EPG3343 - Seminario de Estadística III

Clase 1

Jonathan Acosta

Pontificia Universidad Católica de Chile

Segundo Semestre, 2022

Esquema

Esquema

Programa: Descripción

- Este curso presenta ideas y métodos estadísticos que toman en cuenta la información de localización.
- Partiendo por algunos métodos clásicos descriptivos, se desarrolla el concepto de inferencia espacial basada en modelos.
- Se dará énfasis a la construcción de tales modelos desde un punto de vista Bayesiano, incluyendo modelos de regresión y modelos especificados condicionalmente.

Programa: Objetivos

1. Aplicar técnicas de modelamiento estadístico para distintos tipos de datos espaciales que surgen en la práctica.

2. Utilizar software de dominio público para implementar los modelos estudiados.

3. Decidir el mejor método de análisis entre las opciones disponibles mediante técnicas de comparación de modelos.

Programa: Contenidos

1. Introducción
    1. Efectos de la correlación y tipos de datos espaciales
    2. Análisis Exploratorio
2. Campos Aleatorios
    1. Estacionariedad, isotropía, función de covarianza y semivariograma.
    2. Modelos de Covarianza y Semivariograma
    3. Métodos de Estimación.
    4. Predicción Espacial y Kriging.
    5. Modelos de Regresión Espacial.
3. Modelos jerárquicos Bayesianos
    1. Modelos estacionarios: isotropía y kriging
    2. Modelos lineales generalizados espaciales
    3. Predicción
4. Aplicaciones
    1. Modelos Espacio-temporal
    2. Modelos de sobrevivencia espacial
    3. Modelos espaciales epidemiológicos

Programa: Bibliografía

Mínima

- Banerjee S., Carlin B., and Gelfand A. (2015), *Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data*, Boca Raton: Chapman Hall/CRC.
- Shabenberger, O., Gotway, C. A. (2005), *Statistical Methods for Spatial Data Analysis*, Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.

Complementaria

- Bivand, R.; Pebesma, E.; Gómez-Rubio, V. (2013), *Applied Spatial Data Analysis with R*, New York: Springer.
- Cressie, N. (1993), *Statistics for Spatial Data*, New York: Wiley.
- Wikle, C.; Zammit-Mangion, A.; Cressie, N. (2019), *Spatio-Temporal Statistics with R*, New York, Chapman and Hall/CRC.

Esquema

1 Programa

2 Evaluaciones

3 Normas generales

4 Introducción
- Efectos de la Correlación
- Tipos de Datos Espaciales

Tipos de evaluaciones

- **Interrogaciones (I)**: Miden el manejo de los conceptos y la información entregada en las sesiones teóricas y prácticas. Estas serán de desarrollo y tendrán una duración de 2 horas.

Tipos de evaluaciones

- **Interrogaciones (I)**: Miden el manejo de los conceptos y la información entregada en las sesiones teóricas y prácticas. Estas serán de desarrollo y tendrán una duración de 2 horas.

- **Tareas o Laboratorios (L)**: Corresponden a problemas prácticos que deben resolver computacionalmente. Dispondrán al menos una semana para resolver cada actividad y trabajaran en grupos de 2 estudiantes

Tipos de evaluaciones

- **Interrogaciones (I)**: Miden el manejo de los conceptos y la información entregada en las sesiones teóricas y prácticas. Estas serán de desarrollo y tendrán una duración de 2 horas.

- **Tareas o Laboratorios (L)**: Corresponden a problemas prácticos que deben resolver computacionalmente. Dispondrán al menos una semana para resolver cada actividad y trabajaran en grupos de 2 estudiantes

- **Proyecto (P)**: Corresponde a un trabajo semestral, en el cual deberán resolver una problemática con los contenidos vistos en clases. Consiste en la entrega de un informe y presentación de resultados. Se realizará en grupos de 3 o 4 estudiantes.

