

ESERCIZI 2

- (1) Determinare estremo superiore ed inferiore dei seguenti insiemi di numeri reali. Dire se l'estremo inferiore è il minimo e se l'estremo superiore è il massimo.

$$A = \left\{ \frac{n-1}{n+1}, n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \left\{ \frac{3n-2}{4n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$C = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}, \quad D = \{n^2 - 5n + 4, n \in \mathbb{N}\}$$

$$E = \left\{ \frac{2n}{n+1}, n \in \mathbb{N} \right\}, \quad F = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 5\}$$

$$G =]0, 1[\cap \mathbb{Q}, \quad H = \{x \in \mathbb{R} : x > 0, \frac{1}{x} \leq 3\}$$

$$I = \{3^{1/n}, n \in \mathbb{N}\}, \quad L = \left\{ \log_{10} \left(\frac{1}{n} \right), n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$M = \left\{ 5^{\frac{n}{n-1}}, n \geq 2 \right\}, \quad N = \{q \in \mathbb{Q} : q^2 \leq 3\}.$$

- (2) Siano A e B due sottoinsiemi di \mathbb{R} non vuoti. Dimostrare che, se $A \subseteq B$, allora
- $$\inf B \leq \inf A \leq \sup A \leq \sup B.$$

- (3) Siano A e B due sottoinsiemi di \mathbb{R} non vuoti, limitati superiormente.

- Dimostrare che $\sup(A \cup B) = \max\{\sup A, \sup B\}$.
- È vero che $\sup(A \cap B) = \min\{\sup A, \sup B\}$?
- Supponiamo che A e B siano limitati inferiormente. Cosa possiamo dire a proposito di $\inf(A \cup B)$ e $\inf(A \cap B)$?