Universidad de Granada

decsai.ugr.es

# Teoría de la Información y la Codificación

## Grado en Ingeniería Informática

### Tema 1.- Introducción a la Teoría de la Información.

DECSAI

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

1. ¿Qué es la información?
2. Comunicación de la información
3. Cuantificación de la información
4. El canal de comunicaciones
5. La información en el receptor
6. Aplicaciones actuales de la Teoría de la Información

1. ¿Qué es la información?
2. Comunicación de la información
3. Cuantificación de la información
4. El canal de comunicaciones
5. La información en el receptor
6. Aplicaciones actuales de la Teoría de la Información

- La ***Información*** es un término muy común en múltiples áreas de conocimiento:

  - Ciencias sociales
  - Física
  - Química
  - Psicología
  - Ciencias de la Computación.

- **Según el diccionario de la R.A.E.:** 7 definiciones

  - (1) Acción y efecto de informar
  - …
  - (5) **Comunicación o adquisición de conocimientos que permiten ampliar o precisar los que se poseen sobre una materia determinada.**
  - **…**

- Generalmente, hablamos de ***Información*** para medir la cantidad de noticia, aportación de nuevo conocimiento o *sorpresa/imprevisto* de unos datos adquiridos.

- La adquisición de un dato que ya es conocido ***no es sorprendente***: No nos ofrece ninguna aportación de información nueva.

- La adquisición de un dato imprevisto o inesperado sí contiene un elemento de *sorpresa* y, por tanto, aporta información.

  - **El sol sale por las mañanas** → No es nada nuevo, **no aporta información**.

  - **El décimo ganador de la lotería de la próxima Navidad es el 12345** → (si fuese verdad) Es un dato no conocido que altera nuestro conocimiento actual incrementándolo. **Aporta información.**

- **En términos generales:** **Cuanto menos esperado sea un fenómeno, mayor será la cantidad de información proporcionada cuando ocurra.**

- Este hecho hace que la **Teoría de la Probabilidad** juegue un papel muy importante a la hora de desarrollar la **Teoría de la Información**: **Cuanto más probable sea un suceso, menor será la sorpresa que cause su conocimiento.**

- **¿Qué es la Teoría de la Información?**

  - Una teoría matemática para modelar y relacionar fenómenos en el campo de la comunicación de información entre una **fuente** y un **destino**, a través de un medio o **canal**.

– La jerarquía de la información:

  – **Datos:** valores inconexos
    – Ejemplo: 130km/h

  – **Información:** Datos organizados o procesados
    – Ejemplo: 130km/h en autovía

  – **Conocimiento:** Información internalizada
    – Ejemplo: Velocidad por encima del límite

  – **Sabiduría:** Conocimiento integrado
    – Ejemplo: Si se circula a velocidad excesiva, puedo recibir multa.

- La **redundancia** en el proceso de transmisión de información implica incluir términos que refuercen otros símbolos ya comunicados.
  - La Información de un mensaje se asocia a lo novedoso que es el dato que se aporta.
  - Es la parte ***no conocida*** que posee un mensaje, la ***incertidumbre*** que posee.
    - **Mensaje de información máxima:** Si sus elementos son originales al 100% : Entonces, el mensaje es ininteligible (todo es nuevo).

- Al formar una palabra en un lenguaje:
  - Se escoge una primera letra de todas las posibles;
  - Luego, se escoge la segunda letra cuya probabilidad depende de la primera letra seleccionada, y así consecutivamente hasta formar la palabra. **Ejemplo: “h”, “ho”, “hol”, “hola”**

**La información aportada por las últimas letras de una palabra es menor.**

- En los idiomas, **la redundancia permite que, si se pierde parte de un mensaje, podamos reconstruirlo y completarlo**.

– En la asignatura, estudiamos la ***Información*** centrándonos en mensajes que se transmiten entre dos puntos.

– Según **Warren Weaver (1948)**, hay varios puntos de vista o **niveles** para poder tratar la información:

  – **Sintáctico**. Centrado en la forma del mensaje (sus símbolos, tamaño, soporte, propiedades estadísticas, patrones del lenguaje…)

  – **Semántico.** Interesa el significado de los mensajes, su interpretación. Este nivel está muy influenciado por el **contexto**, y se trata con mayor profundidad en áreas como la psicología o la Inteligencia Artificial.

  – **Práctico.** Se estudia la **utilidad** del mensaje.

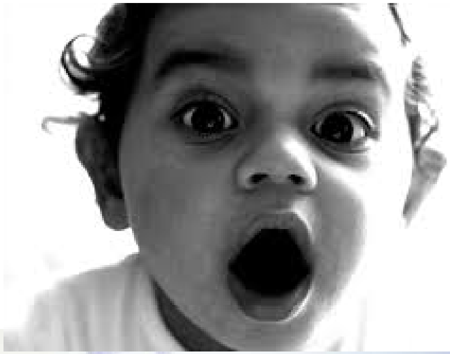
– La **Teoría de la Información** es una teoría matemática que, principalmente, aborda el problema del tratamiento de la información a nivel sintáctico.

1. ¿Qué es la información?
2. **Comunicación de la información**
3. Cuantificación de la información
4. El canal de comunicaciones
5. La información en el receptor
6. Aplicaciones actuales de la Teoría de la Información

