

TÍTULO: Diseño de la transmisión por correas de una bomba de varilla

1. RESUMEN

Se realizó el cálculo de fuerzas que sufren los nodos del mecanismo de cuatro barras que forman una bomba-varilla de petróleo^[1]. Con dichos resultados se obtuvo el torque y potencia necesaria para su accionamiento.

Preparó		Revisó			Intervino calidad	Aprobó
F. Camussonil		J. C. Garcia	E. Ruiz Nicolini	L. Monteros	J. C. Garcia	F. Quintana

REVISIONES

Rev.	Fecha	Modificaciones
0	06/03/2020	

FECHA DE VIGENCIA:

DISTRIBUCIÓN	ESTADO DEL DOCUMENTO
Copia N°: Distribuyó: Una vez impreso este documento se considerará copia no controlada a menos que cuente con sello y firma original del responsable de Calidad de la GIN.	Fecha: Firma:

NOTA: Este documento es propiedad de CNEA y se reserva todos los derechos legales sobre él. No está permitida la explotación, transferencia o liberación de ninguna información en el contenido, ni hacer reproducciones y entregarlas a terceros sin un acuerdo previo y escrito de CNEA.

ÍNDICE

1. RESUMEN	1
2. OBJETIVO	3
3. ALCANCE	3
4. ABREVIATURAS Y DEFINICIONES	3
4.1. Abreviaturas	3
4.2. Definiciones	3
5. BIBLIOGRAFÍA	3
6. RESPONSABILIDADES	3
7. DESARROLLO	4
7.1. Introducción	4
7.2. Datos de entrada	4
7.3. Ejecución	6
7.4. Resultados	6
8. CONCLUSIONES, OTROS ESTUDIOS Y RECOMENDACIONES	8
8.1. Conclusiones	8
8.2. Otros estudios y recomendaciones	8
9. REGISTROS	8
10. ANEXO	8

2. OBJETIVO

Realizar el análisis de fuerzas del mecanismo de 4 barras de una bomba de varilla. Obtener las fuerzas actantes sobre cada uno de los eslabones y definir la potencia y el torque requeridos para su accionamiento.

3. ALCANCE

La presente memoria de cálculo será de aplicación para la asignatura Mecanismos correspondiente a la carrera Ingeniería Mecánica del Instituto Balseiro.

4. ABREVIATURAS Y DEFINICIONES

4.1. Abreviaturas

CG: centro de gravedad.

4.2. Definiciones

I_x : Momento de inercia del eslabón x respecto a su centro de gravedad.

F_{xy} : Fuerza del eslabón y en el nodo que lo une con el eslabón x .

P_x : Peso del eslabón x

α_x : aceleración angular del eslabón x .

5. BIBLIOGRAFÍA

[1]RT-m2020-GRL-001_r0, requerimientos de trabajo, cátedra Mecanismos, Instituto Balseiro.

[2]Análisis de fuerzas, cátedra Mecanismos, Instituto Balseiro.

[3]IN-M2020-GRL-001-r0, Analisis de posición de una bomba-varilla, Francesco Camussoni, Instituto Balseiro.

[4]IN-M2020-GRL-002-r0, Analisis cinemático de una bomba-varilla, Francesco Camussoni, Instituto Balseiro.

6. RESPONSABILIDADES

El alumno Francesco Camussoni respondera todas las consultas sobre este documento.

El alumno Francesco Camussoni será responsable de actualizar el contenido d este documento durante su ciclo de vida.

7. DESARROLLO

7.1. Introducción

A la hora de diseñar un mecanismo, es necesario conocer todas las fuerzas dinámicas que sufren los eslabones del mismo para un correcto dimensionamiento. También, se deben los pares de torsión requeridos para controlar un sistema cinemático que proporcione las aceleraciones diseñadas[4].

Para encontrar las fuerzas y torques se debe conocer la masa de cada elemento y el momento de inercia de masa I . Con esto, y con las aceleraciones de diseño se puede obtener la fuerza resultante en cada nodo de los eslabones de un mecanismo como se muestra en la **Figura 7.1**.

