

## Calcolo di M11 dallo schema a blocchi

Sia il seguente schema lo schema a blocchi del nostro sistema a ciclo chiuso. Il sistema G è stato realizzato in spazio di stato, con la sola incertezza k (m1 ed m2 nominali).

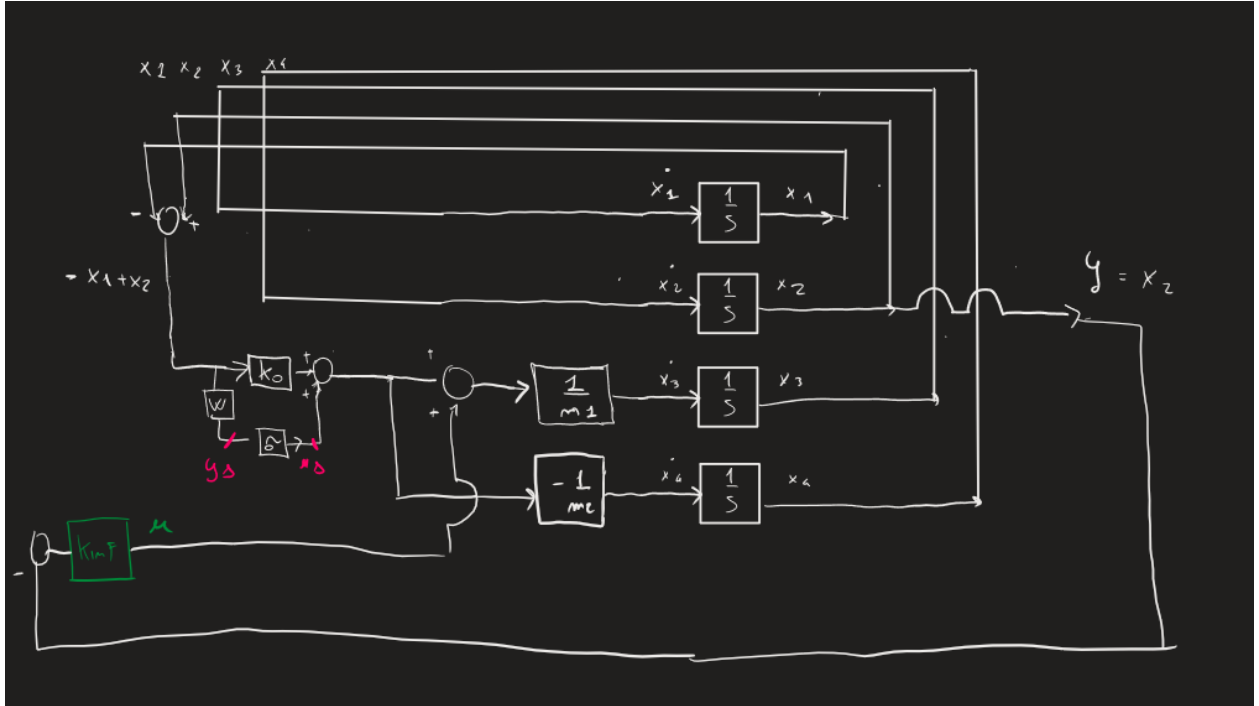


Figure 1: Schema a blocchi del sistema dinamico

Vogliamo trovare la relazione tra  $y_\Delta$  e  $u_\Delta$ .

Si vede dallo schema che:

$$y_\Delta = W \cdot (x_2 - x_1) = W \cdot X \quad (1)$$

dove abbiamo chiamato la quantità  $(x_2 - x_1) = X$

Calcoliamo X:

$$X = (x_2 - x_1) = \frac{1}{s}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = \frac{1}{s}(x_4 - x_3) = \frac{1}{s^2}(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) \quad (2)$$

Dallo schema a blocchi:

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{m_2}(k_0X + u_\Delta) \quad (3)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{m_1}(k_0X + u_\Delta - k_{inf}y)$$

Per esplicitare  $\dot{x}_3$  esplicitiamo la y:

$$y = x_2 = \frac{1}{s}\dot{x}_2 = \frac{1}{s}x_4 = \frac{1}{s^2}\dot{x}_4$$

da cui per la 3

$$y = -\frac{1}{m_2}\frac{1}{s^2}(k_0X + u_\Delta) \quad (4)$$

Sostituendo 4 al calcolo di  $\dot{x}_3$  abbiamo

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{m_1}(k_0X + u_\Delta - k_{inf}y) = \frac{1}{m_1}[k_0X + u_\Delta - k_{inf} \cdot (-\frac{1}{m_2}\frac{1}{s^2}(k_0X + u_\Delta))]$$

che con aggiusto dei segni diventa

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{m_1}[k_0X + u_\Delta + k_{inf} \cdot (\frac{1}{m_2}\frac{1}{s^2}(k_0X + u_\Delta))] \quad (5)$$

Posso ora sostituire 3 e 5 in 2

$$X = \frac{1}{s^2} \left( -\frac{1}{m_2}(k_0X + u_\Delta) - \frac{1}{m_1}[k_0X + u_\Delta + k_{inf} \cdot (\frac{1}{m_2}\frac{1}{s^2}(k_0X + u_\Delta))] \right) \quad (6)$$

Nella 6 noto che ho tutto in funzione di X e  $u_\Delta$ . Porto i termini con X a sinistra e tengo gli  $u_\Delta$  a destra. Per semplicità nei conti porto  $1/s^2$  a sinistra.

Otengo:

$$X \left( s^2 + \frac{k_0}{m_2} + \frac{k_0}{m_1} + \frac{k_{inf} \cdot k_0}{s^2 \cdot m_1 m_2} \right) = u_\Delta \left( -\frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_1} - \frac{k_{inf}}{s^2 \cdot m_1 m_2} \right)$$

Dividendo per il coefficiente della X, otteniamo la relazione genrica tra X e  $u_\Delta$ , ma prima, per semplificare i calcoli, operiamo le sostituzioni con i valori del problema  $k_0 = 1$ ,  $m_1 = 1$  e  $m_2 = 1$

$$X \left( s^2 + 1 + 1 + \frac{k_{inf}}{s^2} \right) = u_\Delta \left( -1 - 1 - \frac{k_{inf}}{s^2} \right)$$

da cui ricaviamo, raccogliendo il '-' e dividendo

$$X = -\frac{2 + \frac{k_{inf}}{s^2}}{s^2 + 2 + \frac{k_{inf}}{s^2}}u_{\Delta} = -\frac{2s^2 + k_{inf}}{s^4 + 2s^2 + k_{inf}}u_{\Delta} \quad (7)$$

Ricordando che  $W = 0.5$ , in quanto siamo considerando la variabile incerta  $k = k_0 \pm 0.5$ , a questo punto, ci basta sostituire la 8 nella 1:

$$y_{\Delta} = -0.5 \frac{2s^2 + k_{inf}}{s^4 + 2s^2 + k_{inf}}u_{\Delta} \quad (8)$$

Questa è la nostra M11, relazione tra  $y_{\Delta}$  e  $u_{\Delta}$ .

**Studente:** Schettini Francesco  
**Corso:** Robust Control

**Matricola:** A18000485  
**Prof:** Ing. Cavallo Alberto