– Existen múltiples formas de transmitir información…

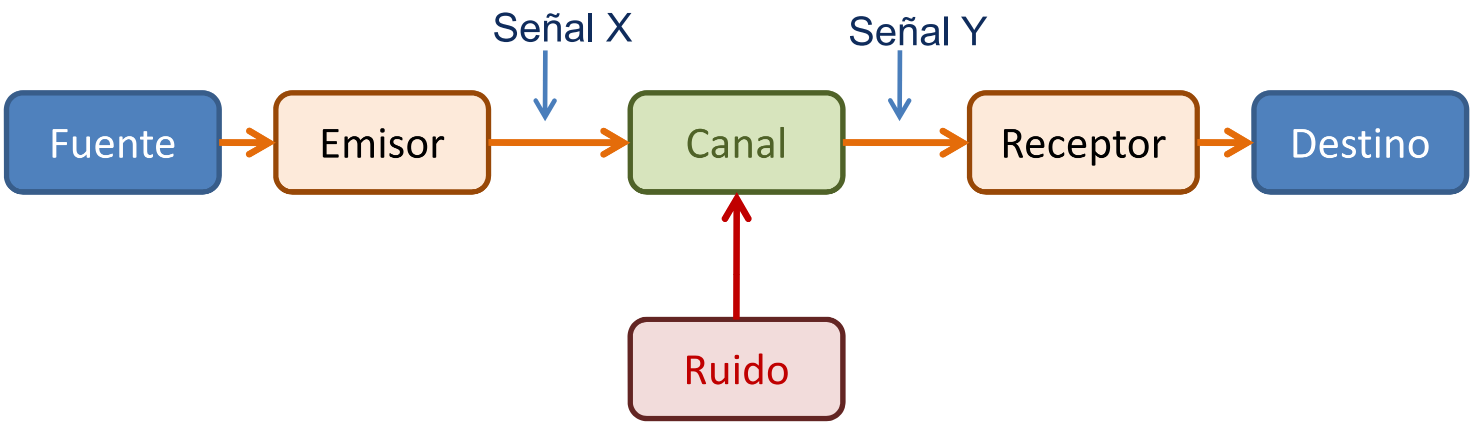




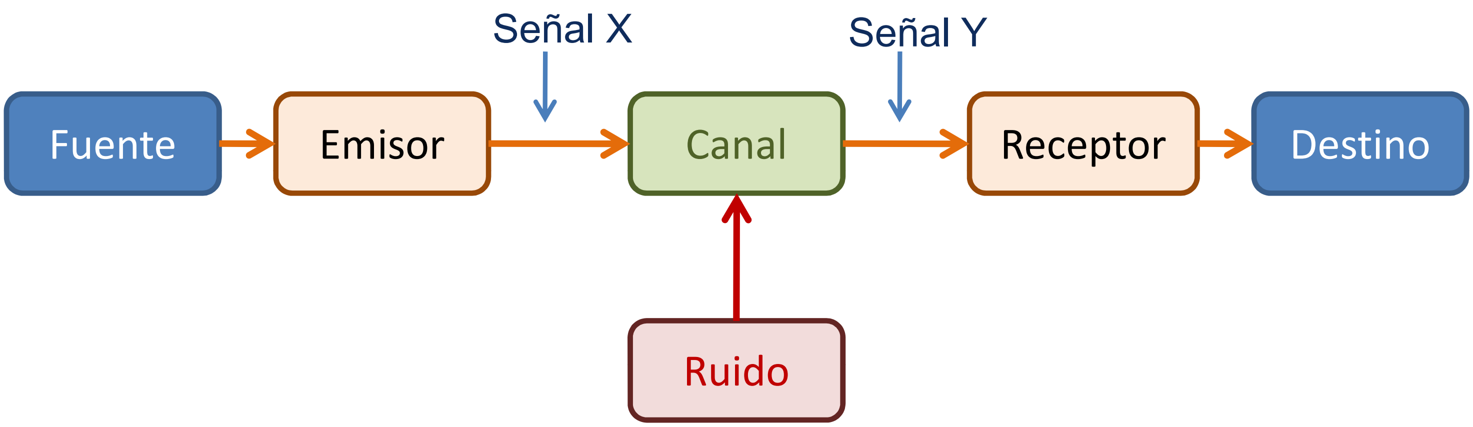




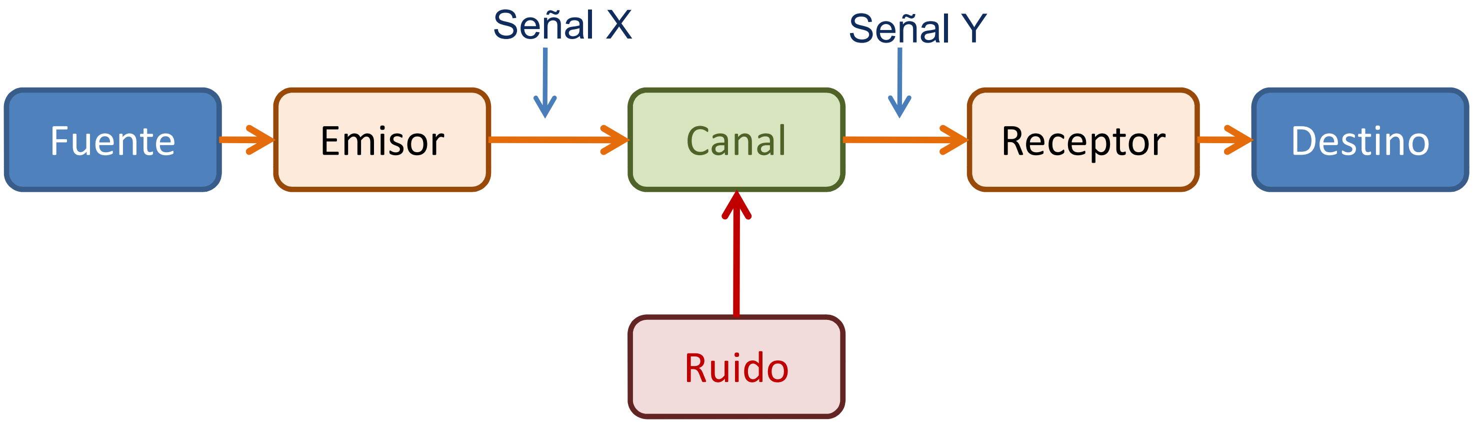
– **Independientemente de cómo se comunique un mensaje, existe un modelo de transmisión de información que nos servirá para representar la transferencia de información entre un origen y un destino:**



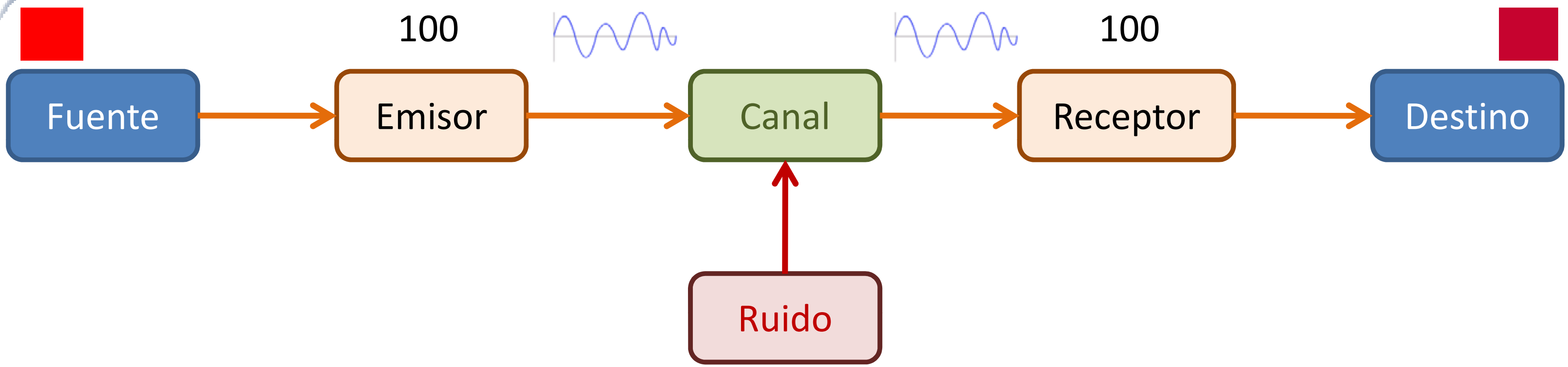

– La señal **Y** que recibe un receptor es la señal **X** enviada por el emisor, tras incorporarle el ruido asociado al propio canal de comunicación.




- En la Teoría de la Información, la ***fuente*** es un modelo matemático que representa a una entidad física que produce una sucesión de símbolos (**salidas**) con una distribución de probabilidad (desde el punto de vista del sistema).
- Estos símbolos pueden ser cualquier cosa que se pueda percibir: números, gestos, sonidos, luces…
- El destino desconoce los símbolos que va a recibir desde la fuente. Dependiendo del grado de *sorpresa* o lo inesperados que sean, le dará una mayor o menor **cantidad de información**.




- Asumiremos que la fuente emite **mensajes**
- Cada mensaje es una **secuencia de símbolos**
- Los símbolos forman parte de un **alfabeto** previamente estipulado e interpretable por el receptor.
- EL alfabeto original deberá ser traducido en **códigos** que puedan ser transmitidos, y **decodificados** por el receptor.




| Alfabeto | Código |
|---|---|
| Color rojo | 100 |
| Color verde | 010 |
| Color azul | 001 |

– **Tipos de fuentes:**

- **Fuentes sin memoria:** Los símbolos que emite en diferentes instantes de tiempo (consecutivos o no) son estadísticamente independientes.

- **Fuentes con memoria:** Los símbolos se generan también aleatoriamente, pero no son independientes. Se generan considerando la historia pasada; es decir, los símbolos previos enviados por el canal a través del emisor.

1. ¿Qué es la información?
2. Comunicación de la información
3. **Cuantificación de la información**
4. El canal de comunicaciones
5. La información en el receptor
6. Aplicaciones actuales de la Teoría de la Información

– Los orígenes del estudio de la información se remontan a Harry Nyquist en 1924, a partir de su trabajo sobre la velocidad de transmisión de mensajes telegráficos, y a R. Hartley en 1928, con la introducción de la primera medida de la información:

$$I(s) = n * \log(m)$$

– En este caso, Hartley consideró **n=**nº símbolos del mensaje a enviar frente a **m=**nº de símbolos del alfabeto.

Así, por ejemplo, si transmitimos la cadena "Hola" con el alfabeto del castellano (27 símbolos), n=4 y m=27.

En el ejemplo, la cantidad de información del mensaje s="Hola" es:

I("hola")= 4*log(27)= 13,833

Hartley tenía la idea de que, a mayor número de símbolos, más información se proporciona.

- Sin embargo, ante la ocurrencia de un **suceso *s***, la cantidad de información que aporte ese suceso será mayor si su probabilidad de ocurrencia es baja.

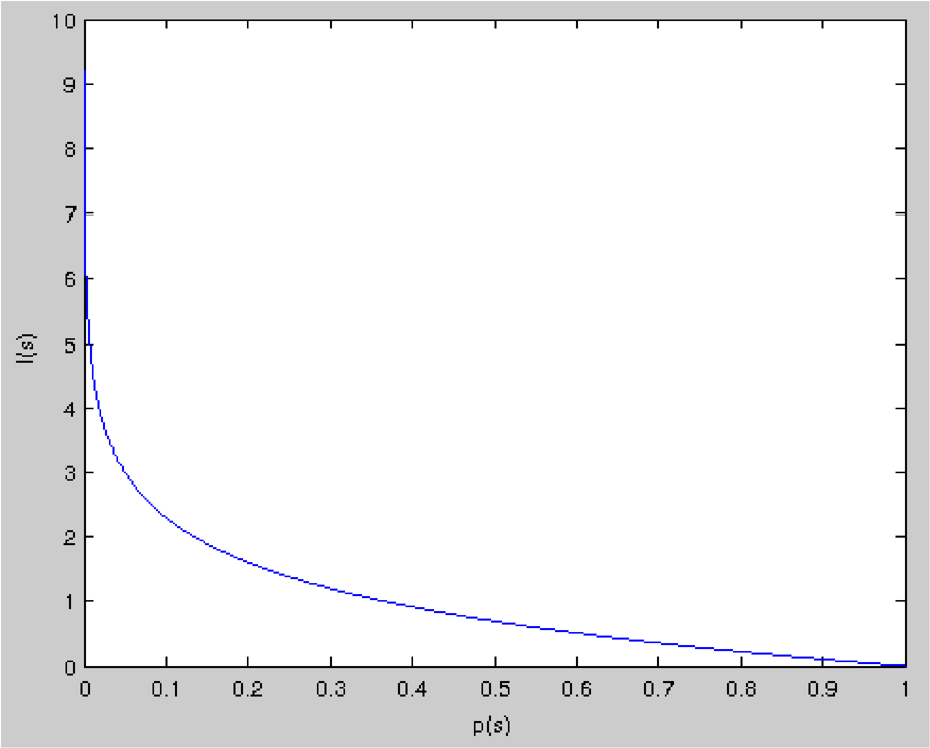
- La información de un suceso s, **I(s)**, es inversamente proporcional a la probabilidad de que ocurra. Así, las primeras propuestas para modelar la información se basaban en la siguiente fórmula:

$$I(s) \approx k \frac{1}{p(s)}$$

- Fueron **Claude Shannon y Warren Weaver, en 1948**, los que construyeron la Teoría de la Información sobre la que hoy se basan todos los sistemas que usamos. **Shannon** definió la información en términos de probabilidades, incluyendo un término logarítmico que permitiese realizar un cambio de escala y apreciar mejor la cantidad de información recibida:

$$I(s) = \log(\frac{1}{p(s)}) = \log(1) - \log(p(s)) = -\log(p(s))$$

– Podemos observar que el efecto del **log** acentúa la información recibida; es decir, difumina la cantidad de información cuando ésta se acerca a 1, y la potencia cuando esta se acerca a 0.