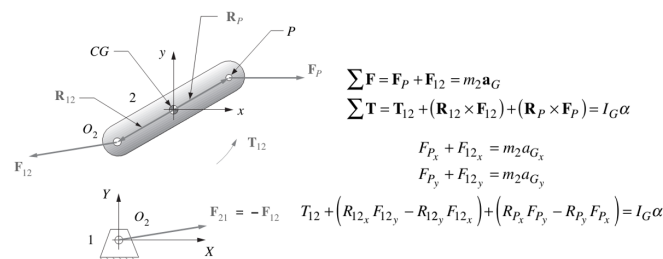


Figura 7.1: Fuerzas que presenta un eslabón en cada uno de sus nodos debido a la cinemática del mismo.

Luego, generalizando para el resto de los eslabones, y llevando las ecuaciones a su forma matricial se puede obtener la **Ecuación 7.1**.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_{12_y} & R_{12_x} & -R_{32_y} & R_{32_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{23_y} & -R_{23_x} & -R_{43_y} & R_{43_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{34_y} & -R_{34_x} & -R_{14_y} & R_{14_x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{12_x} \\ F_{12_y} \\ F_{32_x} \\ F_{32_y} \\ F_{43_x} \\ F_{43_y} \\ F_{14_x} \\ F_{14_y} \\ T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 A_{CG2_x} \\ m_2 A_{CG2_y} - P_2 \\ I_2 \alpha_2 \\ m_3 A_{CG3_x} \\ m_3 A_{CG3_y} - P_3 \\ I_3 \alpha_3 \\ m_4 A_{CG4_x} \\ m_4 A_{CG4_y} - P_4 - F \\ I_4 \alpha_4 - R_f F \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

En donde F es una posible fuerza externa que actúa sobre el eslabón 4 a una distancia R_f del centro de gravedad, siempre en sentido vertical. Es posible generalizar más aún esta matriz añadiendo mas fuerzas y torques externos, pero, de esta forma, es de interés particular al problema de la bomba-varilla.

Resolviendo la **Ecuación 7.1** es posible obtener las fuerzas actuantes en cada nodo y el torque necesario para la cinemática dada. Con estos resultados es posible verificar el dimensionamiento de cada eslabón y realizar correcciones adecuadas.

7.2. Datos de entrada

Se presenta un diagrama de la bomba-varilla en la **Figura 7.2**^[1].

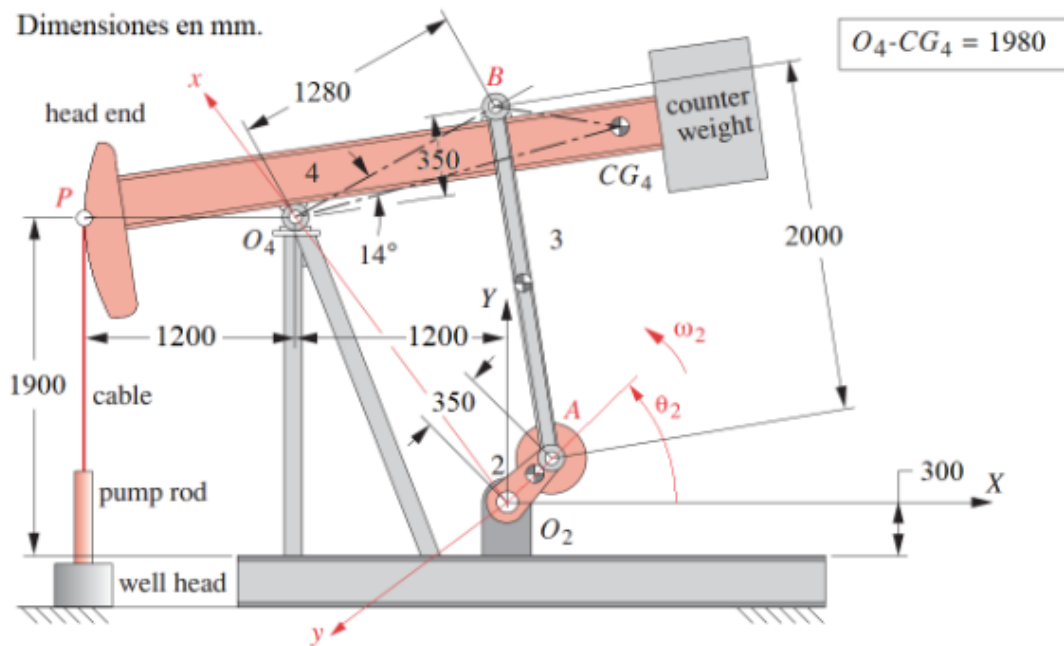


Figura 7.2: Esquema del mismo mecanismo de la bomba-varilla de un pozo petrolero.

