

MEDIDA DEL CICLO DE HISTÉRESIS DE UN MATERIAL FERROMAGNÉTICO

F. J. Ceballos^{1†}, M. de Miguel^{1*}

Resumen

Keywords

Sus — Amongus — Miguel

¹Facultad de CC. Físicas, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España

[†]franceba@ucm.es, ^{*}mdemig02@ucm.es

Índice

Introduction	1
1 Método experimental	1
1.1 Subsection	1
1.2 Subsection	2
2 Resultados y análisis	2
2.1 Ciclo de histéresis del núcleo de hierro macizo	3
2.2 Campo coercitivo e imanación remanente	3
2.3 Estudio de la susceptibilidad magnética	4
2.4 Permeabilidad relativa del hierro	4
2.5 Pérdidas de energía	5
2.6 Estudio de los ciclos menores	5
3 Conclusiones	6
Referencias	6

Introducción

1. Método experimental

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl.

Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

$$\cos^3 \theta = \frac{1}{4} \cos \theta + \frac{3}{4} \cos 3\theta \quad (1)$$

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

1. First item in a list
2. Second item in a list
3. Third item in a list

1.1 Subsection

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.



Figura 1. Wide Picture

Paragraph Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Paragraph Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur at, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

1.2 Subsection

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consectetur a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetur. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

2. Resultados y análisis

A continuación se mostrarán los resultados obtenidos a lo largo de la tarea. Todos los datos han sido tomados a través del programa COBRA Measure, de modo que las incertidumbres sistemáticas se han considerado iguales a la precisión provista por el mismo programa, siendo estas incertidumbres $\Delta H = 0.001 \text{ A m}^{-1}$ o ΔB

= 0.001 T, excepto en algunos casos concretos en los que se ha considerado podrían verse infravaloradas. En caso de tratarse de cálculos resueltos numéricamente no se han considerado incertidumbres al tratarse de resultados aproximados, especialmente en el caso de la derivada numérica necesaria para calcular la dependencia de la susceptibilidad magnética con la imanación. Las fórmulas empleadas para el cálculo de incertidumbres indirectas vienen indicadas donde son relevantes.

2.1 Ciclo de histéresis del núcleo de hierro macizo

En primer lugar se realiza la medida de un ciclo del núcleo de Fe previamente desimanado a través del procedimiento descrito en la sección previa. Posteriormente, se toman medidas para voltajes suministrados entre 0 y 5V, invirtiendo el sentido del circuito para lograr los valores negativos y por ende ciclos cerrados. La curva obtenida se encuentra representada en la Figura siguiente.

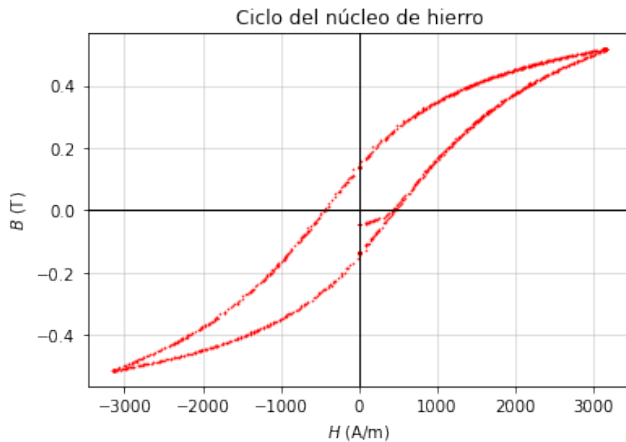


Figura 2. Ciclo de histéresis del núcleo de hierro

Se puede observar que para el rango de voltaje obtenido, la corriente a través de las bobinas no es suficiente para alcanzar la imanación de saturación, al menos de manera clara. En caso de que se alcanzase la saturación, se observarían rangos de H en los que la inducción B permanecería constante, tanto para $H > 0$ como para $H < 0$, es decir, la gráfica mostraría líneas horizontales de datos en los extremos del ciclo.

Si uno se fija en la curva de imanación inicial, esta no se observa exactamente como se esperaría, debido a que el núcleo no hubo sido totalmente desimanado en un principio. Se puede observar que para $H = 0$, $B < 0$, lo que implica que el hierro aún estaba ligeramente

imanado. Esto provoca el solapamiento temprano de la curva de imanación inicial con el resto del ciclo. De tener el hierro completamente desimanado, se esperaría que la curva se solapase con el ciclo en un punto más cercano a la saturación.

2.2 Campo coercitivo e imanación remanente

A través de los datos graficados en la Figura 2, se pueden estimar algunos puntos de interés del ciclo, como pueden ser la imanación remanente, es decir, la imanación que mantiene el material una vez se elimina el campo externo al que estaba sometido, o el campo coercitivo del núcleo, que sería el campo externo a aplicar para neutralizar la imanación del mismo.