– Se produce una mayor cantidad de información cuanto más cercana a 0 está la probabilidad de un suceso.

- Generalmente, como trabajaremos en canales con símbolos binarios, estableceremos el log en base 2 (aunque en las diapositivas, por comodidad, únicamente escribamos "log"):
  - **Esto se extiende al resto de temas.**
- **Nos referiremos a la información de un suceso i como:**

$$I(s_i) = -\log_2(p(s_i))$$

- **Propiedades de la información (I):**
  - **Monotonía:** La generación de un símbolo por la fuente nunca quita información

$$I(s_i) \geq 0$$

  - **Si conocemos el símbolo que va a aparecer, no se aporta información**

$$I(s_i) = 0 \leftrightarrow p(s_i) = 1$$

## – Propiedades de la información (II):

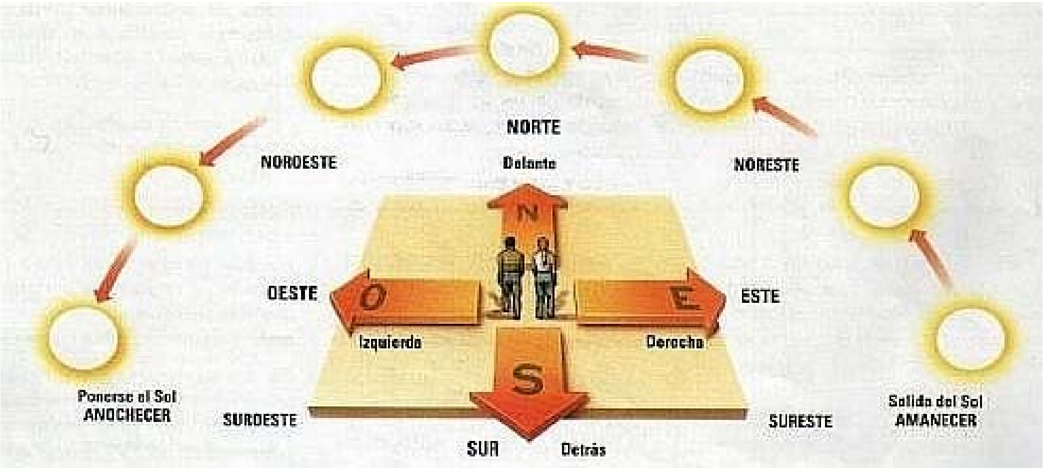
- A mayor incertidumbre, más información:

$$I(s_i) > I(s_j) \leftrightarrow p(s_i) < p(s_j)$$

- La información aportada por dos símbolos consecutivos es la suma de la información aportada por cada símbolo por separado:

$$I(s_i s_j) = I(s_i) + I(s_j)$$

– ¿Cuál es la información que proporciona la frase ***"El sol sale por el este"***?




El suceso s1="El sol sale por el este"
La probabilidad de que el suceso ocurra es p(s1)= 1, porque siempre es así.

$$I(s_1) = -\log(p(s_1)) = -\log(1) = 0$$

**No aporta nada de información**

– Si quisiésemos conocer la información que proporciona la ocurrencia de dos sucesos que son independientes **s1** y **s2**, la información que proporcionan ambos sucesos es la suma de ambas **(gracias al planteamiento de la fórmula como logaritmo)**:

$$I(s_1 \cdot s_2) = -\log(p(s_1) \cdot p(s_2)) = -\log(p(s_1)) - \log(p(s_2)) = I(s_1) + I(s_2)$$

– **¿Cuál es la información que proporciona los dos eventos** *"El sol sale por el este y Me levanto con el pie izquierdo"***?**
  – El suceso s1="El sol sale por el este"
  – El suceso s2="Me levanto con el pie izquierdo"

– Supongamos que la probabilidad de levantarse con el pie izquierdo es la misma que la de levantarse con el pie derecho. Por tanto:

P(s2)= 0,5

$$I(s_1 \cdot s_2) = -\log(p(s_1) \cdot p(s_2)) = -\log(1) - \log(0,5) = 0,301$$

- **¿Cuál de los dos mensajes siguientes es una mayor noticia?**

  - S1= “España no ha ganado medallas de oro en los juegos olímpicos”
  - S2= “Una Supernova ha explotado en algún punto de la Vía Lactea”

- Supongamos que la probabilidad de que España gane alguna medalla es de 0,7 (por tanto, que no gane ninguna es 1-p(“ganar alguna medalla”)=0,3, y que la probabilidad de explosión de una supernova en la Vía Lactea es de 0,9:

$$I(s_1) = -\log(p(s_1)) = -\log(0{,}3) = 0{,}523$$
$$I(s_2) = -\log(p(s_2)) = -\log(0{,}9) = 0{,}046$$

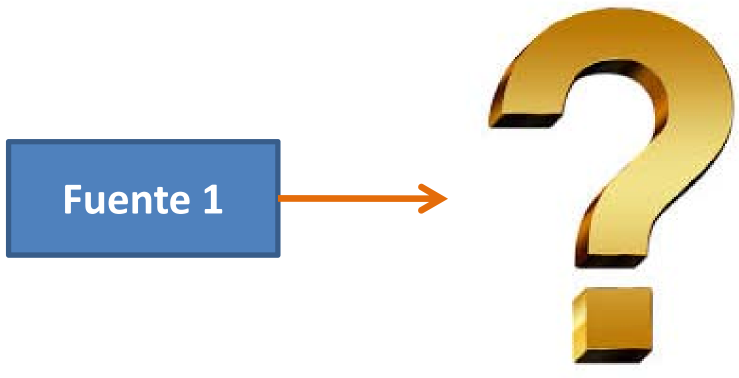
- Si juntamos las dos, la información que proporcionan conjuntamente es:

$$I(s_1 \cdot s_2) = -\log(p(s_1)) - \log(p(s_2)) = 0{,}523 + 0{,}046 = 0{,}569$$

- La idea tras la **Teoría de la Información de Shannon** consiste en proporcionar un conjunto de reglas, teoremas y resultados matemáticos que nos ayuden a cuantificar y operar con información.
- Supongamos que tenemos un alfabeto con 4 símbolos: A, B, C, D.
- Una **fuente 1** genera mensajes con estos símbolos de forma aleatoria, con igual probabilidad por símbolo:
  - P(A)= P(B)= P(C)= P(D)= 0,25
- Otra **fuente 2** genera mensajes con estos símbolos de forma aleatoria, con distinta probabilidad:
  - P(A)= 0,5; P(B)=P(C)= 0,125; P(D)= 0,25
    - **¿Qué fuente genera más información?**

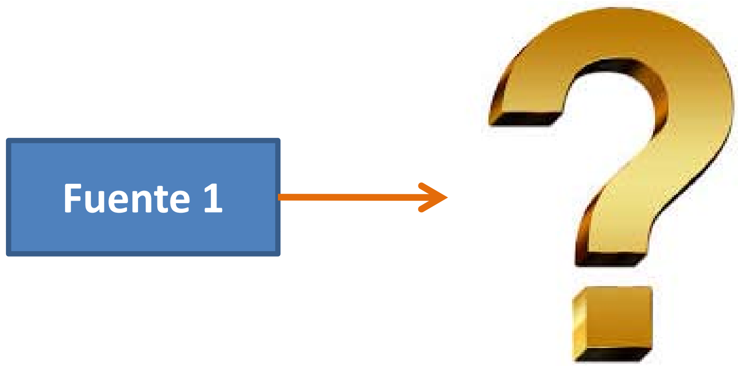
– De acuerdo a la teoría de Shannon, esta pregunta equivale a responder:

  – ¿Cuál es el **mínimo número de preguntas** de respuesta “Sí” o “No” deben responderse hasta que sepamos qué símbolo se ha generado?



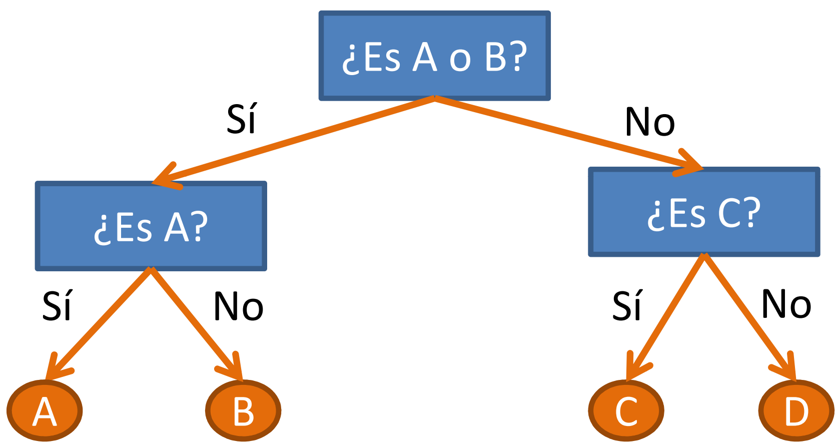

¿A? ¿B? ¿C? ¿D?

