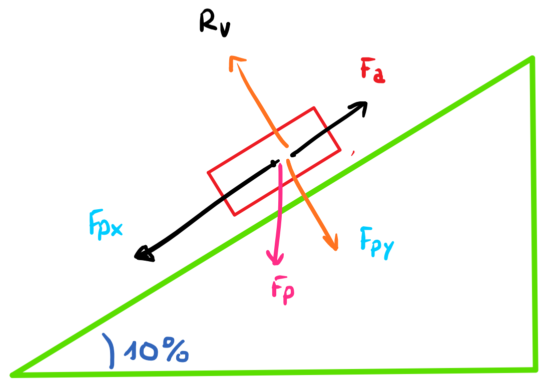
Una massa m si trova su un piano inclinato con una pendenza del 10%. Tra la massa e il piano il coefficiente di attrito è μ = 0.01. Se la massa viene lasciata libera di scivolare lungo il piano, quali saranno i valori delle componenti del vettore accelerazione (a_x, a_y)



$$\tan\theta = \frac{10}{100} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{10}{100}\right)$$

$$F = \cancel{m}\cdot a = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = \cancel{m}g(\sin\theta - \mu\sin\theta)$$

$$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

$$\begin{cases} a_x = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = a_{\parallel} \\ a_y = 0 = a_{\perp} \end{cases}$$

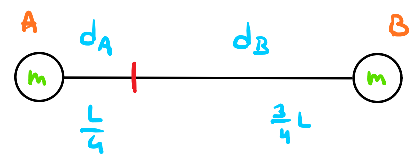
RISPETTO AGLI ASSI PARALLELO E PERPENDICOLARE AL PIANO INCLINATO

$$\begin{cases} a_x = a\cos\theta \\ a_y = a\sin\theta \end{cases}$$ ✓

lunedì 15 agosto 2022 08:00

Calcolare il momento di inerzia di un oggetto costituito da un'asta sottile di massa trascurabile e lunghezza L, avente due masse uguali m all'estremità, rispetto ad un asse perpendicolare all'asta e passante per un punto distante L/4 da uno dei suoi estremi

SOMMA DELL'INERZIA DEI DUE ESTREMI



$$I_{TOT} = I_A + I_B = m d_A^2 + m d_B^2$$

$$m\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m\left(\frac{3L}{4}\right)^2 = m\frac{L^2}{16} + m\frac{9}{16}L^2$$

$$= \frac{10}{16}mL^2 = \frac{5}{8}mL^2$$

TEOREMA DEGLI ASSI PARALLELI

$$I = 2mL^2 + m\left(\frac{L}{4}\right)^2 = 2mL^2 + m\frac{L^2}{16} =$$

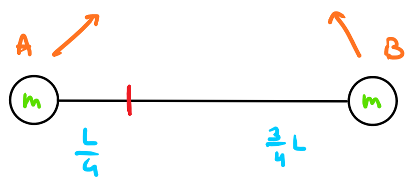
$I(L) = \frac{1}{3}mL^2$ ← se l'asse di rotazione è l'estremo

$$\frac{1}{3}mL^2 + \frac{1}{3}mL^2 \qquad = I\left(\frac{L}{4}\right) + I\left(\frac{3}{4}L\right)$$

$$= \frac{1}{3}m\left(\frac{L}{4}\right)^2 + \frac{1}{3}m\left(\frac{3}{4}L\right)^2$$

$$= \frac{1}{3} m \frac{L^2}{16} + \frac{1}{\cancel{3}} m \frac{\cancel{9}^{\,3}}{16} L^2$$

$$= m \frac{L^2}{48} + m \frac{3}{16} L^2 \quad \checkmark$$



https://www.matematicamente.it/forum/momento-di-inerzia-t102822.html

https://it.wikipedia.org/wiki/Lista_dei_momenti_di_inerzia

http://www.openfisica.com/fisica_ipertesto/openfisica3/momento_inerzia.php

SOLUZIONE

https://www.youmath.it/forum/viva-la-fisica-universitaria/63012-sbarra-con-3-masse.html

Calcolare il valore della massima velocità V per un'automobile di massa m che percorre una curva di raggio R se il coefficiente d'attrito delle ruote con l'asfalto è μ

$$F_C = F_A$$

$$F_A = \mu \cdot m \cdot g$$

$$F_C = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\mu \cdot \cancel{m} \cdot g = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = \mu \cdot g \cdot r$$

$$\boxed{V = \sqrt{r \cdot g \cdot \mu}}$$

UNSOLVED

lunedì 15 agosto 2022 10:27

Calcolare il valore di una massa M che, se connessa ad una molla con coefficiente elastico K, oscilla con un periodo T. Se l'errore nella misura del periodo è dT, calcolare l'errore corrispondente dM nella misura della massa

$$\bar{F} = m \cdot a = -k \cdot x \Rightarrow m \cdot a + kx = 0 \Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

Cerco la soluzione tra le funzioni esponenziali poiché la loro derivata è proporzionale alla funzione stessa

$$x(t) = x_0 e^{zt} \Rightarrow m x_0 z^2 e^{zt} + k x_0 e^{zt} = 0$$

$$\Rightarrow z^2 = \sqrt{-\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = \frac{T^2}{4\pi^2} k$$

Inoltre $\quad dm = \frac{d}{dT} \left| \frac{T^2}{4\pi^2} k \right| \delta T$

lunedì 15 agosto 2022 10:28

Scrivere la formula per calcolare l'energia cinetica di un satellite artificiale di massa M che orbita ad una altezza h dalla superficie terrestre

$$F_C = F_G$$

$$F_C = m \cdot \frac{v^2}{r} \qquad d = h + R$$

$$F_G = m \cdot G \cdot \frac{M}{r^2}$$

$$\cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{d}} = \cancel{m} \cdot G \cdot \frac{M}{d^{\cancel{2}}} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{d}$$

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \frac{GM}{d}$$

Quanto calore deve essere fornito ad un litro di Argon (gas monoatomico) a temperatura e pressione ambiente (300k, 1 bar) per portarlo a 3300K? Quale sarà la pressione finale del gas?

$V = 1\ell = 10^{-3} m^3$

$T_1 = 300k$

$P_1 V = nRT_1$

$P_1 = 10^5 Pa = 1 bar$

n

$$n = \frac{P_1 V}{RT_1} = \frac{10^5 \cdot 10^{-3}}{300R} = \frac{1\cancel{00}}{3\cancel{00}R} = \frac{1}{3R}$$

$$\Rightarrow P_f = 10^3 \cdot \frac{1}{\cancel{3R}} \cancel{R} \cdot \overset{1100}{\cancel{3300}} = 1100 \cdot 10^3 Pa$$ ✓

CALORE volume costante

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2} Rn\Delta T$$

$$c_v = \frac{3}{2} R$$

$$Q = c_v n \Delta T = \frac{\cancel{3R}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{3R}} \cdot 3000 = 1500 J$$ ✓

Calcolare la variazione di entropia conseguente ad una espansione a temperatura costante T di una mole di gas ideale il cui volume quadruplica

$$\Delta S = \int_{V_1}^{4V_1} \frac{dQ}{T} = \int_{V_1}^{4V_1} \frac{nRT}{V}\,dV = nR\int_{V_1}^{4V_1} \frac{dV}{V} =$$

$$nR\,(\ln 4V_1 - \ln V_1) = nR \ln\left(\frac{4V_1}{V_1}\right) = nR\ln(4) \underset{n=1}{=} \boxed{R \ln 4}\ \checkmark$$

Determinare il massimo rendimento possibile di un motore termico in cui la sorgente di calore si trova a temperatura ambiente (300K) e la sorgente fredda è uguale alla temperatura dell'elio liquido (4K)

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} \simeq 1 - \frac{4}{300} \checkmark$$

Se in un gas perfetto la temperatura si riduce a un terzo del valore iniziale e la pressione si dimezza, di quanto varia il volume?

