

# **Teoría de la Información y la Codificación**

## **Ejercicios del Tema 1**

**Curso 2017/2018**

**Francisco Javier Caracuel Beltrán**

**`caracuel@correo.ugr.es`**

**4º - Grado en Ingeniería Informática – CCIA – ETSIIT**

## Índice

1. ¿Qué es la información?.....	3
2. Describe la jerarquía de la información.....	3
3. ¿Qué es la redundancia? ¿Por qué es útil la redundancia? .....	3
4. ¿Cuáles son los niveles de estudio de la información? ¿Qué es la Teoría de la Información y en qué nivel se centra?.....	3
5. Dibuja el esquema del modelo de comunicaciones general en el que se basa la Teoría de la Información. Describe cada una de sus componentes e indica cuál es su rol dentro de este esquema.....	4
6. Describe la fórmula de Shannon para cuantificar la información. Pon un ejemplo de información proporcionada por dos sucesos, distinta a la expuesta en las.....	4
7. Describe las propiedades de la información, justificando su veracidad con argumentos o ejemplos.....	5
8. ¿Qué es la esperanza de información de una fuente? ¿Cómo se calcula? .....	5
9. ¿Qué es la tasa de información? ¿Cómo ayuda la tasa de información a comparar dos fuentes? Supongamos que dos fuentes de información A y B tienen una esperanza de información $E\{I(A)\} = 0.8$ y $E\{I(B)\} = 0.5$ . Sin embargo, A tarda 3ms en transmitir un símbolo, mientras que B tarda 1ms. ¿Qué fuente tiene una mayor tasa de información? .....	6
12. ¿Qué es la velocidad de señalización? ¿y la velocidad de señalización?.....	6
13. ¿Qué es la capacidad de un canal? ¿Cómo se calcula? .....	6
14. Un teléfono es capaz de muestrear la voz humana a 8KHz. sabiendo que $1\text{Hz} = 1\text{seg}^{-1}$ (frecuencia=1/tiempo), ¿cuál es el periodo de muestreo de un teléfono? .....	7
15. En audio, la máxima audiofrecuencia perceptible para el oído humano está en torno a los 20 kHz. ¿A qué velocidad se debería muestrear (en Hz) para asegurar que se puede reconstruir la señal íntegra en un receptor? ¿A qué intervalo de muestreo correspondedicha velocidad en Hz? .....	7
16. Si decimos que un sensor es capaz de muestrear a 4KHz, ¿a qué velocidad (en Hz) se debe transmitir, como mucho, una señal por un emisor para que pueda ser recompuesta por un receptor que tiene dicho sensor? ¿Cuál sería el tiempo de ciclo necesario para realizar esta transmisión?.....	7
17. Supongamos que tenemos el siguiente diagrama que modela una comunicación desde un emisor a un receptor: .....	8
18. Supongamos que tenemos un sistema de comunicaciones donde, en cada paso, un emisor envía una trama de 10 datos binarios por un canal con 2 niveles a un receptor en 100ms. De esos 10 datos, 6 son bits de información, y están organizados como sigue: .....	9
19. Suponga que el número de mujeres que vive más 80 años supera en una proporción 3/1 al número de hombres que viven por encima de esa edad (por cada hombre que supera los 80 años, hay 3 mujeres). ¿Cuánta cantidad de información se gana sabiendo que un hombre ha superado los 80 años? .....	11

### 1. ¿Qué es la información?

Es una comunicación o adquisición de conocimientos que permiten ampliar o precisar los que ya se poseen sobre una materia determinada.

Para considerarse información debe ofrecer un nuevo conocimiento, si no es así no es información, por tanto, la información consiste en ofrecer contenido que no se conoce.

### 2. Describe la jerarquía de la información.

La jerarquía de la información se compone de datos, información, conocimiento y sabiduría.

1. Datos: son valores inconexos, es decir, que por sí solos no tienen significado.
2. Información: datos organizados o procesados. Son datos que se encuentran relacionados e indican a qué se refieren.
3. Conocimiento: información internalizada. Es información que se encuentra interiorizada en cualquier sistema inteligente (persona, agente, etc).
4. Sabiduría: conocimiento integrado. Este conocimiento se puede generalizar, relacionándose con otros conocimientos.