El mecanismo de la bomba varilla es de 4 eslabones, algunos ficticios, como ser el que une los nodos O2-O4 y el que une los nodos O4-B. Todos los cuerpos que conforman a la bomba varilla se consideran cuerpos rígidos, es decir, que no pueden deformarse.

Además, a modo de simplificación, cada eslabón se considerara como una linea recta que une sus nodos. Las longitudes de dichos eslabones son $2=O_2-A=350\text{mm}$, $3=A-B=2000\text{mm}$ y $4=B-O_4=1280\text{mm}$ y $1=O_2-O_4=2000\text{mm}$. Los pesos e inercias de los eslabones son los siguientes^[1]:

- Eslabón 2

- $P_2 = -2660\text{N}$
- $I_2 = 1.33\text{Nm}$

- Eslabón 3

- $P_3 = -480\text{N}$
- $I_3 = 17\text{Nm}$

- Eslabón

- $P_4 = -12000\text{N}$
- $I_4 = 1210\text{Nm}$

Además la fuerza sobre que ejerce la barra en la carrera ascendente es de -13200N y de -10200N en la carrera descendente.

Se consideran conocidos θ_3 y θ_4 para un θ_2 de entrada determinando^[3]. También son conocidas las coordenadas de puntos de interés como ser A, B, CG_2 , CG_3 y CG_4 para una vuelta completa de la manivela^[3]. Además la velocidad angular con la que rota el eslabón a es $\omega_2 = 4rpm = 0,416 \frac{rad}{s} = 24 \frac{rad}{s}$. La aceleración angular de dicho eslabón es $\alpha_2 = 0^{[1]}$. Finalmente, se conocen las aceleraciones de los centros de gravedad de cada eslabón^[4].

7.3. Ejecución

Los cálculos se realizaron mediante las librerías Numpy del lenguaje de programación Python. Con dicha librería se resolvió la **Ecuación 7.1**. Los gráficos se obtuvieron a través del uso de Matplotlib, también de Python. El código de programación se encuentra en el Anexo de este documento.

Para obtener la fuerza ascendente y descendente, se obtuvo los valores de Θ_2 para los cuales el punto B estaba en ascenso y descenso. Para $\Theta_2 = (93.86^\circ, 267.25^\circ)$ dicho punto está en descenso, mientras que por fuera de esos valores, está en ascenso^[1]. El comportamiento del punto P, donde está aplicada la fuerza F, es opuesto a B. Con estos resultados se obtuvo, indirectamente, los ángulos de ascenso y descenso de dicho punto determinando la fuerza sobre la barra.

La distancia que hay desde el CG_4 al punto P se determinó como la posición en X de dicho punto más 2.4m como se observa en la **Figura 7.1**

Para el calculo de la fuerza de contacto se obtuvo, para todo Θ_2 de entrada el versor normal a la viga en el punto B. Para esto se roto el vector R_{CG_4B} en sentido horario un ángulo $90 + \phi = \arctan\left(\frac{350}{1280}\right)$, siendo este último el ángulo que forma dicho vector con la viga como se muestra en la **Figura 7.2**.

7.4. Resultados

La **Ecuación 7.1** corresponde al problema físico de la bomba varilla, en donde F es la fuerza sobre el punto P y R_f es la distancia horizontal del CG_4 a mismo. Mediante la misma se obtuvieron las fuerza a las que están sometidos los nodos de los eslabones y el torque de entrada sobre el eslabón 2, para una vuelta completa de la manivela. Los resultados se muestran en las **Figuras 7.3, 7.4, 7.5, 7.6 y 7.7**.