$P_1 V_1 = nRT_1$ $\quad$ $P_2 V_2 = nRT_2$

$T_2 = \frac{1}{3} T_1$

$P_2 = \frac{1}{2} P_1$

$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1}$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{nRT_1}{3} \cdot \frac{2}{P_1} = \frac{2}{3} \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{2}{3} V_1$$ ✓

lunedì 15 agosto 2022 20:41

Calcolare il valore della massima accelerazione possibile alla velocità V per una automobile di formula uno di massa M, dotata di un sistema di alettoni che generano una forza normale yV se il coefficiente di attrito tra le ruote e l'asfalto è μ

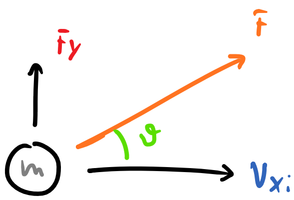
l'accelerazione può essere al massimo uguale al valore dell'attrito

$$F = m \cdot a = \mu(\underbrace{m \cdot g}_{\text{peso auto}} + \underbrace{\gamma V}_{\text{alettone}}) \Rightarrow a = \mu g + \frac{\gamma V}{m} \quad V$$

UNSOLVED

lunedì 15 agosto 2022 20:45

Ad una massa m inizialmente alla velocità V_{xi}, viene applicata una forza F_y ortogonale alla direzione V_{xi} per un tempo T. Con quale angolo, rispetto all'asse delle x si sposterà la massa dopo il tempo T?



1° METODO

$$S_x = V_{xi} T$$

$$S_y = S_{0y} + V_0 T + \frac{1}{2} a t^2$$

$$S_y = \frac{1}{2} a T^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m} T^2$$

$$\vartheta = \text{atan}\left(\frac{S_y}{S_x}\right) = \text{atan}\left(\frac{V_{xi}\, 2m}{F T}\right)$$

?

2° METODO

$$m(V_{xf}, V_{yf}) - m(V_{xi}, 0) = (0, F_y T)$$

$$m(V_{xf} - V_{xi}, V_{yf}) = (0, F_y \cdot T)$$

DUNQUE

$$\begin{cases} m(V_{xf} - V_{xi}) = 0 \\ m V_{yf} = F_y \cdot T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{xf} = V_{xi} \\ V_{yf} = \dfrac{F_y T}{m} \end{cases}$$

LA VELOCITÀ FINALE È $$V_f = \left(V_{xi}, \frac{F_y T}{m}\right)$$

L'ANGOLO È $$\vartheta = \arctan\left(\frac{F_y \cdot T}{m \cdot V_{xi}}\right)$$

lunedì 15 agosto 2022 20:48

Scrivere la formula per calcolare la velocità a cui si sposta un satellite artificiale che orbita ad una altezza h dalla superficie terrestre

$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$F_g = \frac{GM}{R^2}m$$

$$F_c = F_g \Rightarrow \frac{\cancel{m}v^2}{\cancel{R}} = \frac{GM}{R^{\cancel{2}}}\cancel{m} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

lunedì 15 agosto 2022 20:53

Sapendo che il calore specifico a pressione costante dell'elio è di 5193 J/(kg*K) o 20,77 J/(mol*K). Trovare il calore specifico a volume costante in J/(kg*K)

RELAZIONE DI MAYER

$$C_p - C_v = R$$

pressione costante

volume costante

$$R = 8{,}314472 \ \frac{J}{mol \cdot k}$$

$$C_v = C_p - R = (20{,}77 - 8{,}31) \frac{J}{mol \cdot k} = 12{,}46 \frac{J}{mol \cdot K}$$

https://www.chimica-online.it/download/calore-specifico.htm

Dimostrare che il lavoro compiuto da una espansione a temperatura costante T di una mole di gas ideale il cui volume aumenta di 2,71828 volte è L=RT. Dimostrare che la variazione di entropia conseguente a questa espansione è ΔS=R

$2,71828 \cong e$

$$L = nRT \int_{V_1}^{eV_1} \frac{dV}{V} = \overset{1 \text{ mole}}{n}RT \ln\left(\frac{e\cancel{V_1}}{\cancel{V_1}}\right) =$$

$$= RT \underbrace{\ln e}_{1} = \boxed{RT} \checkmark$$

$$\Delta S = \int_{V_1}^{eV_1} \frac{nRT}{TV} dV = nR \int_{V_1}^{eV_1} \frac{dV}{V} = nR(\ln eV_1 - \ln V_1) =$$

$$nR \ln\left(\frac{e\cancel{V_1}}{\cancel{V_1}}\right) = \overset{1}{n}R \underbrace{\ln e}_{1} = \boxed{R} \checkmark$$

lunedì 15 agosto 2022 20:56

Determinare il massimo rendimento possibile di un motore termico in cui la sorgente si trova ad una temperatura di 300 °C

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} \quad \text{dove} \quad T_C = 300\,°C = 537\,K$$

$$\eta = 1 - \frac{\overset{1\,K}{T_F}}{537} = 1 - 0{,}002 = 0{,}998 = 99{,}8\,\%$$

Se in un gas perfetto la temperatura triplica e la pressione raddoppia, di quanto varia il volume?

$$P_1 V_1 = nRT_1 \qquad P_2 V_2 = nRT_2$$

$$T_2 = 3T_1$$

$$P_2 = 2P_1$$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1}$$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{nR \cdot 3T_1}{2P_1} = \frac{3}{2}\frac{nRT_1}{P_1} = \frac{3}{2}V_1$$ ✓

UNSOLVED

lunedì 15 agosto 2022 20:59

Una massa m=102g si trova in una buca il cui profilo è parabolico ($y = 0.1*x^2$). Trovare la frequenza di oscillazione della massa m nella buca. Scrivere l'equazione per la componente lungo l'asse x(F_x) della forza che agisce sulla massa m

$F = -\frac{1}{2}kx^2$ dove k dipende dalla gravità

$U = mgh = m \cdot g \cdot \frac{1}{10}x^2 \rightarrow$ la forza di richiamo è $\rightarrow F = -\frac{dU}{dx} = -mg\frac{2}{10}x$

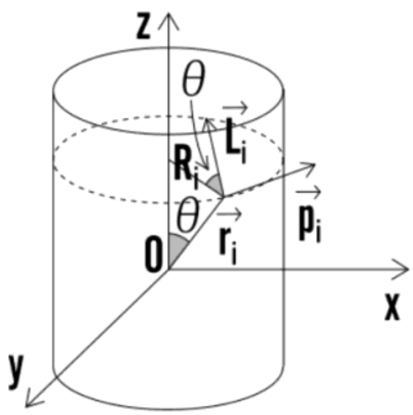
$F = m \cdot a = -mg\frac{1}{5}x \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{5}x = 0$ la soluzione sarà del tipo $x(t) = x_0 e^{zt}$

$\rightarrow x_0 z^2 e^{zt} + \frac{g}{5}x_0 e^{zt} = 0 \rightarrow z = i\sqrt{\frac{g}{5}} = i\omega \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{5}}$

