

ESERCIZI 10

(1) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \sin 3x$$

$$f_2(x) = \cos(x^2 + 1)$$

$$f_3(x) = \tan(\cos x)$$

$$f_4(x) = \sqrt{e^x + 1}$$

$$f_5(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$f_6(x) = \frac{x - 3}{\log x}$$

$$f_7(x) = (1 + 3^x)^2$$

$$f_8(x) = x^2 + \log_{10} x$$

$$f_9(x) = \cos x - \sin 2x$$

$$f_{10}(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$$

$$f_{11}(x) = 2^{x^2+3}$$

$$f_{12}(x) = \log_2(x^2 - 3x + 1)$$

$$f_{13}(x) = e^{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$f_{14}(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$$

$$f_{15}(x) = e^{-x}(x^2 + 2x)$$

$$f_{16}(x) = x \log x$$

$$f_{17}(x) = 2^x \sin x$$

$$f_{18}(x) = e^x \cos x + e^{-x} \sin x$$

$$f_{19}(x) = \arctan\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$f_{20}(x) = \arcsin \sqrt{\frac{1}{x}}$$

(2) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)$ nel punto di ascissa x_0 , dove

$$\mathbf{a)} \quad f(x) = x + \sin x \quad x_0 = 0$$

$$\mathbf{b)} \quad f(x) = \cos(\log x) \quad x_0 = e^\pi$$

$$\mathbf{c)} \quad f(x) = e^{x^2} \quad x_0 = 0$$

$$\mathbf{d)} \quad f(x) = 2x + 1 \quad x_0 = 1$$

$$\mathbf{e)} \quad f(x) = x^x \quad x_0 = e.$$

- (3) Studiare la continuità e la derivabilità della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ 1 - x^2 & 0 < x \leq 1 \\ \log x & x > 1. \end{cases}$$

- (4) Stabilire per quali valori dei parametri reali a, b la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 2 \\ ax + b & x > 2 \end{cases}$$

è continua e derivabile in \mathbb{R} .

- (5) Calcolare la velocità di variazione del volume e della superficie di una sfera rispetto al suo raggio.
- (6) Calcolare la velocità di variazione dell'area e del perimetro di un cerchio rispetto al suo raggio.
- (7) La legge oraria del moto di una particella è

$$s(t) = \frac{2t}{t+1},$$

dove t è il tempo misurato in secondi ed s è lo spazio misurato in centimetri. Trovare la velocità della particella dopo 2 secondi.

- (8) La legge oraria del moto di una particella è

$$s(t) = t^2 - 12t + 11,$$

dove t è il tempo misurato in secondi ed s è lo spazio misurato in centimetri.

- (i) Trovare la velocità della particella all'istante t .
 - (ii) Calcolare la velocità dopo 3 secondi.
 - (iii) In quali istanti la particella è ferma?
 - (iv) In quali istanti la particella si muove in avanti?
 - (v) Trovare la distanza totale percorsa nei primi 8 secondi.
 - (vi) Disegnare i grafici delle funzioni posizione e velocità.
- (9) Supponendo che la retta tangente al grafico della funzione $f(x)$ nel punto $(4, 3)$ passi per il punto $(0, 2)$, determinare $f(4)$ e $f'(4)$.
- (10) Scrivere l'equazione della retta tangente (se esiste) al grafico della funzione $f(x) = \log_{10} x$ passante per l'origine.
- (11) Stabilire quante sono le rette tangenti al grafico della funzione $f(x) = \log x^2$ passanti per l'origine. Scrivere le equazioni di tali rette.

- (12) Determinare le equazioni delle rette tangenti alla parabola $y = x^2$ e passanti per il punto $(0, -1)$.
- (13) Determinare quante rette sono tangenti ad entrambe le parabole $y = 1 + x^2$ e $y = -1 - x^2$. Scrivere le coordinate dei punti di tangenza.

Alcune soluzioni degli Esercizi 7

- (2) **a)** $y = 2x$, **b)** $y = -1$, **c)** $y = 1$, **d)** $y = 2x + 1$
 e) $y = 2e^e x + e^e(1 - 2e)$
- (4) $a = 4$, $b = -4$