Tipos de evaluaciones

- **Interrogaciones (I)**: Miden el manejo de los conceptos y la información entregada en las sesiones teóricas y prácticas. Estas serán de desarrollo y tendrán una duración de 2 horas.

- **Tareas o Laboratorios (L)**: Corresponden a problemas prácticos que deben resolver computacionalmente. Dispondrán al menos una semana para resolver cada actividad y trabajaran en grupos de 2 estudiantes

- **Proyecto (P)**: Corresponde a un trabajo semestral, en el cual deberán resolver una problemática con los contenidos vistos en clases. Consiste en la entrega de un informe y presentación de resultados. Se realizará en grupos de 3 o 4 estudiantes.

- **Examen (E)**: Corresponde a una interrogación de toda la materia.

Calendario de evaluaciones

- Laboratorios:
  - Lab.1: Publicación 07 de septiembre; Entrega 16 de septiembre.
  - Lab.2: Publicación 20 de octubre; Entrega 28 de octubre.

Calendario de evaluaciones

- Laboratorios:
    - Lab.1: Publicación 07 de septiembre; Entrega 16 de septiembre.
    - Lab.2: Publicación 20 de octubre; Entrega 28 de octubre.
- Interrogaciones:
    - Interrogación 1: 24 de septiembre.
    - Interrogación 2: 05 de noviembre.

Calendario de evaluaciones

- Laboratorios:
  - Lab.1: Publicación 07 de septiembre; Entrega 16 de septiembre.
  - Lab.2: Publicación 20 de octubre; Entrega 28 de octubre.
- Interrogaciones:
  - Interrogación 1: 24 de septiembre.
  - Interrogación 2: 05 de noviembre.
- Proyecto:
  - Informe: 20 de noviembre; Presentación: 24 de noviembre.

Calendario de evaluaciones

- Laboratorios:
  - Lab.1: Publicación 07 de septiembre; Entrega 16 de septiembre.
  - Lab.2: Publicación 20 de octubre; Entrega 28 de octubre.
- Interrogaciones:
  - Interrogación 1: 24 de septiembre.
  - Interrogación 2: 05 de noviembre.
- Proyecto:
  - Informe: 20 de noviembre; Presentación: 24 de noviembre.
- Examen: 30 de noviembre.

Cálculo nota final

La nota de presentación (NP) de las actividades desarrolladas durante el semestre será calculada como:

$$\mathrm{NP} = 0{,}4 \times \left(\frac{\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2}{2}\right) + 0{,}3 \times \left(\frac{\mathrm{L}_1 + \mathrm{L}_2}{2}\right) + 0{,}3 \times \mathrm{P}$$

Cálculo nota final

La nota de presentación (NP) de las actividades desarrolladas durante el semestre será calculada como:

$$\mathrm{NP} = 0{,}4 \times \left(\frac{\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2}{2}\right) + 0{,}3 \times \left(\frac{\mathrm{L}_1 + \mathrm{L}_2}{2}\right) + 0{,}3 \times \mathrm{P}$$

La nota final (NF) será la siguiente:

$$\mathrm{NF} = \begin{cases} \mathrm{NP} & \text{si} \quad \mathrm{NP} \geq 4{,}5 \\ 0{,}7 \times \mathrm{NP} + 0{,}3 \times \mathrm{E} & \text{si} \quad \mathrm{NP} < 4{,}5 \end{cases}$$

Esquema

Normas generales

Asistencia:

- La asistencia a las sesiones teóricas no es obligatoria y es responsabilidad del estudiante conseguir la información entregada en esta.
- La asistencia a las interrogaciones es obligatoria.
- Las inasistencias a las interrogaciones deberán ser justificadas en la Dirección Académica.

Normas generales

Asistencia:

- La asistencia a las sesiones teóricas no es obligatoria y es responsabilidad del estudiante conseguir la información entregada en esta.
- La asistencia a las interrogaciones es obligatoria.
- Las inasistencias a las interrogaciones deberán ser justificadas en la Dirección Académica.