La obtención de estos puntos se ha realizado de dos maneras: de manera directa, a través del propio programa de medidas y a partir de la gráfica del ciclo, estimando los cortes con los ejes del ciclo experimental. Se han tenido en cuenta valores tanto positivos como negativos.

	Measure	Python
H_c (A/m)	441.537 ± 0.001 -442.106 ± 0.001	438 ± 11 -442.9 ± 6.4
B_r (mT)	136 ± 1 -138 ± 1	137 ± 1 -138 ± 1
M_r (A/m)	$(108.23 \pm 0.80) \cdot 10^3$ $-(109.82 \pm 0.80) \cdot 10^3$	109022.9 ± 1.0 -109816.1 ± 1.4

Cuadro 1. Campo coercitivo H_c e imanación remanente M_r del núcleo de hierro

La incertidumbre de los datos procesados con python ha sido considerada como la mayor distancia entre el punto crítico y el inmediatamente anterior o posterior a este. Por ejemplo, en la medida del campo positivo se tiene que, para una inducción entre -1 y 1 mT, $H_c = 438,19$ (A/m). Ahora bien, la anterior medida de campo es 427.54 A/m ($B < -1$ mT), y la posterior 441.27 A/m ($B > 1$ mT), por lo que la incertidumbre será $438 - 427.54 = 10.65 \approx 11$ A/m. Las incertidumbres de M_r obtenidas a través de los datos proporcionados por el programa de medida se han considerado:

$$\Delta M_r = \sqrt{\left(\frac{\Delta B}{\mu_0}\right)^2 + (\Delta H)^2} \approx \frac{\Delta B}{\mu_0}, \quad (2)$$

sin olvidar que ΔB y $\Delta H = 0.001$ T o A/m, respectivamente.

Por último, aunque no se haya alcanzado un punto de saturación claro, se puede obtener el valor de los máximos de imanación del ciclo.

	Measure	Python
H_{max} (A/m)	3142.176 ± 0.001 -3136.010 ± 0.001	3161.9 ± 8.9 -3157.9 ± 7.9
B_{max} (mT)	512 ± 1 -516 ± 1	512 ± 1 -516 ± 1
M_{max} (A/m)	$(404.29 \pm 0.80) \cdot 10^3$ $-(407.48 \pm 0.80) \cdot 10^3$	404278.7 ± 1.3 -407457.9 ± 1.1

Cuadro 2. Extremos del primer ciclo

Como se puede ver, en ambas Tablas 1 y 2 los valores obtenidos directamente desde la aplicación como los procesados con python son muy próximos entre sí, siendo los más desviados los valores del campo.

2.3 Estudio de la susceptibilidad magnética

A partir de la curva de imanación inicial se puede estudiar la susceptibilidad magnética del material, χ , la cual viene definida como

$$\chi = \frac{dM}{dH}. \quad (3)$$

Para proceder con este cálculo, primero se ha procurado eliminar el ruido de las medidas de la curva de imanación inicial (con más de 200 puntos), reduciendo el número de puntos a 30 a través de una interpolación lineal.

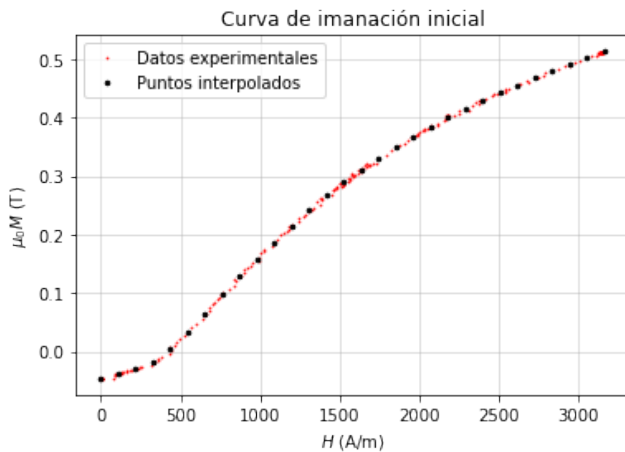


Figura 3. Curva de imanación inicial

Aplicando un algoritmo de diferenciación centrada a la muestra de puntos interpolados, tal que

$$\chi_i = \frac{1}{\mu_0} \frac{(\mu_0 M)_{i+1} - (\mu_0 M)_{i-1}}{H_{i+1} - H_{i-1}} \quad (4)$$

se obtiene la siguiente curva para la susceptibilidad magnética del hierro.¹



Figura 4. Curva de susceptibilidad durante la imanación inicial

Observando la Figura 4, se puede apreciar que la susceptibilidad en ningún momento llega a cero, lo que implica que la imanación del material depende del campo magnético externo a lo largo de toda la curva, es decir, no se alcanza el punto de saturación en ningún momento de la misma.