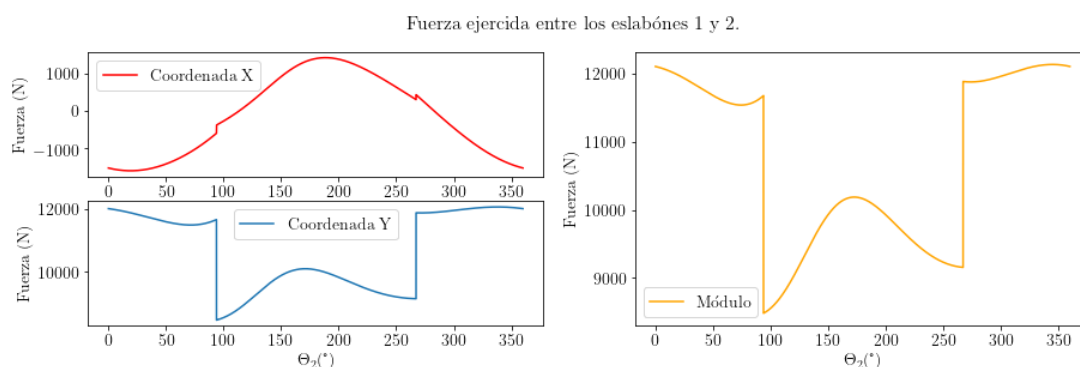


Figura 7.3: Fuerza que el eslabón 1 le ejerce al eslabón 2 para una vuelta completa de la manivela. Se presenta la componente horizontal y vertical de la misma, así como su módulo.

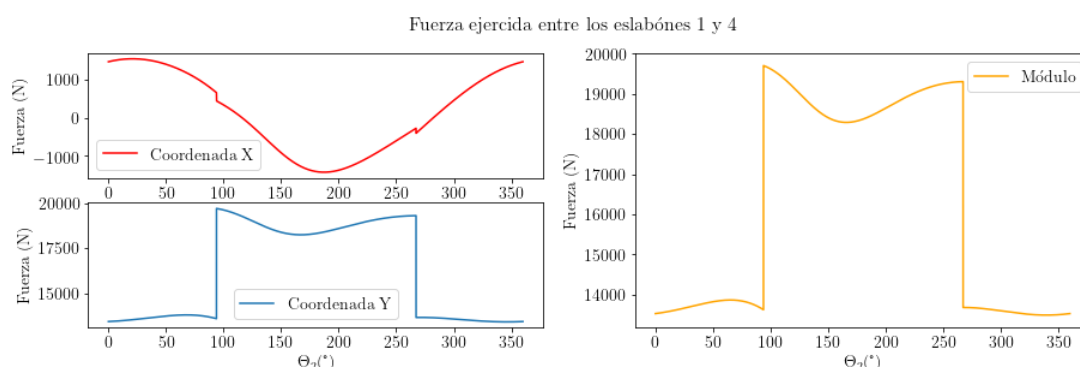


Figura 7.4: Fuerza que el eslabón 1 le ejerce al eslabón 4 para una vuelta completa de la manivela. Se presenta la componente horizontal y vertical de la misma, así como su módulo.

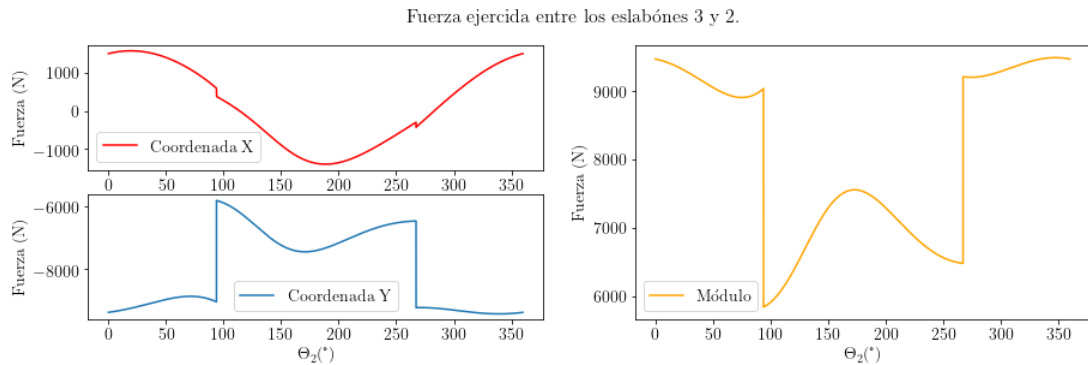


Figura 7.5: Fuerza que el eslabón 3 le ejerce al eslabón 2 para una vuelta completa de la manivela. Se presenta la componente horizontal y vertical de la misma, así como su módulo.