Evaluaciones:

- Las interrogaciones se realizarán solo y sin excepción en las fechas y horas asignadas por Dirección Académica.
- La ausencia no justificada ante Dirección Académica a una interrogación o examen será calificada con nota mínima, 1,0.
- La ausencia justificada ante Dirección Académica a una interrogación, será calificada con la nota del Examen.

Protocolo COVID:

- En clases el uso de mascarillas es obligatorio, y se debe asegurar la ventilación de los espacios.
- En caso de actividades obligatorias, las inasistencias originadas por COVID se deben justificar con un certificado emitido por la enfermera del campus.
- Este se emitirá y enviará a las Unidades Académicas luego de la presentación de un resultado PCR positivo o de un test de antígenos en la Universidad, que recomiende hacer la enfermera dependiendo de los síntomas.
- Para tramitar el certificado, los estudiantes deben reportar los casos positivos **aquí**.

Esquema

¿Qué es un modelo Geo-Estadístico?

Introducción

¿Qué es un modelo Geo-Estadístico?

Principio (Primera Ley de la geografía)

Cantidades cercanas (vecinas) tienden a ser más parecidas que las cantidades que están más apartadas

Introducción

- En el análisis tradicional de datos tiene por supuesto que las observaciones de una muestra son independientes.

Introducción

- En el análisis tradicional de datos tiene por supuesto que las observaciones de una muestra son independientes.
- El punto principal de la Estadística Espacial es olvidar la suposición de independencia de una muestra dada y en su lugar modelar dicha dependencia subyacente como función de la separación espacial de los datos de la muestra.

Introducción

- En el análisis tradicional de datos tiene por supuesto que las observaciones de una muestra son independientes.
- El punto principal de la Estadística Espacial es olvidar la suposición de independencia de una muestra dada y en su lugar modelar dicha dependencia subyacente como función de la separación espacial de los datos de la muestra.
- Cabe señalar que ignorar la dependencia espacial en muestras con tal dependencia podría llevar a consecuencias fatales de interpretación; ya que en algunos casos incluso la consistencia que posee el promedio como estimador de la media puede perderse; en otros incluso podría rechazarse una prueba que no debería ser rechazada.

Efectos de la Correlación: Estimación

Sea $Y_1, \ldots, Y_n \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ con σ^2 conocido y $\widehat{\mu} = \overline{Y}_n$ el estimador de μ, tal que:

i. $\text{cov}(Y_i, Y_j) = 0$, $\forall i \neq j$, entonces

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\overline{Y}_n] &= \mu \\ \mathbb{V}[\overline{Y}_n] &= \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned}$$

ii. $\text{cov}(X_i, X_j) = \sigma^2 \rho$, $\forall i \neq j$, entonces

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\overline{Y}_n] &= \mu \\ \mathbb{V}[\overline{Y}_n] &= \frac{1}{n^2}\left[\sum_{i=1}^{n} \mathbb{V}[X_i] + 2\sum_{i<j} \text{cov}(Y_i, Y_j)\right] \\ &= \frac{\sigma^2}{n}\left(1 + (n-1)\rho\right) \end{aligned}$$

Efectos de la Correlación

Consecuencias:

1. Tanto bajo dependencia como independencia, el estimador de la media es insesgado.

2. Si $\rho > 0$ entonces $\mathbb{V}[\overline{Y}_n] > \dfrac{\sigma^2}{n}$. Por lo tanto se comete un error en la estimación de la varianza (se subestima).

3. Si $\rho > 0$ entonces $\lim_{n \to \infty} ECM(\overline{Y}_n) = \rho\sigma^2 \neq 0$.

   $\therefore$ $\overline{Y}_n$ pierde la consistencia en media cuadrática.