UNSOLVED

lunedì 15 agosto 2022 07:43

Calcolare il momento angolare di un cilindro di densità p, raggio R ed altezza h che ruota con una velocità di un giro al secondo rispetto a un'asse parallelo all'asse del cilindro e distante da questo R/2



$$M = \rho V = \rho\, 2\pi R^2 h \rightarrow$$

$$\rightarrow L = I\omega = \left(\frac{1}{2}MR^2 + \frac{MR^2}{4}\right) 2\pi$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}}\rho\, \cancel{2}\pi R^4 h\, 2\pi + \frac{1}{\cancel{4}\,2}\rho\, \cancel{2}\pi R^4 h\, \cancel{2}\pi =$$

$$= 2\rho\pi^2 R^4 h + \rho\pi^2 R^4 h = 3\rho\pi^2 R^4 h$$

Dimostrare che la potenza di un motore che eroga una coppia τ ad una velocità di n giri al secondo è pari a 2πnτ

$$P = \frac{L}{t} = \frac{F \cdot \Delta s}{t} = F \cdot v$$

$$= \omega t = 2\pi n \tau$$

Scrivere la formula per calcolare la minima distanza necessaria a fermare un automobile di massa m che si muove ad una velocità v se il coefficiente di attrito tra asfalto e ruote è μ

$$d = \frac{v^2}{2\mu g}$$

martedì 16 agosto 2022 15:21

Un pendolo conico di lunghezza L ruotando forma un angolo θ rispetto all'asse verticale. Qual è la velocità angolare del pendolo?

$$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 L} \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{L \cdot \cos\theta} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{L \cdot \cos\theta}}$$

Scrivere la formula per calcolare il numero di molecole di un gas monoatomico presenti in un volume di 100cc alla pressione di 100 pascal e alla temperatura di 1000K

$$PV = nRT$$

$P = 100\ Pa \qquad T = 1000\ K \qquad V = 0{,}1\ L = 100\ cm^3 = 10^{-4}\ m^3 \qquad R = 8{,}314\ \frac{J}{mol \cdot K}$

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1\cancel{00} \cdot 10^{-4}}{10\cancel{00} \cdot R} = \frac{1}{10^5 R}$$

$$A_v = 6.022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$$

$$N = n A_v = \frac{1}{\cancel{10^5} R} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{\cancel{23}\ 18} = \frac{6{,}022}{R} \cdot 10^{18}$$

In un ciclo di un motore Stirling si hanno due trasformazioni isoterme e due isocore. Qual è il lavoro compiuto durante le trasformazioni isocore? Il lavoro compiuto durante l'espansione isoterma è maggiore o minore del lavoro compiuto sull'intero ciclo? Qual è la variazione di entropia durante l'espansione isoterma se il volume quadruplica?

- Il lavoro durante le trasformazioni isocore è nullo
- Il lavoro compiuto durante l'espansione isoterma è maggiore del lavoro compiuto durante il ciclo
- $$\Delta S = \int_{V_1}^{4V_1} \frac{dQ}{T} = \int_{V_1}^{4V_1} \frac{p\,dV}{T} = \int_{V_1}^{4V_1} \frac{nR\cancel{T}}{V} \cdot \frac{dV}{\cancel{T}} = nR \ln\left(\frac{4\cancel{V_1}}{\cancel{V_1}}\right) = nR \ln 4$$

$V_2 = 4V_1$

UNSOLVED

martedì 16 agosto 2022 15:33

Descrivere molto brevemente e qualitativamente la formula dell'entropia $S = K_B \ln w$

Scrivere la formula per calcolare il lavoro che deve essere compiuto, in una trasformazione adiabatica, su una mole di gas monoatomico per ottenere un aumento di temperatura del gas di 100 °C

$\Delta Q = 0$ TRASFORMAZIONE ADIABATICA

$\Delta U = -L$

$\Delta U = m c_v \Delta T$

$L = -m c_v \Delta T$

$\Delta T = 100\ K$

$m = 1\ mol$

GAS MONOAT.

f (GRADI DI LIBERTÀ) = 3

$c_v = \left(\frac{f}{2}\right) R = \frac{3}{2} R$

$L = -100 \cdot \frac{3}{2} R$

Scrivere la formula per calcolare l'energia cinetica di un cilindro di massa M e raggio R che rotola, senza scivolare, su un piano orizzontale con una velocità angolare w

momento di inerzia

$$E_c = \underbrace{\frac{1}{2} M v_f^2}_{\text{TRASLAZIONE}} + \underbrace{\frac{1}{2} I \omega^2}_{\text{ROTAZIONE}}$$

$$\omega = \frac{v_f}{R} \qquad v_f = \omega \cdot R$$

$$E_c = \frac{1}{2} M \omega^2 R^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

https://www.youmath.it/lezioni/fisica/dinamica/3016-moto-rototraslatorio.html

Scrivere la formula per calcolare la frequenza di oscillazione di un pendolo di lunghezza L e massa m sulla superficie di un pianeta di massa M_p e raggio R_p

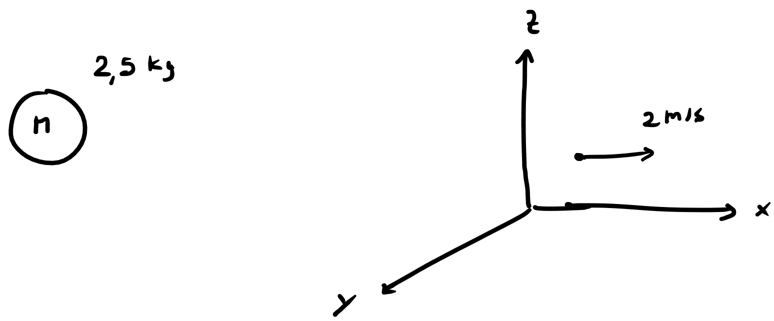
$$f = 1/T \qquad T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$g_p = G \cdot \frac{m \cdot M_p}{R_p^2}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L \cdot R_p^2}{m \cdot M_p \cdot G}}$$

martedì 16 agosto 2022 15:40

Calcolare il momento della quantità di moto di un oggetto sferico di massa M (2.5 Kg) rispetto all'origine di un sistema di riferimento cartesiano il cui asse orizzontale si trova ad una distanza (1m) dal centro della sfera ed è parallelo al suo vettore velocità v (2 m/s). La sfera non ruota intorno al proprio asse.



$M = 2{,}5\ kg$

$d = 1m$

$V_x = 2\ m/s$

$$L = M \cdot V_x \cdot d = 2{,}5 \cdot 1 \cdot 2 = 5{,}0\ \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Scrivere la formula per calcolare la velocità finale di due masse m1 e m2 dopo un urto perfettamente anelastico, conoscendo le velocità v1 e v2 delle due masse prima del'urto.

$$P_i = P_f$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

UNSOLVED

martedì 16 agosto 2022 17:21

Scrivere la formula per calcolare l'accelerazione di due massi m1 e m2 collegate alla fune di una carrucola cha ha momento di inerzia

$$\tau = I_{TOT}\,\alpha = m_1 g \cdot r - m_2 g \cdot r \quad \text{dove}$$

$$I_{TOT} = I_{CARR} + I_{MASSE} = I_{CARR} + m_1 r^2 + m_2 r^2$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I}$$

https://argomentidifisica.wordpress.com/category/carrucola-momentodinerzia/

UNSOLVED

martedì 16 agosto 2022 17:22

Cosa rappresenta l'area sottostante la parte della curva della distribuzione di Maxwell-Boltzmann alla destra del valore massimo?

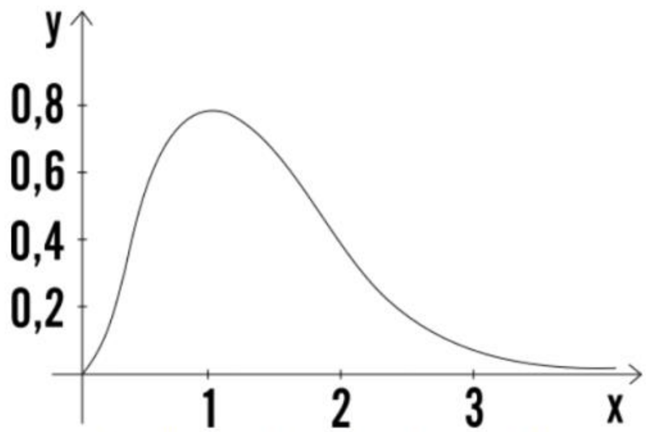


Grafico della funzione di distribuzione delle velocità y(x) normalizzata rispetto alla velocità più probabile v_p.