– ¿Cuál es el mínimo número de preguntas que hay que hacer (de respuesta “Sí/No”) para conocer qué símbolo ha generado la fuente 1?

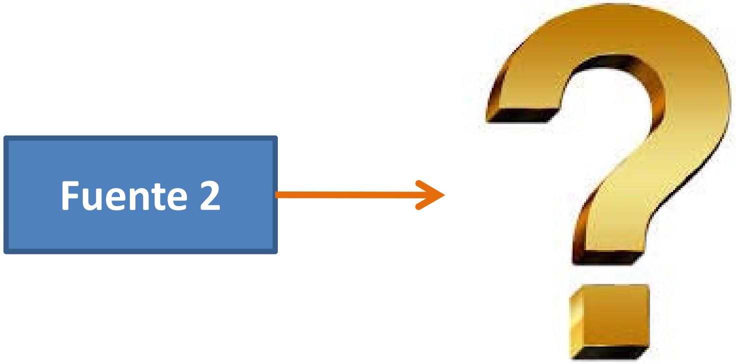



**¿A? ¿B? ¿C? ¿D? p(A)= p(B)= p(C)= p(D)=0,25**

- En este caso es simple: Siempre hay que hacer 2 preguntas

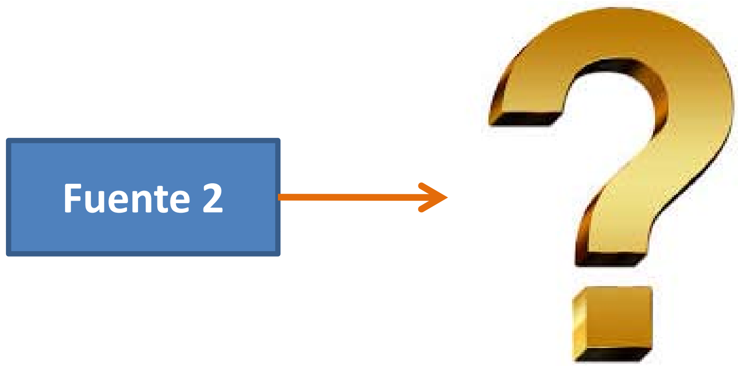


– ¿Cuál es el **mínimo número de preguntas** de respuesta “Sí” o “No” deben responderse hasta que sepamos qué símbolo se ha generado mediante la fuente 2?

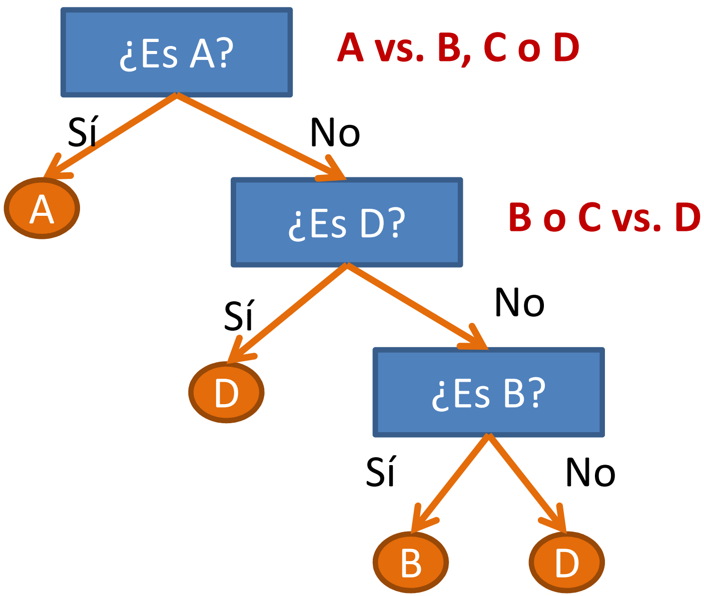



**¿A? ¿B? ¿C? ¿D? p(A)= 0,5; p(B)=p(C)= 0,125; p(D)= 0,25**

– Aquí también podemos realizar la agrupación de términos por máxima probabilidad, para minimizar el número de preguntas posible.




**¿A? ¿B? ¿C? ¿D? p(A)= 0,5; p(B)=p(C)= 0,125; p(D)= 0,25**




– Si tuviésemos que repetir esta operación múltiples veces para conocer el símbolo que ha transmitido la fuente 2, ¿cuántas preguntas, en media, deberían realizarse?

- Si tuviésemos que repetir esta operación múltiples veces para conocer qué símbolos transmite la fuente 2 a lo largo del tiempo, **¿cuántas preguntas, en media, deberían realizarse?**

- **Solución:**
  - **El número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es A, multiplicado por la probabilidad de que salga A**

$$\text{N.Preguntas} = p(A) * 1$$

- Si tuviésemos que repetir esta operación múltiples veces para conocer qué símbolos transmite la fuente 2 a lo largo del tiempo, **¿cuántas preguntas, en media, deberían realizarse?**

- **Solución:**
  - **El número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es A, multiplicado por la probabilidad de que salga A**
  - **+ el número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es B, multiplicado por la probabilidad de que salga C**

$$\text{N.Preguntas} = p(A)*1 + p(B)*3$$

- Si tuviésemos que repetir esta operación múltiples veces para conocer qué símbolos transmite la fuente 2 a lo largo del tiempo, **¿cuántas preguntas, en media, deberían realizarse?**

- **Solución:**
  - **El número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es A, multiplicado por la probabilidad de que salga A**
  - **+ el número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es B, multiplicado por la probabilidad de que salga B**
  - **+ el número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es C, multiplicado por la probabilidad de que salga C**

$$\text{N.Preguntas} = p(A)*1 + p(B)*3 + p(C)*3$$

- Si tuviésemos que repetir esta operación múltiples veces para conocer qué símbolos transmite la fuente 2 a lo largo del tiempo, **¿cuántas preguntas, en media, deberían realizarse?**

- **Solución:**
  - **El número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es A, multiplicado por la probabilidad de que salga A**
  - **+ el número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es B, multiplicado por la probabilidad de que salga B**
  - **+ el número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es C, multiplicado por la probabilidad de que salga C**
  - **+ el número de preguntas que hay que hacer si el símbolo es D, multiplicado por la probabilidad de que salga D**
- **En promedio, para la fuente 2 hay que hacer 1,75 preguntas, mientras que para la fuente 1 siempre hay que hacer 2.**

$$\text{N.Preguntas} = p(A)*1 + p(B)*3 + p(C)*3 + p(D)*2$$

$$\text{N.Preguntas} = 0{,}5*1 + 0{,}125*3 + 0{,}125*3 + 0{,}25*2 = 1{,}75$$

- Si se generasen 100.000 símbolos con cada fuente:
  - Necesitaríamos realizar 200.000 preguntas con la fuente 1 para conocer cada símbolo.
  - Necesitaríamos realizar 175.000 preguntas con la fuente 2 para conocer cada símbolo.

- **La fuente 1 produce más información.**

- La fuente 1 posee una mayor incertidumbre, por tanto, los símbolos que genera, en promedio son más inesperados que los de la fuente 2.

- La asignatura **Teoría de la Información y la Codificación** estudia las bases de estas situaciones y la teoría para generación de códigos óptimos y tratamiento de errores ante canales de transmisión con ruido.

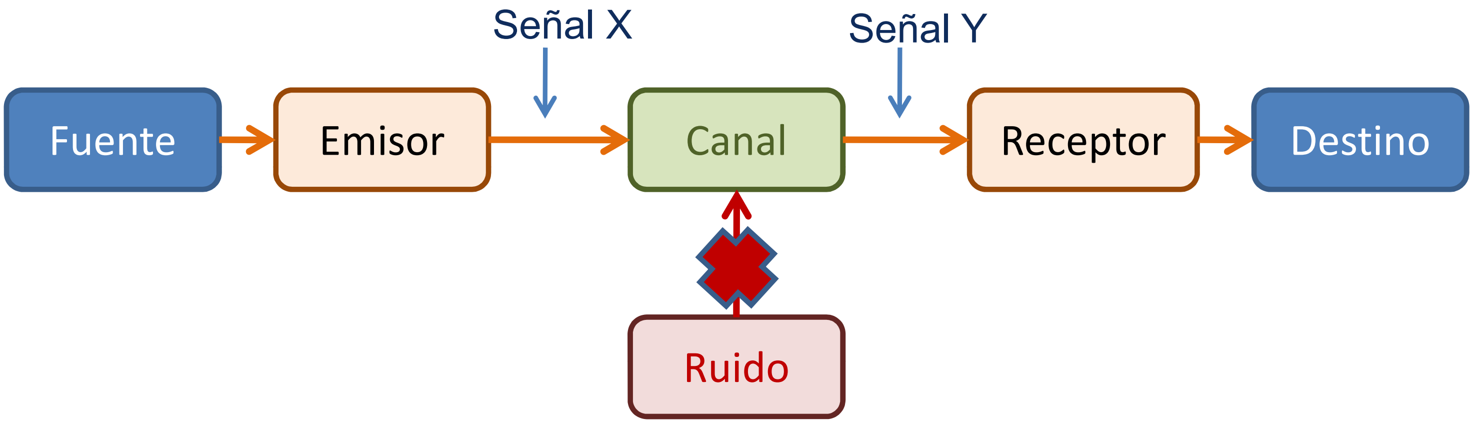
– En términos generales, llamaremos **esperanza de información de una fuente S** al término que hemos calculado:

$$E\{I(S)\} = p(S=s_1) * I(S=s_1) + p(S=s_2) * I(S=s_2) + \ldots + p(S=s_n) * I(S=s_n) =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} p(S=s_i) * I(S=s_i)$$

