ESERCIZI 5

(1) Risolvere le seguenti disequazioni:

a) $\dfrac{x^2-6x+8}{2x^2-32} \leq 0$

b) $x+1-\dfrac{3}{x-2} > 0$

c) $(x^2-2x+24)(x-3) > 0$

d) $\sqrt[3]{x(x^2-4)} < x+5$

e) $\sqrt{x^2-5x+6} > x+1$

f) $\sqrt{25-x^2} < x-7$

g) $\sqrt{x^2-1} \geq \sqrt{5+4x-x^2}$

h) $\sqrt[3]{2x-1} < \sqrt[3]{x+4}$

i) $e^{-x-2} < e^x$

j) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x(1-3x)} < 4$

k) $10^{2x} - 5 \cdot 10^x + 4 > 0$

l) $\log^2 x - \log x - 12 < 0$

m) $\log\left(x^2-2x-7\right) > 0$

n) $\log_3(x+1) > \log_3(x-1)$

o) $|x+2| < 3$

p) $|x^2-2x| > x$

q) $|x^2-3x| > |x-7|$

r) $\log_2|x-2| < 1$

s) $|x-2| > |x+2|$

(2) Considerate le funzioni

$$f(x) = x^2, \qquad g(x) = 3x+2,$$

determinare, se possibile, $g \circ f$ e $f \circ g$. Disegnare i grafici delle funzioni composte.

(3) Considerate le funzioni

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = 2x+1,$$

determinare, se possibile, $g \circ f$ e $f \circ g$. Disegnare i grafici delle funzioni composte.

(4) Dimostrare che, assegnate due funzioni invertibili f, g tali che sia possibile calcolare $g \circ f$, allora $g \circ f$ è invertibile e

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}.$$

(5) Determinare gli insiemi di definizione delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \sqrt{e^x - 1} \qquad f_2(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$f_3(x) = \sqrt{\log_{1/2} x} \qquad f_4(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$$

$$f_5(x) = \sqrt{\log^2 x + \log x - 2} \qquad f_6(x) = \log\left(x + 1 - \sqrt{x^2 - x - 2}\right)$$

$$f_7(x) = \log\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}\right) \qquad f_8(x) = \sqrt{\log_4\left(2^x + 1\right)}$$

$$f_9(x) = \sqrt{\frac{\log x + 1}{\log x - 1}} \qquad f_{10}(x) = \frac{x}{\log_2(x-3)}$$

$$f_{11}(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x}{x} - 1} \qquad f_{12}(x) = \frac{\log(x^2 - 2)}{\log(3x^2 - 1)}$$

$$f_{13}(x) = \frac{e^{1/x}}{x+1}$$