Se puede apreciar que el hierro ya presentó una susceptibilidad magnética $\chi_0 = 53.9$ antes de aplicar el campo y alcanzó su máximo $\chi_{max} = 237.8$ para una imanación de ≈ 50 kA/m ($H \approx 650$ A/m) en caso de haber alcanzado el punto de saturación, la susceptibilidad llegaría a ser cero para valores de M superiores a los medidos.

2.4 Permeabilidad relativa del hierro

Empleando los mismos puntos interpolados para obtener la curva de susceptibilidad del metal, se puede analizar la evolución de la permeabilidad magnética relativa del núcleo, puesto que esta puede obtenerse como

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = 1 + \frac{M}{H}. \quad (5)$$

Esta gráfica no constituye un resultado esperable, al menos en el primer tramo de la imanación. No obstante, hay que tener en cuenta que, como puede observarse en

¹En los cálculos con valores límite del conjunto se han reemplazado los las muestras $i - 1$ o $i + 1$ por las muestras i según fuese necesario

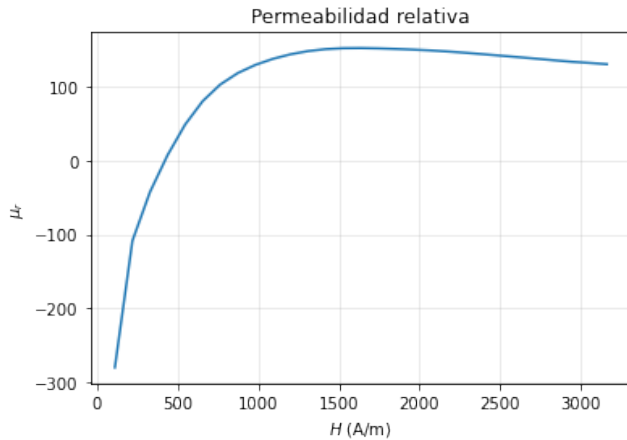


Figura 5. Permeabilidad magnética relativa durante la imanación inicial

las Figuras 2 y 3, hay un tramo inicial de la curva de histéresis en que el campo aplicado es positivo pero la imanación del material sigue siendo negativa. En este tramo (hasta $H \sim 500$ A/m), se puede observar que la permeabilidad relativa es consecuentemente negativa, pues el material se comporta como si produjese una imanación opuesta al campo al que se somete. Sin embargo, cabe recordar que la naturaleza de este fenómeno es la propia imanación permanente en el núcleo después de ser este desimanado.

2.5 Pérdidas de energía

Durante los ciclos de histéresis se disipa energía a través de calor en los núcleos magnéticos. Ahora bien, este calor disipado por unidad de volumen es igual con el área encerrada dentro del ciclo. Para estimarlo se ha integrado el área de la mitad medida con campo negativo del ciclo de histéresis, haciendo uso de la regla del trapecio. El resultado es

$$A = 408.02 \text{ Jm}^{-3},$$

y como el calor disipado por unidad de volumen es $2A$,

$$\frac{Q}{V} = 816.04 \text{ Jm}^{-3}.$$

Para observar la magnitud de este valor, se puede comparar con el calor específico del agua: $C = 4186 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$, lo que indica que un núcleo igual al usado de 1 m^3 de tamaño produciría suficiente calor para aumentar en 1 K la temperatura de 0.19 kg ($1.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$) de agua. En otras palabras, la pérdida por calor en el ciclo de histéresis no es especialmente significativa.

2.6 Estudio de los ciclos menores

Por último se va a comparar la curva de conmutación con la de imanación inicial del hierro. Para ello se realiza un breve estudio de varios ciclos de menor amplitud al primer ciclo de histéresis. El procedimiento seguido es a efectos prácticos igual al llevado a cabo para la medida del primer ciclo, salvo porque ahora se miden los cinco ciclos de seguido, de menor a mayor amplitud: 1, 2, 3, 4 y por último 5V. Antes de medir, es necesario, igual que antes, desimanar el núcleo férreo.

Los puntos de campo máximo de cada ciclo servirán más tarde para estimar la curva de conmutación, que será finalmente comparada con las medidas representadas en la Figura 3. Los ciclos fueron medidos han sido graficados en la Figura 6.