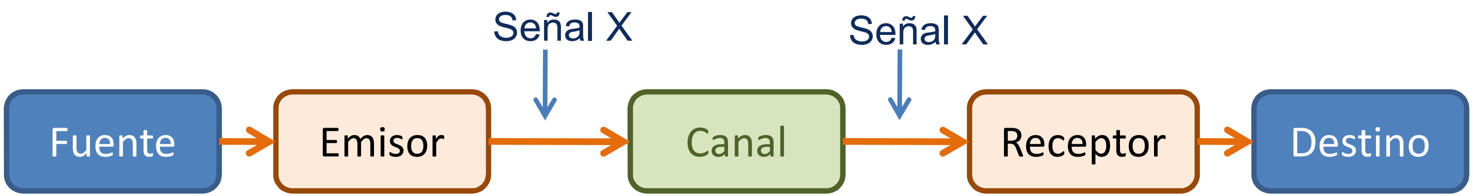
– **n= Número de símbolos que la fuente S puede generar.**
– **$p(S=s_i)$= probabilidad de que la fuente genere el símbolo $s_i$**
– **$I(S=s_i)$= Información producida cuando la fuente genera el símbolo $s_i$**

– **NOTA:** El término al que hemos llamado *"esperanza de información de una fuente"* cobrará mayor significado e importancia en los próximos temas.

1. ¿Qué es la información?
2. Comunicación de la información
3. Cuantificación de la información
4. El canal de comunicaciones
5. La información en el receptor
6. Aplicaciones actuales de la Teoría de la Información




- Centrémonos ahora en el canal de comunicaciones.
- Supondremos (de momento) que es un canal en el que no existe ruido.



- **Tasa de información (R):**
  - Aunque dos fuentes tengan la misma esperanza de información, si una de ellas es más rápida entonces genera más información por unidad de tiempo.
  - En el ejemplo anterior, la fuente 1 produce más información que la fuente 2 pero… ¿qué ocurre si en el mismo periodo de tiempo la fuente 2 genera 5 veces más símbolos que la fuente 1?
- Llamamos **Tasa de Información de la fuente S** a la información que produce dicha fuente, dividido por el tiempo que se tarda en transmitir un símbolo por el canal (**τ**). Su unidad son los bits (de información) por segundo (**bps**).
- **En términos generales:**

$$R(S) = \frac{E\{I(S)\}}{\tau}$$

– **Tasa de información (R):**

– **En términos reales**, los símbolos se envían en mensajes que se transmiten en **tramas** de datos a través de un canal.

– En estos casos, hay que considerar el **número k de símbolos enviados en el mensaje** y el **tiempo de transmisión de la trama (T)** para el cálculo de la tasa de información:

$$R(S) = \sum_{i=1}^{k} \frac{H(S)}{T} = k * \frac{H(S)}{T}$$

– **Trama= mensaje + bits/datos adicionales.**

– **Velocidad de señalización (r):** Llamamos **Velocidad de señalización** a la inversa del tiempo que se tarda en transmitir un símbolo. Su unidad de medida son los **baudios** (***baud.***)

– La velocidad de señalización depende exclusivamente del **canal de transmisión**.

– Un **baudio** indica la cantidad de símbolos que se pueden transmitir por segundo a través de un canal.

– **En términos generales:**

$$r = \frac{1}{\tau}$$

– **Velocidad de señalización (r):**

– **En términos reales**, los símbolos de información se agrupan formando mensajes que se transmiten en **tramas** de datos a través de un canal.

– La velocidad de señalización del mensaje de información **debe considerar el número n de datos enviados en la trama** y el **tiempo de transmisión de la misma (T)**

$$r = \frac{n}{T}$$

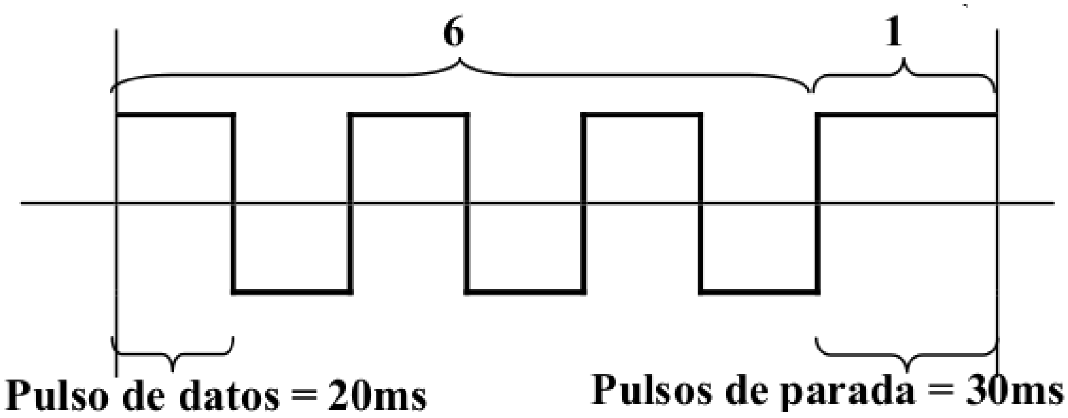
- **Velocidad máxima posible (s):** Llamamos **Velocidad de señalización máxima** a la inversa del tiempo mínimo que se tarda en transmitir un símbolo.

- La velocidad de señalización máxima depende del **canal de transmisión y de la duración mínima de transmisión de un símbolo**.

$$s = \frac{1}{\tau_{\min}}$$

- La velocidad máxima posible también se mide en **baudios**.

– **Ejemplo:** Supongamos que una fuente S emite por un canal, y en el canal se transmite en señales binarias lo siguiente:




- Cada 150ms se envía una **trama de datos**.
- En **cada trama, se transmite un mensaje** de 6 bits de datos + 1 **señal de parada** para indicar el fin de la trama.
  - Cada bit de datos se transmite en 20ms.
  - El bit de parada tarda 30ms.
- Supongamos que p(s=“0”)= p(s=“1”)= 0,5

– **Pregunta 1: ¿Cuál es la información I(S=s1)? ¿Y la información I(s=s2)? ¿Y la esperanza de información de la fuente S, E{I(S)}?**

$$p(s=\text{"0"}) = 0{,}5 \Rightarrow I(s=\text{"0"}) = -\log_2(0{,}5) = 1$$

$$p(s=\text{"1"}) = 0{,}5 \Rightarrow I(s=\text{"1"}) = -\log_2(0{,}5) = 1$$

$$E\{I(S)\} = \sum_{i=1}^{2} p(S=s_i) * I(S=s_i) = -2 * 0{,}5 * \log_2(0{,}5) = 1$$

– **Todos los símbolos son equiprobables, existe la máxima incertidumbre posible.**

– Pregunta 2: ¿Cuál es tiempo promedio τ de envío de un bit de información? ¿Cuál es la velocidad de señalización del canal?

– En principio, si consideramos sólo el canal y los bits de información:

$$\tau = 20ms$$

$$r = \frac{1}{\tau} = 1000 * \frac{1}{20} = 50\, baud$$

– PERO: Si consideramos el mensaje íntegro, entonces transmitimos 7 datos en 150ms:

$$r = 1000 \frac{7}{150} \approx 46\, baud$$

- Pregunta 3: ¿Cuál es la tasa de información R en el mensaje completo?
  - En principio:

$$R = \frac{H(S)}{\tau} = 1000 * \frac{1}{20} = 50bps$$

  - PERO: transmitimos 7 datos en 150ms, de los cuales el último no aporta nada:
    - El bit de parada no da información, dado que se utiliza como bit de control de fin del mensaje:
    - I(señal de parada)=0

$$R = 1000\frac{6 * H(S)}{150} = 40\,bps$$

- Pregunta 4: ¿Cuántos bits de información se transmiten por cada señal “0” o “1” transmitida por el canal?

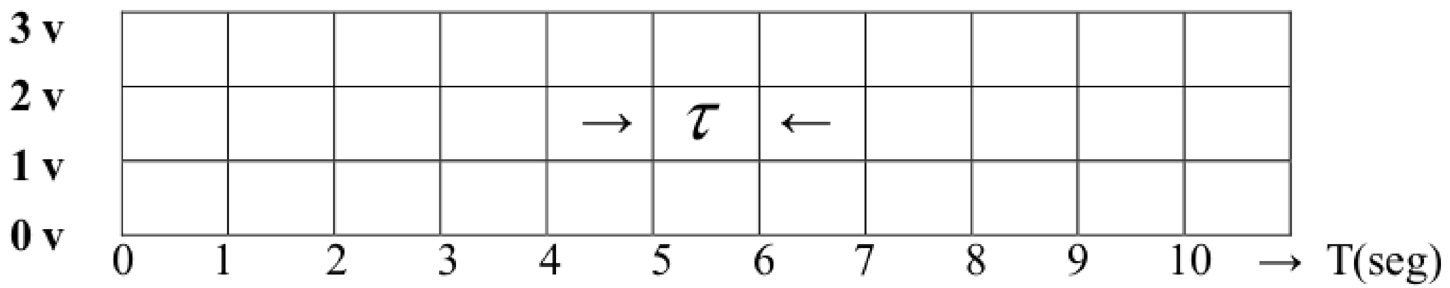
  - Se calcularía como la tasa de información dividido entre la velocidad de señalización :

$$\frac{R}{r} = \frac{40}{46} \approx 0{,}869$$

  - Este número se interpreta como: “Por cada señal “0” o “1” que se envía por el canal, esta incluye en promedio “0,869” bits de información.