Rappresenta la probabilità che una molecola abbia velocità compresa tra 0 e infinito, e questa probabilità vale 1

martedì 16 agosto 2022 17:24

Motivare qualitativamente il perchè la capacità termica a pressione costante di un gas è sempre maggiore della capacità termica a volume costante

La capacità termica a pressione costante è maggiore di quella a volume costante.
A pressione costante infatti una parte del calore assorbito dal gas viene utilizzato dal sistema per produrre lavoro $p\Delta V$ quando si espande contro la pressione esterna

Descrivere brevemente il ruolo e il significato della costante di Boltzmann ($kB = 1.38*10^{23}JK^{-1}$) in termodinamica

Il ruolo della costante di Boltzmann è quello di convertire la scala dei gradi Kelvin in Joule ed è quindi analoga a una costante di conversione tra diverse unità di misura

A quale pressione deve essere portato, alla temperatura di 1000K, un gas ideale per avere soltanto 10^6 molecole nel volume di un litro?

$$PV = nRT$$

$T = 1000\,K$ $\quad R = 8{,}314$ $\quad V = 1\,L$ $\quad N = n \cdot A_v = 10^6$

$$n = \frac{N}{A_v}$$

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{\frac{N}{A_v} \cdot 8{,}314 \cdot 1000}{1} = 8314\,\frac{N}{A_v}$$

Un pendolo conico, formato da una corda di lunghezza L con una massa m all'estremità, ruota alla velocità di 3 giri al secondo. Scrivere l'espressione per calcolare l'angolo formato con l'asse verticale.

CENTRIPETA

$$\tan\theta = \frac{F_c}{P} = \frac{\cancel{m}\omega^2 r}{\cancel{m} g} =$$

PESO

$\omega = 3$ giri/s

$= 6\pi$ rad/s

$$\tan\theta = \frac{\omega^2 L \sin\theta}{g}$$

$$\frac{\cancel{\sin\theta}}{\cos\theta} = \frac{\omega^2 L \cancel{\sin\theta}}{g}$$

$$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 L}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{g}{\omega^2 L}\right) = \arccos\left(\frac{g}{6\pi L}\right)$$

Scrivere l'espressione per calcolare la tensione della corda e l'energia cinetica del pendolo

TENSIONE DEL FILO

$$f_T = P + F_c$$

$$f_T = \sqrt{P^2 + F_c^2} = \sqrt{(mg)^2 + (m\omega^2 l)^2}$$

E_c DEL PENDOLO

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{ma} \quad v^2 = \omega^2 x^2 = \frac{g}{\cancel{L}\cos\theta} L^{\cancel{2}} \sin\theta = gL\tan\theta$$

Descrivere il procedimento per calcolare la velocità finale di due masse dopo un urto perfettamente elastico, conoscendo le due velocità iniziali

$$E_{ci} = E_{cf}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \qquad (1)$$

$$m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = -m_2 (v_{2i}^2 - v_{2f}^2)$$

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = -m_2 (v_{2i} - v_{2f})(v_{2i} + v_{2f}) \qquad (2)$$

$$P_i = P_f$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \qquad (3)$$

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (-v_{2i} + v_{2f}) \qquad (4)$$

Uniamo la 2 e la 4

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{2i} + v_{2f})$$

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2i} + v_{2f}$$

$$v_{1f} = v_{2f} - v_{1i} + v_{2i} \qquad (5)$$

Sostituendo la 5 nella 3

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{2f} - m_1 v_{1i} + m_1 v_{2i} + m_2 v_{2f}$$

$$(m_1 + m_2) v_{2f} = 2 m_1 v_{1i} + (m_2 - m_1) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1 v_{1i} + (m_2 - m_1) v_{2i}}{m_1 + m_2} \quad \checkmark$$

$$v_{1f} = v_{2f} - v_{1i} + v_{2i} \quad \checkmark$$

Calcolare a quale velocità angolare deve ruotare intorno al proprio asse un astronave cilindrica del raggio di 100 metri, per generare una apparente forza di gravità di 1g

$F_c = F_g$

$\cancel{m}\omega^2 r = \cancel{m} \cdot g \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{r} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{100}}$

Scrivere la formula per calcolare la velocità di fuga da un pianeta di massa M e raggio R

$$E_c = U_g$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_f^2 = \frac{G \cancel{m} M}{R}$$

$$v_f^2 = \frac{2GM}{R}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Dimostrare che il lavoro L compiuto da una mole di gas ideale in una trasformazione isoterma a temperatura T in seguito a una variazione di volume da V1 a V2 è L = RT ln(V2/V1)

$dU = 0$ TRASFORMAZIONE ISOTERMA

$$PdV = dL$$

se $P = \frac{nRT}{V}$

$$dL = PdV = \frac{nRT}{V} dV$$

$$L = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT (\ln V_2 - \ln V_1) = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$= RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

giovedì 18 agosto 2022 11:43

Calcolare la quantità di calore trasmesso dopo un tempo t attraverso un materiale con conducibilità termica k e spessore L posto tra due superfici parallele S aventi una differenza di temperatura dT

$$\frac{dQ}{dt} = k \frac{\Delta T}{L} S$$

$$dQ = k \cdot \frac{\Delta T}{L} \cdot S \cdot dt$$

Determinare il massimo rendimento possibile di un motore termico in cui la sorgente di calore si trova a una temperatura ambiente di 300K e la sorgente fredda è uguale alla temperatura dell'azoto liquido di 70K

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

$$\eta = 1 - \frac{7\cancel{0}\,K}{30\cancel{0}\,K} = 1 - 0{,}23 = 0{,}77 = 77\%$$

Determinare il volume occupato da 8g di He a 0° C e alla pressione di 1 bar

$$PV = nRT$$

$T = 0°C = 273\,K$ $P = 1\,bar = 10^5\,Pa$ $R = 8{,}314$

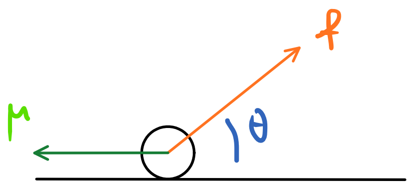
$m = 8g$ $m_a = 4$ $n = \frac{8}{4} = 2$

atomica

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{2 \cdot 8{,}314 \cdot 273}{10^5} = \frac{4539{,}444}{10^5} = 0{,}045\,m^3$$

giovedì 18 agosto 2022 11:46

Una massa m poggia su un piano orizzontale ed è soggetta ad una forza f che forma un angolo di θ radianti con il piano. Se il coefficiente di attrito della massa con il piano è μ scrivere la formula per trovare l'accelerazione della massa



$$F_x = F\cos\theta$$

$$F_a = \mu(mg - F\sin\theta)$$

$$F = m \cdot a$$

$$m \cdot a = F_x - F_a$$

$$m \cdot a = F\cos\theta - \mu(mg - F\sin\theta)$$

Scrivere la formula per trovare la lunghezza di un filo a cui è appesa una massa m che oscilla con un periodo T

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$$

$$\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)$$

$$\frac{L\cos\theta}{g} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$$

$$L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{g}{\cos\theta}$$

Una coppia τ = kt, il cui valore cresce linearmente in funzione del tempo, viene applicata ad un oggetto inizialmente fermo che ha un momento angolare di inerzia I. Calcolare la velocità angolare, l'energia cinetica dell'oggetto e la potenza sviluppata dalla coppia dopo un tempo tf

$$P = \frac{E}{T} = \frac{F\Delta s}{T} = F \cdot v \Rightarrow \tau \cdot \omega = \left[kt \cdot \frac{1}{2}\frac{k}{I} t_f^2 \right] \quad \checkmark$$

$$\tau = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} \Rightarrow \left[\omega = \int_0^{t_f} \frac{k}{I} t \, dt \right] \quad \checkmark$$

$$E = PT = \underbrace{\left[\frac{1}{2} k^2 t_f^2 \frac{t}{I} \right]}_{P} \underbrace{\left[t \cdot I \right]}_{T} = \frac{1}{2} k^2 t_f^2 t^2 \quad \times$$

