Y) \rightarrow \text{above}(X, Y)$

$\forall X \forall Y \forall Z \text{ above}(X, Y), \text{above}(Y, Z) \rightarrow \text{above}(X, Z)$

Goal: $\text{above}(b, \text{table})$

Forma a clausole

C3: $\text{on}(b, a)$.

C4: $\text{brick}(a)$.

C5: $\text{brick}(b)$.

C6: $\text{on}(a, \text{table})$.

C7: $\text{not on}(X, Y) \vee \text{above}(X, Y)$

C8: $\text{not above}(X, Y) \vee \text{not above}(Y, Z) \vee \text{above}(X, Z)$

Gneg: $\text{not above}(b, \text{table})$

Risoluzione:

C9= Gneg e C8: $\text{not above}(b, Y) \vee \text{not above}(Y, \text{table})$

C10=C9 e C7: $\text{not on}(b, Y) \vee \text{not above}(Y, \text{table})$

C11=C10 e C7: $\text{not on}(b, Y) \vee \text{not on}(Y, \text{table})$

C12=C11 e C3: $\text{not on}(a, \text{table})$

C13=C12 e C6: clausola vuota

ESERCIZIO 17

Un circuito logico formato da gates AND, OR è descritto dai seguenti predicati:

$\text{andg}(X)$: significa che X è un dispositivo and;

$\text{org}(X)$: significa che X è un dispositivo or.

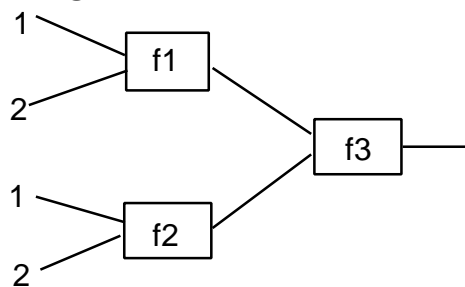
$\text{conn}(X,Y)$ significa che la porta X è connessa alla porta Y .

$v(X,Z)$ significa che il valore della porta X è Z .

Inoltre le strutture $i(j,X)$ / $o(j,X)$ indicano la j -ma porta di input /output dal dispositivo X mentre 1 e 0 indicano rispettivamente valori di segnali alti e bassi.

Si utilizzi questo vocabolario per descrivere, utilizzando formule della logica dei predicati del 1° ordine, il comportamento generale dei dispositivi AND ed OR binari del circuito in termini di valori dei segnali di ingresso uscita. Si esprima anche la proprietà che se due porte X e Y sono connesse e X vale Z allora anche Y vale Z .

Si consideri poi il seguente circuito:



in cui $f1$ ed $f2$ sono dispositivi AND, $f3$ è un dispositivo OR e le porte di input (1 e 2 di $f1$ e 1 e 2 di $f2$) hanno valori 1,0,1,1 rispettivamente.

Si descriva il circuito in base ai predicati precedenti.

Ad esempio:

andg(f1)

v(i(1,f1),1)

conn(o(1,f1),i(1,f3))

Si traduca la descrizione in clausole e si mostri l'applicazione della risoluzione per derivare il valore della porta di uscita (cioè Se $\exists X$ tale che $v(o(1,f3),X)$).

Formule logiche

Comportamento generale dei dispositivi:

AND

$\forall X \text{ and_g}(X), \exists J v(i(J,X), 0) \rightarrow v(o(1,X), 0).$

$\forall X \text{ and_g}(X), v(i(1,X), 1), v(i(2,X), 1) \rightarrow v(o(1,X), 1).$

OR

$\forall X \text{ or_g}(X), \exists J v(i(J,X), 1) \rightarrow v(o(1,X), 1).$

$\forall X \text{ or_g}(X), v(i(1,X), 0), v(i(2,X), 0) \rightarrow v(o(1,X), 0).$

$\text{conn}(X,Y), v(X,Z) \rightarrow v(Y,Z).$

Goal: $\exists X v(o(1,f3),X).$

Applico de Morgan alla prima

$\forall X \text{ not and_g}(X) \vee \text{ not } (\exists J v(i(J,X), 0)) \vee v(o(1,X), 0)$
che diventa

$\forall X \forall J \text{ not and_g}(X) \vee \text{ not } v(i(J,X), 0) \vee v(o(1,X), 0)$

Analogamente per la terza.

