



Teoría de la Información y la Codificación

Grado en Ingeniería Informática

Ejercicios del Tema 3

- 1. Explica el Teorema Fundamental de Shannon para canales sin ruido, y expón sus consecuencias más inmediatas.
- 2. Explica qué es un código uniforme. Pon un ejemplo de código uniforme para codificar 5 mensajes {A, B, C, D, E}.
- 3. Explica qué es un código no uniforme. Pon un ejemplo de código no uniforme para codificar 5 mensajes {A, B, C, D, E}.
- 4. Explica qué es un código de traducción única. Pon un ejemplo de un código que permita codificar 5 mensajes {A, B, C, D, E} que sea de traducción única. Pon un ejemplo de código para el mismo conjunto de mensajes, que no sea de traducción única y explica porqué no lo es. Indica, mediante un ejemplo que codifique la secuencia de mensajes {AACAD}, cuál es la principal desventaja de códigos que no son de traducción única.
- 5. Explica qué es un código instantáneo. Indica un procedimiento general para generar códigos instantáneos y utilízalo para generar un código instantáneo que permita codificar 5 mensajes {A, B, C, D, E}. Indica cómo se codificaría y decodificaría la secuencia de mensajes {AACAD}. Por otro ejemplo de código que no sea instantáneo para el mismo conjunto de mensajes. Indica cómo sería el proceso para decodificar con este nuevo código, y exponga un ejemplo de decodificación para la cadena de mensajes {AACAD}.
- 6. Indica qué es un árbol de codificación para un código instantáneo. Pon un ejemplo de árbol de codificación para el código instantáneo desarrollado en el ejercicio anterior. Explica los procedimientos para codificar y para decodificar la cadena de mensajes {AACAD} utilizando el árbol de codificación.
- 7. Explica la desigualdad de Kraft y qué implicaciones tiene en códigos instantáneos. Pon un ejemplo de código que permita codificar 5 mensajes {A, B, C, D, E} y que cumpla la desigualdad de Kraft, y explica qué propiedades tiene. Pon otro ejemplo de código que permita codificar 5 mensajes {A, B, C, D, E} y que no cumpla la desigualdad de Kraft, y explica qué propiedades tiene.
- 8. Explica la igualdad de Kraft y qué implicaciones tiene. Pon un ejemplo de código que permita codificar 5 mensajes {A, B, C, D, E} y que cumpla la igualdad de Kraft, y explica qué propiedades tiene.
- 9. Indica qué es un código completo y en qué se diferencia de un código instantáneo, apoyándote en los ejemplos de los dos ejercicios anteriores.
- 10. Explica detalladamente qué es un código óptimo y qué propiedades cumple. Relaciona los códigos óptimos con el primer teorema fundamental para la codificación sin ruido.
- 11. Considere los siguientes códigos para codificar los mensajes {A, B, C, D, E}:
 - a. 110,1110,0,100,1111
 - b. 111,100,0,101,110
 - c. 10,110,01,111,00
 - d. 10,0,110,111,101



Indique qué propiedades cumplen los códigos anteriores, y también cuáles de ellos han podido ser generados mediante los métodos de Shannon-Fano o de Huffman. En caso de encontrar anomalías, indíquelas y explique qué repercusiones tienen.

- 12. Se sabe que las longitudes de los códigos para los mensajes $\mathbf{m_i}$ en el conjunto{A, B, C, D, E}, tienen longitudes $\mathbf{n_i} = \{3, 2, 4, 1, 4\}$, respectivamente. Halle un código Huffman compatible con este hecho, y dibuje el árbol de codificación.
- 13. Considerando las probabilidades de ocurrencia de los mensajes siguientes, desarrolle un código Shannon-Fano. Explique el algoritmo según construye el código, y dibuje el árbol de codificación:

| A | В | С | D | Е | F | G | Н |
|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{32}$ | $\frac{1}{64}$ | $\frac{1}{128}$ | $\frac{1}{128}$ |

Finalmente, exponga un ejemplo para codificar la cadena de mensajes {HACED}. Explique también, apoyándose con un ejemplo, cómo decodificar la secuencia codificada.

- 14. Considerando las probabilidades de ocurrencia dadas en el ejercicio anterior, desarrolle un código Huffman. Explique el algoritmo según construye el código, y dibuje el árbol de codificación.
- 15. Exponga un ejemplo de distribución de probabilidades para los mensajes {A, B, C, D, E, F} que, aplicando el método de Shannon-Fano, no proporcionen un código óptimo. Exponga también el código óptimo que se generaría utilizando codificación Huffman.
- 16. Atendiendo a los siguientes mensajes, y sus probabilidades de generación por la fuente:

$$\{ \begin{array}{l} {\tt a} \hspace{0.1cm}, \hspace{0.1cm} {\tt b} \hspace{0.1cm}, \hspace{0.1cm} {\tt c} \hspace{0.1cm}, \hspace{0.1cm} {\tt d} \hspace{0.1cm}, \hspace{0.1cm} {\tt e} \hspace{0.1cm}, \hspace{0.1cm} {\tt f} \hspace{0.1cm}, \hspace{0.1cm} {\tt g} \hspace{0.1cm} \} \\ \{ \hspace{0.1cm} 0.01, 0.24, 0.05, 0.20, 0.47, 0.01, \hspace{0.1cm} 0.02 \} \\ \end{array}$$

Explique cómo generar un código de Shannon-Fano y cree su árbol de codificación asociado. Explique cómo generar un código Huffman y cree su árbol de codificación asociado. ¿Son igualmente óptimos ambos códigos? Justifique su respuesta. Codifique y decodifique la secuencia de mensajes {bacafeg} con ambos métodos, explicando el procedimiento.