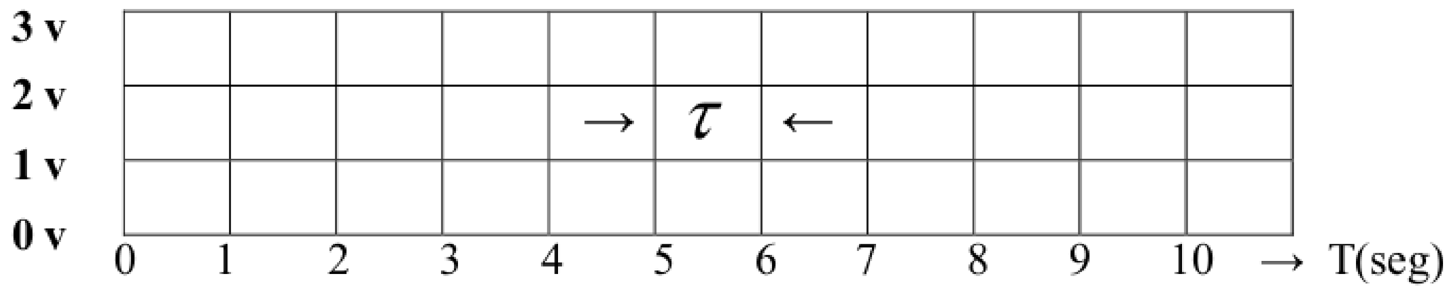
– **Capacidad C de un canal:**

– Un canal no tiene porqué ser binario. Se pueden tener múltiples niveles que permitan enviar diferentes señales (no sólo “0” o “1”) en cada instante. Por ejemplo, supongamos un emisor de voltaje que puede emitir 0V, 1V, 2V o 3V:



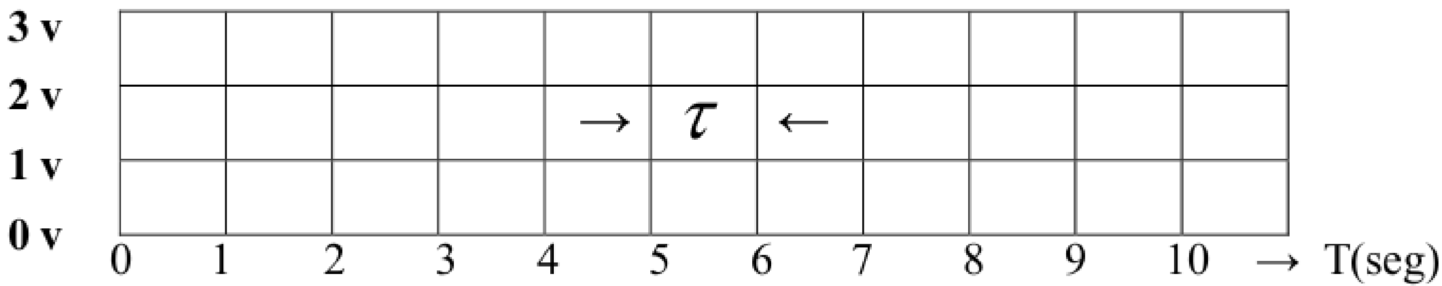

– En la figura, **τ** es el tiempo que se tarda en transmitir un bit de información, y **T** es el tiempo que tarda en enviarse el mensaje completo.

## – Capacidad C de un canal:




- En el primer instante de tiempo (**τ**), podemos escoger enviar entre 4 señales.
- Hasta el segundo instante de tiempo (**2*τ**), 4*4 señales (las 4 del primero por cada posible señal del segundo).
- Hasta el instante **T**, habremos podido mandar **$4^{T/\tau}$ señales**.
- **Si existiesen *m* valores en lugar de 4:** Hasta el instante **T**, habríamos podido mandar **$m^{T/\tau}$ valores**.

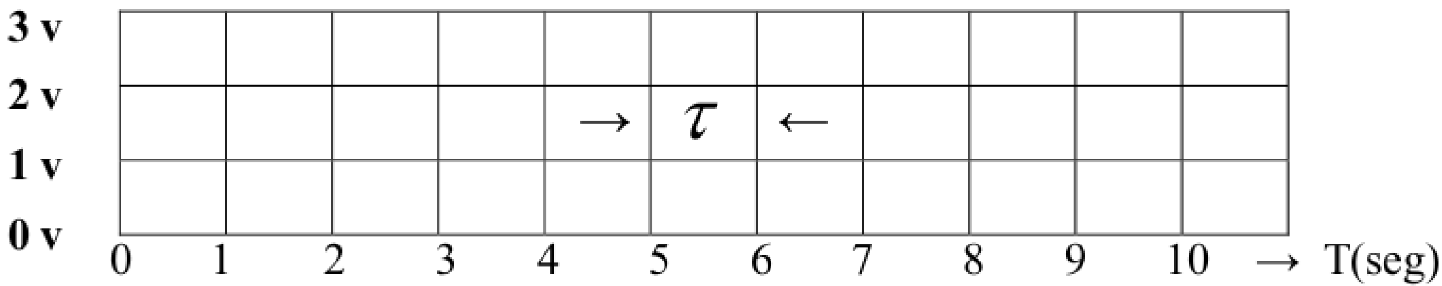
## – Capacidad C de un canal:




- **Supongamos el escenario peor, donde existe máxima incertidumbre** (E{I(S)}= máxima).
- Bajo estas consideraciones, entonces la probabilidad de que un símbolo $s_i$ aparezca en la trama (suponiendo que todos los bits de la trama son de información), es:

$$p(s_i) = \frac{1}{m^{T/\tau}}$$

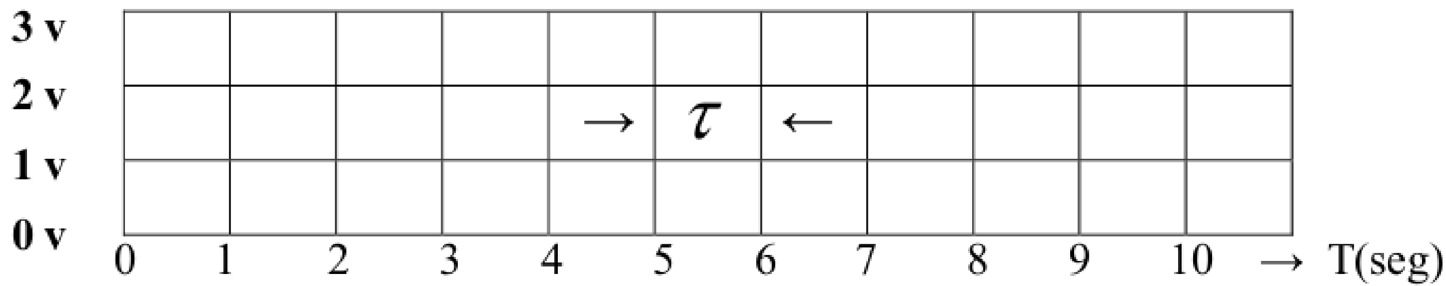
## – Capacidad C de un canal:




– Por tanto, la información de cada bit de información que se envíe será:

$$I(s_i) = \log_2(m^{T/\tau}) = \frac{T}{\tau}\log_2(m)$$

– **Capacidad C de un canal:**




– La **capacidad C de un canal** se define como la información que proporciona un bit enviado a máxima velocidad en el tiempo de duración de la trama; es decir:

$$C = \frac{I(s)}{T} = \frac{1}{\tau_{\min}} \log_2(m) = s * \log_2(m)$$

- **Capacidad C de un canal:**
  - **Implicaciones de la definición de C:**
    - Si un canal quiere transmitir la información I(S), debe al menos tener capacidad para **$s*\log_2(m)$.**
  - Por tanto:
    - La tasa de información R de una fuente nunca puede superar la capacidad del canal por el que se transmite:

$$R \leq C$$

  - **La capacidad de un canal se mide en bits por segundo.**

- Pregunta 5: ¿Cuál es la capacidad del canal del ejemplo anterior?

