



GRADO EN FÍSICA

LABORATORIO DE FÍSICA III: Electricidad y Magnetismo

CURSO 2022-2023 1^{er} SEMESTRE

Resonancia de Ondas Electromagnéticas

Objetivos:

- Aprender a analizar señales en función de la frecuencia.
- Observación de ondas electromagnéticas estacionarias en una línea coaxial.
- Medir la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas.

Introducción

El analizador de espectros

En ocasiones el estudio de señales eléctricas en el dominio del tiempo (tal y como se hace con el osciloscopio) no nos proporciona información útil acerca de la señal en cuestión, y es más útil estudiar las señales en función de la frecuencia, obteniendo lo que se conoce como el espectro de la señal.

El analizador de espectros representa la amplitud de una señal en función de la frecuencia. La Figura 1 enseña un esquema de una señal eléctrica triangular tal y como se ve (a) en un osciloscopio (en función del tiempo) y (b) en un analizador de espectros (en función de la frecuencia).

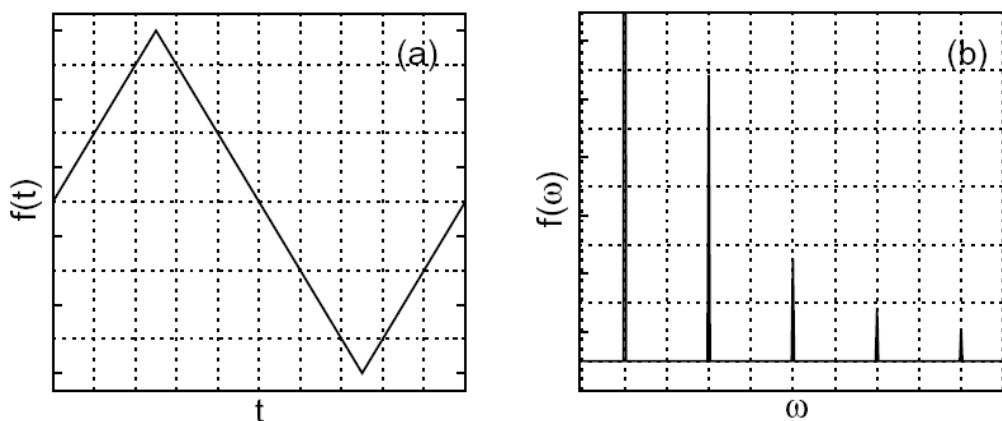


Figura 1. (a) representación gráfica de una señal triangular en el dominio del tiempo. (b) esa misma señal representada en el dominio de frecuencias

Utilización del analizador de espectros

Vas a dedicar unos minutos, al inicio de la práctica, a aprender la utilización del analizador de espectros. Para ello vas a realizar algunas operaciones sencillas que consistirán, esencialmente, en medir potencia y frecuencia. La Figura 2 enseña una representación del panel frontal de un analizador de espectros igual a los disponibles en el laboratorio.