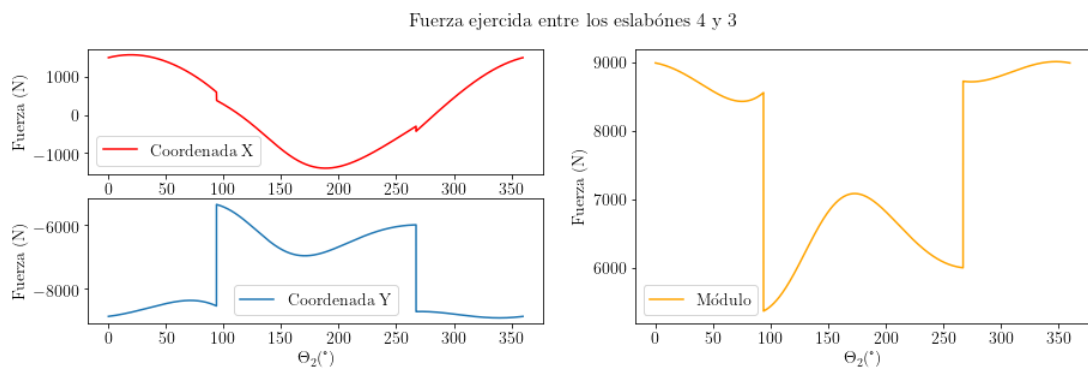


Figura 7.6: Fuerza que el eslabón 4 le ejerce al eslabón 3 para una vuelta completa de la manivela. Se presenta la componente horizontal y vertical de la misma, así como su módulo.

Como se observa, todas las fuerzas presentan discontinuidades en $\Theta_2=93.86^{\circ}$, y 267.25° . Esto se debe a que para esta posición de la manivela el punto P pasa de ascender a descender o viceversa generando una discontinuidad en la fuerza F que afecta a todas las fuerzas sobre el mecanismo

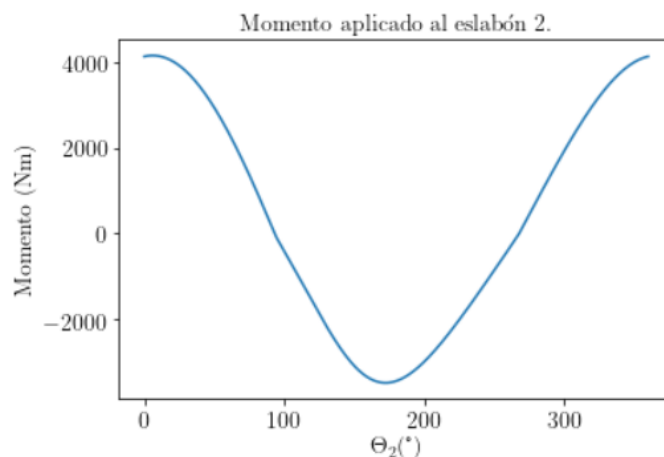


Figura 7.7: Torque de entrada del eslabón 2 necesario para la cinemática dada.

El torque máximo que es necesario aplicarle al eslabón 2 para el movimiento del mecanismo define la potencia del motor a utilizar. En este caso la potencia resultó:

$$Potencia = Torque_{max} \cdot \omega_2 = 4173,15[Nm] \cdot 0,42\left[\frac{rad}{s}\right] = 1748,04\left[\frac{Nm}{s}\right] = 2,34[HP]$$

Finalmente, se obtuvo la fuerza de contacto que le ejerce el eslabón 3 al 4 en dirección normal a la viga. Los resultados se muestran en la **Figura 7.8**.

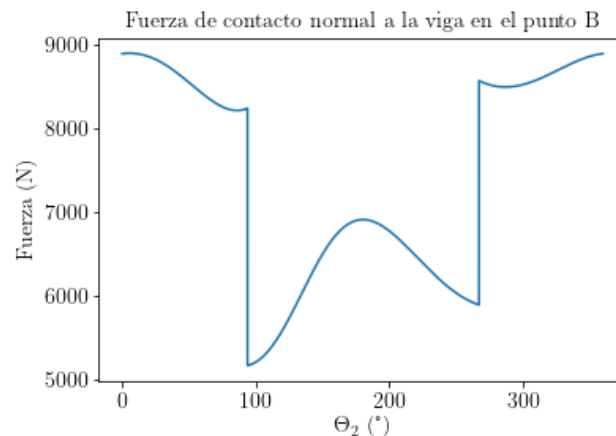


Figura 7.8: Fuerza de contacto entre el eslabón 3 y 4 en dirección normal a la viga.

