



## Teoría de la Información y la Codificación

### Grado en Ingeniería Informática

#### Ejercicios del Tema 2

1. ¿Qué es la entropía de la información?
2. Suponiendo un suceso  $s$ , ¿Qué diferencias existen entre  $I(s)$  y  $H(s)$ ?
3. Suponiendo que un sistema  $S$  pueda generar 4 símbolos, ¿es posible que  $H(S)=5$ ? Razone su respuesta.
4. ¿Qué significado tendría  $H(S)=0$ ? Indique qué implicaciones, en términos de probabilidades de los símbolos del alfabeto, tiene que  $H(S)=0$ .
5. Un sistema  $A$  tiene 4 símbolos y una entropía  $H(A)=2$ , y otro sistema  $B$  tiene 2 símbolos y una entropía  $H(B)=1$ . ¿Cuál produce más información? Razone su respuesta.
6. Si un sistema  $A$  que produce 4 símbolos tiene entropía  $H(A)=2$ , indique qué implicaciones, en términos de probabilidades de los símbolos del alfabeto, tiene que  $H(A)=2$ .
7. Un juego entre dos amigos consiste en que suponen que la cara de la moneda vale 1 y la cruz vale 2. Uno de ellos lanza una moneda no trucada al aire 2 veces, y suma el resultado de ambas tiradas. El otro amigo debe adivinar qué número ha calculado el primero. Desarrolle una estrategia que permita realizar el mínimo número de preguntas de respuesta “Sí/No” para averiguar la respuesta.
8. Una fuente  $E$  emite una señal  $X$  con bits de modo que la probabilidad en cualquier momento de emitir un uno sea 0,3. Esos bits son transmitidos hasta un receptor a través de un canal binario con probabilidad de error en un bit igual a 0,2, el cual recibe una señal  $Y$ . Se pide:
  - a. Calcular  $H(X)$  y  $H(Y)$ .
  - b. Calcular  $H(X,Y)$
  - c. Calcular  $H(X|Y)$  y  $H(Y|X)$ , y explicar qué significa tanto  $H(X|Y)$  como  $H(Y|X)$ .
  - d. Explicar qué significa la Información mutua. Calcular la información mutua  $I(X; Y)$ .
9. Consideremos una fuente  $S$  que emite símbolos  $\{a, b, c, d\}$  con probabilidades  $\{1/2, 1/4, 1/8, 1/8\}$ , respectivamente. Calcular la entropía de la fuente.
10. En una planta de una comunidad de vecinos hay 2 pisos con las letras  $A$  y  $B$ . Se sabe que el dueño de uno de ellos es un mentiroso (siempre miente), mientras que el otro es honrado y siempre dice la verdad. ¿Cuál sería el mínimo número de preguntas de respuesta “Sí/No” que deberíamos hacer para saber cuál es el mentiroso? ¿Sabría elaborar la batería de mínimas preguntas necesarias para detectarlo? Justifique su respuesta utilizando argumentos basados en la Teoría de la Información.
11. En una planta de una comunidad de vecinos hay 4 pisos con las letras  $A, B, C$  y  $D$ . Todos se conocen entre ellos y saben quién dice la verdad y quién miente. Se sabe que el dueño de uno de ellos es un mentiroso (siempre miente), mientras que los demás son honrados y siempre dicen la verdad. ¿Cuál sería el mínimo número de preguntas de respuesta “Sí/No” que deberíamos hacer para saber cuál es el mentiroso? ¿Sabría elaborar un procedimiento y la batería de mínimas preguntas necesarias para detectarlo? Justifique su respuesta utilizando argumentos basados en la Teoría de la Información.



