Sol.^{ne} Scheda N. 6

Es. 2) i) funzione (f) a) $\sup f = 6 = \max f = f(0,0)$

$\inf f = -\infty$ $\min f \nexists$

b) $(-3,4) \in E_K$ per $K = f(-3,4) = 0 \to (-3,4) \in E_0$

E_0 : $0 = 6 - \frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2} \to \sqrt{x^2+y^2} = 5$ $x^2+y^2 = 25$ crf $C(0,0)$ $R=5$

c) $E_K \neq \phi$ se $K \leq 6$

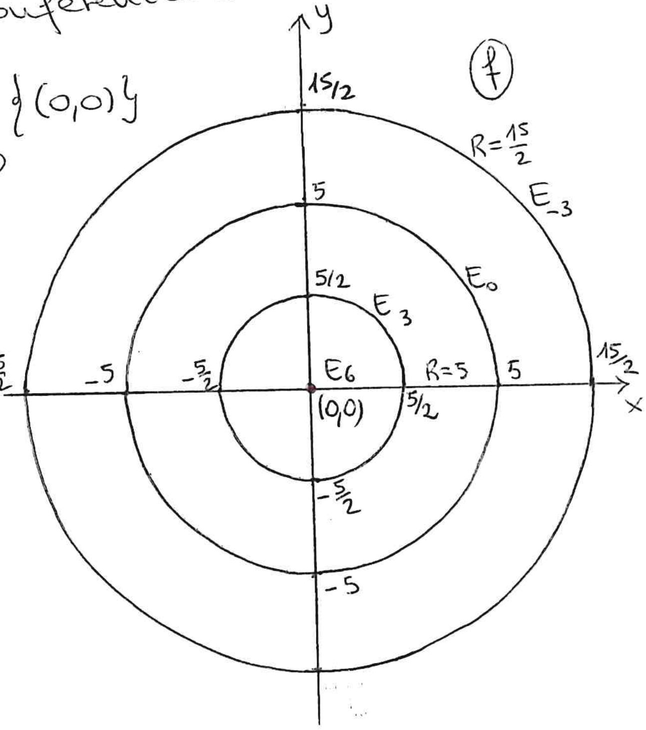
d) E_K : $6 - \frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2} = K \to \sqrt{x^2+y^2} = \frac{5}{6}(6-K) = 5 - \frac{5}{6}K$ NON HA SENSO SE 2° m < 0

CONDIZIONE $5 - \frac{5}{6}K \geq 0 \to K \leq 6$ (OK con c)), posso elevare $(\cdot)^2$

ottenendo $x^2+y^2 = (5 - \frac{5}{6}K)^2$ circonferenza di $C(0,0)$ e $R = 5 - \frac{5}{6}K$

e) E_{-3} $x^2+y^2 = (\frac{15}{2})^2$ $R = 15/2$ $E_6 = \{(0,0)\}$

$E_{10} = \phi$



ii) funzione (2)

a) $\sup f = +\infty$ $\max f = \nexists$

$\inf f = -4 = \min f = f(0,0)$

b) $(-3,3) \in E_K$ per $K = f(-3,3) = -4 + \frac{1}{9}(18) =$

$= -4 + 2 = -2$

$\to (-3,3) \in E_{-2}$

E_{-2} : $-2 = -4 + \frac{1}{9}(x^2+y^2) \to x^2+y^2 = 18$

crf di $C(0,0)$ $R = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \approx 4,2$

c) $E_K \neq \phi$ se $K \geq -4$

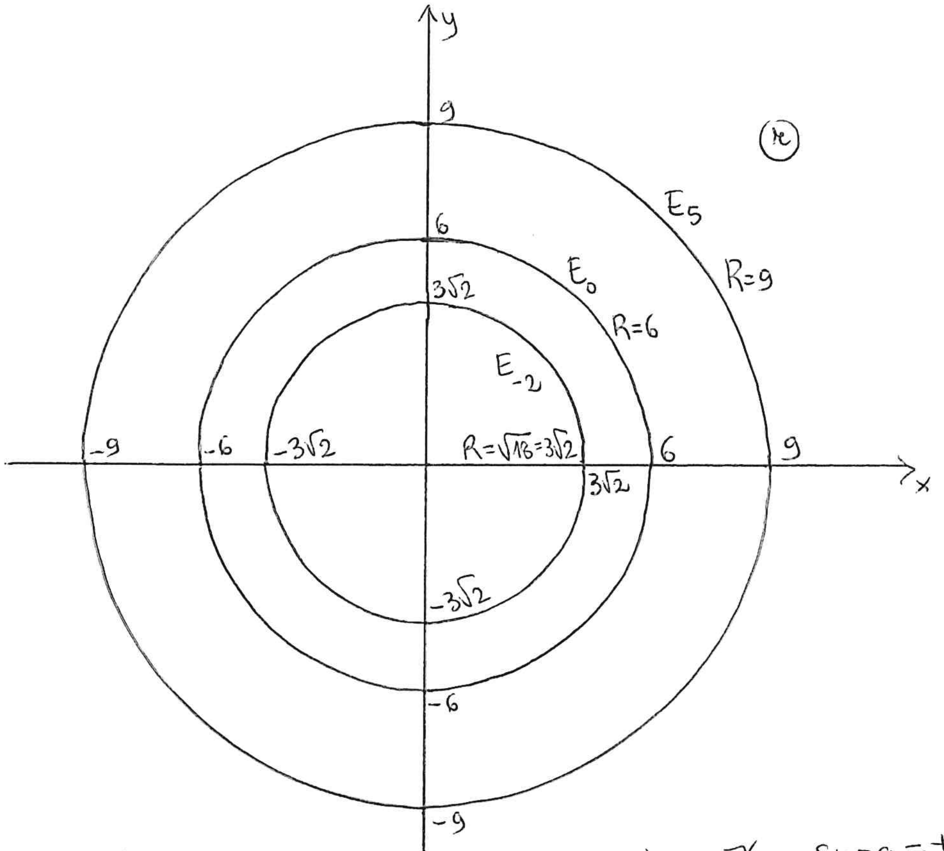
d) E_K : $K = -4 + \frac{1}{9}(x^2+y^2) \to x^2+y^2 = 9\cdot(4+K)$ affinché rappresenti una crf (e non sia l'insieme ϕ) è necessario che 2° m ≥ 0