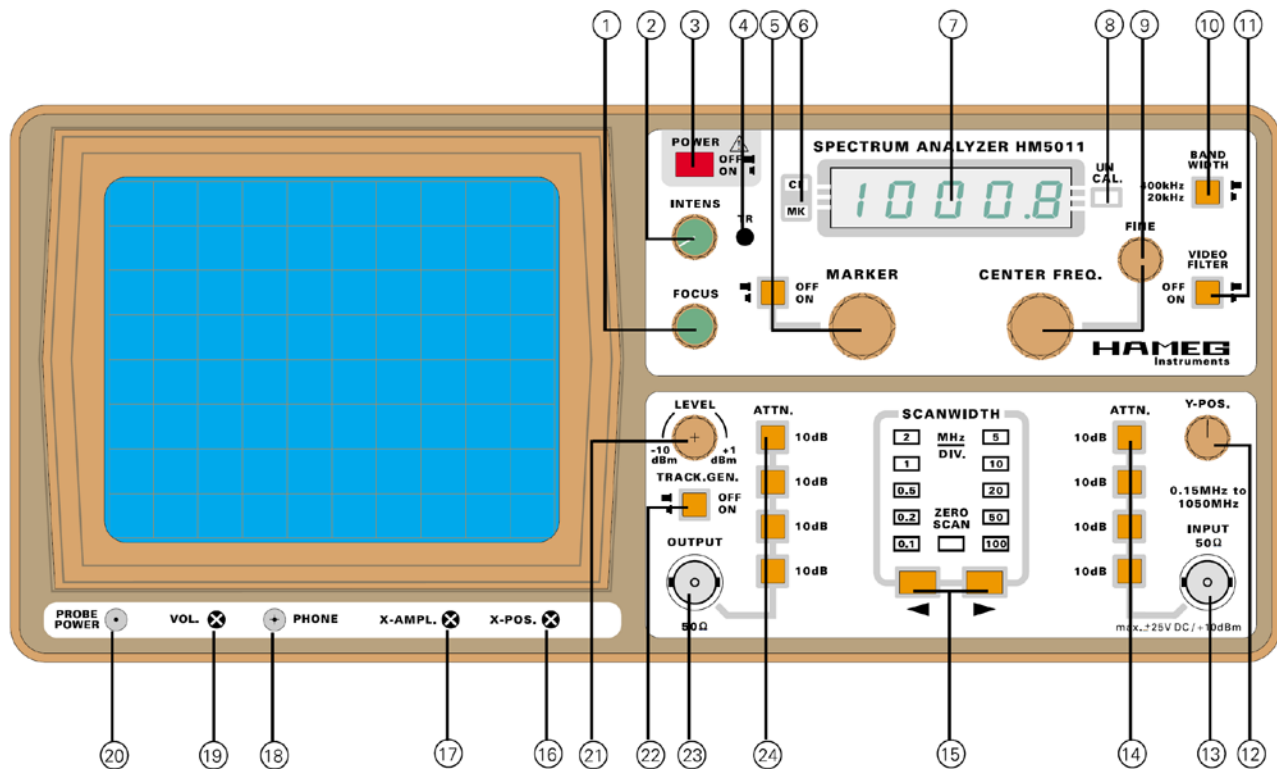


Figura 2. Panel frontal de un analizador de espectros

Pulsa el botón de encendido (3) y, tras unos pocos segundos, verás en pantalla una señal de aspecto ruidoso.

En la parte inferior derecha del analizador hay dos conexiones de tipo BNC – (13) y (23). Conecta la antena en la entrada BNC (13). La señal que aparece en la pantalla del analizador se corresponde con el espectro de radiofrecuencia recibido por dicha antena en el rango de frecuencias accesible por el aparato. Este rango de frecuencias está comprendido entre **0.15 y 500 MHz** aproximadamente.

La pantalla de fósforo del analizador consta de una cuadrícula y dos ejes principales (x e y): en el eje vertical se representa la potencia de la señal, y en el eje horizontal su frecuencia. La línea superior horizontal de la cuadrícula da el *nivel de referencia* de la señal, mientras que la línea inferior horizontal señala el *nivel de ruido*, valores que podemos modificar.

Medida de potencia

Usualmente, a la hora de medir la potencia de señales eléctricas se utilizan escalas logarítmicas, siendo la unidad de medida más habitual el decibelio (dB), que es una medida de la potencia de una señal con relación

a otra que se toma como referencia. Si se toma como referencia una señal cuya potencia es $p_2 = 1 \text{ mW}$, la medida de la potencia p_1 estará expresada en dBm:

$$P(\text{dBm}) = 10 \cdot \log(p_1/p_2) \quad (1)$$

En nuestro analizador de espectros, la escala vertical mide la potencia de la señal de entrada en dBm respecto al nivel de ruido (P_N) o respecto al nivel de referencia (P_r). Teniendo en cuenta que cada una de las divisiones de la cuadrícula equivale a 10 dB, y llamando N al número de divisiones (ver Figura 3):

$$P = P_N + N \times 10$$

$$P = P_r - (8 - N) \times 10 \quad (2)$$

El analizador de espectros dispone de 4 botones ((24) en Fig.2) que permiten atenuar el nivel de ruido y el nivel de referencia simultáneamente en una cantidad igual a 10 dB por cada botón pulsado. Esto permite cambiar la escala del eje y , y medir potencias máximas de entre los -27dBm – ningún botón pulsado – y los 13dBm – los cuatro botones pulsados (ver Tabla 1).

