

**Teoria ed Elaborazione dei Segnali**  
**02MOOOA**  
**Prof.ssa Gabriella Bosco**  
**Prof. Fabio Dovis**

Francesco Abrami - s310570

A.A. 2025 - 2026

Versione: 1.2.0 - 07/11/2025



**Politecnico  
di Torino**

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione Generale</b>	<b>3</b>
1.1	Suddivisione Corso . . . . .	3
1.2	Materiale . . . . .	3
1.3	Lezioni Esercitazioni ed Homework . . . . .	3
1.4	Prova d'Esame . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Richiami di algebra lineare e geometria</b>	<b>5</b>
2.1	Metrica . . . . .	5
2.2	Spazio vettoriale . . . . .	6
2.3	Norma e distanza . . . . .	7

# 1 Introduzione Generale

## 1.1 Suddivisione Corso

Il corso è strutturato come molti altri evidenziando tre diversi momenti lezioni, esercitazioni ed homework. Per quanto riguarda il materiale trattato fare riferimento all'indice di questo documento.

## 1.2 Materiale

Questo elaborato si basa principalmente sul materiale fornito durante il corso, tra cui slide, esercizi, temi d'esami ed homework. L'elaborato segue il programma del corso nel modo più fedele possibile anche se l'ordine con cui il materiale viene trattato potrebbe non corrispondere allo svolgimento delle lezioni tenute in aula. Infine si sottolinea la presenza di vari approfondimenti sugli argomenti indicati come extra, che richiedono uno studio autonomo da parte dello studente. Queste informazioni sono state tratte in parte dai testi consigliati per il corso:

Nell'eventualità in cui il lettore in possesso di questo elaborato abbia individuato degli errori, inesattezze o voglia proporre delle migliorie non esiti a contattare il seguente indirizzo di posta elettronica: [francesco.abrami@studenti.polito.it](mailto:francesco.abrami@studenti.polito.it)

## 1.3 Lezioni Esercitazioni ed Homework

Lezioni, esercitazioni ed homework si svolgono nelle stesse aule. Per gli homework é richiesta della preparazione preliminare al fine di svolgere correttamente tutte le attività utilizzando lo slot per verificare quanto fatto. Le sezioni finali di questo elaborato propongono riassunte le spiegazioni delle esercitazioni e degli homework affrontati durante il corso. Ricordiamo che gli homework, ovvero esercitazioni al computer, svolti con l'utilizzo di Matlab o Python sono facoltativi e possono portare fino ad un massimo di due punti al punteggio ottenuto all'esame.

Infine segue ora un velocissimo elenco delle abilità che verranno acquisite all'interno del corso:

- Classificazioni dei segnali.
- Tecniche di analisi in frequenza dei segnali a tempo continuo.
- Sistemi lineari tempo-invarianti (LTI), e la loro rappresentazione nel dominio del tempo e della frequenza.
- Tipologie fondamentali di filtri lineari.
- Processi stocastici (casuali) e loro rappresentazione spettrale.
- Tecniche per il passaggio da segnali a tempo continuo ai segnali a tempo discreto, e viceversa.
- Tecniche per l'elaborazione in frequenza dei segnali a tempo discreto.

- Tecniche per l'analisi dei sistemi LTI a tempo discreto e trasformata Z.
- Tecniche di filtraggio numerico, tipologie di filtri numerici (FIR, IIR).

#### **1.4 Prova d'Esame**

L'esame finale si basa su uno scritto obbligatorio, costituito da domande ed esercizi a risposta multipla) e un orale opzionale (a discrezione dello studente o del docente).

In particolare il tempo a disposizione dello studente per la prova scritta (su piattaforma Exam o supporto cartaceo) è di 90 minuti e non è possibile consultare materiale didattico né appunti o altri testi. È consentito utilizzare esclusivamente la calcolatrice e un formulario fornito dal docente.

Infine esiste la possibilità di sostenere un'esame orale alla quale per essere ammessi occorre ottenere un voto alla prova scritta superiore o uguale a 15/30. L'orale ha una durata di circa 15 minuti, e riguarda tutti gli argomenti trattati nelle lezioni e nelle esercitazioni.

Ricordiamo infine che esempi di esami scritti degli anni precedenti saranno messi a disposizione attraverso il portale della didattica.

## 2 Richiami di algebra lineare e geometria

All'interno di questa sezione andremo a ripassare i concetti fondamentali dell'algebra e della geometria introdotti nel corso di Algebra Lineare e Geometria.