8. CONCLUSIONES, OTROS ESTUDIOS Y RECOMENDACIONES

8.1. Conclusiones

Se obtuvieron las fuerzas sobre los nodos del mecanismo para una vuelta completa de la manivela, además se calculó la fuerza de contacto que el eslabón 3 le ejerce al 4 en dirección perpendicular a la viga. Luego, se calculó el torque de entrada necesario sobre el eslabón 2 para que el mecanismo realice la cinemática deseada. Con dicho resultado se calculó la potencia del motor a utilizar que resultó de 2.34HP como mínimo.

8.2. Otros estudios y recomendaciones

No aplica.

9. REGISTROS

No aplica.

10. ANEXO

Librerías utilizadas.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import fsolve
```

Datos de entrada.

```
#carga datos de entrada, los .txt los obtuve en los tps anteriores
```



```
theta1=np.arctan(1200/1600)+np.pi/2 # ngulo entre los sistemas de coordenadas
theta2_lista=np.linspace(0, 2*np.pi, 10000) #creo el array theta2 para una vuelta completa de la manivela
n=len(theta2_lista) #define la cantidad de elementos que estoy tomando
d=2000/1000 #largo de eslabones dividido por mil para obtenerlos en metros
a=350/1000
b=2000/1000
c=1280/1000
e=1980/1000 #distancia O4-CG4
delta=np.deg2rad(14) # ngulo entre el eslab n y O4-CG4
omega2=4*2*np.pi/60 #velocidad angular de entrada, la convierto de rpm a rad/s
alfa2=0 #no tiene aceleración angular (el eslab n 2)
l=[a, b, c, d] #lista con los largos de eslabones
g=-9.807 #gravedad en m/s^2
P2=-2660 #pesos del eslab n 2 en newton
m2=P2/g #masa del eslab n 2
I2=1.33 #inercia del eslab n 2 en N m s^2
P3=-480 #peso eslab n 3
m3=P3/g #masa eslab n 3
I3=17 #inercia eslab n 3
P4=-12000 #peso eslab n 4
m4=P4/g #masa eslab n 4
I4=1210 #inercia eslab n 4
Fa=-13200 #fuerza de la barra en la carrera ascendente
Fd=-10300 #fuerza de la barra en la carrera descendente
i_min=7423 #desde i_max hasta i_min el punto P est en ascenso
i_max=2607 #por fuera est en descenso
F=[Fd for i in range(i_max)]
[F.append(Fa) for i in range(i_min-i_max)]
[F.append(Fd) for i in range(len(theta2_lista)-i_min)]
O2_X=np.array([0]*n)/1000 #genero un array de ceros
O2_Y=np.array([0]*n)/1000 #same
O4_X=np.array([2000*np.cos(theta1)]*n)/1000 #genero array con siempre la posicion de o4 que es constante
O4_Y=np.array([2000*np.sin(theta1)]*n)/1000 #same
A_X, A_Y=np.loadtxt('A.txt', unpack=1)/1000 #carga A
B_X, B_Y=np.loadtxt('B.txt', unpack=1)/1000 #carga B
CG2_X, CG2_Y=np.loadtxt('CG2.txt', unpack=1)/1000 #carga CG2
CG3_X, CG3_Y=np.loadtxt('CG3.txt', unpack=1)/1000 #carga CG3
CG4_X, CG4_Y=np.loadtxt('CG4.txt', unpack=1)/1000 #carga CG4
alfa3=np.loadtxt('alfa3.txt') #carga alfa3
alfa4=np.loadtxt('alfa4.txt') #carga alfa4
ACG2_X, ACG2_Y=np.loadtxt('ACG2.txt', unpack=1)/1000 #carga aceleración CG2
ACG3_X, ACG3_Y=np.loadtxt('ACG3.txt', unpack=1)/1000 #carga aceleración CG3
ACG4_X, ACG4_Y=np.loadtxt('ACG4.txt', unpack=1)/1000 #carga aceleración CG4
```

Armado de vectores posición