Efectos de la Correlación: Test de Hipótesis

Adicionalmente, considere el test:

$$H_0 : \ \mu = \mu_0$$

- Ignorando la correlación:

$$Z^*_{obs} = \frac{\sqrt{n}(\overline{Y}_n - \mu_0)}{\sigma}$$

- Considerando la correlación:

$$Z_{obs} = \frac{\sqrt{n}(\overline{Y}_n - \mu_0)}{\sigma\sqrt{1 + (n-1)\rho}}$$

Observación: Z^*_{obs} tiene un mayor error tipo II, por lo tanto, rechaza H_0 más a menudo de lo que debería.

Efectos de la Correlación: Predicción

Sea Y_0 un valor no observado, asumiendo que

$$\mathbb{E}[Y_0] = \mu, \quad \mathbb{V}[Y_0] = \sigma^2, \quad \mathrm{cov}(Y_j, Y_0) = \sigma^2\rho, \; j = 1, \ldots, n$$

Efectos de la Correlación: Predicción

Sea Y_0 un valor no observado, asumiendo que

$$\mathbb{E}[Y_0] = \mu, \quad \mathbb{V}[Y_0] = \sigma^2, \quad \text{cov}(Y_j, Y_0) = \sigma^2\rho,\ j = 1, \ldots, n$$

Entonces, el mejor predictor lineal de Y_0 es

$$P(Y_0) = \boldsymbol{\lambda}^\top \boldsymbol{Y}.$$

Condición de Insesgamiento: $\mathbb{E}[P(Y_0)] = \mathbb{E}[Y_0] \ \Rightarrow \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1.$

Efectos de la Correlación: Predicción

Sea Y_0 un valor no observado, asumiendo que

$$\mathbb{E}[Y_0] = \mu, \quad \mathbb{V}[Y_0] = \sigma^2, \quad \mathrm{cov}(Y_j, Y_0) = \sigma^2\rho,\ j = 1, \ldots, n$$

Entonces, el mejor predictor lineal de Y_0 es

$$P(Y_0) = \boldsymbol{\lambda}^\top \boldsymbol{Y}.$$

Condición de Insesgamiento: $\mathbb{E}[P(Y_0)] = \mathbb{E}[Y_0] \ \Rightarrow \ \displaystyle\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1.$

Objetivo:

$$\min_{\boldsymbol{\lambda}} \left\{ \mathbb{E}\left[\left(P(Y_0) - Y_0 \right)^2 \right] \right\} \quad \text{sugeto a} \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1.$$

Efectos de la Correlación

Lagrangeano:

$$L(\boldsymbol{\lambda}, m) = \boldsymbol{\lambda}^\top \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\lambda} + \sigma^2 - 2\boldsymbol{\lambda}^\top \boldsymbol{C} - 2m(\boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{1} - 1)$$

donde $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{V}[\boldsymbol{Y}]$ y $\boldsymbol{C} = \operatorname{cov}(\boldsymbol{Y}, Y_0)$.

Efectos de la Correlación

Lagrangeano:

$$L(\boldsymbol{\lambda}, m) = \boldsymbol{\lambda}^\top \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\lambda} + \sigma^2 - 2\boldsymbol{\lambda}^\top \boldsymbol{C} - 2m(\boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{1} - 1)$$

donde $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{V}[\boldsymbol{Y}]$ y $\boldsymbol{C} = \text{cov}(\boldsymbol{Y}, Y_0)$. Obteniendo,

$$\begin{aligned} P(Y_0) &= \widehat{\mu} + \boldsymbol{C}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{Y} - \mathbf{1}\widehat{\mu}) \\ \sigma^2_{pred} &= \sigma^2 - \boldsymbol{C}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{C} + \left(1 - \mathbf{1}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{C}\right) \left(\mathbf{1}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{1}\right)^{-1} \end{aligned}$$

donde $\widehat{\mu} = \left(\mathbf{1}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{1}\right)^{-1} \mathbf{1} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{Y}$.