17. Sea una fuente S capaz de generar 4 símbolos, con las siguientes probabilidades:

$$S = [P(A) = 0.4; P(B) = 0.3; P(C) = 0.2; P(D) = 0.1]$$

Indique, entre los siguientes códigos, cuáles son instantáneos, cuáles unívocamente decodificables, cuáles completos y cuáles tienen mejor rendimiento (H/longitud promedia):

- a. Código 1: A=001 ; B=01 ; C=11 ; D=010
- b. Código 2 : A = 0 ; B = 01 ; C = 011 ; D = 111
- c. Código 3 : A = 1 ; B = 01 ; C = 001 ; D = 0001
- 18. Explique en qué consiste el algoritmo de compresión Run-Length. Explique cómo se comprimiría la siguiente secuencia binaria: 001000010110000000000000010111111000101.
- 19. Explique cuáles son los fundamentos de los métodos de compresión de datos basados en diccionario.
- 20. Explique, utilizando un ejemplo, cómo funciona el algoritmo de compresión de datos LZ78 para comprimir y descomprimir.
- 21. Sea una fuente S capaz de generar 4 símbolos, con las siguientes probabilidades:





$$S = [P(A) = 0.4; P(B) = 0.3; P(C) = 0.2; P(D) = 0.1]$$

Esta fuente genera la siguiente secuencia de mensajes: {AABAAADADDAAAAAB}

- a. Desarrolle un código uniforme para codificar los mensajes de S. Demuestre si el código es completo. Explique cómo codificar la secuencia de mensajes dada con este código, y expóngalo como ejemplo. Explique también el método de decodificación, haciendo uso del mensaje codificado para su decodificación.
- b. Desarrolle un código Huffman para codificar los mensajes de S. Demuestre si el código es completo. Explique cómo codificar la secuencia de mensajes dada con este código, y expóngalo como ejemplo. Explique también el método de decodificación, haciendo uso del mensaje codificado para su decodificación. Indique, en comparación con el método de codificación uniforme, cuál es la variación de eficiencia de ambos códigos.
- 22. Desarrolle el método de compresión LZ78 para comprimir la secuencia de mensajes dada en el ejercicio anterior. Descomprima el mensaje, explicando cada paso. Indique una estimación de la eficiencia (en número de bits que ocupa el total de la secuencia de mensajes) con respecto al método de Huffman desarrollado en el ejercicio anterior.



Evaluación

Los ejercicios se realizarán individualmente, no siendo posible en grupos de alumnos. Deberán estar correctamente resueltos, incluyendo explicaciones, definiciones, fórmulas o ejemplos adicionales que se estimen oportunas para que la solución del ejemplo sea autoexplicativa y autocontenida. Deberán utilizar un lenguaje técnico apropiado, adaptado al nivel de la asignatura. Con estas pautas, los ejercicios se evaluarán atendiendo a los siguientes criterios:

- **Calificación NO APTO:** El ejercicio no está resuelto, no se responde a todo lo que se requiere o está mayormente incompleto.
- **Calificación APTO:** El ejercicio está resuelto, pero contiene fallos o no profundiza en la respuesta a la pregunta con el detalle requerido.
- **Calificación DESTACA:** El ejercicio está resuelto con la profundidad requerida y no tiene errores, o contiene mínimos fallos menores (tipográficos, etc.).

Una calificación **NO APTO** supone que el ejercicio se evalúa con 0 puntos. La calificación **APTO** indica que el ejercicio se evalúa con la mitad de su valor. Por último, la calificación **DESTACA** otorga la máxima calificación del ejercicio.

La detección de copia en algún ejercicio supondrá la calificación de 0 en todos los ejercicios entregados.

Considerando estos criterios de calificación, la puntuación de cada ejercicio se muestra en la siguiente tabla:

| Ejercicio | Puntuación | Ejercicio | Puntuación |
|-----------|------------|-----------|------------|
| 1 | 0,3 | 12 | 0,5 |
| 2 | 0,3 | 13 | 0,5 |
| 3 | 0,3 | 14 | 0,5 |
| 4 | 0,3 | 15 | 0,5 |
| 5 | 0,3 | 16 | 0,5 |
| 6 | 0,3 | 17 | 0,5 |
| 7 | 0,3 | 18 | 0,2 |
| 8 | 0,3 | 19 | 0,3 |
| 9 | 0,3 | 20 | 0,5 |
| 10 | 0,3 | 21 | 1 |
| 11 | 0,5 | 22 | 1,5 |