

ANEXO 2

Otimização Heurística pelo Método da Evolução Diferencial

Este anexo trata, de forma resumida, da técnica de otimização evolutiva utilizada para o ajuste do modelo matemático de Elementos Finitos apresentado no Capítulo IV e no procedimento de identificação de trincas abordado pelo Capítulo VI. Trata-se da técnica conhecida como Evolução Diferencial (*Differential Evolution*), escolhida para ser utilizada nas aplicações desta Tese de Doutorado devido a sua capacidade de trabalhar de forma satisfatória com problemas complexos de otimização e, também, devido a sua robustez (habilidade em evitar soluções de mínimo local). Recomenda-se a leitura dos trabalhos de Viana (2006), Lobato (2008) e Viana (2008) para obter mais detalhes acerca do método heurístico da Evolução Diferencial.

A2.1 Descrição do Método

A Evolução Diferencial é um algoritmo evolutivo de otimização proposto inicialmente por Storn e Price (1995). Este método utiliza procedimentos derivados dos processos biológicos, tais como a herança genética, mutação, seleção natural e cruzamento. No entanto, diferentemente do que aconteceu historicamente com os algoritmos genéticos, a principal ideia por trás do método da Evolução Diferencial não é propriamente simular a teoria de Darwin sobre a sobrevivência e evolução das espécies (VIANA, 2006). Diferentemente, este método apresenta uma concepção puramente matemática, baseada em operações vetoriais, sendo por esse motivo considerada uma abordagem estrutural (COELHO, 2003).

No algoritmo da Evolução Diferencial, o valor de cada variável de projeto é representado por um valor real e o procedimento de otimização é regido pelas etapas apresentadas

na sequência abaixo (LOBATO, 2008). A Fig. A2.1 apresenta um fluxograma que ilustra de forma simplificada estas etapas.

- a) *Passo 1*: gera-se uma população inicial (aleatoriamente) com soluções factíveis para o problema em questão, garantindo que os valores atribuídos às variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista (espaço de projeto);
- b) *Passo 2*: seleciona-se um indivíduo, de forma aleatória, para ser substituído. Três (ou mais; Tab. A2.1) diferentes indivíduos são selecionados como genitores (pais), sendo que um destes é selecionado como genitor principal;
- c) *Passo 3*: adiciona-se ao valor atual da variável (genitor principal) a diferença entre duas outras variáveis (ou soma da diferença entre outras variáveis; Tab. A2.1) ponderada por uma taxa de perturbação F . Este procedimento representa o operador de mutação na Evolução Diferencial;
- d) *Passo 4*: aplica-se agora o procedimento que representa o operador de cruzamento na Evolução Diferencial, realizado segundo uma probabilidade de cruzamento CR ;
- e) *Passo 5*: se o vetor resultante apresentar uma função de adaptação (*Fitness*) melhor que a do genitor principal, ele o substitui. Caso contrário, este vetor é mantido na população.

