

 Instituto Balseiro	INSTITUTO BALSEIRO ASIGNATURA: MECANISMOS			FO-M2020-GRL-001-r0		
	MEMORIA DE CALCULO			Página: 1 de 11		
TÍTULO:		Análisis de posición del mecanismo de la bomba de varilla				
1. RESUMEN <p>Se realizó el análisis de posición de un mecanismo de 4 barras que conforma una bomba de varilla de un pozo petrolero. Se calcularon todas las longitudes de las varillas que lo conformaban y se identificó que se trata de un mecanismo Grashof tipo I, además resultó ser manivela-balancín. Luego, se encontraron las posiciones de agarrotamiento que fueron para $\Theta_2=93.86^\circ$ y $\Theta_2=267.22^\circ$, los valores extremos del ángulo de transmisión, que resultaron 55.28° y 88.70°, y de otros tres puntos para una vuelta completa de la manivela. Todos los cálculos se realizaron con el lenguaje de programación Python. Finalmente se verificó resultados para dos ángulos de entrada determinados mediante un método gráfico.</p>						
Preparó		Revisó			Intervino calidad	Aprobó
F. Camussoni		J. C. García	E. Ruiz Nicolini	L. Monteros	J.C García	F. Quintana
REVISIONES						
Rev.	Fecha	Modificaciones				
0	16/02/2020	Emisión Inicial				
FECHA DE VIGENCIA / FIN PREVISTO:						
COPIAS CONTROLADAS				ESTADO DEL DOCUMENTO		
Copia N°: Distribuyó:				Los campos "Estado del Documento" y "Fin Previsto" verificados por sistema, deben ser identificados en las copias controladas. Sólo es válido el documento en los sistemas de información CAREM o identificado como COPIA CONTROLADA.		
Recibió: (firma y fecha)						
INFORMACIÓN RESTRINGIDA - Este documento es propiedad de CNEA y se reserva todos los derechos legales sobre él. No está permitida la explotación, transferencia o liberación de ninguna información en el contenido, ni hacer reproducciones y entregarlas a terceros sin un acuerdo previo y escrito de CNEA.						

	<p>Análisis de posición del mecanismo de la bomba de varilla</p>	<p>CL-M2020-FC-001- r0</p> <p>Página: 2 de 11</p>
---	---	---

INDICE

1. RESUMEN.....	1
2. OBJETIVO.....	3
3. ALCANCE.....	3
4. ABREVIATURAS Y DEFINICIONES.....	3
4.1 ABREVIATURAS.....	3
4.2 DEFINICIONES.....	3
5. REFERENCIAS.....	3
6. RESPONSABILIDADES.....	3
7. DESARROLLO.....	3
7.1 Introducción.....	3
7.2 Datos de entrada.....	5
7.2 Ejecución.....	6
7.2 Resultados.....	8
8. CONCLUSIONES, OTROS ESTUDIOS Y RECOMENDACIONES.....	10
8.1 CONCLUSIONES.....	10
8.2 OTROS ESTUDIOS Y RECOMENDACIONES.....	11
9. REGISTROS.....	11
10. ANEXOS.....	11

	Análisis de posición del mecanismo de la bomba de varilla	CL-M2020-FC-001-r0 Página: 3 de 11
---	--	---

2. OBJETIVO

Realizar un análisis de posición para los eslabones que conforman el mecanismo de una bomba de varilla de un pozo petrolero. Obtener las longitudes de los mismos para conocer si es un mecanismo de tipo Grashof y posteriormente obtener posiciones y valores extremos de puntos de interés como ser del centro de gravedad del Walking Beam, el punto sobre el cual cuelga la cuerda, posiciones de agarrotamiento y además los valores extremos del ángulo de transmisión para un posterior análisis de fuerza.

3. ALCANCE

El presente informe técnico será de aplicación para la asignatura Diseño Mecánico correspondiente a la carrera Ingeniería Mecánica del IB.

4. ABREVIATURAS Y DEFINICIONES

ABREVIATURAS

CG: centro de gravedad.

DEFINICIONES

Un eslabón es un cuerpo rígido que posee por lo menos dos nodos que son puntos de unión con otros eslabones.

Un mecanismo se define como una cadena cinemática en la cual por lo menos un eslabón se ha fijado o sujetado al marco de referencia

La condición de Grashof es una relación muy simple que predice el comportamiento de rotación de las inversiones de un eslabonamiento de cuatro barras basado sólo en las longitudes de los eslabones.

5. REFERENCIAS

[1] "Diseño de maquinaria" R. L. Norton, 4ta edición. ISBN 9781456250089

6. RESPONSABILIDADES

Calculos y redacción: Francesco Camussoni, estudiante de Ingeniería Mecánica del Instituto Balseiro.

7. DESARROLLO

Introducción

Dado un mecanismo de 4 barras es posible determinar su condición de Grashof. Sea S la longitud del eslabón más corto, L la longitud del eslabón más largo y P y Q la longitud del resto de los eslabones. Si $S+L < P+Q$ el eslabonamiento es Grashof clase I, lo que garantiza que al menos un eslabón será capaz de realizar una revolución completa con respecto al plano de bancada. Dependiendo de cual sea el eslabón fijo el sistema sera manivela-balancín (fijo a un eslabón adyacente a S), doble manivela (eslabón S fijo) o doble balancín (fijo al eslabón opuesto a S). Estas variaciones se muestran en la **Figura 1**^[1].

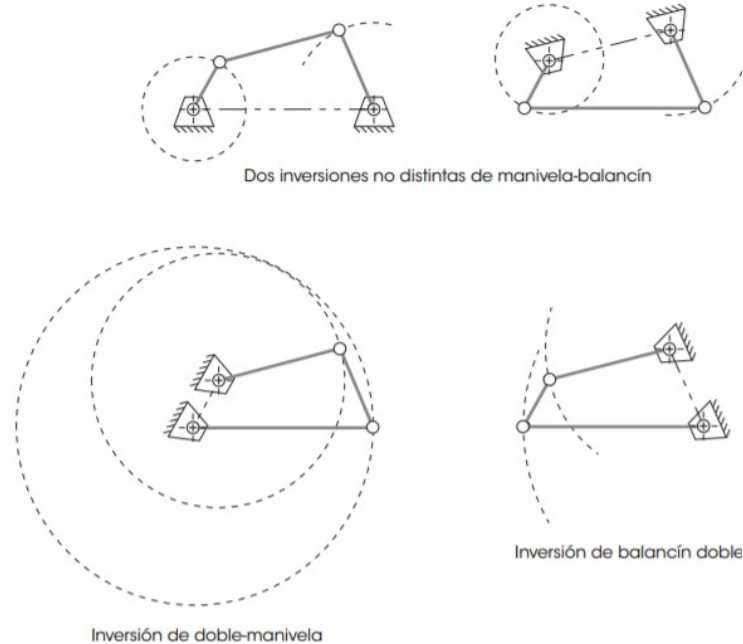


Figura 1. Tipos de sistemas para un mecanismos Grashof, en donde se varía en cada caso el eslabón fijo.

En caso de que el eslabonamiento cumpla $S+L > P+Q$ se dice que el mecanismo no es de tipo Grashof o de clase II y en este caso ningún eslabón puede realizar una vuelta completa sobre la bancada.

Dado un diseño tentativo de un mecanismo, se debe determinar las aceleraciones de todas las partes móviles del ensamble. Esto es de interés dado que permite conocer las fuerzas que estarán aplicadas a los eslabones, fijando condiciones para el dimensionamiento de los mismos. Para conocer las aceleraciones, primero se deben localizar las posiciones de todos los eslabones o elementos en el mecanismo por cada incremento del movimiento de entrada.

Para encontrar una solución a dicho problema se fija el sistema de coordenadas al eslabón fijo de manera tal que el mismo esté sobre el eje X y un nodo se encuentre en el origen. Luego determinan vectores entre nodos del mecanismo y se determinan los ángulos que forman dichos vectores con la horizontal como se muestra en la **Figura 2**^[1].

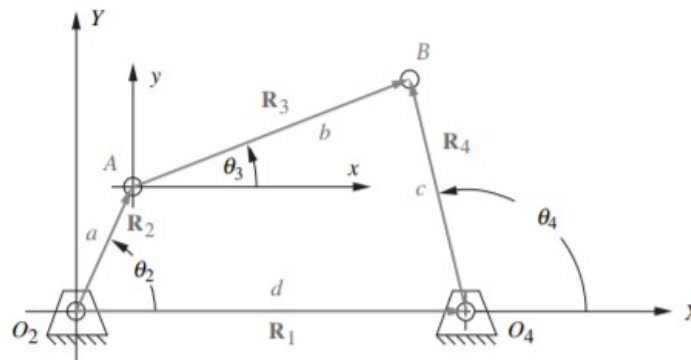


Figura 2. Mecanismo de 4 barras con un eslabón fijo al eje X en donde se observa los vectores R_1, R_2, R_3, R_4 que unen los nodos de los eslabones y los ángulos que estos forman con la horizontal.

Luego, cerrando el lazo vectorialmente se obtiene la siguiente **ecuación (1)**:

$$R_2 + R_3 - R_4 - R_1 = 0 \quad (1)$$

La cual se puede transformar, utilizando notación compleja:

$$a e^{i\Theta_1} + b e^{i\Theta_2} - c e^{i\Theta_3} - d e^{i\Theta_4} = 0$$

En donde a, b, c y d son las longitudes de los eslabones. La ecuación anterior debe satisfacer que tanto la parte real como la imaginaria de la ecuación anterior deben ser cero simultáneamente. Esto es las ecuaciones:

$$a \cos(\Theta_1) + b \cos(\Theta_2) - c \cos(\Theta_3) - d = 0$$

$$a \sin(\Theta_1) + b \sin(\Theta_2) - c \sin(\Theta_3) = 0$$

En donde se observa la ventaja de fijar el eslabón el eje X y así simplificar el termino $\cos(\Theta_4)$ y $\sin(\Theta_4)$. Luego, después algunos pasos algebraicos con la utilización de identidades trigonométricas, se obtiene la siguiente **solución (2)**^[1]:

$$\text{tg}(\Theta_4/2) = [-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}] / (2A) \quad (2)$$

En donde los parametros A, B y C estan definidos por:

$$A = \cos(\Theta_2) - K_1 - K_2 \cos(\Theta_2) + K_3$$

$$B = -2 \sin(\Theta_2)$$

$$C = K_1 - (K_2 + 1) \cos(\Theta_2) + K_3$$

Y finalmente, K_1 , K_2 y K_3 :

$$K_1 = d/a, K_2 = d/c \text{ y } K_3 = (a^2 - b^2 + c^2 + d^2) / (2ac)$$

Luego el angulo Θ_3 es fácilmente despejable de alguna de las **ecuaciones (1)**, por lo que conociendo el angulo de entrada Θ_2 es posible determinar la disposición de los eslabones del mecanismo. Como se observa en la ecuación (2) se obtienen dos soluciones a partir de la ecuación resolvente de un polinomio de grado dos. Su interpretación es una ambigüedad en la posición del eslabón c y d, dando dos configuraciones del mecanismo distintas como se observa en la **Figura 3**^[1].

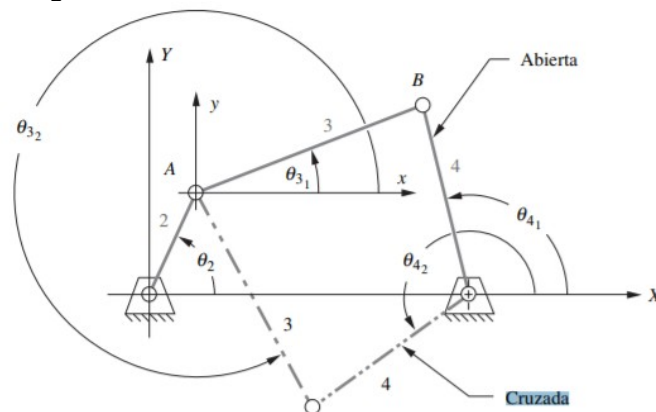


Figura 3. Configuración abierta y cruzada de un mecanismo para un ángulo de entrada Θ_2 dado.

Por lo que para determinar cual es la solución correcta es necesario conocer como es el mecanismo de antemano para discernir entre una y otra.

En un mecanismo o una transmisión, se define el ángulo de transmisión como el ángulo entre la dirección de la fuerza (F) que un elemento o eslabón conductor realiza sobre otro y la dirección de la componente de dicha fuerza que es perpendicular a la velocidad en el punto de aplicación de dicha fuerza. Sus valores extremos están dados por las **ecuaciones (3)**:

$$u_{1,2} = \cos^{-1}[(b^2 + c^2 - (d \pm a)^2) / (2bc)] \quad (3)$$

Datos de Entradas

Se presenta un esquema de la bomba barilla en la **Figura 4**.

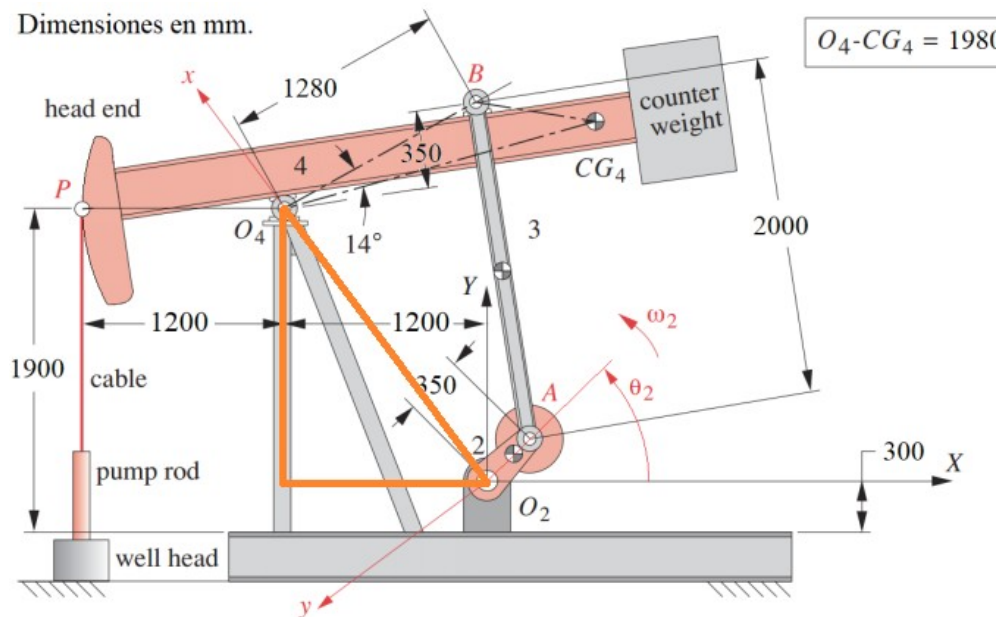


Figura 4. Esquema de la bomba varilla en donde se presentan sus dimensiones, puntos de interés y los sistemas de coordenadas a utilizar.

El mecanismo de la bomba varilla es de 4 eslabones, algunos ficticios, como ser el que une los nodos O_2 - O_4 y el que une los nodos O_4 - B . Todos los cuerpos que conforman a la bomba varilla se consideran cuerpos rígidos, es decir, que no pueden deformarse.

Además, a modo de simplificación, cada eslabón se considerara como una línea recta que une sus nodos. Las longitudes de dichos eslabones son $a=O_2-A=350\text{mm}$, $b=A-B=2000\text{mm}$ y $c=B-O_4=1280$. El último eslabón $d=O_2-O_4$ se puede determinar a partir del resto de las longitudes mostradas en la **Figura 4**.

Ejecución

Se calculó la longitud del eslabón fijo mediante el teorema de Pitágoras conociendo que la altura del triángulo que tiene como hipotenusa al eslabón fijo es de $(1900-300)\text{mm}=1600\text{mm}$ y una altura de 1200mm tal como se muestra resaltado en la **Figura 4**. Con esto se obtiene una longitud de $d=2000\text{mm}$.

Con las longitudes de los eslabones a , b , c y d se puede determinar la condición de Grashof del mecanismo. Dado que la longitudes extremos son 2000mm y 350mm , y de las intermedias 2000mm y 1280mm el eslabonamiento es de tipo Grashof ya que la suma de los extremos 2350mm es menor que los intermedios 3280mm . Dado que el eslabón más chico, se encuentra adyacente al eslabón fijo, el sistema es manivela-balancín, como se puede observar en la **Figura 5** en donde el eslabón más chico realiza una vuelta completa mientras que el opuesto no lo hace.

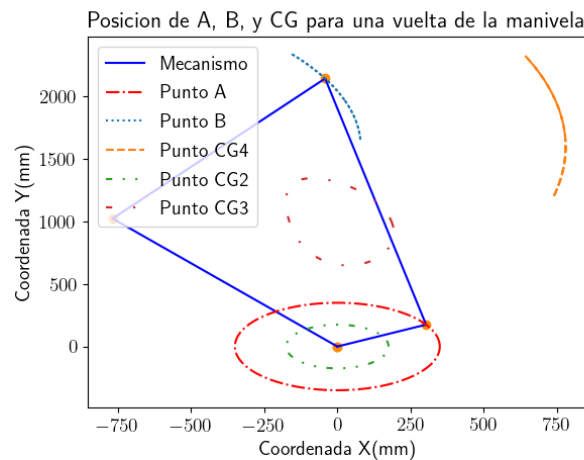


Figura 5. Trayectoria del punto A, B y de los Centros de gravedad de los eslabones para una vuelta de la manivela. Se observa un sistema manivela-balancín.

A continuación, con la información de la **Figura 4.** y el triángulo marcado en negrita, se puede obtener el ángulo que forma el sistema de coordenadas fijo al laboratorio y el fijo al eslabón fijo del mecanismo. Para esto se calculó la arcotangente con el largo del eslabón b como opuesto y la altura del sistema de laboratorio como adyacente. A este ángulo se le sumó 90° siendo este el ángulo de rotación entre sistemas.

Luego, se calcularon las posiciones de agarrotamiento, es decir, cuando se encuentran dos barras alineadas. Dado que el mecanismo es Grashof clase I, se obtienen dos posiciones de agarrotamiento, cuando la manivela esta alineada con el acoplador, tanto en una configuración abierta como cruzada. Para obtener esto se utilizó la función Solve de la biblioteca Numpy de Python que utiliza Newton-Raphson para encontrar una raíz para una determinada función. Con esto se buscó Θ_3 , utilizando las ecuaciones (1) y (2), para un dado Θ_2 y se utilizó su diferencia como raíz. Las posiciones de agarrotamiento se muestran en la **Figura 6**

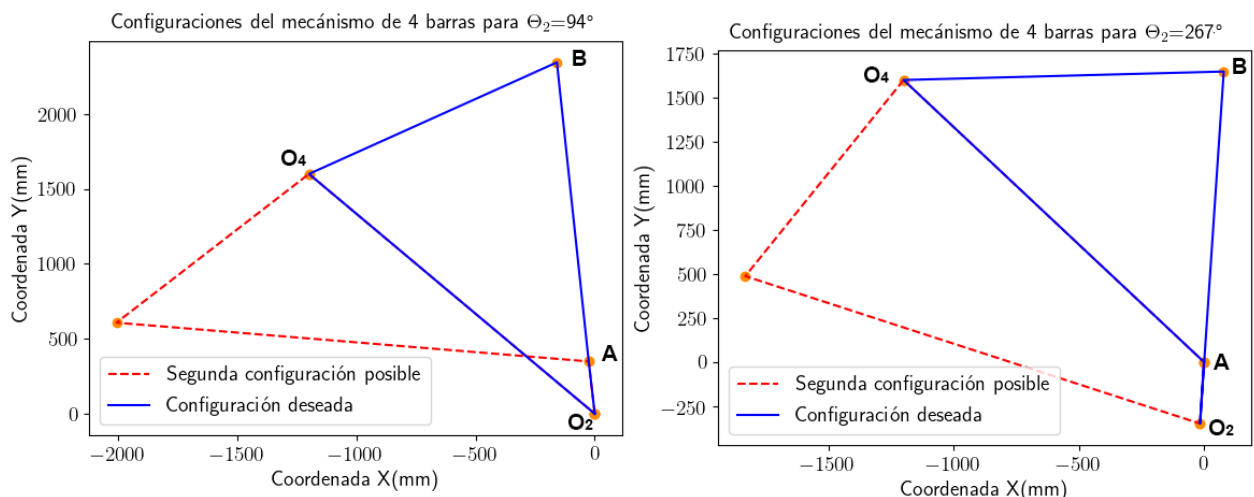


Figura 6. Posiciones de agarrotamiento en donde se alinean la manivela y el acoplador.

Para obtener estos resultados, se obtuvieron los resultados dados por la **ecuación (2)** por lo que que están dados para el sistema fijo a la cigüeña. Luego, a cada resultados se le debe aplicar una corrección restando Θ que es el ángulo entre sistemas de coordenadas.

El solver de Numpy necesita de una semilla como aproximación inicial. Según que tan cerca este la semilla de una de las posiciones de agarrotamiento, el mismo encuentra el valor de Θ_2 correspondiente. Para estimar Θ_2 de agarrotamiento se calculó la diferencia entre Θ_2 y Θ_3 modulado en π como se muestra en la **Figura 7**. Con esta aproximación se determinó la semilla para cada caso.

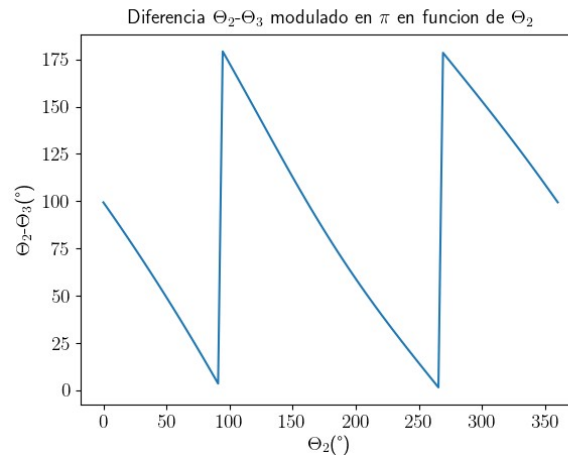


Figura 7. Diferencia entre Θ_2 y Θ_3 modulado en π en función de Θ_2 .

Donde la diferencia es cero, se dan las posiciones de agarrotamiento.

A continuación, con el solver programado para encontrar Θ_3 y Θ_4 dado Θ_2 , se calcularon las posiciones de puntos de interés para una vuelta completa de la manivela como ser el CG del walking beam, el punto P, A y B. Además se calculó el ángulo de transmisión como la diferencia entre Θ_3 y Θ_4 o su complementario si este era mayor a 90° . La trayectoria que realiza el punto A, B y CG se presentan en la **Figura 5**. Puede observarse que el CG también realiza un movimiento de balancín.

Los resultados dados por la **Ecuación (1)** son para el sistema fijo a la cigüeña por lo que es necesario aplicarle una rotación a los puntos obtenidos. Esto se hace con la siguiente matriz M:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Con $\Theta = 126.87^\circ$.

Finalmente, se desea conocer para que rango Θ_2 el punto P de la **Figura 4**, para esto se observa que cuando el punto B se encuentra en ascenso, el punto P se encuentra en descenso y viceversa. Entonces, conociendo como se mueve B se puede inferir en el ascenso y descenso de P.

Resultados

El ángulo entre sistemas de coordenadas resultó de 126.87° , necesario para aplicar las rotaciones sobre los puntos en el sistema fijo a la cigüeña y así obtener los resultados sobre el sistema fijo al laboratorio.

Las posiciones de agarrotamiento mostradas en la **Figura 6** resultaron para un ángulo de entrada de $\Theta_2 = 93.87^\circ$, correspondiendo para dicho ángulo $\Theta_3 = 93.87^\circ$ y $\Theta_4 = 35.57^\circ$. Luego, la segunda posición de agarrotamiento fue para $\Theta_2 = 267.22^\circ$ y se obtuvo $\Theta_3 = 87.25^\circ$ y $\Theta_4 = 2.15^\circ$.

Luego, se obtuvieron los extremos del ángulo de transmisión, que resultaron de 88.70° y 55.28° calculados la **Ecuación (3)**. Además se obtuvo dicho ángulo para una vuelta completa de la manivela, dicho resultado se muestra en la **Figura 8**.

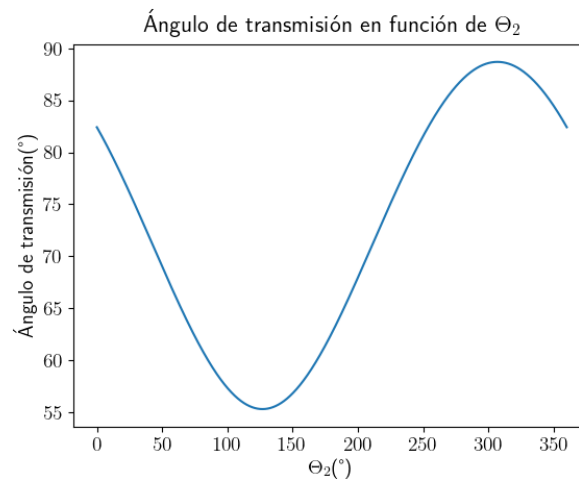


Figura 8. Ángulo de transmisión para una vuelta completa de la manivela.

A continuación, se calcularon las posiciones del punto A, B, y de los centros de gravedad mostrados en la **Figura 4** para una vuelta completa de la manivela. Los resultados se muestran en la **Figura 9**, en la **Figura 10** y en la **Figura 11**. Además en la **Figura 5** se presenta las trayectorias de dichos puntos para una vuelta de la manivela.

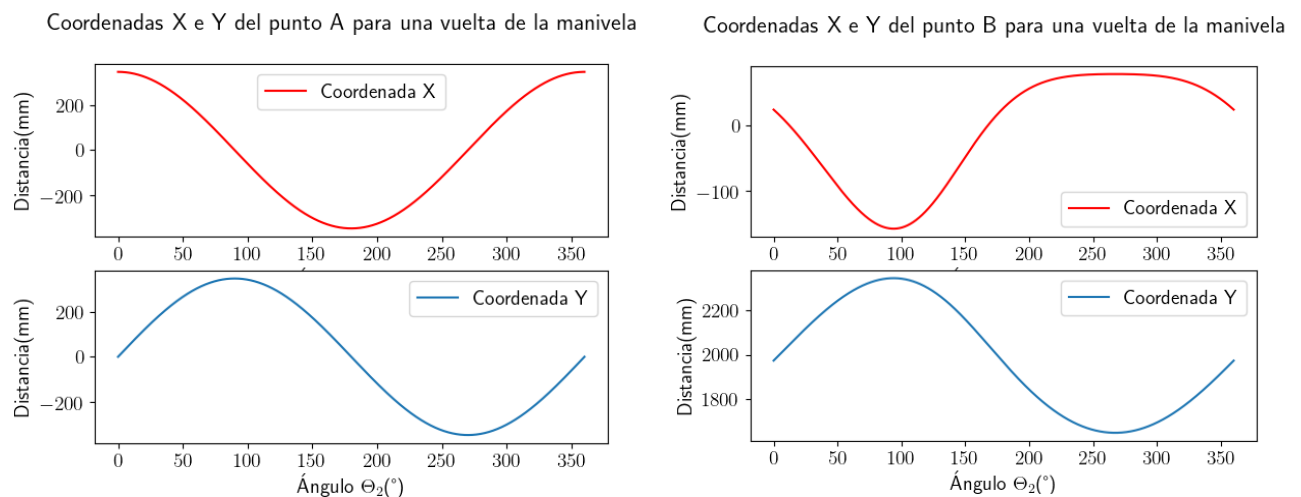


Figura 9. Coordenadas del punto A y B para una vuelta completa de la manivela.

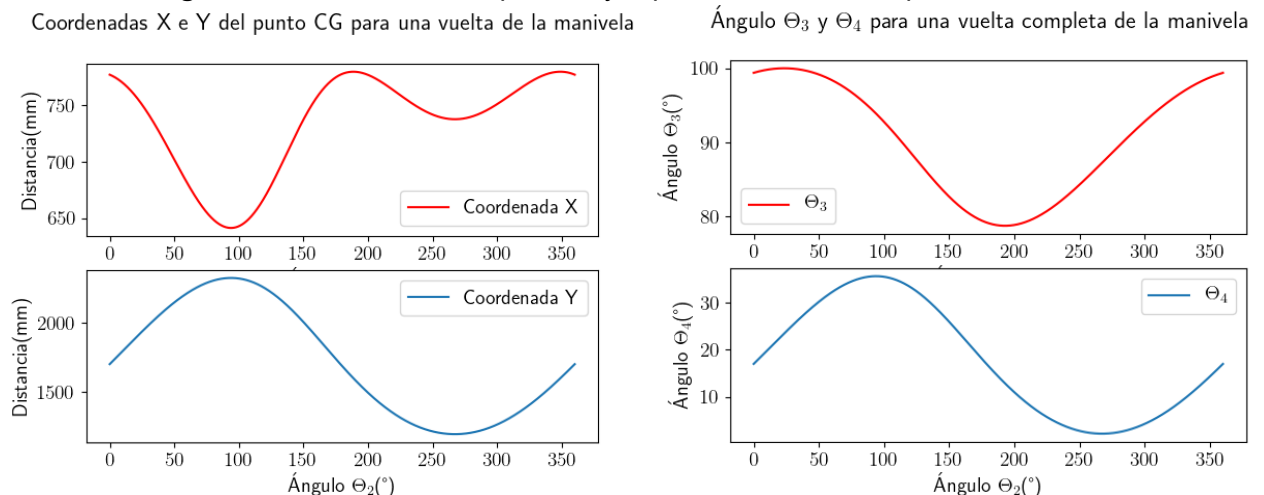
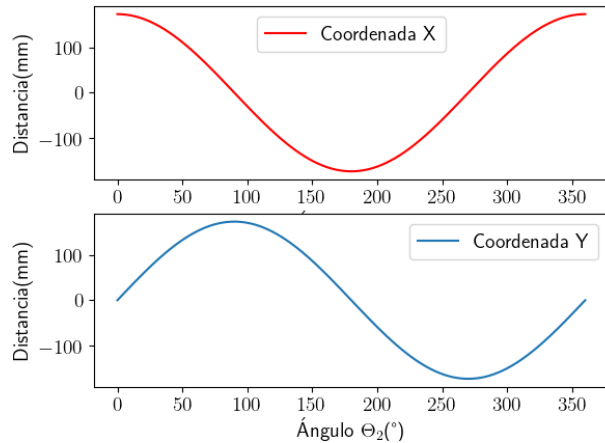


Figura 10. Coordenadas del punto CG₄ y valores de Θ_3 y Θ_4 para una vuelta completa de la manivela.

Coordenadas X e Y del punto CG2 para una vuelta de la manivela



Coordenadas X e Y del punto CG3 para una vuelta de la manivela

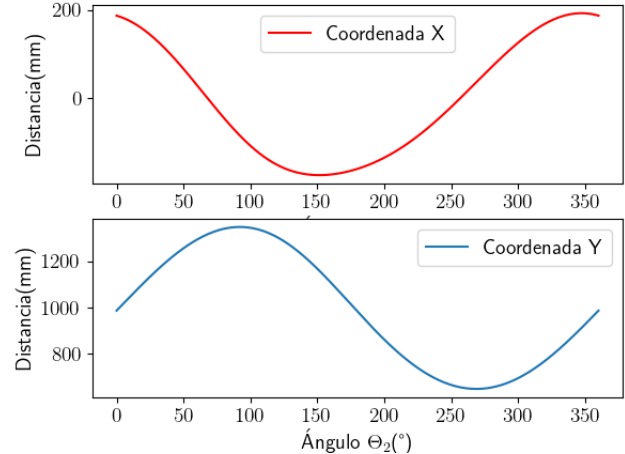


Figura 10. Coordenadas del punto CG₂ y CG₄ para una vuelta completa de la manivela.

Luego, el máximo del punto B se da para $\Theta_2=93.86^\circ$ y el mínimo en $\Theta_2=267.25^\circ$ que será el mínimo y máximo del punto P, respectivamente. Estos resultados se obtuvieron mediante la discretización de Θ_2 en 10.000 puntos equiespaciados y buscando el máximo y mínimo Θ_3 obtenido para cada Θ_2 de entrada. Observando la **Figura 8** se puede observar que entre 93.86° y 267.25° el punto B asciende por lo que el punto P desciende. Fuera de ese rango sucede lo contrario.

Finalmente, se verificó el correcto funcionamiento del solver constando los resultados de Θ_3 y Θ_4 para $\Theta_2=30^\circ$ y $\Theta_2=60^\circ$ con el mecanismo visto graficamente. Los resultados se muestran en la **Figura 11**.

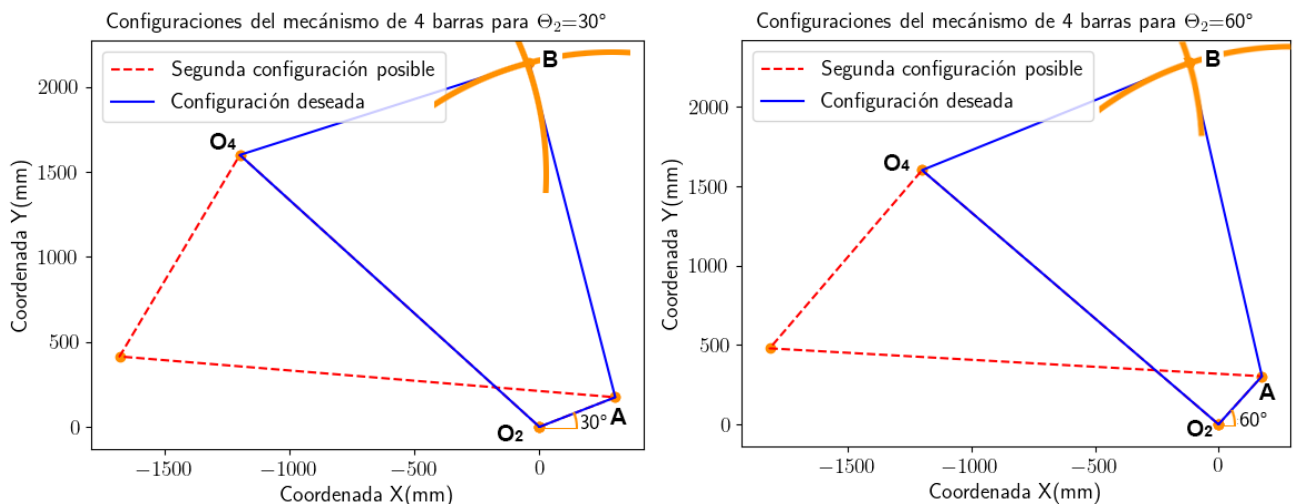


Figura 11. Configuración del mecanismo para $\Theta_2=30^\circ$ y $\Theta_2=60^\circ$.

Para $\Theta_2=30^\circ$ se obtuvo $\Theta_3=99.93^\circ$ y $\Theta_4=25.20^\circ$ mientras que para $\Theta_2=60^\circ$ se obtuvo $\Theta_3=98.35^\circ$ y $\Theta_4=32.18^\circ$ concordando con lo que se observa en la **Figura 11**.

8. CONCLUSIONES, OTROS ESTUDIOS Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

Se realizó el análisis de posición de un mecanismo de 4 barras que conforma una bomba de varilla de un pozo petrolero. Se calcularon las longitudes de las varillas que lo conformaban, las cuales resultaron en 2000mm, 350mm, 2000mm y 1280mm. Se identificó que se trata de un mecanismo Grashof clase I y que el sistema resultó ser manivela-balancín ya que el eslabón fijo

	Análisis de posición del mecanismo de la bomba de varilla	CL-M2020-FC-001-r0 Página: 11 de 11
---	--	--

es adyacente al más corto. Se obtuvo el ángulo que forma el sistema de coordenadas fijo al laboratorio con el fijo a la bomba varilla que resulto de 126.87° . Luego, se encontraron las posiciones de agarrotamiento que resultaron en $\Theta_2=93.87^\circ$ y $\Theta_2=267.22^\circ$, los valores extremos del angulo de transmisión, que resultaron 55.28° y 88.70° , y de otros tres puntos para una vuelta completa de la manivela. El punto P se encuentra en descenso entre $\Theta_2=93.86^\circ$ y $\Theta_2=267.25^\circ$ y en ascenso por fuera de ese rango. Se observa que dichos Θ_2 coinciden con las posiciones de agarrotamiento a excepción de algún error numérico, siendo lo esperado de antemano.

OTROS ESTUDIOS Y RECOMENDACIONES

Considero oportuno realizar una solución analítica para un problema general en el que el eslabón fijo no se encuentre necesariamente sobre el eje X, dado que las rotaciones necesarias para obtener los resultados en el sistema fijo al laboratorio pueden ser engorrosas. Alternativamente, se puede utilizar algún solver de Python, o algún software como ser MATLAB.

9. REGISTROS

No aplicable

10. ANEXOS

No aplicable