  - Se calcularía como la velocidad de señalización máxima por el logaritmo del número de niveles del canal:

$$C = s * \log_2 m = \frac{1}{\tau_{\max}} \log_2 m = 1000 \frac{1}{20} \log_2 2 = 50$$

- Podemos observar que, efectivamente, R<=C:

40bps <= 50 bps

- **Canales ideales:**

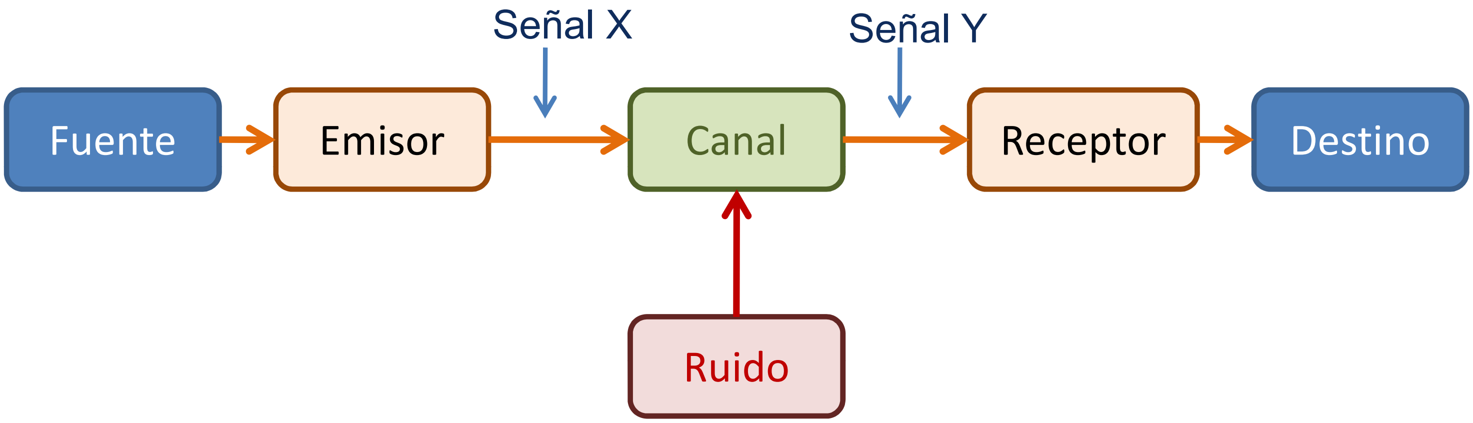
  - Si la fuente genera **k** símbolos, en el receptor se reciben exactamente los mismos símbolos, sin distorsión ni error.

  - **Un canal ideal posee la capacidad $C = s*\log_2(m)$**

  - **Es la mayor cantidad de información que se puede transportar por unidad de tiempo.**

  - **Ninguna implementación o instancia del canal puede superar la capacidad del canal ideal.**

1. ¿Qué es la información?
2. Comunicación de la información
3. Cuantificación de la información
4. El canal de comunicaciones
5. **La información en el receptor**
6. Aplicaciones actuales de la Teoría de la Información




- En el modelo de comunicaciones descrito, el **receptor** se encarga de recoger desde el canal los símbolos que este ha transportado desde la fuente.
- En modelos de comunicación digitales, el proceso consiste en:
  - A intervalos regulares, se debe comprobar qué señal existe en el canal (se denomina **muestreo**).
  - Obtener la señal hasta que haya finalizado el mensaje.
  - Decodificarlo (y reconstruirlo, en su caso).
  - Enviarlo al destino.

- **Ancho de banda (B):** Velocidad (bps) de los bits que pueden enviarse a través de un canal.

- El **Teorema de muestreo de Nyquist** establece que:

$$s \leq 2 \cdot B$$

  - **Es decir, para la velocidad máxima posible s, es necesario que el canal disponga de un ancho de banda superior o igual al doble de s.**

- **IMPLICACIONES:**.
  - **Para medir datos que se envían cada $\tau$ instantes de tiempo, el receptor tiene que muestrear a como mucho $\tau/2$.**

- Pregunta 6: En el ejemplo anterior, ¿cada cuánto debería muestrear el receptor para asegurarse que recibe la información correctamente?

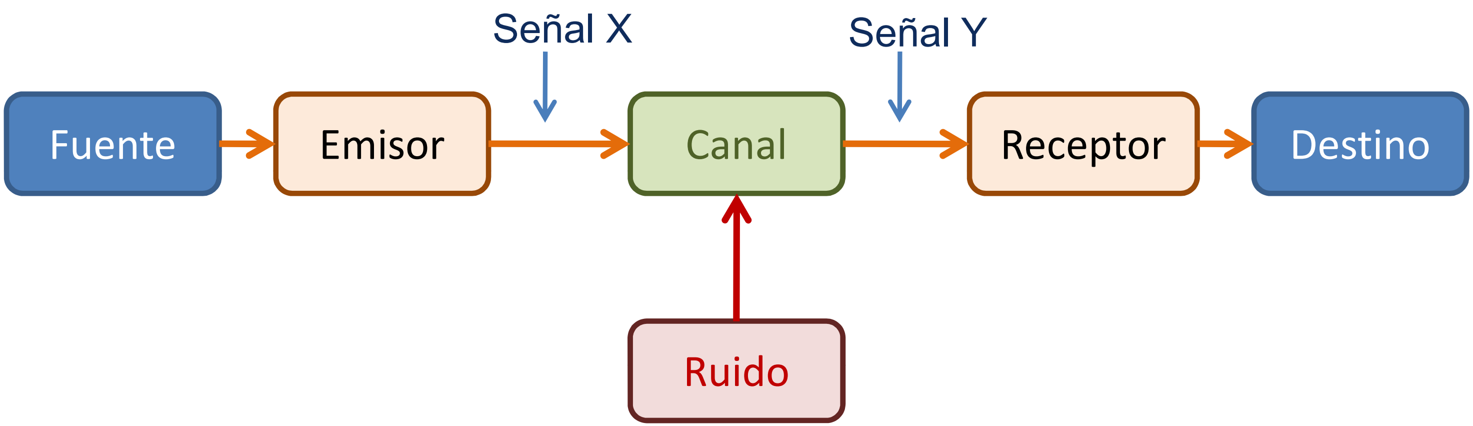
  - El tiempo mínimo de envío de un bit es $\tau_{min}$=20ms. Por tanto:

$$s = 1000\frac{1}{\tau_{\min}} = 50$$

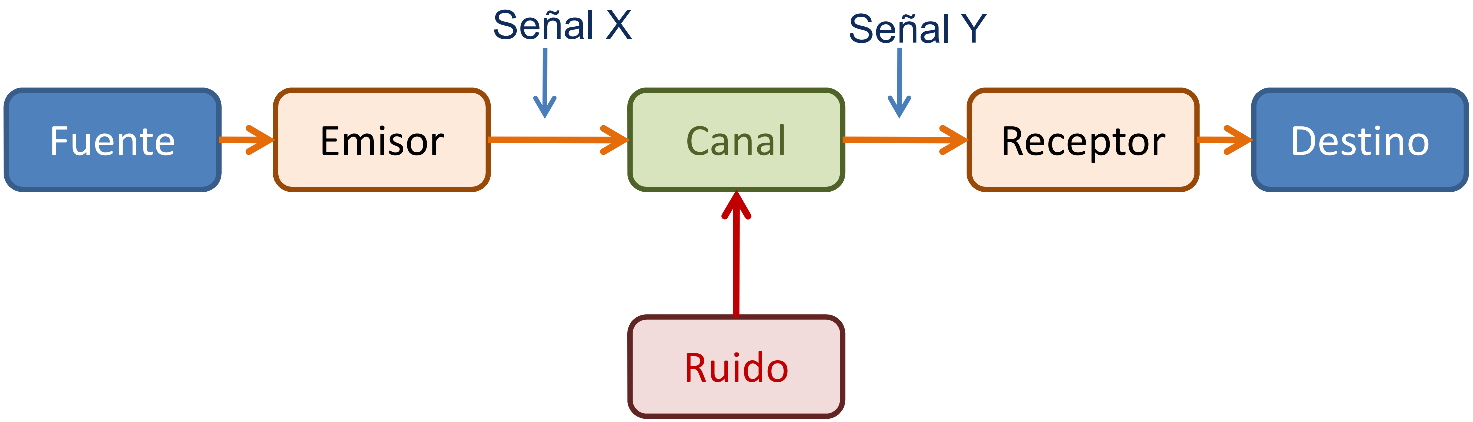
Se debe muestrear a, como mucho:

$$\tau_{muestreo} = \frac{\tau_{\min}}{2} = 10ms$$

En caso contrario, puede no recogerse correctamente la información del canal.

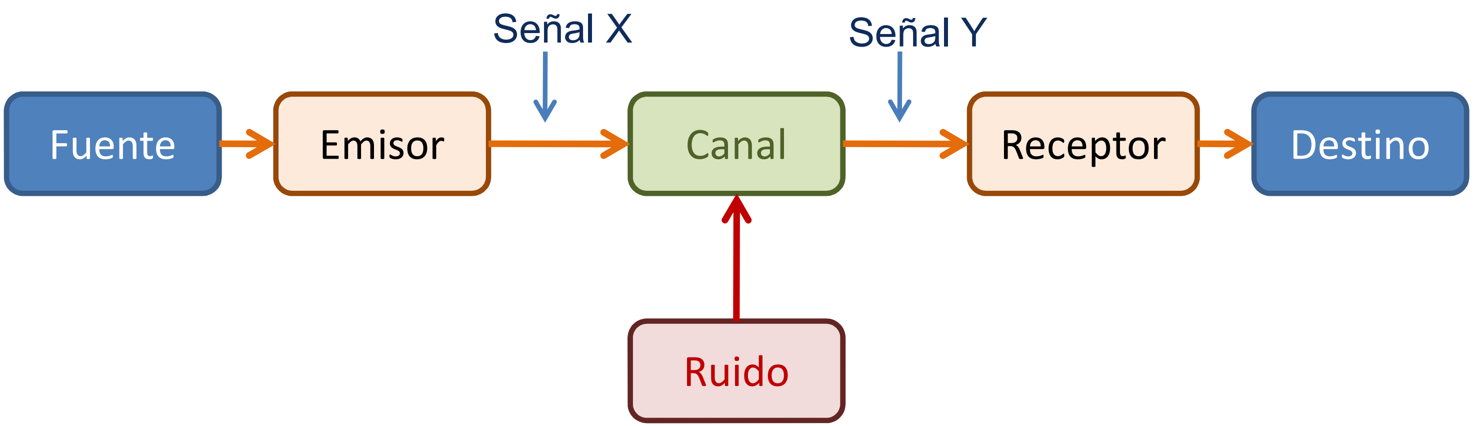



– En temas posteriores, también nos interesará estudiar procedimientos para recuperar la señal inicial emitida **X** partiendo de la señal recibida **Y** por el receptor. Suponiendo un **canal con ruido**, modelaremos el sistema utilizando la Teoría de la Probabilidad.