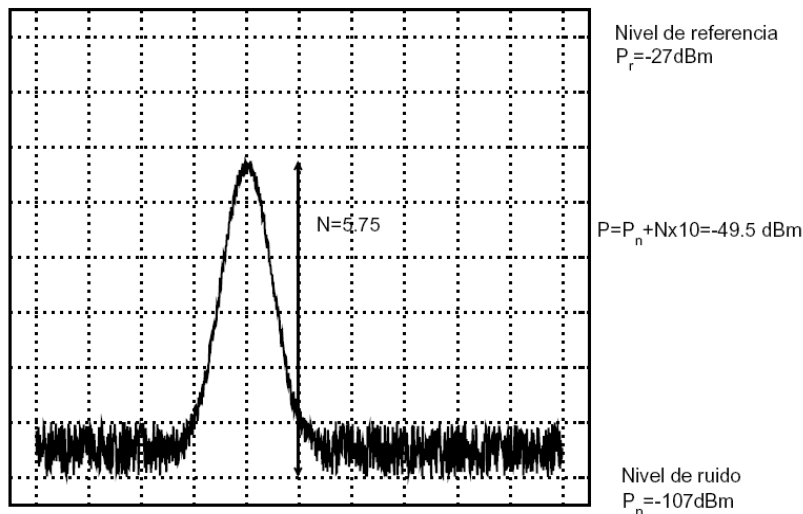


Figura 3. Ejemplo de medida de la potencia de una señal usando el analizador de espectros

Atenuación	Nivel de referencia	Nivel de ruido
0 dB	- 27dBm/10mV	-107dBm
10 dB	- 17dBm/31.6mV	- 97dBm
20 dB	- 7dBm/100mV	- 87dBm
30 dB	3dBm/316mV	-77dBm
40 dB	13dBm/1V	- 67dBm

Tabla 1. Niveles de referencia y de ruido en función de la atenuación

El potenciómetro (12) permite realizar un ajuste de referencia en la escala de potencia. No se debe tocar este control, que debe permanecer en su posición central (suena un 'clic' al colocarlo en dicha posición). Si no es así, la escala del analizador no es correcta.

Medida de frecuencias

El eje x del analizador de espectros representa la frecuencia. Puedes cambiar la escala utilizando los botones que hay a derecha e izquierda del cuadro señalado como (15) en la Figura 2. Un LED indicará la escala seleccionada de manera que cada división grande en el eje horizontal se corresponderá con un intervalo de frecuencia que puede oscilar entre 50 kHz y 50 MHz.

La medida de una determinada frecuencia se puede realizar de dos maneras:

1. Pulsando el botón (5) – haciendo que esté en posición ON – aparece un marcador vertical en la pantalla del analizador que puede ser desplazado a lo largo del eje x usando para ello el potenciómetro marcado también como (5) en la Figura 2. En esta situación, la frecuencia que aparece en la pantalla digital del analizador (medida en MHz) corresponde a la posición del marcador.
2. Si el botón (5) se encuentra en la posición OFF, no aparece marcador en la pantalla y lectura de la pantalla digital del analizador enseña la frecuencia correspondiente al eje central de la pantalla. Usando los potenciómetros marcados como (9) en la Figura 2 es posible desplazar la señal a derecha e izquierda en la pantalla del analizador y poder medir así frecuencias.

Para medir las frecuencias con precisión hay que utilizar la primera opción.

Banda comercial de emisoras de FM

Para aprender a utilizar el analizador de espectro vas a medir la potencia de emisión de algunas emisoras comerciales de FM que aparecen en el espectro de radiofrecuencia entre 88 MHz y 108 MHz aproximadamente. Para ello, desactiva el marcador de frecuencias –botón (5) en posición OFF–, de manera que la frecuencia que aparece en la pantalla digital del analizador sea la del centro de la pantalla, selecciona una frecuencia central de 98MHz y, usando los botones del cuadro (15), selecciona una escala de frecuencias de 5MHz por división. De este modo tendrás toda la banda comercial de FM centrada en la pantalla.

Aumenta la escala a 1 MHz por división para observar los picos de potencia con mayor precisión y mide la frecuencia y la potencia de emisión de cuatro emisoras. Para medir la frecuencia usa el método más preciso.