### 3. ¿Qué es la redundancia? ¿Por qué es útil la redundancia?

La redundancia consiste en repetir contenido del mensaje para dar mayor importancia reforzando símbolos ya comunicados.

A medida que se envía contenido redundante, la información es menor.

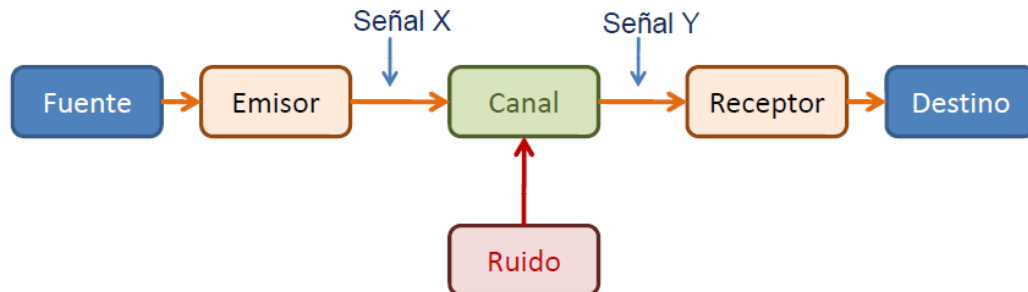
### 4. ¿Cuáles son los niveles de estudio de la información? ¿Qué es la Teoría de la Información y en qué nivel se centra?

Según Weaver, hay tres niveles de estudio de la información:

- Sintáctico: se centra en la forma del mensaje.
- Semántico: se centra en el contexto o significado de la información del mensaje.
- Práctico: estudia si el mensaje es útil.

La Teoría de la Información se encarga de la transmisión, proceso, medición y representación de ésta. Principalmente se centra en el nivel sintáctico, indicando como hacerlo más eficiente.

5. Dibuja el esquema del modelo de comunicaciones general en el que se basa la Teoría de la Información. Describe cada una de sus componentes e indica cuál es su rol dentro de este esquema.



- Fuente: codifica el elemento que se quiere enviar (mensaje).
  - Emisor: recibe el elemento codificado y lo transmite por el canal.
  - Canal: medio por donde se envía el elemento.
  - Receptor: recibe la señal del canal. Puede recibir una señal diferente a la enviada por el emisor (con ruido).
  - Destino: decodifica la señal recibida por el receptor.
  - Ruido: alteración del contenido.
6. Describe la fórmula de Shannon para cuantificar la información. Pon un ejemplo de información proporcionada por dos sucesos, distinta a la expuesta en las diapositivas de clase.

La información que da un suceso depende de las probabilidades. Si es muy probable ofrecerá menos información. Si es menos probable ofrecerá más información. Debido a esto se utiliza el logaritmo de la inversa de la probabilidad de ese suceso.

Ejemplo:

Suceso S1 = “La venta de portátiles ha aumentado”. Probabilidad de que ocurra: 0.7.

Suceso S2 = “Se ha producido un terremoto en México”. Probabilidad de que ocurra: 0.4.

La información aportada por los dos sucesos es:

$$I(S1*S2) = -\log(p(S1)) - \log(p(S2)) = 0.1549 + 0.3979 = 0.5528$$

7. Describe las propiedades de la información, justificando su veracidad con argumentos o ejemplos.

Las propiedades de la información son:

- Monótona: siempre aporta información y nunca la quita, es decir, puede aumentarla.  
Ej: cuando se ven las noticias, hay algunas que se conocen y otras no. Las que se conocen no aportan nada nuevo, pero no quitan información. Las que no se conocen siempre aportan información.
- Si se conoce el símbolo que va a aparecer no aporta información, es decir, si existe probabilidad 1 de recibir un símbolo, ese símbolo no aporta nada.  
Ej: si se quiere adivinar una palabra y se sabe la palabra, aunque esté incompleta, seguir recibiendo letras de dicha palabra no ofrece nada nuevo.
- A mayor incertidumbre, más información. Siendo el caso contrario del punto anterior.  
Ej: si se juega a las cartas y no se sabe el movimiento del contrario, cuando lo haga aportará mucha información. Si ya se sabe el movimiento, no aporta información nueva.
- Si se tienen dos percepciones, la información es la suma de ambas (siempre que no tengan elementos en común).  
Ej: la información que cuenta un profesor en clase y lo que cuenta un familiar sobre cómo es su trabajo provienen de dos fuentes independientes, por tanto, la información que se recibe es la suma de las dos.