Forma a clausole

F1: and_g(f1).

F2: and_g(f2).

F3: or_g(f3).

F4: v(i(1,f1), 1).

F5: v(i(2,f1), 0).

F6: v(i(1,f2), 1).

F7: $v(i(2,f2), 1)$.
 F8: $\text{conn}(o(1,f1), i(1,f3))$.
 F9: $\text{conn}(o(1,f2), i(2,f3))$.

C1: $\text{not and_g}(X) \vee \text{not } v(i(J,X), 0) \vee v(o(1,X), 0)$.
 C2: $\text{not and_g}(X) \vee \text{not } v(i(1,X), 1) \vee \text{not } v(i(2,X), 1) \text{ or } v(o(1,X), 1)$.
 C3: $\text{not or_g}(X) \vee \text{not } v(i(J,X), 1) \vee v(o(1,X), 1)$.
 C4: $\text{not or_g}(X) \vee \text{not } v(i(1,X), 0) \vee \text{not } v(i(2,X), 0) \vee v(o(1,X), 0)$.
 C5: $\text{not conn}(X,Y) \vee \text{not } v(X,Z) \text{ or } v(Y,Z)$.
 Gneg: $\text{not } v(o(1,f3), X)$.

Risoluzione

C6: Gneg e C3: $\text{not or_g}(f3) \vee \text{not } v(i(J,f3), 1)$.
 C7: C6 e F3: $\text{not } v(i(J,f3), 1)$
 C8: C7 e C5: $\text{not conn}(X, i(J,f3)) \vee \text{not } v(X,1)$.
 C9: C8 e F9: $\text{not } v(o(1,f2),1)$.
 C10: C9 e C2 $\text{not and_g}(f2) \vee \text{not } v(i(1,f2), 1) \vee \text{not } v(i(2,f2), 1)$
 C11: C10 e F2 $\text{not } v(i(1,f2), 1) \vee \text{not } v(i(2,f2), 1)$
 C12: C11 e F6: $\text{not } v(i(2,f2), 1)$
 C13: C12 e F7: clausola vuota. con $X = 1$

ESERCIZIO 18

Si esprima in logica del primo ordine l'asserzione:

"Tutti gli studenti che hanno superato l'esame di Intelligenza Artificiale hanno scritto un programma in Prolog", utilizzando i predicati studente/1, ha_superato/2, programma/1, ha_scritto/2, linguaggio/2. Si trasformi poi la frase in forma di clausole generali.

$$\forall X (\text{studente}(X) \wedge \text{ha_superato}(\text{ia}, X) \rightarrow \exists Y (\text{programma}(Y) \wedge \text{ha_scritto}(X, Y) \wedge \text{linguaggio}(\text{prolog}, Y)))$$

1) Elimino le implicazioni: $A \rightarrow B$ equivale a $\text{not } A \vee B$

$$\forall X (\text{not } (\text{studente}(X) \wedge \text{ha_superato}(\text{ia}, X)) \vee \exists Y (\text{programma}(Y) \wedge \text{ha_scritto}(X, Y) \wedge \text{linguaggio}(\text{prolog}, Y)))$$

2) Applico le leggi di De Morgan:

$$\forall X (\text{not } \text{studente}(X) \vee \text{not } \text{ha_superato}(\text{ia}, X) \vee \exists Y (\text{programma}(Y) \wedge \text{ha_scritto}(X, Y) \wedge \text{linguaggio}(\text{prolog}, Y)))$$

3) Porto i quantificatori all'inizio:

$$\forall X \exists Y (\text{not } \text{studente}(X) \vee \text{not } \text{ha_superato}(\text{ia}, X) \vee (\text{programma}(Y) \wedge \text{ha_scritto}(X, Y) \wedge \text{linguaggio}(\text{prolog}, Y)))$$