Efectos de la Correlación

Lagrangeano:

$$L(\boldsymbol{\lambda}, m) = \boldsymbol{\lambda}^\top \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\lambda} + \sigma^2 - 2\boldsymbol{\lambda}^\top \boldsymbol{C} - 2m(\boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{1} - 1)$$

donde $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{V}[\boldsymbol{Y}]$ y $\boldsymbol{C} = \text{cov}(\boldsymbol{Y}, Y_0)$. Obteniendo,

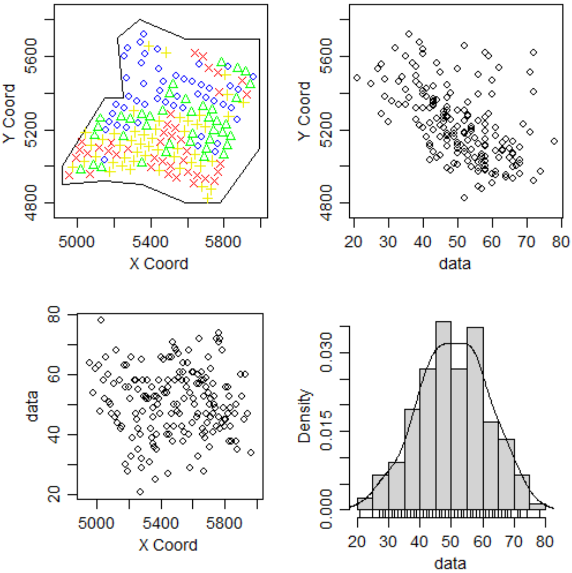
$$\begin{aligned} P(Y_0) &= \widehat{\mu} + \boldsymbol{C}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{Y} - \mathbf{1}\widehat{\mu}) \\ \sigma^2_{pred} &= \sigma^2 - \boldsymbol{C}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{C} + \left(1 - \mathbf{1}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{C}\right) \left(\mathbf{1}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{1}\right)^{-1} \end{aligned}$$

donde $\widehat{\mu} = \left(\mathbf{1}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{1}\right)^{-1} \mathbf{1} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{Y}$.

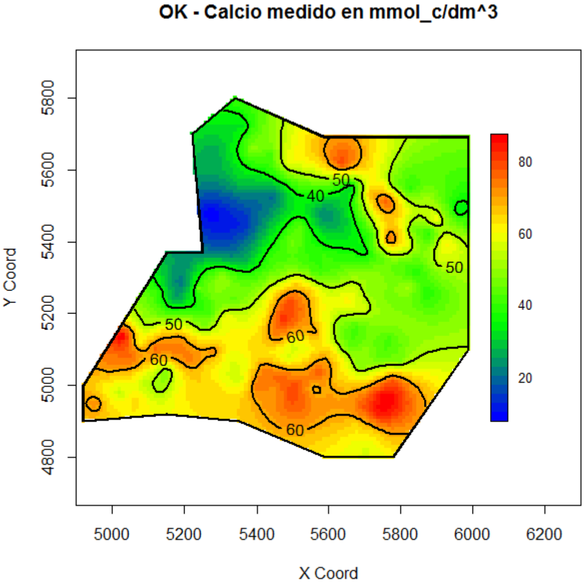
Por otro lado, si $\rho = 0$ (ausencia de correlación) entonces

$$\begin{aligned} P^*(Y_0) &= \overline{Y} \\ \sigma^{2*}_{pred} &= \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{n}\right) \end{aligned}$$

Efectos de la Correlación: Data Calcio



Efectos de la Correlación: Data Calcio



Tipos de Datos Espaciales

Cressie (1993) sugiere clasificar problemas asociados a la estadística espacial según la naturaleza del dominio espacial. Para precisar en estas clasificaciones, denotamos un proceso espacial en d dimensiones como

$$\left\{ Z(\boldsymbol{s}) : \ \boldsymbol{s} \in D \subset \mathbb{R}^d \right\}$$

Tipos de Datos Espaciales

Cressie (1993) sugiere clasificar problemas asociados a la estadística espacial según la naturaleza del dominio espacial. Para precisar en estas clasificaciones, denotamos un proceso espacial en d dimensiones como

$$\left\{ Z(\boldsymbol{s}) : \; \boldsymbol{s} \in D \subset \mathbb{R}^d \right\}$$

- Z denota el atributo que observamos, por ejemplo, el rendimiento, la concentración o el número de muertes infantiles repentinas.