8. ¿Qué es la esperanza de información de una fuente? ¿Cómo se calcula?

La esperanza de información de una fuente es la probabilidad de que ocurra un suceso multiplicado por la información que aporta ese suceso, más la probabilidad de que ocurra un segundo suceso multiplicado por la información que aporta ese segundo suceso, etc, hasta que se completen todos los sucesos.

La fórmula para su cálculo es:  $E\{I(S)\} = p(S_1) \cdot I(S_1) + p(S_2) \cdot I(S_2) + \dots + p(S_n) \cdot I(S_n)$

9. ¿Qué es la tasa de información? ¿Cómo ayuda la tasa de información a comparar dos fuentes? Supongamos que dos fuentes de información A y B tienen una esperanza de información  $E\{I(A)\} = 0.8$  y  $E\{I(B)\} = 0.5$ . Sin embargo, A tarda 3ms en transmitir un símbolo, mientras que B tarda 1ms. ¿Qué fuente tiene una mayor tasa de información?

La tasa de información es la información que produce la fuente, dividido por el tiempo que tarda en transmitir un símbolo. La tasa de información permite comparar dos fuentes ya que produce una medición igual para todas ellas, independientemente del mensaje o el tiempo que tarde en enviarse un símbolo.

$$A: R(s) = \frac{E\{I(s)\}}{\tau} = \frac{0.8}{3} = 0.267 * 1000 = 267 \text{ bps}$$

$$B: R(s) = \frac{E\{I(s)\}}{\tau} = \frac{0.5}{1} = 0.5 * 1000 = 500 \text{ bps}$$

La fuente B tiene una tasa de información mayor.

12. ¿Qué es la velocidad de señalización? ¿y la velocidad de señalización máxima posible?

La velocidad de señalización (  $r$  ) es la inversa del tiempo que se tarda en enviar un símbolo. Se mide en baudios. En tramas, la velocidad de señalización es el número de símbolos que se mandan en la trama, entre el tiempo que se tarda en enviar la trama.

La velocidad máxima posible es la inversa del tiempo mínimo que se tarda en enviar un símbolo. Es lo más rápido que se puede transmitir si los símbolos son de longitud más corta y a la vez se cumplen todas las condiciones que lo permiten.

13. ¿Qué es la capacidad de un canal? ¿Cómo se calcula?

La capacidad de un canal es la velocidad a la que se puede transmitir por ese canal. Puede haber varios canales dependiendo de la inclinación del sonido o del voltaje con el que se mande.

Se mide suponiendo que la incertidumbre es máxima. Mandar un símbolo tiene la misma probabilidad que mandar otro cualquiera.

Es la información que se manda, entre el tiempo total que tarda en mandarse. La capacidad es igual a la velocidad máxima posible, por el logaritmo en base 2 del número de niveles que se tiene.

$$C = s * \log_2(m)$$

14. Un teléfono es capaz de muestrear la voz humana a 8KHz. sabiendo que  $1\text{Hz} = 1\text{seg}^{-1}$  (frecuencia=1/tiempo), ¿cuál es el periodo de muestreo de un teléfono?

$8\text{ KHz} = 8.000\text{ Hz} = 8\text{ KHz} = 8000\text{ Hz} = \frac{1}{8000}\text{s} = 125\text{ }\mu\text{s}$  es el período de muestreo de un teléfono.

15. En audio, la máxima audiofrecuencia perceptible para el oído humano está en torno a los 20 kHz. ¿A qué velocidad se debería muestrear (en Hz) para asegurar que se puede reconstruir la señal íntegra en un receptor? ¿A qué intervalo de muestreo corresponde dicha velocidad en Hz?

La frecuencia se debe convertir a segundos, dividir entre 2 y volver a convertir a Hz.

$20\text{ KHz} = \frac{1}{20000}\text{s} = 0.00005\text{s} \rightarrow \frac{0.00005}{2}\text{s} = 0.000025\text{s} = \frac{1}{0.000025}\text{Hz} = 40000\text{ Hz} = 40\text{ KHz}$  es la velocidad a la que se debería muestrear.