4) Forma prenessa congiuntiva:

$$\begin{aligned} &\forall X \exists Y \\ &(\text{not } \text{studente}(X) \vee \text{not } \text{ha_superato}(\text{ia}, X) \vee \\ &\text{programma}(Y)) \wedge \\ &(\text{not } \text{studente}(X) \vee \text{not } \text{ha_superato}(\text{ia}, X) \\ &\vee \text{ha_scritto}(X, Y)) \wedge \\ &(\text{not } \text{studente}(X) \vee \text{not } \text{ha_superato}(\text{ia}, X) \\ &\vee \text{linguaggio}(\text{prolog}, Y)) \end{aligned}$$

5) Skolemizzazione:

$\forall X$

$(\text{not studente}(X) \vee \text{not ha_superato}(\text{ia}, X) \vee$
 $\text{programma}(f(X))) \wedge$
 $(\text{not studente}(X) \vee \text{not ha_superato}(\text{ia}, X)$
 $\vee \text{ha_scritto}(X, f(X))) \wedge$
 $(\text{not studente}(X) \vee \text{not ha_superato}(\text{ia}, X)$
 $\vee \text{linguaggio}(\text{prolog}, f(X)))$

Forma a clausole

$\text{not studente}(X) \vee \text{not ha_superato}(\text{ia}, X) \vee$
 $\text{programma}(f(X))$
 $\text{not studente}(X) \vee \text{not ha_superato}(\text{ia}, X)$
 $\vee \text{ha_scritto}(X, f(X))$
 $\text{not studente}(X) \vee \text{not ha_superato}(\text{ia}, X) \vee$
 $\text{linguaggio}(\text{prolog}, f(X))$

ESERCIZIO 19

Si considerino le seguenti frasi:

- Un cane va in tutti i luoghi in cui va il suo padrone.
- Giorgio è il padrone di Fido.
- Ogni animale che abbaia è un cane.
- Fido è un animale che abbaia.
- Giorgio va ai giardini.

Si traslino opportunamente in Logica dei Predicati e si utilizzi il principio di risoluzione per rispondere alla query:

Dove va Fido?

Formule logiche

$\forall X \forall Y \forall Z \text{ cane}(X), \text{ padrone}(Y,X), \text{ va}(Y,Z) \rightarrow \text{ va}(X,Z).$

$\text{padrone}(\text{giorgio}, \text{fido}).$

$\forall X \text{ animale}(X), \text{ abbaia}(X) \rightarrow \text{ cane}(X).$

$\text{abbaia}(\text{fido}).$

$\text{animale}(\text{fido})$

$\text{va}(\text{giorgio}, \text{giardini}).$

Goal $\exists Z \text{ va}(\text{fido}, Z)?$

Forma a clausole

C1. $\text{va}(X,Z) \vee \text{ not cane}(X) \vee \text{ not padrone}(Y,X) \vee \text{ not va}(Y,Z)$

C2. $\text{padrone}(\text{giorgio}, \text{fido}).$

C3. $\text{cane}(X) \vee \text{ not animale}(X) \vee \text{ not abbaia}(X).$

C4. $\text{abbaia}(\text{fido}).$

C5. $\text{animale}(\text{fido}).$

C6. $\text{va}(\text{giorgio}, \text{giardini}).$

Gneg. $\text{not va}(\text{fido}, Z).$

Risoluzione

C8: C7 e C1 $\text{not cane(fido)} \vee \text{not padrone(Y,fido)} \text{ or not } \text{va(Y,Z)}$

C9: C8 e C2 $\text{not cane(fido)} \vee \text{not va(giorgio,Z)}$

C10: C9 e C6 not cane(fido) con $Z=\text{giardini}$

C11: C10 e C3 $\text{not animale(fido)} \vee \text{not abbaia(fido)}$

C12: C11 e C4 not animale(fido)

C13: C12 e C5 contraddizione con $Z = \text{giardini}$

ESERCIZIO 20

Esiste un drago affamato.

I draghi o dormono o cacciano ma non possono fare entrambe le cose.

Se un drago è affamato non può dormire.

Se un drago è stanco non può cacciare.