```
R14_X=O4_X-CG4_X #Vectores desde el CG4 hacia los nodos O4 y B
R14_Y=O4_Y-CG4_Y
R34_X=B_X-CG4_X
R34_Y=B_Y-CG4_Y

R43_X=B_X-CG3_X #Vectores desde el CG3 hacia los nodos A y B
R43_Y=B_Y-CG3_Y
R23_X=A_X-CG3_X
R23_Y=A_Y-CG3_Y

R32_X=A_X-CG2_X #Vectores desde el CG2 hacia los nodos O2 y A
R32_Y=A_Y-CG2_Y
R12_X=O2_X-CG2_X
R12_Y=O2_Y-CG2_Y

Rf=-CG4_X-2.4
```

Matriz y vector solución del sistema de ecuaciones a resolver

```
filal=np.array([1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0]).astype(float)
```

```

fila2=np.array([0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0]).astype(float)
fila3=np.array([[ -R12_Y[i], R12_X[i], -R32_Y[i], R32_X[i], 0, 0, 0, 0, 1] for i in range(n)]).astype(float)

fila4=np.array([0, 0, -1, 0, 1, 0, 0, 0, 0]).astype(float)
fila5=np.array([0, 0, 0, -1, 0, 1, 0, 0, 0]).astype(float)
fila6=np.array([[0, 0, R23_Y[i], -R23_X[i], -R43_Y[i], R43_X[i], 0, 0, 0] for i in range(n)]).astype(float)

fila7=np.array([0, 0, 0, 0, -1, 0, 1, 0, 0]).astype(float)
fila8=np.array([0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, 1, 0]).astype(float)
fila9=np.array([[0, 0, 0, 0, R34_Y[i], -R34_X[i], -R14_Y[i], R14_X[i], 0] for i in range(n)]).astype(float)

matriz=np.array([[fila1, fila2, fila3[i], fila4, fila5, fila6[i], fila7, fila8, fila9[i]] for i in range(n)
]))

y1=m2*ACG2_X
y2=m2*ACG2_Y-P2
y3=I2*alfa2
y4=m3*ACG3_X
y5=m3*ACG3_Y-P3
y6=I3*alfa3
y7=m4*ACG4_X
y8=m4*ACG4_Y-P4-F
y9=I4*alfa4-Rf*F
vecsol=np.array([[y1[i], y2[i], y3, y4[i], y5[i], y6[i], y7[i], y8[i], y9[i]] for i in range(n)])

```

Solución del sistema

```

sol=[np.linalg.solve(matriz[i],vecsol[i]) for i in range(n)]
F12_X=np.array([sol[i][0] for i in range(n)])
F12_Y=np.array([sol[i][1] for i in range(n)])
F12=np.sqrt(F12_X**2+F12_Y**2)
F32_X=np.array([sol[i][2] for i in range(n)])
F32_Y=np.array([sol[i][3] for i in range(n)])
F32=np.sqrt(F32_X**2+F32_Y**2)
F43_X=np.array([sol[i][4] for i in range(n)])
F43_Y=np.array([sol[i][5] for i in range(n)])
F43=np.sqrt(F43_X**2+F43_Y**2)
F14_X=np.array([sol[i][6] for i in range(n)])
F14_Y=np.array([sol[i][7] for i in range(n)])
F14=np.sqrt(F14_X**2+F14_Y**2)
T12=np.array([sol[i][8] for i in range(n)])
Tmax=max(T12)
print(Tmax)
potencia=Tmax*omega2
print(potencia)

```

Fuerza de contacto

```

R_X=O4_X-B_X
R_Y=O4_Y-B_Y
R=np.array([np.transpose([R_X[i], R_Y[i]]) for i in range(len(R_X))])
phi=np.arcsin(350/1280)+np.pi/2
M=np.array([[np.cos(phi), np.sin(phi)],[-np.sin(phi), np.cos(phi)]])
R_rot=np.array([np.matmul(M,R[i]) for i in range(len(R))])
norma=np.sqrt(R_rot[0][0]**2+R_rot[0][1]**2)
R_rot=R_rot/norma
F34=np.array([[ -F43_X[i], -F43_Y[i]] for i in range(len(F43_X))])
F_contacto=np.array([np.dot(F34[i], R_rot[i]) for i in range(len(F34))])

```