12. Supongamos que disponemos de la siguiente tabla de probabilidades conjuntas entre una señal  $X$  emitida por un emisor y la señal  $Y$  recibida por el receptor, para un sistema que trabaja con 4 símbolos  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

	$X = 1$	$X = 2$	$X = 3$	$X = 4$
$Y = 1$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$
$Y = 2$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$
$Y = 3$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
$Y = 4$	$\frac{1}{4}$	0	0	0

Calcule  $H(X)$ ,  $H(Y)$ ,  $H(X,Y)$ ,  $H(Y|X)$  e  $I(X; Y)$

13. Sea un sistema capaz de transmitir dos símbolos  $\{1, 2\}$ , entre un emisor que proporciona una señal  $X$  emitida hacia un receptor que recibe la señal  $Y$ :

	$X = 1$	$X = 2$
$Y = 1$	0	$\frac{3}{4}$
$Y = 2$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Calcule  $H(X)$ ,  $H(Y)$ ,  $H(X,Y)$ ,  $H(Y|X)$  e  $I(X; Y)$

14. Calcule la entropía de un mazo de 52 cartas perfectamente barajado. Si escogiésemos una carta al azar, ¿Cuánta información se ganaría conociendo que esa carta es un As? ¿Y si fuese el As de picas?

15. El servicio meteorológico de las noticias de un canal de televisión tiene el siguiente sistema de probabilidades para calcular cuándo llueve en las noticias sobre el tiempo:

Predicción	Lo que ocurre realmente	
	Lluvia	No Lluvia
Lluvia	5/8	1/16
No Lluvia	3/16	1/8

- Calcule la entropía de lo que ocurre realmente.
- Calcule la entropía de la predicción, suponiendo que se sabe lo que ocurre realmente.
- Calcule la entropía conjunta ( $H(X,Y)$ ).
- Calcule la información mutua del sistema.

16. Supongamos que en otra cadena tienen el siguiente sistema de probabilidades para las noticias sobre el tiempo:

Predicción	Lo que ocurre realmente		
	Lluvia	Nublado	Soleado
Lluvia	0,1237	0.0056	0.1060
Nublado	0,1498	0.1326	0.1183
Soleado	0,1024	0.1458	0.1160



ugr

**Universidad de Granada**

Departamento de Ciencias de la Computación  
e Inteligencia Artificial



- a) Calcule la entropía de lo que ocurre realmente.
- b) Calcule la entropía de la predicción, suponiendo que se sabe lo que ocurre realmente.
- c) Calcule la entropía conjunta ( $H(X,Y)$ ).
- d) Calcule la información mutua del sistema.
- e) Con respecto al canal de TV del ejercicio anterior, ¿de cuál de los dos sistemas de predicción del tiempo se fiaría más, y bajo qué circunstancias?

*ugr*

**Universidad de Granada**  
Departamento de Ciencias de la Computación  
e Inteligencia Artificial



## Evaluación

Los ejercicios se realizarán individualmente, no siendo posible en grupos de alumnos. Deberán estar correctamente resueltos, incluyendo explicaciones, definiciones, fórmulas o ejemplos adicionales que se estimen oportunas para que la solución del ejemplo sea autoexplicativa y autocontenida. Deberán utilizar un lenguaje técnico apropiado, adaptado al nivel de la asignatura. Con estas pautas, los ejercicios se evaluarán atendiendo a los siguientes criterios:

- **Calificación NO APTO:** El ejercicio no está resuelto, no se responde a todo lo que se requiere o está mayormente incompleto.
- **Calificación APTO:** El ejercicio está resuelto, pero contiene fallos o no profundiza en la respuesta a la pregunta con el detalle requerido.
- **Calificación DESTACA:** El ejercicio está resuelto con la profundidad requerida y no tiene errores, o contiene mínimos fallos menores (tipográficos, etc.).

Una calificación **NO APTO** supone que el ejercicio se evalúa con 0 puntos. La calificación **APTO** indica que el ejercicio se evalúa con la mitad de su valor. Por último, la calificación **DESTACA** otorga la máxima calificación del ejercicio.

**La detección de copia en algún ejercicio supondrá la calificación de 0 en todos los ejercicios entregados.**

Considerando estos criterios de calificación, la puntuación de cada ejercicio se muestra en la siguiente tabla:

Ejercicio	Puntuación
1	0,2
2	0,2
3	0,2
4	0,2
5	0,2
6	0,2
7	1
8	1
9	0,75
10	0,5

*ugr***Universidad de Granada**Departamento de Ciencias de la Computación  
e Inteligencia Artificial

<b>11</b>	0,8
<b>12</b>	1
<b>13</b>	1
<b>14</b>	0,75
<b>15</b>	1
<b>16</b>	1