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \checkmark$$

Un cilindro di massa M e raggio R viene forato lungo l'asse. Se il diametro del foro è r calcolare il momento di inerzia del cilindro forato

PIENO

$$2\pi \rho h \int_0^R r^3\, dr$$

$$\downarrow$$

$$2\pi\rho h \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R$$

$$\downarrow$$

$$2\pi\rho h \frac{R^4}{4}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{2}\pi\rho h R^4$$

CAVO

$R_2 = R \quad R_1 = r$

$$2\pi\rho h \int_{R_1}^{R_2} r^3\, dr$$

$$\downarrow$$

$$2\pi\rho h \left[\frac{r^4}{4}\right]_{R_1}^{R_2}$$

$$\downarrow$$

$$2\pi\rho h \frac{1}{4}(R_2^4 - R_1^4)$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{2}\pi\rho h (R^4 - r^4)$$

V cilindro $= \pi h R^2$

M cilindro $= \rho\pi h R^2$

$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

V cilindro $= \pi h (R^2 - r^2)$

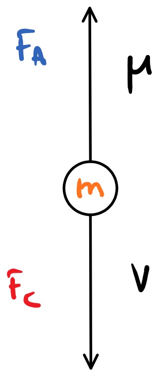
M cilindro $= \rho\pi h (R^2 - r^2)$

$$I = \frac{1}{2}\pi\rho h (R^2 - r^2)(R^2 + r^2)$$

$$\downarrow$$

$$I = \frac{1}{2} M (R^2 + r^2) \quad ✓$$

Scrivere la formula per calcolare la velocità di una massa m che cade a velocità costante conoscendo il suo coefficiente di attrito y con l'aria. Calcolare l'energia dissipata durante la caduta in un intervallo di tempo T



$F = mg - \gamma \cdot v = m \cdot a$

CADUTA DI UN OGGETTO

$F_c = m \cdot g$

$F_A = -\gamma \cdot v$

$V_f = V_i + a \cdot T$

Dopo T secondi la massa percorre

$S = x(t) = v \cdot T + S_0$

L'energia dissipata è uguale al lavoro dissipativo:

$E = L_{F_A} = F_A \cdot S$

$= \gamma v \cdot S = \gamma v \cdot vT = \gamma v^2 T$ ✓

N moli di un gas biatomico sono soggette a una espansione adiabatica che fornisce un lavoro di L joule. Calcolare la variazione di temperatura e di energia interna del sistema

$$dQ = 0 \Rightarrow \Delta U = -L$$

VARIAZIONE DI ENERGIA $\Delta U = -L$ ✓

VARIAZIONE DI TEMPERATURA $L = P\Delta V = -n C_v \Delta T$

$$C_{v_{BIATOMICA}} = \frac{5}{2} R \qquad = -n \frac{5}{2} R \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{5}{2} \frac{nR}{L}$$ ✓

Un corpo di massa M e capacità termica C si raffredda con una rapidità proporzionale alla differenza tra la sua temperatura e la temperatura ambiente. Dimostrare che il raffreddamento della massa segue una legge esponenziale

$$\frac{dU}{dt} = C \frac{dT_c}{dt}$$

$$\Delta T(t) = (T_c(t) - T_a)$$

$$C \frac{dT_c}{dt} = -k \Delta T(t)$$

$$\tau = \frac{C}{k}$$

$$dT_c = d\Delta T(t)$$

$$\tau \frac{d\Delta T(t)}{dt} = -\Delta T(t)$$

$$\tau \int_0^t \frac{d\Delta T(t)}{\Delta T(t)} = -\int_0^t dt$$

$$\ln \Delta T(t) - \ln \Delta T(0) = -\frac{t}{\tau}$$

$$\ln \frac{\Delta T(t)}{\Delta T(0)} = -\frac{t}{\tau}$$

$$\Delta T(t) = \Delta T(0)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$T_C(t) = T_2 + (T_C(0) - T_2)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Un motore termico non ideale ha un rendimento termico del 30%. Se dalla sorgente calda vengono sottratti in media 100W, calcolare i watt forniti alla sorgente fredda. Se il motore fosse ideale, quale sarebbe il rapporto tra le temperature delle due sorgenti?

$\eta = 30\% = 0,3 = \frac{30}{100}$

$100\ W = 100\ J/s$

$\eta = 1 - \frac{Q_F}{Q_C}$

$\frac{30}{100} = 1 - \frac{Q_F}{100}$

$\frac{Q_F}{100} = \frac{100 - 30}{100} = \frac{70}{100}$

$Q_F = \frac{70 \cdot 100}{100} = 70$ ✓

Una macchina ha rendimento ideale per $\mu = 1$
quindi il rapporto tra T_F e T_C deve essere uguale a 0
ciò implica che T_F sia uguale 0

Calcolare la variazione di entropia di una compressione isoterma a temperatura T in cui il rapporto tra il volume finale e il volume iniziale è uguale a 1/e

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{e} \rightarrow V_2 = \frac{V_1}{e}$$

$$\Delta S = \int_{V_1}^{\frac{V_1}{e}} \frac{nR\cancel{T}\,dV}{\cancel{T}\,V} = nR\int_{V_1}^{\frac{V_1}{e}} \frac{dV}{V} = nR\left(\ln\frac{V_1}{e} - \ln V_1\right) =$$

$$nR\ln\left(\frac{\cancel{V_1}}{e}\cdot\frac{1}{\cancel{V_1}}\right) = nR\ln\left(\frac{1}{e}\right) = nR\ln(e^{-1}) = -nR$$

Un gas monoatomico racchiuso in un volume V e mantenuto ad una temperatura T ha una capacità termica C nota. Calcolare la pressione del gas.

CAPACITÀ TERMICA   CALORE SPEC.   MASSA

$C = c \cdot m$

$C = n \cdot c_V$ A VOLUME COSTANTE

$C = n \cdot c_V \Rightarrow C = n \cdot \frac{3}{2} R \Rightarrow \frac{2}{3} C = n \cdot R$

$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$

$\Rightarrow P = \frac{\frac{2}{3} C T}{V}$

Un'auto percorre una pista circolare di raggio R con una accelerazione costante a. Se il coefficiente di attrito con l'asfalto è μ, calcolare dopo quanto tempo l'auto inizia a sbandare

$$F_{CENTRIPETA} > F_{ATTRITO}$$

$$m\omega^2 r > \mu \cdot g$$

$$m(\omega_0 + a \cdot t)^2 r > \mu \cdot g$$

Una massa m inizialmente ferma è soggetta a una forza che cresce nel tempo secondo la funzione $f(t) = kt^2$. Calcolare la velocità raggiunta e lo spazio percorso dopo un tempo t.

$$F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad kt^2 = m \cdot a$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{kt^2}{m}$$

$$V = \int a \qquad S = \int V$$

$$V = \int_0^t \frac{k\tau^2}{m} d\tau = \frac{k}{m} \int_0^t t^2 dt = \frac{k}{m} \left[\frac{t^3}{3} \right]_0^t$$

$$= \frac{k}{m} \left[\frac{t^3}{3} - 0 \right] = \frac{1}{3} \frac{k\tau^3}{m} \quad \checkmark$$

$$S = \int_0^t \frac{1}{3} \frac{kt^3}{m} d\tau = \frac{1}{3} \cdot \frac{k}{m} \int_0^t t^3 dt = \frac{1}{3} \frac{k}{m} \left[\frac{t^4}{4} \right]_0^t$$

$$= \frac{1}{3} \frac{k}{m} \left[\frac{t^4}{4} - 0 \right] = \frac{1}{12} \frac{kt^4}{m} \quad \checkmark$$