Cuestiones

1. Conecta a la entrada (13) el cable transparente que tienes en la mesa, ese cable es la antena FM. Indica la frecuencia y calcula la potencia con la que se reciben cuatro emisoras de radio distintas.

Ondas electromagnéticas estacionarias en un cable coaxial

Uno de los objetivos de la presente práctica es estudiar la formación de ondas electromagnéticas estacionarias en un cable coaxial utilizando para ello el analizador de espectros.

El analizador de espectros puede suministrar una señal de salida mediante un generador de barrido, que genera una señal con amplitud prácticamente constante para las frecuencias en todo el rango de medida del aparato (de 0.15MHz a 500MHz). Con las conexiones adecuadas, podremos hacer que esta señal se propague hasta el sistema que se pretende estudiar y, posteriormente, llevar la señal transmitida hasta el analizador de espectros. El analizador de espectros procesa la señal recibida, representando en pantalla el coeficiente de transmisión en función de la frecuencia.

Es muy útil tener en mente la analogía con el caso de resonancias de ondas acústicas. En ambos casos se trata de la propagación de ondas en sistemas confinados, lo que significa que sólo determinadas longitudes de onda o frecuencias podrán hacerlo, dando lugar al fenómeno de resonancia.

Vamos a analizar el fenómeno de la conducción eléctrica en un cable coaxial. Supongamos un cable dirigido a lo largo de la dirección z . De acuerdo con la Figura 5, si existe una diferencia de potencial V entre el activo (parte interna) y la masa (malla externa) del cable, existirá un campo eléctrico en el dieléctrico:

$$\vec{E} = \frac{V}{r \ln(b/a)} \vec{u}_r \quad (3)$$

y del mismo modo, si existe una corriente I , existirá también un campo magnético:

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi r} \vec{u}_\varphi \quad (4)$$



Figura 4. El cable transparente es la antena FM

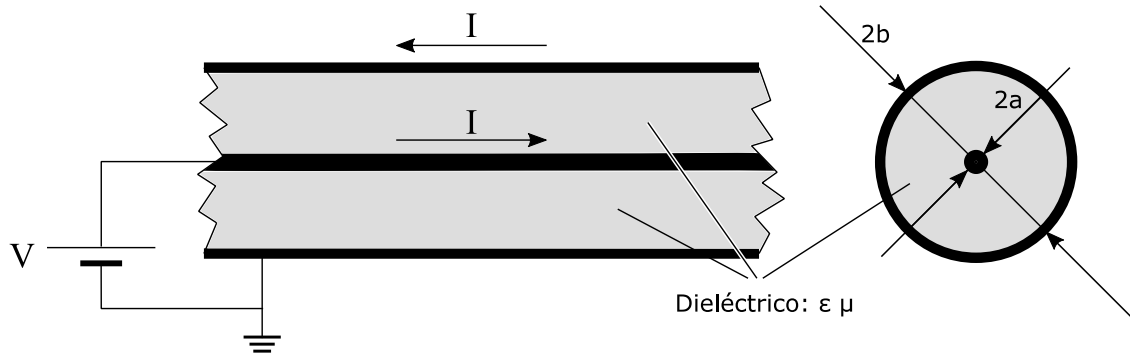


Figura 5. Cable coaxial RG58: $2b=2.54 \text{ mm}$ y $2a=0.74 \text{ mm}$

Si la diferencia de potencial V y la intensidad I son variables con el tiempo, los campos \vec{E} y \vec{H} también lo serán. Los campos $\vec{E}(t)$ y $\vec{H}(t)$ serán solución de las ecuaciones de Maxwell y también solución de la ecuación de ondas. Si la dependencia temporal es armónica, podemos escribir $\vec{E}(z, t)$ y $\vec{H}(z, t)$ de la forma:

$$\begin{aligned}\vec{E}(z, t) &= E_0(r) \cos(\omega t - kz) \vec{u}_r \\ \vec{H}(z, t) &= H_0(r) \cos(\omega t - kz) \vec{u}_\phi\end{aligned}\quad (5)$$

donde las amplitudes E_0 y H_0 vienen dadas por las ecuaciones (3) y (4). Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones de Maxwell es fácil comprobar que el número de ondas k viene dado por $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ y que la velocidad de propagación de la onda electromagnética, que coincide con la velocidad de fase, es:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