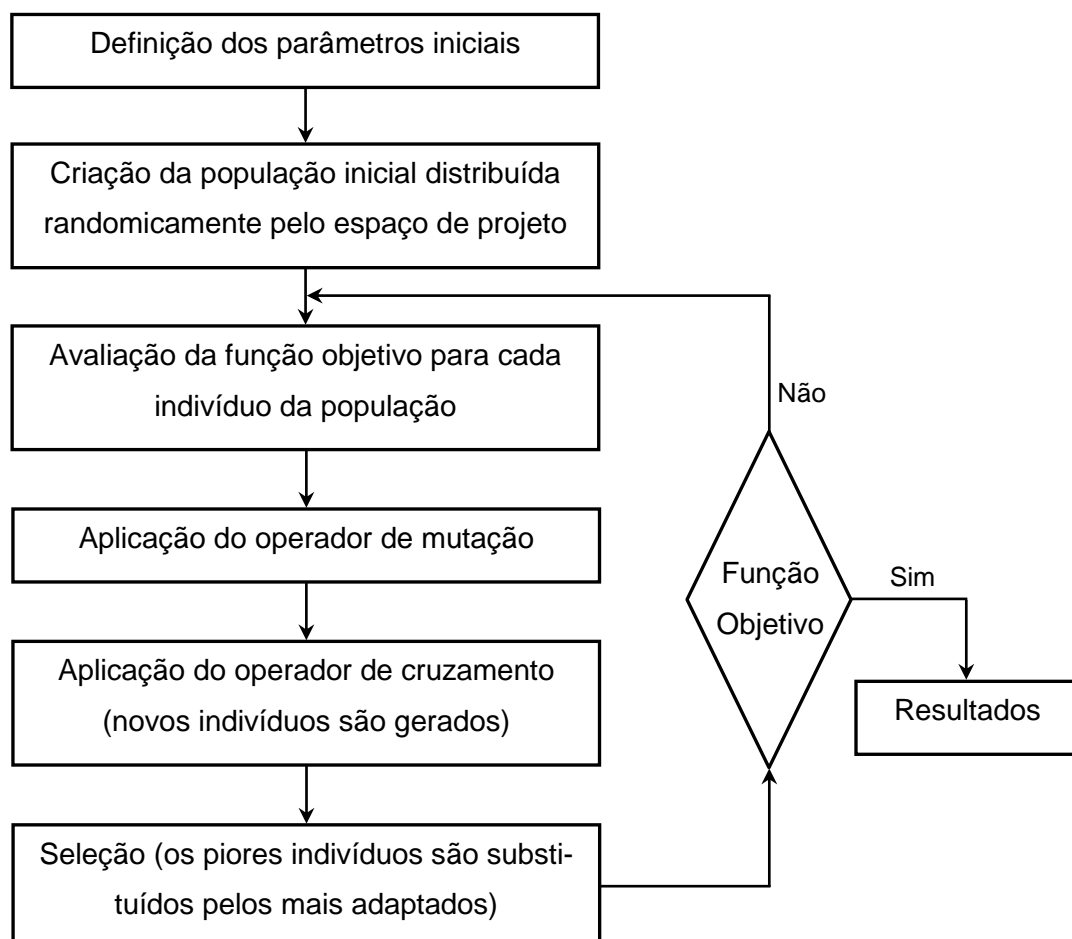


Figura A2.1 – Fluxograma acerca do método da Evolução Diferencial.

A2.2 Formulação Matemática

No que diz respeito ao formalismo matemático, o passo 1 compreende a geração randômica da população inicial \mathbf{P}_{DE} com m indivíduos, expressa pela matriz de ordem $m \times n$ mostrada a seguir.

$$\mathbf{P}_{DE} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{x}_m]^T \quad (\text{A2.1})$$

onde $\mathbf{x}_m = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T$ é o vetor das n variáveis de projeto do indivíduo m .

Cada indivíduo \mathbf{x}_m da população inicial é determinado da seguinte forma:

$$\mathbf{x}_m = l'(\mathbf{x}_m) + \mathbf{R}_{noise} [l''(\mathbf{x}_m) - l'(\mathbf{x}_m)] \quad (\text{A2.2})$$

sendo $l'(\mathbf{x}_m)$ e $l''(\mathbf{x}_m)$ os limites inferior e superior do espaço de projeto definido, respectivamente. \mathbf{R}_{noise} é um vetor constituído de ruído branco (distribuição normal no intervalo $[0, 1]$).

A aplicação do operador de mutação (passos 2 e 3) pode ser realizada a partir de diferentes esquemas no que diz respeito à escolha do vetor \mathbf{x}_m que sofrerá a mutação. Isto pode ser feito randomicamente (vetor aleatoriamente escolhido entre os membros da população atual; tipo “rand”; \mathbf{x}_{rand}) ou com o vetor associado à melhor função de adaptação¹ (*Fitness*; tipo “best”; \mathbf{x}_{best}). A Tab. A2.1 mostra os esquemas de mutação que são comumente utilizados.

Tabela A2.1 – Esquemas de mutação do método da Evolução Diferencial.

Tipo	Equação de mutação	Alvo	População
best / 1	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x}_{best} + F(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$	\mathbf{x}_{best}	$m > 3$
rand / 1	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x}_{rand} + F(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$	\mathbf{x}_{rand}	$m > 3$
rand-to-best / 2	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x}_m + F(\mathbf{x}_{best} - \mathbf{x}_m + \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$	\mathbf{x}_{best}	$m > 5$
rand / 2	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x}_{rand} + F(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_4)$	\mathbf{x}_{rand}	$m > 5$

* \mathbf{x}_{trial} é o vetor resultante do processo de mutação.