Una coppia $\tau = kt^2$, il cui valore cresce quadraticamente in funzione del tempo, viene applicata ad un oggetto inizialmente fermo che ha un momento di inerzia I. Calcolare la velocità angolare, l'energia cinetica dell'oggetto e la potenza sviluppata dalla coppia dopo un tempo tf

$$P = \frac{E}{T} = \frac{F \Delta s}{T} = F \cdot v \Rightarrow \tau \cdot \omega = \left[kt^2 \cdot \frac{1}{3}\frac{k}{I} tf^3 \right] \quad \checkmark$$

$$\tau = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} \Rightarrow \left[\omega = \int_0^{tf} \frac{k}{I} t^2 \, dt = \frac{1}{3}\frac{k}{I} tf^3 \right] \quad \checkmark$$

$$E = PT = \underbrace{\left[\frac{1}{3} k^2 tf^3 \frac{t^2}{I} \right]}_{P} \underbrace{\left[t \cdot I \right]}_{T} = \frac{1}{3} k^2 tf^3 t^3 \quad \times$$

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \checkmark$$

UNSOLVED

giovedì 18 agosto 2022 12:10

Un oggetto con momento di inerzia I ruota a una velocità angolare costante ω_1. Se l'asse di rotazione ruota a sua volta di θ radianti in t secondi, calcolare la coppia risultante τ

La massa m di un pendolo conico è soggetta ad una accelerazione centripeta nota f_c. Calcolare l'angolo formato dal pendolo con l'asse verticale. Calcolare la tensione della corda.

TENSIONE DEL FILO

$$f_T = P + F_c$$

$$f_T = \sqrt{P^2 + F_c^2} = \sqrt{(mg)^2 + (m\omega^2 r)^2}$$

ANGOLO

$$\tan\theta = \frac{\overset{\text{CENTRIPETA}}{F_c}}{\underset{\text{PESO}}{P}} = \frac{\cancel{m}\omega^2 r}{\cancel{m}g} =$$

$$\tan\theta = \frac{\omega^2 L \sin\theta}{g}$$

$$\frac{\cancel{\sin\theta}}{\cos\theta} = \frac{\omega^2 L \cancel{\sin\theta}}{g}$$

$$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 L}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{g}{\omega^2 L}\right)$$

N moli di un gas monoatomico si trovano ad una pressione P in un volume V_1. Dopo una espansione isobara il volume è V_2. Calcolare il lavoro compiuto. Calcolare la variazione di temperatura e di energia interna del gas.

$$\Delta U = m \cdot C_v \cdot \Delta T$$

$$L = P\Delta V = m \cdot R \cdot \Delta T$$

$$C_v = \frac{3}{2}R \qquad C_p = \frac{5}{2}R$$

SOLUZIONE

$$\Delta V \downarrow$$

$$P\Delta V \rightarrow L \rightarrow \Delta T \downarrow$$

$$m \cdot C_v \cdot \Delta T \leftarrow \Delta U \leftarrow \frac{L}{m \cdot R}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

$$L = P\Delta V = P(V_2 - V_1)$$

$$\Delta T = \frac{L}{m \cdot R} = \frac{P(V_2 - V_1)}{m R}$$

$$\Delta U = m \cdot C_v \cdot \Delta T = m \cdot C_v \cdot \frac{P(V_2 - V_1)}{m R} = \cancel{m} \cdot \frac{3}{2}\cancel{R} \cdot \frac{P(V_2 - V_1)}{\cancel{m}\cancel{R}}$$

$$= \frac{3}{2} P(V_2 - V_1)$$

Una mole di gas monoatomico in un volume costante V, posto in contatto con una fonte di calore, passa da una temperatura T1 ad una temperatura T2. Calcolare la variazione di entropia e il calore assorbito

VARIAZIONE DI ENTROPIA

$$\Delta S = n \cdot c_V \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$= 1 \cdot \frac{3}{2} R \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{3}{2} R \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

CALORE ASSORBITO

$$Q = C \cdot \Delta T \qquad C = c \cdot m$$

https://www.youmath.it/lezioni/fisica/termodinamica/3615-entropia-nelle-trasformazioni-termodinamiche-e-piano-t-s.html

https://www.chimicamo.org/chimica-fisica/calcolo-della-variazione-di-entropia-dei-sistemi-materiali/

Una macchina termica ideale ha un rendimento del 30%. Se dalla sorgente calda vengono sottratti in media 800W, calcolare i watt forniti alla sorgente fredda. Calcolare il rapporto tra le temperature delle due sorgenti

WATT FORNITI

$$\frac{30}{100} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C}$$

$800\,W = 800\,\frac{J}{s}$

$$\frac{30}{100} = 1 - \frac{Q_F}{800}$$

$$\frac{Q_F}{800} = \frac{100-30}{100} = \frac{70}{100}$$

$$Q_F = \frac{70 \cdot 8\cancel{00}}{\cancel{100}} = 560\ J/s\ \checkmark$$

RAPPORTO TRA LE TEMPERATURE

$$\frac{30}{100} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

$$\frac{T_F}{T_C} = \frac{100-30}{100} = \frac{70}{100}\ \checkmark$$

Calcolare il calore necessario all'evaporazione di un litro d'acqua inizialmente alla temperatura di 50 °C, approssimando la capacità termica dell'acqua a circa 4 J/g*K e considerando un calore latente di 2257 kJ/Kg

$T_1 = 50°C \qquad C_{T_{H_2O}} = 4 J/g \cdot K \qquad C_{LATENTE} = 2257 \ kJ/kg$

$T_2 = 100°C$

$\Delta T = T_2 - T_1 = 100 - 50 = 50°C \qquad m = 1 l = 1 kg$

$Q = m \cdot c_s \cdot \Delta T$

$= 1 \cdot 4 \cdot 50 = 200 \ kJ$

$C_s = C_{T_{H_2O}} \cdot m$

$= 4 \frac{J}{\cancel{g} \cdot K} \cdot 1000 \cancel{g}$

$= 4000 \frac{J}{K} = 4 \frac{kJ}{K}$

Un gas biatomico racchiuso in un volume V1 ad una pressione P1 si espande adiabaticamente raggiungendo un volume V2. Calcolare la pressione P2 dopo l'espansione.

INIZIO $P_1 V_1 = nRT$

FINE $P_2 V_2 = nRT$

X

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \rightarrow P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2}$$

$$dQ = 0$$
$$dU = -W$$
$$dU + W = 0$$

$$n c_v \Delta T + P \Delta V = 0$$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$n c_v \Delta T + \frac{nRT}{V} \Delta V = 0$$

$$\cancel{n} c_v \Delta T = -\frac{\cancel{n}RT}{V} \Delta V \Rightarrow -\frac{\Delta T}{T} = \frac{R}{c_v} \cdot \frac{\Delta V}{V}$$

$$R = c_p - c_v$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$ RAPPORTO GAMMA

$$-\frac{\Delta T}{T} = \frac{c_p - c_v}{c_v} \cdot \frac{\Delta V}{V} \Rightarrow -\ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = (\gamma - 1) \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{\ln}\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{-1} = \cancel{\ln}\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma - 1} \Rightarrow \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{-1} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma - 1} \quad \Rightarrow \quad T_A V_A^{\gamma - 1} = T_B V_B^{\gamma - 1} \quad \Rightarrow$$

$$\left[\; T = \frac{PV}{nR} \;\right]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{P_A \cdot V_A}{\cancel{nR}} \cdot V_A^{\gamma - 1} = \frac{P_B \cdot V_B}{\cancel{nR}} \cdot V_B^{\gamma - 1} \quad \Rightarrow \quad P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad P_B = \frac{P_A \cdot V_A^{\gamma}}{V_B^{\gamma}} \quad \checkmark$$