Si usi la risoluzione per rispondere (se possibile) alla seguente domanda:

C'è un'azione che tutti i draghi fanno quando hanno fame?

Formule logiche

$\exists X \text{ drago}(X), \text{affamato}(X)$

$\forall X \text{ drago}(X) \rightarrow \text{azione}(\text{dorme}, X) \text{ ex-or } \text{azione}(\text{caccia}, X).$

$\forall X \text{ drago}(X), \text{affamato}(X) \rightarrow \text{not azione}(\text{dorme}, X)$

$\forall X \text{ drago}(X), \text{stanco}(X) \rightarrow \text{not azione}(\text{caccia}, X)$

Goal: $\exists A \forall D \text{ drago}(D), \text{affamato}(D) \rightarrow \text{azione}(A, D)$

Nego il goal

$\forall A \exists D \text{ not}(\text{drago}(D), \text{affamato}(D) \rightarrow \text{azione}(A, D))$

$\forall A \exists D \text{ not}(\text{not drago}(D) \vee \text{not affamato}(D) \vee \text{azione}(A, D))$

$\forall A \exists D \text{ drago}(D), \text{affamato}(D), \text{not azione}(A, D))$

$\text{drago}(f(A)), \text{affamato}(f(A)), \text{not azione}(A, f(A))$

Forma a clausole

G1: drago(f(A))

G2: affamato(f(A))

G3: not azione(A,f(A))

C1: drago(d1)

C1': affamato(d1)

C2: not azione(dorme,X) \vee not azione(caccia,X) \vee not drago(X).

C2': azione(dorme,X) \vee azione(caccia,X) \vee not drago(X).

C3: not drago(X) \vee not affamato(X) \vee not azione(dorme, X)

C4: not drago(X) \vee not stanco(X) \vee not azione(caccia, X)

Risoluzione

C5: C3+G2: not drago(f(A)) \vee not azione(dorme, f(A))

C6: C5+C2': azione(caccia,f(A)) \vee not drago(f(A))

C7: C6+G3: not drago(f(A))

C8: C7+G1: []

ESERCIZIO 21

- Chiunque supera l'esame e vince alla lotteria è felice.
- Chiunque studia o è fortunato supera l'esame.
- Giovanni non studia ma è fortunato.
- Chiunque è fortunato vince alla lotteria.

Si traducano le frasi precedenti in logica e si dimostri, tramite la risoluzione, che Giovanni è felice.

Formule logiche

$\forall X \text{ supera}(X) \text{ and } \text{vince}(X) \rightarrow \text{felice}(X).$

$\forall X \text{ studia}(X) \text{ or } \text{fortunato}(X) \rightarrow \text{supera}(X).$

$\text{not } \text{studia}(\text{giovanni}).$

$\text{fortunato}(\text{giovanni}).$

$\forall X \text{ fortunato}(X) \rightarrow \text{vince}(X).$

Goal: $\text{felice}(\text{giovanni}).$

Forma a clausole

C1: $\text{not } \text{supera}(X) \vee \text{not } \text{vince}(X) \vee \text{felice}(X)$

C2: $\text{not } \text{studia}(X) \vee \text{supera}(X)$

C3: $\text{not } \text{fortunato}(X) \vee \text{supera}(X)$

C4: $\text{not } \text{studia}(\text{giovanni}).$

C5: $\text{fortunato}(\text{giovanni}).$

C6: $\text{not } \text{fortunato}(X) \vee \text{vince}(X).$

Gneg: $\text{not } \text{felice}(\text{giovanni}).$

Risoluzione

C7=Gneg e C1: $\text{not } \text{supera}(\text{giovanni}) \vee \text{not } \text{vince}(\text{giovanni}).$

C8=C5 e C3: $\text{supera}(\text{giovanni})$

C9=C7 e C8: $\text{not } \text{vince}(\text{giovanni})$

C10=C9 e C6: $\text{not } \text{fortunato}(\text{giovanni})$

C10 e C5: contraddizione

ESERCIZIO 22

Si consideri la seguente base di conoscenza:

- Giorgio sta studiando con Roberto.
- Roberto è a casa di sua nonna Maria.
- Se una persona sta studiando con un'altra persona e quest'ultima si trova in un certo luogo, allora anche la prima si trova in quel luogo.
- Se una persona sta in un certo luogo, allora può essere raggiunta telefonando in quel luogo.