É importante ressaltar que nas aplicações desta Tese de Doutorado foi utilizado o esquema tipo “rand / 1”. Neste esquema, três vetores são escolhidos aleatoriamente (\mathbf{x}_{rand} , \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2). A partir de dois deles (\mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2), é realizada uma operação de subtração. O resultado é multiplicado pela taxa de perturbação F , gerando assim um vetor com módulo diferente da

¹ Uma combinação dos tipos “rand” e “best” também é proposta (tipo “rand-to-best”).

subtração original. Esse novo vetor é então somado ao vetor \mathbf{x}_{rand} , fornecendo um novo vetor \mathbf{x}_{trial} que indicará uma nova posição no espaço. Isto, em termos do algoritmo de Evolução Diferencial, tem a ver com a geração de um novo indivíduo (LOBATO, 2008). A Fig. A2.2 apresenta de forma gráfica o que foi descrito (problema bidimensional). Neste trabalho, F foi fixado em 0,8. De acordo com Viana et al. (2007), resultados satisfatórios são obtidos em processos de minimização com a taxa de perturbação variando entre 0,5 e 1,0 (quanto maior o tamanho da população inicial menor deve ser o valor de F neste intervalo).

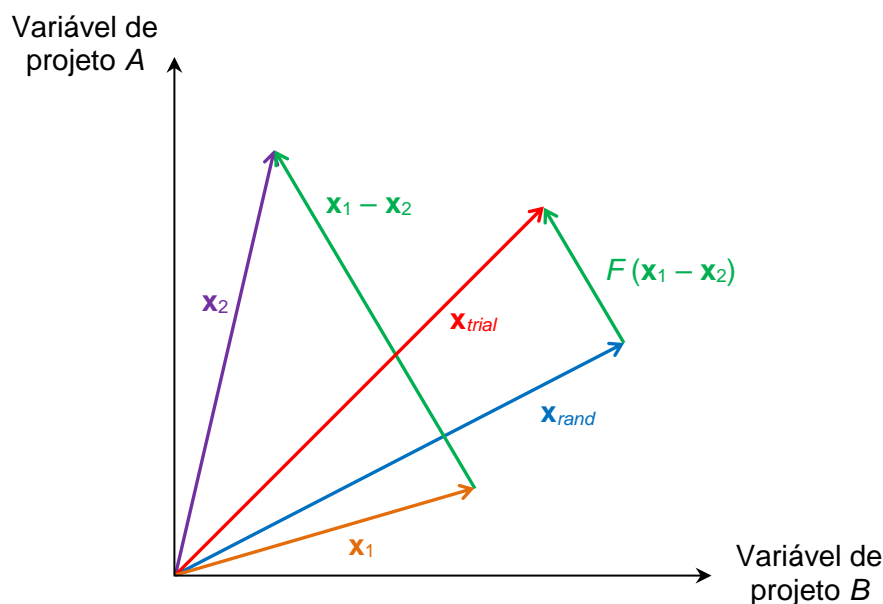


Figura A2.2 – Fundamentação teórica do algoritmo de ED (PRICE et al., 2005).

A aplicação do operador de cruzamento (passo 4) é realizada como mostra a Eq. (A2.3). Algumas das variáveis de projeto do genitor principal (alvo da Tab. A2.1) são incorporados ao vetor \mathbf{x}_{trial} segundo uma determinada probabilidade de cruzamento CR . Este parâmetro deve ser considerado como sendo menor que 1,0 (por exemplo, 0,3). No entanto, Viana (2006) afirma que se a convergência não for alcançada, uma probabilidade CR conti-

da no intervalo de 0,8 até 1,0 pode ser utilizada. Nas aplicações desta Tese de Doutorado, CR foi fixado em 0,5.

$$\mathbf{x}_{trial} = \begin{cases} \mathbf{x}_{trialM}, & rand[0,1] < CR \\ \mathbf{x}_{trial} & \end{cases} \quad (A2.3)$$

onde \mathbf{x}_{trialM} é o vetor com algumas variáveis de projeto que sofreram mutação.

VIANA, F. A. C. *Simple Optimization Toolbox - User's Guide*. Second Version, 2006.

VIANA, F. A. C. *Surrogate Modeling Techniques and Heuristic Optimization Methods Applied to Design and Identification Problems*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 2008.