Tipos de Datos Espaciales

Cressie (1993) sugiere clasificar problemas asociados a la estadística espacial según la naturaleza del dominio espacial. Para precisar en estas clasificaciones, denotamos un proceso espacial en d dimensiones como

$$\left\{ Z(\boldsymbol{s}) : \ \boldsymbol{s} \in D \subset \mathbb{R}^d \right\}$$

- Z denota el atributo que observamos, por ejemplo, el rendimiento, la concentración o el número de muertes infantiles repentinas.
- El lugar en el que se observa Z es $\boldsymbol{s}$, un vector de coordenadas $(d \times 1)$. Típicamente denominado localización o sitio.

Tipos de Datos Espaciales

Cressie (1993) sugiere clasificar problemas asociados a la estadística espacial según la naturaleza del dominio espacial. Para precisar en estas clasificaciones, denotamos un proceso espacial en d dimensiones como

$$\left\{ Z(\boldsymbol{s}) : \ \boldsymbol{s} \in D \subset \mathbb{R}^d \right\}$$

- Z denota el atributo que observamos, por ejemplo, el rendimiento, la concentración o el número de muertes infantiles repentinas.
- El lugar en el que se observa Z es $\boldsymbol{s}$, un vector de coordenadas $(d \times 1)$. Típicamente denominado localización o sitio.
- En general, la dimensión es $d = 2$ y $\boldsymbol{s} = (x, y)$ son las coordenadas cartesianas.

Tipos de Datos Espaciales

Cressie (1993) sugiere clasificar problemas asociados a la estadística espacial según la naturaleza del dominio espacial. Para precisar en estas clasificaciones, denotamos un proceso espacial en d dimensiones como

$$\left\{Z(\boldsymbol{s}):\ \boldsymbol{s} \in D \subset \mathbb{R}^d\right\}$$

- Z denota el atributo que observamos, por ejemplo, el rendimiento, la concentración o el número de muertes infantiles repentinas.
- El lugar en el que se observa Z es $\boldsymbol{s}$, un vector de coordenadas $(d \times 1)$. Típicamente denominado localización o sitio.
- En general, la dimensión es $d = 2$ y $\boldsymbol{s} = (x, y)$ son las coordenadas cartesianas.

Los tipos de datos espaciales se distinguen por las características del dominio D.

Datos Geoestadísticos

Tipos de Datos Espaciales

Datos Geoestadísticos

- El dominio D es un conjunto continuo y fijo.

Datos Geoestadísticos

- El dominio D es un conjunto continuo y fijo.
- Por continuo quiere decir que $Z(\boldsymbol{s})$ puede observarse en cualquier lugar dentro de D, es decir, que entre $\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j \in D$ existe un número infinito no numerable de localizaciones en D.

Datos Geoestadísticos

- El dominio D es un conjunto continuo y fijo.
- Por continuo quiere decir que $Z(\boldsymbol{s})$ puede observarse en cualquier lugar dentro de D, es decir, que entre $\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j \in D$ existe un número infinito no numerable de localizaciones en D.
- Por fijo quiere decir que los puntos de D no son estocásticos.

Datos Geoestadísticos

- El dominio D es un conjunto continuo y fijo.
- Por continuo quiere decir que $Z(\boldsymbol{s})$ puede observarse en cualquier lugar dentro de D, es decir, que entre $\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j \in D$ existe un número infinito no numerable de localizaciones en D.
- Por fijo quiere decir que los puntos de D no son estocásticos.
- Es importante asociar la continuidad con el dominio, no con el atributo que se mide. Es decir, Z puede ser continuo o discreto.

