

APS 2 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

OBJETIVO GERAL

Desenvolver uma função, usando o Python, para avaliar o comportamento da temperatura de um dissipador de calor (aleta) aplicando técnicas numéricas de simulação.

CRONOGRAMA

- O grupo deverá ser formado por 4 alunos.
- O grupo deverá enviar, via Blackboard, até o dia **29/03** às **23:59** os seguintes documentos:
 - I. Um PDF com a resposta comentada das atividades.
 - II. O programa, em Python, desenvolvido.

OBS:

A função deve receber:

Dados do material: densidade do material, calor específico, condutividade térmica.

Dados do ambiente: coeficiente de transferência por convecção, temperatura do fluido.

Dados do dissipador: temperatura da base, raio, comprimento.

Dados do modelo numérico: Δx , tempo total da simulação.

A função deve retornar: Um gráfico (*Temperatura \times posição*) com o resultado numérico. Um gráfico (*Temperatura \times posição*) com o resultado analítico. Use legendas e indique as unidades usadas.

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Considere uma aleta de seção transversal circular e constante, com temperatura fixa na base e exposta ao ambiente em todas as outras superfícies. Podemos esboçar as entradas e saídas de energia em um volume de controle definido ao redor de uma seção como indica a Fig.1.

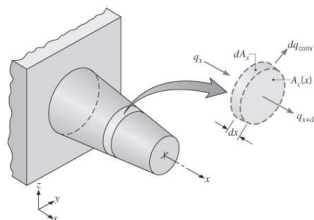


Figura 1: Balanço de energia em um volume de controle (Incropera, 2008).

- q_x taxa de transferência de calor por condução em x .
- q_{x+dx} taxa de transferência de calor por condução em $x + dx$.
- dq_{conv} taxa de transferência de calor por convecção através da área superficial do elemento diferencial.

Substituindo as equações de taxa q_x , q_{x+dx} e dq_{conv} podemos obter a forma geral da equação da energia para uma superfície estendida, em regime transiente como:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{\kappa A_{tr}} (T - T_{\infty}) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{dT}{dt}$$

Onde α é a difusividade do material, A_{tr} é a área da seção transversal a aleta, h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, κ é a condutividade térmica do material da aleta e P é o perímetro da seção da aleta.

ROTEIRO DE ATIVIDADES

1. Aplique os conceitos do método das diferenças finitas na equação diferencial do problema para definir uma equação de diferença algébrica associada aos nós da aleta. Considere para a segunda derivada da temperatura no espaço uma equação de diferença finita centrada e para a primeira derivada no tempo da temperatura uma equação de diferença progressiva. Apresente o desenvolvimento das equações.
2. Apresente um gráfico (*Temperatura × posição*) após obter o regime permanente. Use uma tolerância de $tol = 1 \cdot 10^{-10}$. Considere que a aleta, de comprimento $L = 300mm$, densidade de $2700 kg/m^3$, condutividade térmica de $180 W/(mK)$ e calor específico $896 J/(kgK)$, tem a temperatura especificada na extremidade de $T(L) = 25^\circ C$. A aleta está em contato com uma base a $T_b = 100^\circ C$ em um ambiente a $T_{\infty} = 50^\circ C$ e $h = 50 W/m^2 K$. Para a condição de estabilidade do procedimento numérico use $\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{\alpha \cdot \left(\frac{hP\Delta x^2}{\kappa A_{tr}} + 2 \right)}$.
3. Para validar os resultados obtidos com o software desenvolvido, apresente um gráfico (*Temperatura × posição*) para o comportamento analítico da temperatura na aleta usando as mesmas condições definidas no item anterior.

RUBRICA DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES

As atividades/entregas serão avaliadas de acordo com cada critério definido na rubrica em “nada evidente”, “algo evidente” e “bem evidente”.

Evidências sobre a identificação e entendimento do problema

Entendeu e identificou a natureza do problema/atividade.

Evidências sobre análise e desenvolvimento do problema com base nos objetivos de aprendizagem da atividade.

Resolveu o problema/atividade com base nos conhecimentos teóricos fundamentais deixando evidente a relação de ideias e conceitos.

Foi capaz de aplicar, analisar e/ou avaliar **o problema proposto**, usando conhecimentos teóricos fundamentais e demonstrando domínio conceitual **de acordo com a proposta do problema**.

Foi capaz de elaborar uma resposta coerente em termos **quantitativos** (grandezas obtidas).

Foi capaz de elaborar uma resposta coerente em termos **qualitativos** (unidades e conceitos).

Não apresentou dificuldades na manipulação matemática (dificuldade conceitual e/ou desatenção operacional).

Evidências sobre a organização e clareza da resposta

Demonstrou clareza na elaboração da resposta do problema/atividade.