Un'auto percorre ad una velocità v1 una pista circolare di raggio r. Dopo un giro raggiunge la velocità v2. Calcolare l'accelerazione dell'auto

$a = \omega^2 r$

$$f = m \cdot a = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$\omega = \frac{v}{r}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$v = \frac{2\pi r}{T}$

$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$

ACC. ANGOLARE

giovedì 18 agosto 2022 12:26

Calcolare la massima velocità raggiunta da una massa m che oscilla ad una frequenza f quando collegata ad una molla. La massima elongazione raggiunta dalla molla durante l'oscillazione è il valore noto x0

$$f = m \cdot a$$

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

1° METODO

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega = f \cdot 2\pi$$

MASSIMA ELONGAZIONE DELLA MOLLA

$$x_0 = A$$

VELOCITÀ MASSIMA

$$V_{max} = \omega \cdot A = f \cdot 2\pi \cdot A = \overset{2\pi f}{2\pi f x}$$

[Dinamica - Massa attaccata ad una molla]()

2° METODO

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow (2\pi f)^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow 4\pi^2 f^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow 4\pi^2 f^2 m = k$$

Per trovare la velocità eguaglio

$$\cancel{\frac{1}{2}} kx^2 = \cancel{\frac{1}{2}} mv^2$$

$$v^2 = \frac{kx^2}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi^2 f^2 \cancel{m} x^2}{\cancel{m}}}$$

$$= 2\pi f x$$

Una coppia τ = exp(t), il cui valore cresce esponenzialmente in funzione del tempo, viene applicata a un oggetto inizialmente fermo che ha un momento di inerzia I. Calcolare la velocità angolare, l'energia cinetica dell'oggetto e la potenza sviluppata dalla coppia dopo un tempo tf

$$P = \frac{E}{T} = \frac{F \Delta s}{T} = F \cdot v \Rightarrow \tau \cdot \omega = \left[e^t \cdot \frac{e^{tf}}{I} \right] \quad \checkmark$$

$$\tau = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} \Rightarrow \left[\omega = \int_0^{tf} \frac{e^t}{I}\, dt = \frac{e^{tf}}{I} \right] \quad \checkmark$$

$$E = PT = \underbrace{\left[e^t \cdot \frac{e^{tf}}{I} \right]}_{P} \underbrace{\left[t \cdot I \right]}_{T} = e^t \cdot e^{tf} \cdot t \quad \times$$

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \checkmark$$

UNSOLVED

giovedì 18 agosto 2022 12:38

Un cilindro di massa M e raggio R ruota a una velocità angolare costante w1.
Se l'asse di rotazione ruota a sua volta con velocità angolare w2, calcolare
la coppia risultante τ

$\omega \cdot r$

$\tau = I\alpha = F \cdot r \qquad L = I\omega = p \cdot r = mv \cdot r = m\omega^2 r$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r}$$

CILINDRO

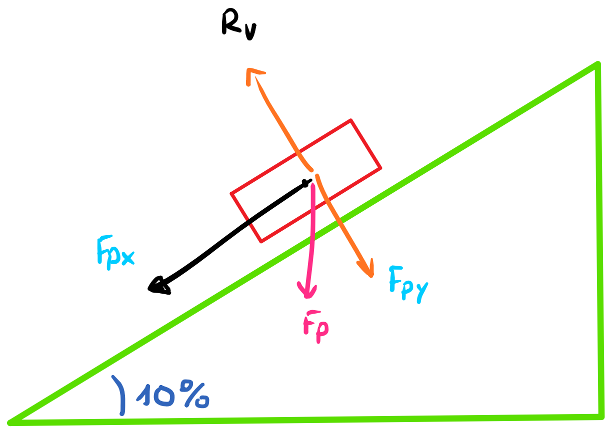
$$I_{ASSE} = \frac{mr^2}{2}$$

$$I_{CILINDRO} = \frac{mr^2}{2}$$

ASSE

$$I_{ASSE} = \frac{mr^2}{2}$$

Una massa m si trova su un piano inclinato con una pendenza del 10%. Se la massa viene lasciata libera di scivolare lungo il piano, quali saranno i valori delle componenti del vettore accelerazione (a_x, a_y)?



$$\tan\theta = \frac{10}{100} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{10}{100}\right)$$

$$F = m \cdot a = mg\sin\theta$$

$$a = \frac{\cancel{m}g\sin\theta}{\cancel{m}}$$

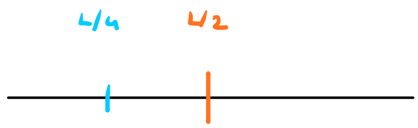
$$\begin{cases} a_x = g\sin\theta = a_{\parallel} \\ a_y = 0 = a_{\perp} \end{cases}$$

RISPETTO AGLI ASSI PARALLELO E PERPENDICOLARE AL PIANO INCLINATO

$$\begin{cases} a_x = a\cos\theta \\ a_y = a\sin\theta \end{cases}$$

√

Calcolare il momento di inerzia di un oggetto costituito da una asta sottile di massa m e lunghezza L rispetto ad una asse perpendicolare all'asta e passante per un punto distante L/4 da uno dei suoi estremi



$$I = I_{ASTA} + Md^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{4}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{16}ML^2$$

$$= \frac{4+3}{48}ML^2 = \frac{7}{48}ML^2$$

https://www.youmath.it/lezioni/fisica/dinamica/3013-teorema-di-steiner.html

Un treno raggiunge la velocità v dopo aver percorso una distanza d. Scrivere le equazioni per calcolare la velocità media del treno se il coefficiente di attrito con le rotaie è μ = 0.5 e v = 9.8 m/s

Supponendo $v_0 = 0$ $\Rightarrow$ $V^2 = v_0^2 + 2ad$ $\Rightarrow$ $a = \frac{v^2}{2d}$ m/s^2

Lo spazio di frenata sarà

$\mu = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \mu m a x \Rightarrow x = \frac{v^2}{2a\mu} = \frac{v^2}{a}$$

Una pietra viene lanciata verso l'alto da una altezza h con una velocità iniziale di v_i. Scrivere l'equazione per calcolare l'energia dell'impatto

h_2 ENERGIA POTENZIALE $\Rightarrow E_p = mgh_2 = \underbrace{\frac{1}{2} m v_i^2}_{0} + mgh_2$

h_1 ENERGIA CINETICA + ENERGIA POTENZIALE $\Rightarrow \frac{1}{2} m v_i^2 + mgh_1$

h_0 ENERGIA CINETICA $\Rightarrow \frac{1}{2} m v_F^2 + \underbrace{mgh_0}_{0} = mgh_2$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_F^2 = \cancel{m} g h_2$$

$$v_F^2 = 2gh_2 \quad \checkmark$$

Scrivere l'equazione per calcolare la velocità minima che occorre per allontanarsi definitivamente da un pianeta di massa M e raggio R (velocità di fuga)

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{GmM}{R}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$ ✓

UNSOLVED

venerdì 2 settembre 2022 21:43

L'angolo di inclinazione rispetto alla verticale di un pendolo che si trova in un treno con una accelerazione costante in direzione orizzontale è θ. Trovare il valore dell'accelerazione.