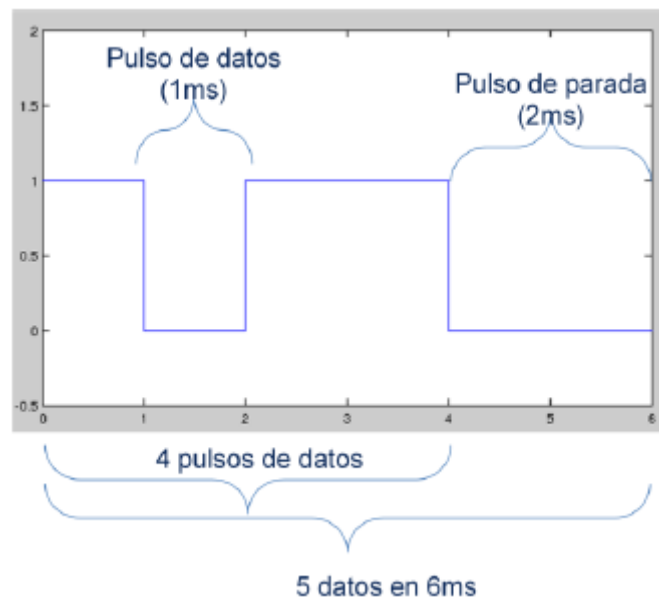
16. Si decimos que un sensor es capaz de muestrear a 4KHz, ¿a qué velocidad (en Hz) se debe transmitir, como mucho, una señal por un emisor para que pueda ser recompuesta por un receptor que tiene dicho sensor? ¿Cuál sería el tiempo de ciclo necesario para realizar esta transmisión?

Si una señal se emite a una frecuencia dada, para que se pueda muestrear es necesario que al menos sea a la mitad de esa frecuencia.

La velocidad a la que se debe transmitir, como mucho, es el doble de la capacidad de muestreo del sensor.  $4\text{ KHz} * 2 = 8\text{ KHz} = 8000\text{ Hz}$  es la velocidad a la que se debe transmitir.

El tiempo de ciclo máximo para transmitir es  $\frac{1}{8000}\text{s} = 125\text{ }\mu\text{s}$ .

17. Supongamos que tenemos el siguiente diagrama que modela una comunicación desde un emisor a un receptor:



Responda a las siguientes cuestiones:

- ¿Cuál es el periodo de envío de una señal de datos?

Cada bit de datos tarda 1 ms en enviarse.

- ¿Cuál es la velocidad de señalización del canal?

$$r = 1000 * \frac{5}{6} = 833 \text{ baud}$$

- ¿Cuál es la velocidad máxima posible?

$$\tau_{\min} = 1 \text{ ms}$$

$$s = \frac{1}{\tau} = 1000 * \frac{1}{1} = 1000 \text{ baud}$$

- ¿Cuál es la capacidad del canal?

Se considera que el canal solo tiene 2 niveles.

$$C = 1000 * \frac{1}{1} \log_2 2 = 1000 \text{ bps}$$



- Basándonos sólo en los datos que aporta la figura, ¿cuál es la información aportada por recibir una señal de datos “1”? ¿y la información de recibir una señal de datos “0”? ¿Cuál es la esperanza de información de la fuente?

Se supone que la probabilidad de recibir cualquier señal es la misma.

$p(s = "1") = 0.5 \rightarrow I(s = "1") = -\log_2 0.5 = 1$  es la información que se recibe por una señal de datos “1”.

$p(s = "0") = 0.5 \rightarrow I(s = "0") = -\log_2 0.5 = 1$  es la información que se recibe por una señal de datos “0”.

$$E\{I(S)\} = -2 * 0.5 * \log_2 0.5 = 1$$

- ¿Cuál es la tasa de información del sistema?

$$R = 1000 * \frac{4}{6} = 666 \text{ bps}$$

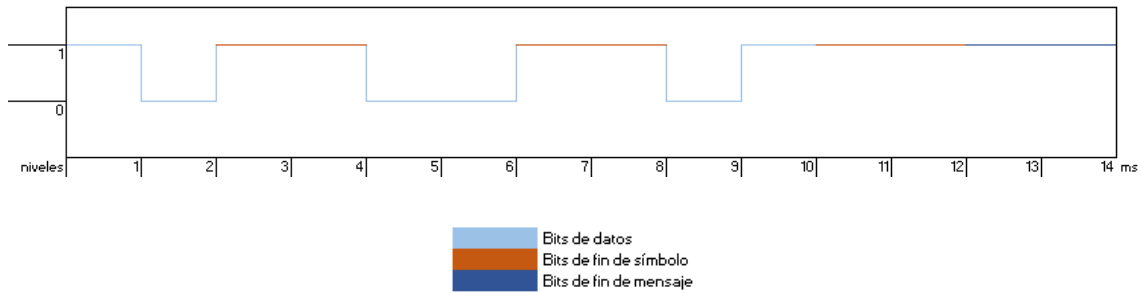
- ¿Cuál debería ser el período de muestreo del receptor para poder reconstruir fielmente la señal en el destino?