También puede comprobarse que las amplitudes E_0 y H_0 tienen que guardar la proporción siguiente:

$$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\quad (6)$$

La propagación de una onda electromagnética dada por las ecuaciones (5) implica que a lo largo del cable la diferencia de potencial y la intensidad también serán ondas que pueden expresarse en la forma:

$$\begin{aligned}V(z, t) &= V_0 \cos(\omega t - kz) \\ I(z, t) &= I_0 \cos(\omega t - kz)\end{aligned}\quad (7)$$

donde el cociente entre V e I se define como impedancia característica de la línea coaxial. La relación de estas expresiones con las de los campos vendrá dada por las ecuaciones (3) y (4).

En resumen, al conectar un generador armónico a un cable coaxial, se generará y propagará una onda electromagnética en su interior, análoga a la onda acústica que puede propagarse por un tubo al conectar uno de sus extremos a un altavoz que emita una señal armónica.

Resonancias. Condiciones de contorno

Cuando conectamos una línea coaxial al analizador de espectros podemos observar cómo su espectro de absorción depende de las condiciones de contorno en la línea. En particular el cable coaxial puede estar:

1. cortocircuitado: activo y masa conectados entre sí (figura 5a)
2. abierto: activo y masa no están conectados (figura 5b)
3. conectado en anillo: activo y masa conectados sobre si mismos en los extremos (figura 5c).

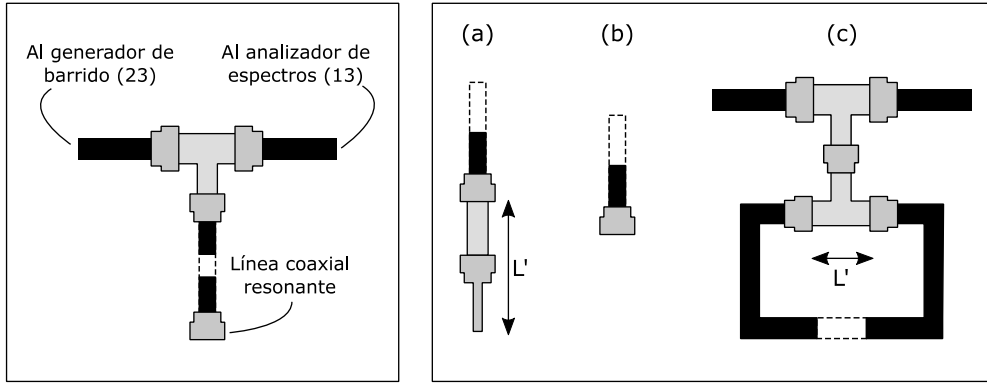


Figura 6. Esquema de conexión de una línea coaxial resonante. (a) configuración en corto circuito. (b) configuración en circuito abierto. (c) configuración en anillo

Vamos a ver cómo dependen las frecuencias de resonancia de las posibles condiciones de contorno.

Corto circuito. En este caso, las condiciones de contorno son:

$$V = V_0 \cos(\omega t) \quad \text{en } z = 0; \quad V = 0 \quad \text{en } z = L$$

Se puede demostrar a partir de la ecuación (7) que estas condiciones de contorno dan el siguiente resultado:

$$V = -V_0 \frac{1}{\sin(k_0 L)} \cos(\omega t) \sin[k_0(z - L)] \quad (8)$$

El sistema estará en resonancia cuando se cumpla $\sin(k_0 L) = 0$, lo que nos conduce a las siguientes frecuencias para el espectro de absorción:

$$k_0 L = \pi n \Rightarrow f_n = \frac{v}{2L} n \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

Circuito abierto. Al estar uno de los extremos de la línea abierto, la corriente que atraviesa este extremo es cero, de manera que las condiciones de contorno son ahora:

$$V = V_0 \cos(\omega t) \quad \text{en } z = 0; \quad I = 0 \quad \text{en } z = L$$

De nuevo es posible ver a partir de (7) que estas condiciones de contorno dan como resultado:

$$V = -V_0 \frac{1}{\cos(k_0 L)} \cos(\omega t) \cos[k_0(z - L)] \quad (10)$$

El sistema estará en resonancia cuando se cumpla $\cos(k_0 L) = 0$, lo que nos conduce a las siguientes frecuencias para el espectro de absorción:

$$k_0 L = \pi \left(n - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \boxed{f_n = \frac{v}{2L} n - \frac{v}{4L}} \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