Datos Geoestadísticos

- El dominio D es un conjunto continuo y fijo.
- Por continuo quiere decir que $Z(\boldsymbol{s})$ puede observarse en cualquier lugar dentro de D, es decir, que entre $\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j \in D$ existe un número infinito no numerable de localizaciones en D.
- Por fijo quiere decir que los puntos de D no son estocásticos.
- Es importante asociar la continuidad con el dominio, no con el atributo que se mide. Es decir, Z puede ser continuo o discreto.
- Ejemplos: Medición de la temperatura en el aire, nivel de contaminación del suelo por hidrocarburos.

Datos sobre Grillas

Datos sobre Grillas

- El dominio D es fijo y numerable (o discreto).

Tipos de Datos Espaciales

Datos sobre Grillas

- El dominio D es fijo y numerable (o discreto).
- Por numerable quiere decir que $Z(\boldsymbol{s})$ puede observarse en cantidad contable (finita o infinita) de lugares dentro de D.

Datos sobre Grillas

- El dominio D es fijo y numerable (o discreto).
- Por numerable quiere decir que $Z(\boldsymbol{s})$ puede observarse en cantidad contable (finita o infinita) de lugares dentro de D.
- Las localizaciones espaciales con datos reticulares suelen denominarse **sitios** y estos no suelen representar puntos en el espacio, sino por regiones areales. Sin embargo, es conveniente o necesario asignar a cada sitio una coordenada espacial precisa. Una localización "representativa".

Tipos de Datos Espaciales

Datos sobre Grillas

- El dominio D es fijo y numerable (o discreto).
- Por numerable quiere decir que $Z(\boldsymbol{s})$ puede observarse en cantidad contable (finita o infinita) de lugares dentro de D.
- Las localizaciones espaciales con datos reticulares suelen denominarse **sitios** y estos no suelen representar puntos en el espacio, sino por regiones areales. Sin embargo, es conveniente o necesario asignar a cada sitio una coordenada espacial precisa. Una localización "representativa".
- Ejemplos: Atributos recogidos por código postal, zona censal, o los datos de teledetección comunicados por píxeles.

Patrones de Puntos

Patrones de Puntos

- El dominio D es aleatorio.

Patrones de Puntos

- El dominio D es aleatorio.
- Por aleatorio quiere decir que el dominio cambia de una realización a otra.

Patrones de Puntos

- El dominio D es aleatorio.
- Por aleatorio quiere decir que el dominio cambia de una realización a otra.
- En este contexto, una tarea importante es identificar las tendencias espaciales en la densidad de puntos. Es decir, es de interés el dominio mismo.

Patrones de Puntos

- El dominio D es aleatorio.
- Por aleatorio quiere decir que el dominio cambia de una realización a otra.
- En este contexto, una tarea importante es identificar las tendencias espaciales en la densidad de puntos. Es decir, es de interés el dominio mismo.
- Se debe distinguir entre patrones marcados y patrones no marcados.

Tipos de Datos Espaciales

Patrones de Puntos

- El dominio D es aleatorio.
- Por aleatorio quiere decir que el dominio cambia de una realización a otra.
- En este contexto, una tarea importante es identificar las tendencias espaciales en la densidad de puntos. Es decir, es de interés el dominio mismo.
- Se debe distinguir entre patrones marcados y patrones no marcados.
- Ejemplos: Epicentros de terremotos mayores a 7 grados Richter, pozos petroleros.

Bibliografia

Banerjee S., Carlin B., and Gelfand A. (2015) *Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data*, Boca Raton: Chapman Hall/CRC.

Cressie, N. (1993) *Statistics for Spatial Data*. New York: Wiley.

Matheron, G., (1965) Les variables régionalisés et leur estimation. Masson, Paris.

Shabenberger, O., Gotway, C. A. (2005) *Statistical Methods for Spatial Data Analysis*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.

¿Alguna Consulta?