

### Esercizi 13

- (1) Determinare gli intervalli di concavità e convessità, nonché gli eventuali punti di flesso, delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = x\sqrt{\log^3 x}$$

$$f_2(x) = \log x - \frac{2}{x+2}$$

$$f_3(x) = xe^{\frac{x+1}{x}}$$

$$f_4(x) = xe^{-x} + 1$$

$$f_5(x) = \arctan\left(\frac{x}{x+1}\right) - x$$

$$f_6(x) = x + \frac{2}{\log x}$$

$$f_7(x) = \cos x - x^2$$

$$f_8(x) = \frac{\log^2 x - 3}{x}$$

$$f_9(x) = \arcsin(\log x)$$

$$f_{10}(x) = e^x \sqrt{1+2x}.$$

- (2) Determinare gli estremi relativi ed assoluti, nonché gli eventuali asintoti, delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \frac{2x^2-1}{3-x}$$

$$f_2(x) = xe^{1/x}$$

$$f_3(x) = \frac{x^3-2x^2}{x^2+1}$$

$$f_4(x) = \frac{e^x}{x^2-3}$$

$$f_5(x) = xe^{\frac{3x}{x^2+4}}$$

$$f_6(x) = \arctan\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$$

$$f_7(x) = x \arctan \frac{1}{x}$$

$$f_8(x) = \log\left(\frac{x+1}{x^2-2}\right)$$

$$f_9(x) = 2 \log_{10} x$$

$$f_{10}(x) = \log_{10} x^2.$$

- (3) Per ciascuna delle funzioni degli esercizi (1) e (2) determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$f(x) = k, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- (4) Determinare il numero di soluzioni positive delle seguenti equazioni:

$$\text{a) } \log(3x) = \frac{1}{x}, \quad \text{b) } \frac{e^x}{x} = 3, \quad \text{c) } \sin x = 3(x-1).$$

- (5) Dal grafico della funzione  $f(x)$  riportato in Figura 1 dedurre:

- a) l'insieme di definizione di  $f$ ;
- b) l'insieme dei valori di  $f$ ;
- c) i punti di discontinuità di  $f$ , stabilendo di quale tipo di discontinuità si tratta;
- d) gli asintoti verticali di  $f$ ;
- e) le soluzioni dell'equazione  $f(x) = 1$ ;

- f) le soluzioni della disequazione  $f(x) \geq 1$ ;
- g) gli intervalli in cui  $f$  è strettamente decrescente;
- h) il minimo assoluto di  $f$  ed i punti di minimo assoluto.

(6) Dal grafico della funzione  $f(x)$  riportato in Figura 2 dedurre:

- a) l'insieme di definizione di  $f$ ;
- b) l'insieme dei valori di  $f$ ;
- c) i punti di discontinuità di  $f$ , stabilendo di quale tipo di discontinuità si tratta;
- d) gli asintoti verticali ed orizzontali di  $f$ ;
- e) le soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$ ;
- f) le soluzioni della disequazione  $f(x) \geq 0$ ;
- g) gli intervalli in cui  $f$  è strettamente crescente;
- h) il minimo assoluto di  $f$  ed i punti di minimo assoluto.

(7) Dal grafico della funzione  $f(x)$  riportato in Figura 3 dedurre:

- a) l'insieme di definizione di  $f$ ;
- b) l'insieme dei valori di  $f$ ;
- c) se il punto  $P(6, -1)$  appartiene al grafico di  $f$ ;
- d)  $f(-8)$ ;
- e) gli asintoti verticali ed orizzontali di  $f$ ;
- f) le soluzioni dell'equazione  $f(x) = 1$ ;
- g) le soluzioni della disequazione  $f(x) > 6$ ;
- h) gli intervalli in cui  $f$  è strettamente crescente;
- i) il massimo assoluto di  $f$  ed i punti di massimo assoluto.

(8) Dal grafico della funzione  $f(x)$  riportato in Figura 4 dedurre:

- a) l'insieme di definizione di  $f$ ;
- b) l'insieme dei valori di  $f$ ;
- c) se il punto  $P(2, 3)$  appartiene al grafico di  $f$ ;
- d)  $f(-7)$ ;
- e) gli asintoti verticali ed orizzontali di  $f$ ;
- f) le soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$ ;
- g) le soluzioni della disequazione  $f(x) < -2$ ;
- h) gli intervalli in cui  $f$  è strettamente decrescente;
- i) se esiste il massimo di  $f$  e gli eventuali punti di massimo;
- j) se esiste il minimo di  $f$  e gli eventuali punti di minimo.

