WIA COMMUNICATIONS

PROJECT OF LOGISTICS 2019-2020

Carlo Alberto Carrucciu

Francesco Santucciu

Francesco Salerno

Ma Qiang

Il problema WIA Communications richiede una massimizzazione del profitto.

Abbiamo dati sia i costi che i ricavi, devono essere solo attivati o meno. Questo lo possiamo fare con l'utilizzo di due diverse variabili binarie.

Per prima definiamo I come insieme delle 25 aree.

E istanziamo le due variabili:

- $Xi =$
  - 1 se vi piazziamo la torre
  - 0 altrimenti

- $Yi =$
  - 1 se l'area è coperta dal servizio
  - 0 $altrimenti$

Si presenta quindi come un *coverage location problem*; e come da manuale definiamo dei sottoinsiemi di I, uno per ogni area che chiameremo $\boldsymbol{Si}$ e che conterranno le aree adiacenti all'area i e l'area i stessa. Sarebbero le aree che riceverebbero copertura qualora ci fosse una torre in i (o le aree che darebbero copertura a i se vi ci fosse una torre).

Quindi Yi è 1 se e solo se almeno una Xj per j appartenente a Si e 1.

Esprimiamo immediatamente la funzione obiettivo, ovvero la massimizzazione del profitto nel primo anno:

$$Maximize \sum_{i \in I} (EARi \ \times Yi \ - \ costo \ \times Xi)$$

...dove con $EARi$ indichiamo il guadagno annuo stimato per l'area i.

Capiamo chiaramente che la spinta di questa funzione ancora priva di vincoli, comporta dei valori obbligati:

- $Xi = 0 \quad \forall i$
- $Yi = 1 \quad \forall i$

Fatto questo bisogna imporre come detto prima ma in modo diverso,che se nessuna Xj per j appartenente a Si è 1, allora Yi sia 0. Lo si può scrivere così:

$$\forall \ i \ \in I, \quad \sum_{j \in Si} Xj \ \geq Yi$$

Il modello è completato.

Per rispondere al punto 3 della consegna, che impone la copertura di tutte le aree, è sufficiente aggiungere il vincolo:

$$\sum_{i \in I} Yi = \#I$$

…dove con $\#I$ indichiamo la cardinalità dell'insieme I, ovvero il numero totale di aree.

Infatti, niente entra in conflitto con i vincoli precedentemente espressi, e la funzione di massimizzazione rimane ugualmente valida. Tuttavia, in questo modo avremmo istanziato una variabile Yi che è diventata superflua, in quanto è sempre 1 e non è più una variabile ma un dato.

Quindi provvediamo a cambiare leggermente il modello lineare precedentemente descritto, modificando la funzione obiettivo e l'unico vincolo espresso. La modifica consiste semplicemente nel sostituire '1' dove prima compariva Yi.

La situazione è questa:

$$Maximize \sum_{i \in I} (EARi - costo \times Xi)$$

$$\forall\, i \in I, \qquad \sum_{j \in Si} Xj \geq 1$$

Ora la funzione di massimizzazione somma tutti i guadagni, dati come sicuri, mentre il vincolo rimasto impone che in almeno una delle aree appartenenti a Si sia presenta una torre, e questo per ogni appartenente a I, così da garantire che ogni area sia coperta dal segnale.

Abbiamo implementato entrambi i casi con AMPL e ora confrontiamo i risultati ottenuti.

Nelle tabelle son evidenziate in verde le aree che ospiterebbero una torre e in giallo quelle che ricevono la copertura

Nella prima consegna otteniamo un profitto di 377.000$ nel primo anno.

$34	$43	$62	$42	$34
$64	$43	$71	$48	$65
$57	$57	$51	$61	$30
$32	$38	$70	$56	$40
$68	$73	$30	$56	$44

Mentre col secondo modello possiamo raggiungere un profitto di 219.000$, più basso in seguito al' introduzione di un ulteriore vincolo.
Ovviamente tutte le caselle sono in evidenziate.

$34	$43	$62	$42	$34
$64	$43	$71	$48	$65
$57	$57	$51	$61	$30
$32	$38	$70	$56	$40
$68	$73	$30	$56	$44