Dimostrare che la frequenza (v) di oscillazione di un sistema massa-molla è

$$v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$f = m \cdot a$

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad 1$$

LA FUNZIONE SARÀ DEL TIPO

$$x(t) = x_0 \exp(zt) \qquad 2$$

SOSTITUENDO LA 2 NELLA 1

$$m \cancel{x_0} z^2 \cancel{\exp(zt)} = -k \cancel{x_0} \cancel{\exp(zt)}$$

$$z^2 = -\frac{k}{m}$$

SE CHIAMIAMO ω LA RADICE DEL RAPPORTO k/m

$$v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Scrivere l'equazione per la stima dell'errore nella misura del volume di una sfera di diametro D utilizzando un calibro con un precisione di δx

$$\frac{d}{dD}\left|\frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3\right|\delta x = \frac{d}{dD}\left|\frac{4}{3}\pi\,\frac{3}{8}D^2\right|\delta x$$

VOLUME IN
BASE AL DIAMETRO

$$V(D) = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3$$

$$V'(D) = \frac{dV}{dD} = \frac{\cancel{4}^{\,1}}{\cancel{3}}\pi\,\frac{\cancel{3}}{\cancel{8}_{\,4}}D^2 = \frac{1}{4}\pi D^2$$

$$\delta V = \left|\frac{1}{4}\pi D^2\right|\delta x$$

venerdì 2 settembre 2022 21:48

Scrivere l'equazione per calcolare la velocità a cui si deve muovere un satellite in orbita geostazionaria

ORBITA GEOSTAZIONARIA

$$F_c = F_g$$

$$\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{R}} = \frac{GM\cancel{m}}{R^{\cancel{2}}}$$

$$v^2 = \frac{GM}{R}$$

$$v = \frac{GM}{R}$$

Una massa di 1 kg inizialmente ferma è soggetta ad una forza che cresce esponenzialmente nel tempo f(t) = exp(t). Scrivere le equazioni che permettono di calcolare la quantità di moto p e la velocità v della massa dopo ln(10) secondi

$$f = m \cdot a \qquad a = \frac{v}{t} \qquad p = m \cdot v$$

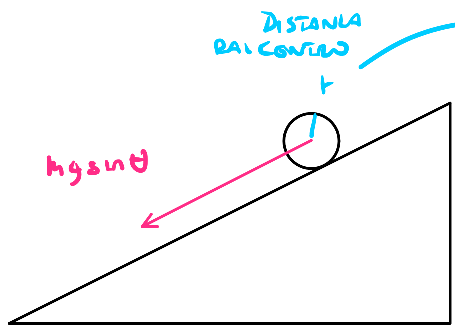
$$f = \int_0^t f(t)\, dt = \int_0^{\ln(10)} e^t\, dt = e^t \Big|_0^{\ln(10)} = e^{\ln(10)} - 1 = 10 - 1 = 9 \ \frac{m}{s^2} \cdot kg$$

$$f = m \cdot a = m \cdot \frac{v}{t}$$

$$v = \frac{f \cdot t}{m} = \frac{9 \cdot \ln(10)}{1} \cdot \frac{m \cdot \cancel{kg} \cdot \cancel{s}}{s^{\cancel{2}} \cdot \cancel{kg}} = 9 \cdot \ln(10) \ \frac{m}{s}$$

$$p = m \cdot v = 1 \cdot 9 \cdot \ln(10) = 9 \cdot \ln(10) \ \frac{m}{s}$$

Calcolare l'accelerazione angolare e lineare di un tubo di raggio R e massa M che rotola senza scivolare lungo un piano inclinato di angolo θ. Si considera lo spessore del tubo trascurabile rispetto a R



BISOGNA TROVARE α

$$\tau = F \cdot r = \underline{mg\sin\theta} \cdot r$$

$$I_{TUBO} = mr^2 \qquad I_{\substack{TUBO \\ \text{RUOTA SUL BORDO}}} = md^2 = mr^2$$

$$I_{TOT} = mr^2 + mr^2 = 2mr^2$$

$$\tau = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{\cancel{m}g\sin\theta \cancel{r}}{2\cancel{m}r^{\cancel{2}}} = \frac{g\sin\theta}{2r} \quad \checkmark$$

ACCELERAZIONE LINEARE

$$P = mg = P_\perp + P_{//}$$

$$P_\perp = mg\cos\theta$$

$$P_{//} = mg\sin\theta$$

$$a = \frac{P_{//}}{m} = \frac{\cancel{m}g\sin\theta}{\cancel{m}} = g\sin\theta \quad \checkmark$$

Scrivere la formula per trovare la velocità al tempo t_1 di una massa m avente una velocità iniziale v_0 in presenza di una forza di atrito viscoso f = yv

$$m \cdot a = -\gamma \cdot v \quad \Rightarrow \quad m \frac{dv}{dt} + \gamma v = 0$$

LA SOLUZIONE SARÀ DEL TIPO: $v(t) = v_0 e^{kt}$

$$\cancel{v_0} k \cancel{e^{kt}} + \frac{\gamma}{m} \cancel{v_0} \cancel{e^{kt}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad k = -\frac{\gamma}{m}$$

$$\Rightarrow \quad v(t_f) = v_0 e^{-\frac{\gamma}{m} t_f}$$

Il bilanciere di un orologio ha un momento di inerzia I ed oscilla ad una frequenza f. Il bilanciere è collegato ad una molla che genera una coppia $\tau = -k\theta$ se ruotata di un angolo θ. Trovare il valore della costante k in funzione di f ed I

TROVARE K IN FUNZIONE DI I ed f

$\Rightarrow \quad \tau = I\alpha = -k\theta$

Il procedimento è analogo al sistema massa-molla

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{I}}$$

Scrivere la formula per calcolare la distanza dal centro della terra di un satellite artificiale che compie un'orbita circolare completa in due giorni

$$F_c = F_g$$

$$\Downarrow$$

$$m\omega^2 d = \frac{GMm}{d^2}$$

$$d^3 = \frac{GM}{\omega^2}$$

dove $\omega^2 = \cancel{2}\pi \dfrac{1}{\cancel{2} \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}$

$$d = \sqrt[3]{\frac{GM}{\pi} 24 \cdot 3600}$$

Quanto calore deve essere fornito, mantenendo il volume V costante, ad una mole di gas biatomico per aumentare la temperatura di ΛT °C? Quale sarà la variazione ΛP della pressione del gas?

$C = nC_V$ $\quad$ $C_{V_{BIATOMICO}} = \frac{5}{2}$

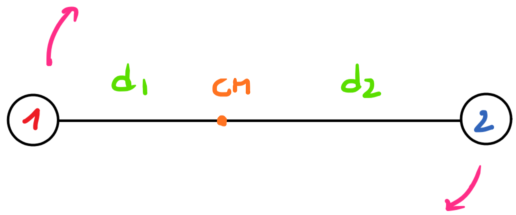
$Q = \Delta U = C\Delta T = nC_V\Delta T$

$Q = \Delta U = C\Delta T = nC_V\Delta T = 1 \cdot \frac{5}{2}R \cdot \Delta T = \frac{5}{2}R\Delta T$ ✓

$\Delta P = \frac{nR\Delta T}{V} = \frac{R\Delta T}{V}$ ✓

lunedì 5 settembre 2022 16:01

Due masse m1 e m2, sono collegate da una corda di massa trascurabile e di lunghezza L, ruotano nello spazio intorno al comune centro di massa con velocità angolare w. Trovare le velocità v1 e v2.



$V = \omega \cdot r$

$$x_{cm} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2} \qquad y_{cm} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2}{m_1 + m_2}$$

Il centro di massa sarà più vicino alla massa maggiore

QUINDI

se $m_1 > m_2 \Rightarrow d_1 = x_{cm}$ e $d_2 = L - d_1$

se $m_2 > m_1 \Rightarrow d_2 = x_{cm}$ e $d_1 = L - d_2$

Le due velocità saranno infine

$$V_1 = \omega \cdot d_1 \qquad V_2 = \omega \cdot d_2$$

https://www.youmath.it/lezioni/fisica/dinamica/3002-centro-di-massa.html