Figure relative agli Esercizi 13

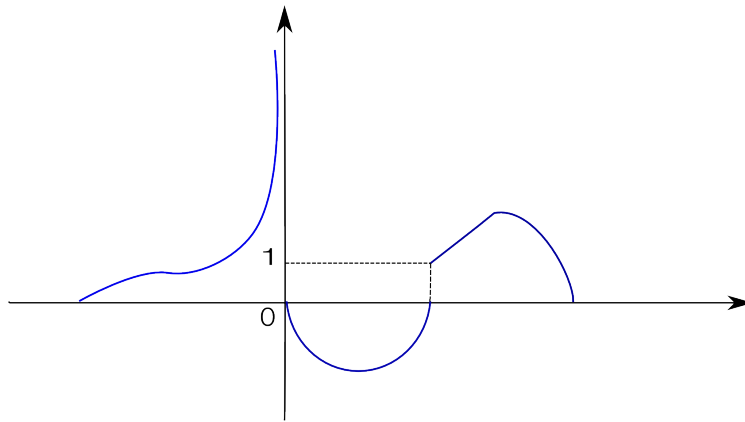


FIGURA 1. Esercizio 5

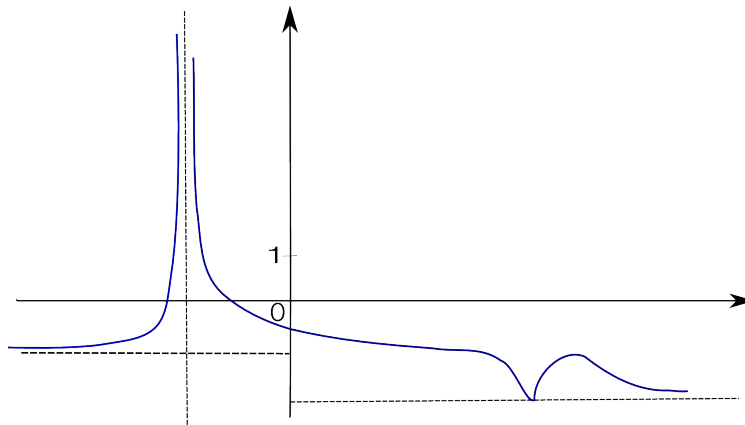


FIGURA 2. Esercizio 6

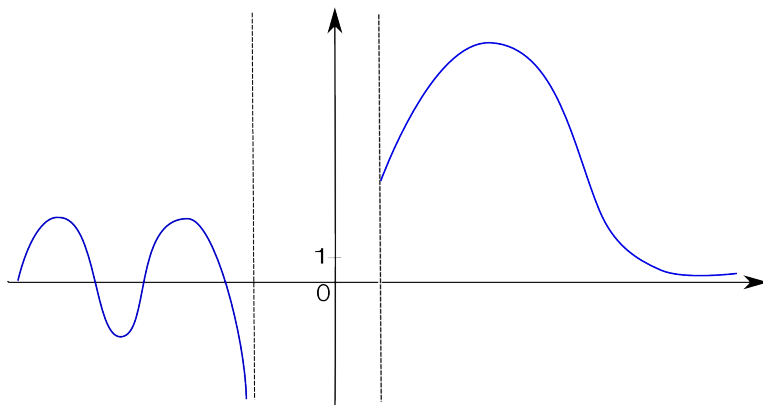


FIGURA 3. Esercizio 7

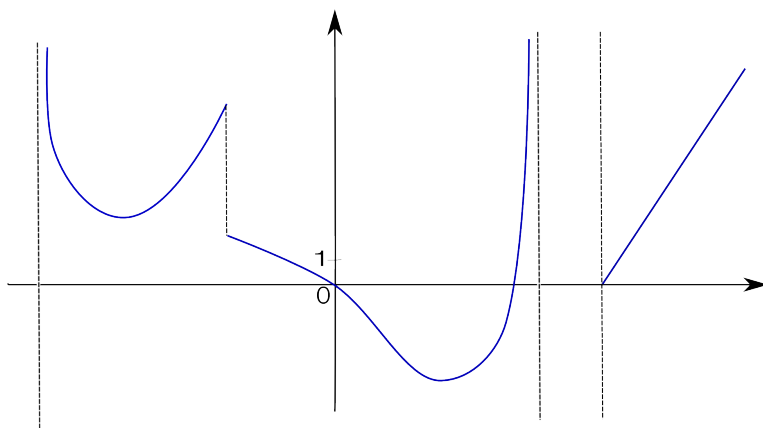


FIGURA 4. Esercizio 8

### Alcune soluzioni degli Esercizi 13

(4) a) 1,      b) 2,      c) 1