Para medir datos que se envían cada  $\tau$  instantes de tiempo, el receptor tiene que muestrear a como mucho a  $\frac{\tau}{2}$ , por lo que el período de muestreo es  $\frac{1}{2} = 0.5 \text{ ms}$ .

18. Supongamos que tenemos un sistema de comunicaciones donde, en cada paso, un emisor envía una trama de 10 datos binarios por un canal con 2 niveles a un receptor en 100ms. De esos 10 datos, 6 son bits de información, y están organizados como sigue:

- Bits 0 y 1: El primer símbolo enviado por el emisor.
- Bit 2: Símbolo de parada (indica fin de envío del primer símbolo).
- Bits 3 y 4: El segundo símbolo enviado por el emisor.
- Bit 5: Símbolo de parada (indica fin de envío del primer símbolo).
- Bits 6 y 7: El tercer símbolo enviado por el emisor.
- Bit 8: Símbolo de parada (indica fin de envío del primer símbolo).
- Bit 9: Símbolo de fin del mensaje (indica el fin de envío de la trama).

Cada bit de datos tarda en enviarse 1ms. Los bits de fin de símbolo y de fin de mensaje tardan en enviarse 2ms.



Responda a las siguientes cuestiones:

- ¿Cuál es el periodo de envío de una señal de datos?

El período de envío de una señal de datos es de 1 ms.

- ¿Cuál es la velocidad de señalización del canal?

$$r = 1000 * \frac{10}{14} = 714 \text{ baud}$$

- ¿Cuál es la velocidad máxima posible?

$$\tau_{\min} = 1 \text{ ms}$$

$$s = \frac{1}{\tau} = 1000 * \frac{1}{1} = 1000 \text{ baud}$$

- ¿Cuál es la capacidad del canal?

$$C = 1000 * \frac{1}{1} \log_2 2 = 1000 \text{ bps}$$

- Suponiendo que la probabilidad de enviar una señal de datos “0” y una señal de datos “1” es la misma,  $p(“0”) = p(“1”) = 0,5$ , ¿Qué aporta más información, enviar un 0 o enviar un 1? ¿Cuál es la esperanza de información de la fuente?

$p(s = "0") = 0.5 \rightarrow I(s = "0") = -\log_2 0.5 = 1$  es la información que se recibe por una señal de datos “0”.

$(s = "1") = 0.5 \rightarrow I(s = "1") = -\log_2 0.5 = 1$  es la información que se recibe por una señal de datos “1”.

Enviar un 0 o un 1 aporta la misma información.

$E\{I(S)\} = -2 * 0.5 * \log_2 0.5 = 1$  es la esperanza de información de la fuente.

- ¿Cuál es la tasa de información del sistema?

$$R = 1000 * \frac{6}{14} = 429 \text{ bps}$$

- ¿Cuál debería ser el periodo de muestreo del receptor para poder reconstruir fielmente la señal en el destino?

Para medir datos que se envían cada  $\tau$  instantes de tiempo, el receptor tiene que muestrear a como mucho a  $\frac{\tau}{2}$ , por lo que el período de muestreo es  $\frac{1}{2} = 0.5 \text{ ms}$ .

19. Suponga que el número de mujeres que vive más 80 años supera en una proporción 3/1 al número de hombres que viven por encima de esa edad (por cada hombre que supera los 80 años, hay 3 mujeres). ¿Cuánta cantidad de información se gana sabiendo que un hombre ha superado los 80 años?

$S$  = Un hombre ha superado los 80 años.

$p(S) = 0.25$  (1 hombre de cada 4 personas).

$I(S) = -\log(p(S)) = 0.6$  es la cantidad de información de que un hombre haya superado los 80 años.