Circuito en anillo. En este caso, las condiciones de contorno imponen que V sea igual en $z = 0$ y en $z = L$. A partir de (7) se puede ver que estas condiciones de contorno dan como resultado:

$$V = -2V_0 \frac{\sin(k_0 L/2)}{\sin(k_0 L)} \cos(\omega t) \cos[k_0(z - L/2)] \quad (12)$$

El sistema estará en resonancia cuando se cumpla que $\sin(k_0 L) = 0$, pero al mismo tiempo $\sin(k_0 L/2) \neq 0$, lo que nos conduce a las siguientes frecuencias para el espectro de absorción:

$$k_0 L = \pi(2n - 1) \Rightarrow \boxed{f_n = \frac{v}{L} n - \frac{v}{2L}} \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

Por tanto, conocidas las frecuencias de las resonancias de absorción es posible obtener la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en los distintos cables coaxiales.

La práctica

Para que el analizador de espectros suministre una señal de salida sinusoidal por la salida (23), el botón (22) deberá encontrarse en la posición ON. La potencia de salida de esta señal podremos controlarla mediante el potenciómetro (21) que nos permite variar dicha potencia entre -10dBm y 1dBm. Además, disponemos de cuatro botones de atenuación (24), que nos permitirán reducir la potencia de salida a intervalos de 10dB hasta que consigamos visualizar la señal en la pantalla.

1. Conecta entre sí dos cables coaxiales de los de longitud más corta utilizando para ello un conector BNC en forma de T (esto ya lo tendrás hecho en el laboratorio).
2. Une un extremo del cable resultante a la salida del generador de barrido (23) y el otro a la entrada (13) del analizador de espectros (Figura 6).
3. Ajusta la escala de frecuencias a su valor máximo (50MHz/div), y el nivel de salida (21) y (24) –o bien la escala de potencia (14)–, de manera que puedas visualizar en la pantalla del analizador una señal que es aproximadamente constante en todo el rango de medida del aparato.
4. Une al extremo libre del conector en forma de T al cable coaxial en el que vas a observar la formación de ondas electromagnéticas estacionarias.

Seguidos estos pasos tendrás el espectro de absorción del cable coaxial en la pantalla del analizador. El espectro muestra una serie de resonancias o picos de absorción, para los cuales la potencia de salida es menor que la potencia de entrada. Parte de la potencia de la señal de salida es absorbida por el cable coaxial en forma de energía electromagnética en el interior del cable conectado a la T, dentro del cual se habrán formado ondas electromagnéticas estacionarias.

Para realizar la práctica tienes que medir la frecuencia correspondiente a los primeros picos de absorción (de todos los que sea posible, hasta un máximo de 10), para dos cables de distinta longitud en las tres condiciones

de contorno. En total, tienes que realizar seis medidas. Es importante notar que en el caso de un coaxial cortocircuitado, la pieza necesaria para realizar el cortocircuito aporta una longitud extra L' al sistema. Lo mismo sucede en la configuración en anillo (ver Figura 6 a y c).

Cuestiones

2. Representa gráficamente las frecuencias de absorción en función del número de orden (f_n vs n). Calcula el valor de la pendiente y la ordenada en el origen a partir de un ajuste lineal. Tendrás seis regresiones lineales (tres condiciones de contorno, cada una de ellas con cable largo y corto).
3. Comparando las medidas para cada una de las condiciones de contorno, ¿cómo dependen la pendiente y la ordenada en el origen de la longitud de los cables?
4. Calcula el valor de la velocidad de fase, v , mediante un ajuste lineal en cada uno de los casos. Calcula el valor de v para cada una de las condiciones de contorno a partir de la media. ¿Obtienes el mismo valor para cada caso? ¿A qué pueden deberse las pequeñas desviaciones observadas?
5. Representa en una misma gráfica las medidas correspondientes a las tres condiciones de contorno para un mismo cable (elige uno de los dos). Relaciona la gráfica obtenida con las ecuaciones 9, 11 y 13. ¿Cómo se relacionan la pendiente y ordenada en el origen de cada una de las gráficas?