

ESERCIZI 8

(1) Calcolare i seguenti limiti di funzioni:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+3x} - 1)x}{\sin^2 x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^2}{x(e^{3x} - 1)}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \tan\left(\frac{x}{2x^2 - 1}\right)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3^x - 2^x}{1 - \cos \sqrt{x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x\right)$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{\sin^2 x}$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{2x+1}{x^2}\right)$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{3x} - 6x^3)$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log^2 x + 1}{3 \log^2 x + 1}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin x}{1 - \cos x}$

k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) \sin x}{1 - \cos x}$

l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} - \log(1 + 2x))$

m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + e^x}{x - e^x}$

n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + e^x}{x - e^x}$

o) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(3-x)}{x^2 - x - 2}$

p) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log x}{\log(\tan x)}$

q) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 5x}$

r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 3x^2)}{\log(1 + 5x^2)}$

s) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{xe^x}\right)$

t) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$

u) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{x - 1}$

v) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{\arctan(2x - 2)}$

w) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x + e^x)}{2x}$

(2) Stabilire per quali valori del parametro reale a le seguenti funzioni sono continue:

$$f_1(x) = \begin{cases} x + a & 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & 1 < x \leq 3 \end{cases} \quad f_2(x) = \begin{cases} \cos x + a & x \leq 0 \\ 2 - x^2 & x > 0. \end{cases}$$

Soluzioni

- (1) **a)** $\frac{3}{2}$, **b)** $\frac{1}{3}$, **c)** $\frac{1}{2}$, **d)** $2 \log \frac{3}{2}$, **e)** 1, **f)** $-\frac{1}{2}$, **g)** 2
- h)** $+\infty$, **i)** $\frac{1}{3}$, **j)** 2, **k)** 2, **l)** $+\infty$, **m)** -1, **n)** 1
- o)** $-\frac{1}{3}$, **p)** 1, **q)** $\frac{3}{5}$, **r)** $\frac{3}{5}$, **s)** 1, **t)** $\frac{2}{\pi}$
- u)** 1, **v)** $\frac{1}{2}$, **w)** $\frac{1}{2}$

(2) La funzione $f_1(x)$ è continua in $[0, 3]$ se $a = 2$.

La funzione $f_2(x)$ è continua in \mathbb{R} se $a = 1$.