Si consideri poi la query:

In quale luogo si deve telefonare per raggiungere Giorgio?

E si utilizzi la risoluzione per risolverla.

Formule logiche

studia(giorgio, roberto).

luogo(roberto, casa_nonna).

$\text{studia}(X,Y), \text{luogo}(X,Z) \rightarrow \text{luogo}(Y,Z)$

$\text{luogo}(X, Y) \rightarrow \text{telefona}(Z, Y), \text{raggiunge}(Z, X)$

Goal: $\exists X, Y \text{ telefona}(Y,X), \text{raggiunge}(Y,\text{giorgio})$

Forma a clausole

C1: studia(giorgio, roberto).

C2: luogo(roberto, casa_nonna).

C3: $\text{not studia}(X,Y) \vee \text{not luogo}(X,Z) \vee \text{luogo}(Y,Z)$.

C4: $\text{not luogo}(X, Y) \vee \text{telefona}(Z, Y)$

C5: $\text{not luogo}(X, Y) \vee \text{raggiunge}(Z, X)$

Gneg: $\text{not telefona}(Y,X) \vee \text{not raggiunge}(Y,\text{giorgio})$

Risoluzione

C6: Gneg e C4: $\text{not luogo}(X, Y) \vee \text{not raggiunge}(Z, \text{giorgio})$

C7: C6 e C5: $\text{not luogo}(\text{giorgio}, Y)$

C8: C7 e C3: $\text{not studia}(X,\text{giorgio}) \vee \text{not luogo}(X,Z)$

C9: C8 e C1: $\text{not luogo}(\text{roberto},Z)$

C10: C9 e C2: clausola vuota

ESERCIZIO 23

- Giovanni ama tutte le donne bionde.
- Esiste una donna mora.
- Tutte le more amano Giovanni ma non sono ricambiate.

Si dimostri che esiste qualcuno che ama Giovanni ma non è ricambiato.

Formule logiche

$\exists X \text{ donna}(X), \text{ mora}(X).$

$\forall X \text{ donna}(X), \text{ bionda}(X) \rightarrow \text{ama}(\text{giovanni}, X)$

$\forall X \text{ donna}(X), \text{ mora}(X) \rightarrow \text{ama}(X, \text{ giovanni}), \text{ not } \text{ama}(\text{giovanni}, X).$

$\exists X \text{ donna}(X), \text{ ama}(X, \text{ giovanni}), \text{ not } \text{ama}(\text{giovanni}, X).$

Forma a clausole

C1: $\text{donna}(d).$

C2: $\text{mora}(d).$

C3: $\text{not } \text{donna}(X) \vee \text{not } \text{bionda}(X) \vee \text{ama}(\text{giovanni}, X)$

C4: $\text{not } \text{donna}(X) \vee \text{not } \text{mora}(X) \vee \text{ama}(X, \text{ giovanni})$

C5: $\text{not } \text{donna}(X) \vee \text{not } \text{mora}(X) \vee \text{not } \text{ama}(\text{giovanni}, X)$

Gn: $\text{not } \text{donna}(X) \vee \text{not } \text{ama}(X, \text{ giovanni}) \vee \text{ama}(\text{giovanni}, X).$

Risoluzione

C6: C4 e C1: $\text{not } \text{mora}(d) \vee \text{ama}(d, \text{ giovanni})$

C7: C6 e C2: $\text{ama}(d, \text{ giovanni})$

C8: C5 e C1: $\text{not } \text{mora}(d) \vee \text{not } \text{ama}(\text{giovanni}, d)$

C9: C8 e C2: $\text{not } \text{ama}(\text{giovanni}, d)$

C10: Gn e C1: $\text{not } \text{ama}(d, \text{ giovanni}) \vee \text{ama}(\text{giovanni}, d).$

C11: C10 e C7: $\text{ama}(\text{giovanni}, d)$

C12: C11 e C9: clausola vuota