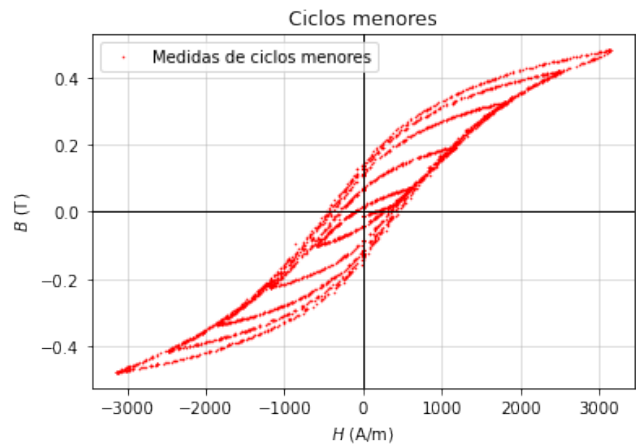


Figura 6. Ciclos menores del núcleo de hierro

Se puede observar que las curvas son bastante regulares y mantienen la forma. Esta vez, el núcleo presenta una imanación inicial (aún negativa) bastante menor a la medida anterior. También se puede comprobar que el primer ciclo coincide aproximadamente con el último ciclo de histéresis de los ahora medidos, pues ambos deberían tener la misma amplitud.

Como se puede observar en la Figura 7, los ciclos son muy parecidos. Hay que tener en cuenta las diferencias en las condiciones iniciales de las medidas, así como que las de voltaje suministrado a los circuitos no serán exactamente iguales para ambas medidas, por lo que pueden considerarse resultados satisfactorios. Si ahora se miden los máximos positivos de cada ciclo menor, en este caso a través del Measure, se obtienen una serie de puntos de la curva de conmutación. Estos resultados han

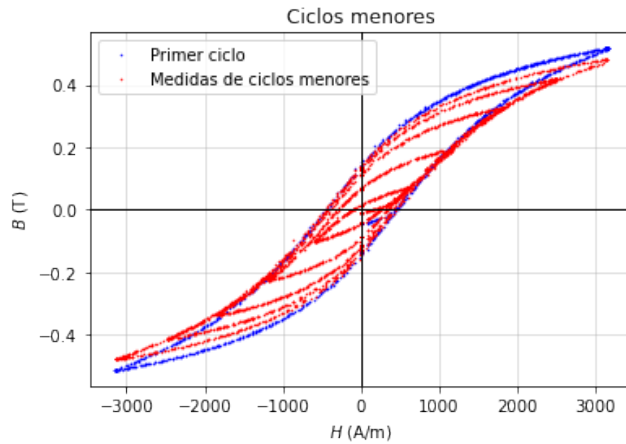


Figura 7. Comparación entre ciclos menores y primer ciclo

sidorecogidos en la Tabla 3.

Ciclo	H (A/m)	B (mT)
1	589.372 ± 0.001	70 ± 1
2	1143.161 ± 0.001	195 ± 1
3	1810.826 ± 0.001	327 ± 1
4	2466.542 ± 0.001	414 ± 1
5	3128.891 ± 0.001	481 ± 1

Cuadro 3. Medidas de la curva de conmutación

Estos valores pueden representarse junto a la curva de imanación inicial del primer ciclo para facilitar su comparación.

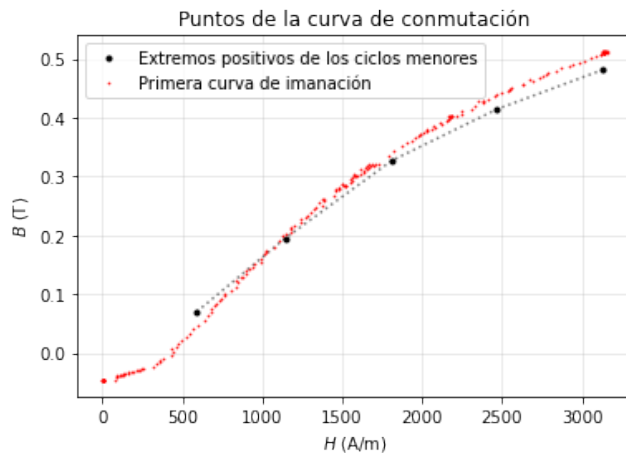


Figura 8. Curva de conmutación

La Figura 8 muestra que los valores de conmutación empiezan siendo ligeramente superiores a la curva de

imanación a campos bajos mientras que a magnitudes de campo externo más elevadas se ven sobrepasados por la misma. Esto, realmente, es un indicador de lo mismo que el solapamiento imperfecto de la Figura 7. Hay que tener en cuenta que las medidas del primer ciclo así como la de los menores fueron tomadas con una distinta imanación inicial y a amplitudes desiguales, por lo que resulta esperable que no se produzca un solapamiento perfecto de una curva y otra. Sin embargo, es apreciable el hecho de que los máximos de los ciclos menores siguen de cerca la tendencia de la curva de imanación inicial de la medida anterior, por lo que estos resultados pueden considerarse suficientemente satisfactorios.

3. Conclusiones

Referencias

- [1] A. J. Figueredo and P. S. A. Wolf. Assortative pairing and life history strategy - a cross-cultural study. *Human Nature*, 20:317–330, 2009.
- [2] J. M. Smith and A. B. Jones. *Book Title*. Publisher, 7th edition, 2012.