Questa sezione si colloca all'inizio del documento in quanto dovrebbe contenere nozioni già apprese dallo studente ma alla quale possiamo dare comunque uno sguardo per un veloce ripasso. In particolare questa parte si colloca prima della trattazione dei segnali come vettori introdotti alla fine del terzo capitolo sulla trattazione dei segnali analogici.

### 2.1 Metrica

Iniziamo il nostro ripasso andando a vedere come prima cosa la definizione di metrica riportata di seguito.

#### **Definizione 2.1 (Metrica).**

*Sia  $V$  un insieme (in particolare, uno spazio vettoriale reale o complesso). Si dice metrica (o funzione distanza) su  $V$  una funzione*

$$d : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$$

*la quale associa a ogni coppia di punti (o vettori)  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in V$  un numero reale  $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  chiamato distanza tra  $x$  e  $y$ , tale che siano verificate le proprietà fondamentali.*

Seguono le proprietà fondamentali della metrica:

#### **- Non negatività:**

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 0 \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in V$$

Questa proprietà conferma la non negatività dell'operazione. In altri termini, considerando la metrica come distanza, possiamo dire che non esistono distanze negative.

#### **- Identità dell'indiscernibile:**

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{x} = \mathbf{y}$$

Questa proprietà afferma che se la metrica tra due elementi di  $V$  è nulla allora i due elementi sono lo stesso. In altri termini, considerando la metrica come distanza, possiamo dire che un punto avente distanza nulla da un altro è il punto stesso.

#### **- Simmetria:**

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = d(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in V$$

Questa proprietà afferma che la metrica è un'operazione simmetrica. Possiamo dire solo in termini informali che essa sia commutativa come le operazioni algebriche. Ragionando sempre in termini di distanza lo spazio che separa due punti è lo stesso che io lo misuri a partire dal primo o dal secondo.

- **Disuguaglianza triangolare:**

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + d(\mathbf{y}, \mathbf{z})$$

Questa proprietà afferma che la distanza tra due punti sia sempre minore della somma delle distanze tra i due punti passando per un terzo punto che non si trova sulla direttrice dei primi due. A livello concettuale preserva l'idea che ogni percorso intermedio è almeno lungo quanto quello diretto e assicura la coerenza geometrica dello spazio metrico.

Notiamo infine come la distanza Euclidea tra vettori soddisfa tutte le precedenti condizioni, ed è dunque una possibile metrica all'interno di uno spazio opportuno.

## 2.2 Spazio vettoriale

Passiamo ora oltre andando a definire uno spazio vettoriale (S.V.) dandone la definizione ed elencando le operazioni che è possibile effettuare su di esso.

**Definizione 2.2 (Spazio vettoriale).**

*Sia  $\mathbb{K}$  un campo (ad esempio  $\mathbb{R}$  o  $\mathbb{C}$ ). Uno spazio vettoriale su  $\mathbb{K}$  è un insieme  $V$  i cui elementi si chiamano vettori, su cui sono definite due operazioni: somma vettoriale e moltiplicazione per scalare.*

Seguono le operazioni definite su uno spazio vettoriale:

- **Somma vettoriale (+) :**

$$V \times V \rightarrow V, \quad (\mathbf{u}, \mathbf{v}) \rightarrow \mathbf{u} + \mathbf{v}$$

- **Moltiplicazione per scalare ( $\cdot$ ) :**

$$\mathbb{K} \times V \rightarrow V, \quad (\alpha, \mathbf{v}) \rightarrow \alpha \mathbf{v}$$

Queste operazioni appena elencate devono soddisfare le seguenti otto proprietà fondamentali per ogni  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in V$  e  $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$ . Sono riportate di seguito le proprietà fondamentali della somma vettoriale e del prodotto per scalare. Le prime quattro fanno riferimento alla somma vettoriale mentre le altre quattro si riferiscono al prodotto per scalare.

- **Associatività:**
- **Commutatività:**
- **Elemento neutro:**
- **Elemento opposto:**
- **Associatività rispetto ai prodotti scalari:**
- **Elemento neutro dello scalare:**
- **Distributività rispetto alla somma di vettori:**
- **Distributività rispetto alla somma di scalari:**

## **2.3 Norma e distanza**

Passiamo oltre ed andiamo ad introdurre ora i concetti di norma