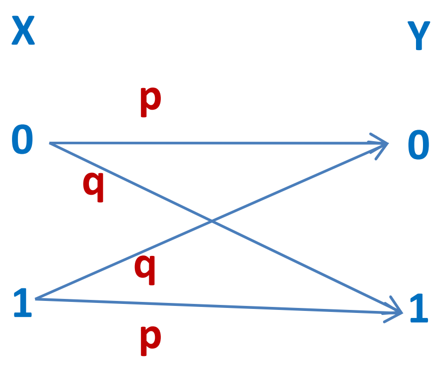



- Por ejemplo, supongamos un alfabeto binario con dos símbolos: "0" y "1". Nos interesa conocer cuál es la probabilidad de recibir **Y** supuesto que se ha enviado **X**; es decir la probabilidad condicionada:

$$p(Y \mid X)$$




– En este caso, el modelo de transmisión será:




- **p**= probabilidad de recibir el símbolo correcto.
- **q**= probabilidad de recibir el símbolo incorrecto.

1. ¿Qué es la información?
2. Comunicación de la información
3. Cuantificación de la información
4. El canal de comunicaciones
5. La información en el receptor
6. **Aplicaciones actuales de la Teoría de la Información**

– ¿Cuáles son las aplicaciones más inmediatas que encontramos actualmente de la Teoría de la Información?

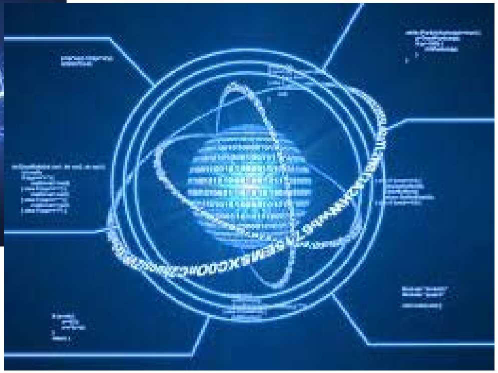

Compresión de datos sin pérdida




Compresión de datos con pérdida

Criptografía

Neuro-biología



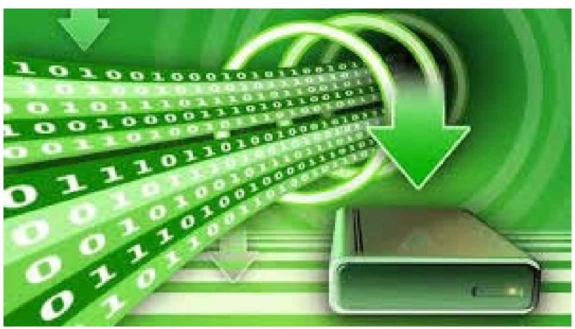
Computación cuántica

– ¿Cuáles son las aplicaciones más inmediatas que encontramos actualmente de la Teoría de la Información?


Sistemas de ayuda a la decisión

| OUTCOME | ROLLING TWO DICE | ODDS | PERCENTAGE |
|---|---|---|---|
| 2 | ⚀⚀ | 35 to 1 | 2.78% |
| 3 | ⚀⚁ ⚁⚀ | 34 to 2 | 5.56% |
| 4 | ⚀⚂ ⚂⚀ ⚁⚁ | 33 to 3 | 8.33% |
| 5 | ⚀⚃ ⚃⚀ ⚁⚂ ⚂⚁ | 32 to 4 | 11.11% |
| 6 | ⚀⚄ ⚄⚀ ⚁⚃ ⚃⚁ ⚂⚂ | 31 to 5 | 13.89% |
| 7 | ⚀⚅ ⚅⚀ ⚁⚄ ⚄⚁ ⚂⚃ ⚃⚂ | 30 to 6 | 16.67% |
| 8 | ⚁⚅ ⚅⚁ ⚂⚄ ⚄⚂ ⚃⚃ | 31 to 5 | 13.89% |
| 9 | ⚂⚅ ⚅⚂ ⚃⚄ ⚄⚃ | 32 to 4 | 11.11% |
| 10 | ⚃⚅ ⚅⚃ ⚄⚄ | 33 to 3 | 8.33% |
| 11 | ⚄⚅ ⚅⚄ | 34 to 2 | 5.56% |
| 12 | ⚅⚅ | 35 to 1 | 2.78% |

Teoría de Juegos

Telecomunicaciones

- Ejemplo del uso de la Teoría de la información para codificación de símbolos:

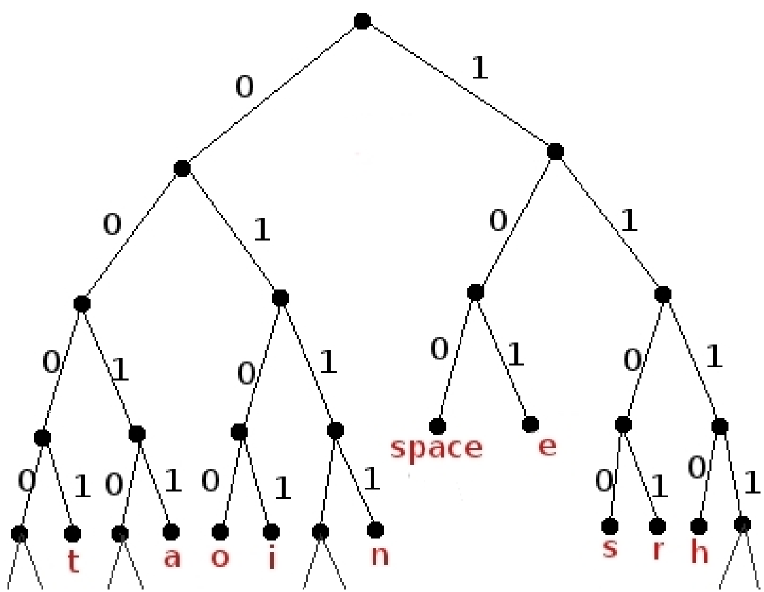

Tabla ASCII

- El uso actual de las letras del abecedario (+ el espacio) en ASCII utiliza 7 bits.
- ASCII utiliza en total 8 bits.

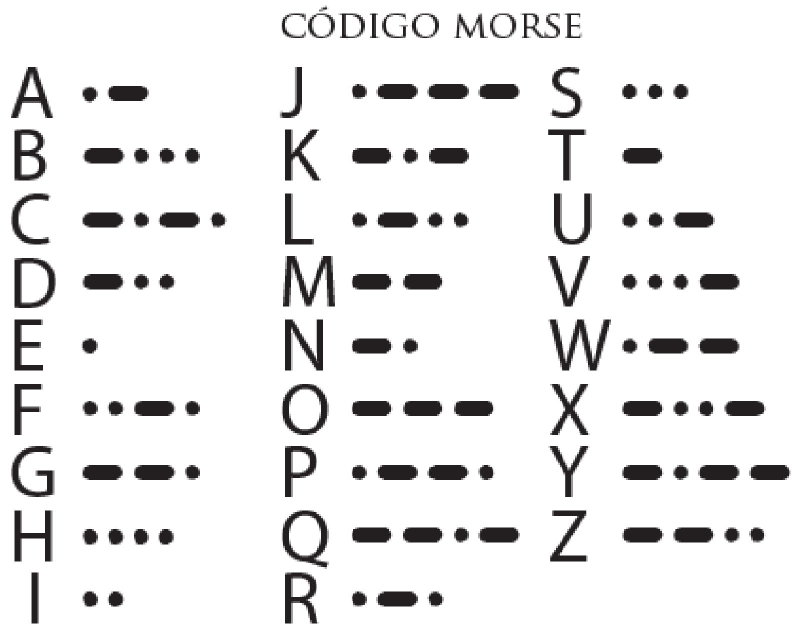
- Si deseamos transmitir únicamente texto escrito, este método de codificación **es altamente ineficiente.**

– Si agrupásemos los símbolos y generásemos un código basado en su frecuencia de aparición, sería mucho más eficaz:

  – A los símbolos más probables, asignarles códigos más cortos.
  – A los símbolos menos probables, asignarles códigos más largos.




**Código Huffman**



Universidad de Granada

decsai.ugr.es

# Teoría de la Información y la Codificación

Grado en Ingeniería Informática

## Tema 1.- Introducción a la Teoría de la Información.

DECSAI

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial