

INDICE

In questo file trovate l'indice corrispondente alle lezioni svolte quest'anno, lezioni che trovate sotto le videolezioni nella pagina elly del corso.

Contents

1 Funzioni	1
Funzioni astratte	1
Composizione di funzioni	1
2 Funzioni reali e valore assoluto	2
Funzioni monotone	2
Funzioni simmetriche	2
Equazioni e disequazioni irrazionali	2
Valore assoluto	3
Diseguaglianze triangolari	4
3 Esercizi 1	5
4 Relazioni – I numeri reali	6
Relazioni di equivalenza e ordine	6
Relazioni di equivalenza	6
Relazioni di ordine	6
L'insieme dei numeri reali	7
Assiomi algebrici	7
Assioma di Dedekind	7
5 Estremo superiore. Numeri complessi	9
Retta reale estesa	9
Estremo superiore	9
Teorema di esistenza dell'estremo superiore	9
Proprietà di Archimede	10
Caratterizzazioni	10
I numeri complessi	11
Forma algebrica	11
6 I numeri complessi	12
Coniugato, modulo e reciproco	12
Piano di Gauss e forma trigonometrica	13
Operazioni in forma trigonometrica	13
7 Esercizi 2	15
8 Radici complesse. Equazioni	16
Radici complesse	16
Equazioni complesse	16
Teorema fondamentale dell'algebra	17
Forma esponenziale	17
9 Estremi di funzioni. Proprietà dei naturali.	18
Estremi di funzioni	18
I principi del minimo intero e di induzione	19
Principio del minimo intero	19
Principio di induzione	19
Sommatorie	20

10 Induzione. Numeri razionali. Calcolo combinatorio	21
Forma equivalente del principio di induzione	21
I numeri razionali	21
La proprietà di Dedekind non vale sui razionali	21
Densità dei razionali	22
Calcolo combinatorio	22
Disposizioni e combinazioni con ripetizioni	23
Probabilità finita	23
11 Esercizi 3	25
12 Binomio di Newton. Successioni	26
Coeffienti binomiali	26
Successioni	28
Successioni monotone	28
Estremi di successioni	29
13 Limite di successioni	30
Sottosuccessioni di posto pari o dispari	31
Limite di successioni monotone	32
Predicati definitivamente veri o frequentemente veri	32
14 Teoremi di confronto e teoremi algebrici	33
Teoremi di confronto	33
Limitatezza e permanenza del segno	33
Confronto e teorema dei carabinieri	33
Limite e valore assoluto	34
Operazioni algebriche con i limiti	34
15 Esercizi 4	37
16 Operazioni algebriche con i limiti. Continuità	38
Forme indeterminate	38
Limite del reciproco e del quoziente	38
Continuità	40
Continuità di alcune funzioni elementari	40
17 Continuità. Limiti fondamentali	42
Continuità e andamento di funzioni tipo radice	42
Limiti tipo seno e coseno	42
Successioni potenze ed esponenziali	43
Criterio del rapporto per successioni	43
Confronto fra successioni divergenti	44
18 Criterio della radice. Il numero di Nepero	45
Criterio della radice per successioni	45
Medie aritmetiche	45
Il numero di Nepero	46
Osservazione numerica	48
La formula di Stirling	48
19 Esercizi 5	49
20 Esponenziale e logaritmo	50
La funzione esponenziale	50
La funzione logaritmo	51
Funzioni esponenziali	51

21 Successioni di tipo esponenziale. Sottosuccessioni	53
Funzioni logaritmiche	53
Passaggio alla forma esponenziale	54
Successioni definite per ricorrenza	54
Sottosuccessioni	55
22 I teoremi di Bolzano-Weierstrass e Cauchy. Serie numeriche	57
Dimostrazione del teorema di Bolzano-Weierstrass	57
Punti limite	57
Il teorema di Cauchy per successioni	58
Serie numeriche	58
Convergenza di una serie	58
Somme di serie	59
23 Esercizi 6	60
24 Criterio di Cauchy. Serie di segno non negativo	61
Condizioni di Cauchy	61
Serie a termini non negativi	61
25 Dalla continuità al limite	64
Serie a termini di segno alternato	64
Funzioni continue e limiti	64
Una definizione equivalente di continuità	64
Dalla continuità al limite	65
Cenni di topologia	65
26 Punti di accumulazione. Limiti di funzioni	66
Limiti di funzioni	66
Proprietà del limite di funzioni	67
Caratterizzazione sequenziale del limite	67
Limite e continuità	67
Località	67
Limite da destra e da sinistra	68
Alcuni esempi fondamentali	68
27 Esercizi 7	69
28 Teoremi con i limiti. Limite di composizione	70
Teoremi con i limiti	70
Limite di composizione e cambio di variabile	70
29 Esempi. Limiti di funzioni monotone. Teorema degli zeri	73
Altri limiti fondamentali	73
Limiti di funzioni monotone	74
Asintoti	74
Funzioni continue su un intervallo	75
Teorema di esistenza degli zeri	75
30 Teorema dei valori intermedi. Teorema di Weierstrass	77
Teorema dei valori intermedi	77
Iniettività e monotonia	77
Continuità dell'inversa	78
Teorema di Weierstrass	78
31 Esercizi 8	80
32 Infinitesimi	81

Infinitesimi	81
Ordine di infinitesimo e parte principale	81
Proprietà degli "o piccoli"	82
Sviluppi di Taylor	83
33 Limiti con infinitesimi. Funzioni uniformemente continue	85
Limite di quoziente di infinitesimi	85
Funzioni uniformemente continue	86
Funzioni lipschitziane	86
Il teorema di Heine-Cantor	87
34 Funzioni derivabili	89
Differenziale e derivata	89
Differenziale	89
Rapporto incrementale e derivata	89
Derivate destra e sinistra	90
Significato geometrico e primi esempi	91
Un atterraggio lunare	91
Retta tangente e rette secanti	91
Tangenti ad una curva nel piano	92
Derivate delle funzioni elementari	92
Funzione derivata e derivate successive	93
Linearità dell'operatore di derivazione	93
35 Esercizi 9	95
36 Operazioni con le derivate	96
Derivata della composizione	97
Derivata dell'inversa	98
Esempi fondamentali	99
37 Derivate e proprietà locali. Teorema di Rolle	100
Derivate di funzioni pari o dispari	101
Derivate e proprietà locali delle funzioni	101
Località della derivata	101
Monotonia e derivata	102
Punti di minimo e massimo locale	102
Il teorema di Fermat	103
Il teorema di Rolle	104
38 Il teorema di Lagrange. Il teorema di de l'Hôpital	105
Il teorema di Lagrange	105
Conseguenze del teorema di Lagrange	105
Funzioni lipschitziane derivabili	107
Il teorema di Cauchy	107
I teoremi di de l'Hôpital	108
39 Esercizi 10	109
40 Applicazioni dei teoremi di de l'Hôpital. Il teorema di Taylor	110
Osservazioni sui teoremi di de l'Hôpital	110
Un corollario del teorema di de l'Hôpital	111
I teoremi di Taylor	112
Formula di Taylor con il resto di Peano	112
Esempi fondamentali	113
Sulla natura di punti critici	114
41 Resto di Lagrange. Funzioni convesse	116

Formula di Taylor con il resto di Lagrange	116
Serie di potenze	117
Esponenziale complesso	118
Funzioni convesse	118
Insiemi convessi del piano	118
Funzioni convesse	119
Convessità e derivate	120
Rette e coni tangenti	121
42 Primitive	122
Primitive	122
Integrale indefinito	123
Metodi di integrazione	124
Formula di integrazione per parti	124
Formula di integrazione per sostituzione	124
43 Esercizi 11	126
44 Sostituzioni implicite. Integrale definito	127
Sostituzioni implicite	127
Un problema di Cauchy	127
L'integrale definito	127
Il problema dell'area	127
Verso la nozione di area di sottografici	128
Funzioni integrabili secondo Riemann	129
45 Funzioni integrabili. Proprietà dell'integrale definito	131
Raffinamenti	131
Funzioni integrabili	131
Integrabilità delle funzioni continue	132
Integrabilità delle funzioni monotone	132
Il metodo di esaustione di Eudosso rivisitato	132
Funzioni a gradini	133
Funzioni generalmente continue	133
Proprietà delle funzioni integrabili	134
Linearità dell'integrale	134
Teorema di confronto	135
Integrale e valore assoluto	135
Il teorema di spezzamento	136
Il teorema della media integrale	136
Verso il teorema fondamentale del calcolo	137
Integrazione su intervalli non orientati	137
La funzione integrale	138
46 Esercizi 12	139
47 Il teorema fondamentale del calcolo	140
La funzione integrale	140
Il teorema fondamentale del calcolo	141
Conseguenze del teorema fondamentale del calcolo	141
Il teorema di Torricelli	141
Formula di integrazione per parti	142
Formula di integrazione per sostituzione	142
Integrali di funzioni simmetriche	143
Un calcolo di area	143
La funzione integrale	144
Derivate di funzioni integrali	145
Regolarità di funzioni integrali	145

Un limite con funzioni integrali	146
Sviluppi di Taylor di funzioni integrali	146
Studio qualitativo di una funzione integrale non elementare	147
48 Integrale generalizzato	148
Criterio dell'integrale	151
Definizioni	152
Criteri di confronto	153
Trasformata di Fourier	154
49 Integrale generalizzato. Esempi di riepilogo	155
Criterio di assoluta convergenza	155