CONDIZIONE $9(4+K) \geq 0 \to 4+K \geq 0$ $K \geq -4$ (OK con c))

Quindi se $K \geq -4 \to E_K$ è una circonferenza di $C(0,0)$ e

$R = \sqrt{9(K+4)} = 3\sqrt{K+4}$

e) $E_{-6} = \phi$ E_0 : $x^2+y^2 = 36$ $R=6$ E_5 : $x^2+y^2 = 81$ $R=9$



iii) funzione (g) a) $\inf g = -\infty$ $\min g \nexists$ $\sup g = +\infty$ $\max g \nexists$

b) $(-5,1) \in E_K$ per $K = f(-5,1) = 6-2 = 4 \rightarrow (-5,1) \in E_4$

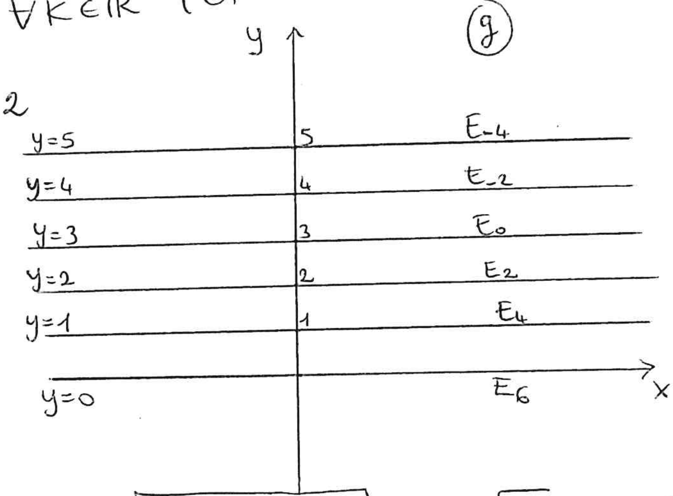
E_4 : $4 = 6-2y$ $y=1$ retta orizzontale

c) $E_K \neq \emptyset$ $\forall K \in \mathbb{R}$

d) E_K : $K = 6-2y \rightarrow 2y = 6-K$ $\underline{y = 3-\frac{1}{2}K}$ retta orizzontale (// asse x)

passante per $(0, 3-\frac{1}{2}K)$. Ha senso $\forall K \in \mathbb{R}$ (OK con c))

e) E_{-4} : $y=5$ E_0 : $y=3$ E_2: $y=2$



iv) funzione (n)

a) $\inf n = -12 = \min n = n(x,y)$
$\forall (x,y)$: $x^2+y^2 = 225$ $(R=15)$

$\sup n = 3 = \max n = f(0,0)$

b) $(6\sqrt{2}, 6\sqrt{2}) \in E_K$ per $K = f(6\sqrt{2}, 6\sqrt{2}) = -12 + \sqrt{225-72-72} = -12 + \sqrt{81} = -12+9$
$= -3$

$(6\sqrt{2}, 6\sqrt{2}) \in E_{-3}$

E_{-3} : $-3 = -12 + \sqrt{225-x^2-y^2} \rightarrow \sqrt{225-x^2-y^2} = 9 > 0$ $225-x^2-y^2 = 81$

$x^2+y^2 = 144$ circ $C(0,0)$ $R=12$

c) $E_K \neq \emptyset$ se $K \in [-12, 3]$.

d) E_K : $K = -12 + \sqrt{225 - x^2 - y^2}$ $\quad \sqrt{225 - x^2 - y^2} = K + 12$ $\quad$ $\underline{1^a \text{ COND.}}$ $K + 12 \geq 0$

se $K \geq -12$ posso elevare $(\cdot)^2$ $\quad 225 - x^2 - y^2 = (K+12)^2$

$x^2 + y^2 = 225 - (K+12)^2 = 81 - K^2 - 24K$ che rappresenta una circonf a condizione che $\underline{2^a \text{ COND}}$ $81 - K^2 - 24K \geq 0$

$K^2 + 24K - 81 \leq 0 \quad K_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144+81}}{1} = -12 \pm 15 \; \begin{smallmatrix} \nearrow -27 \\ \searrow 3 \end{smallmatrix}$

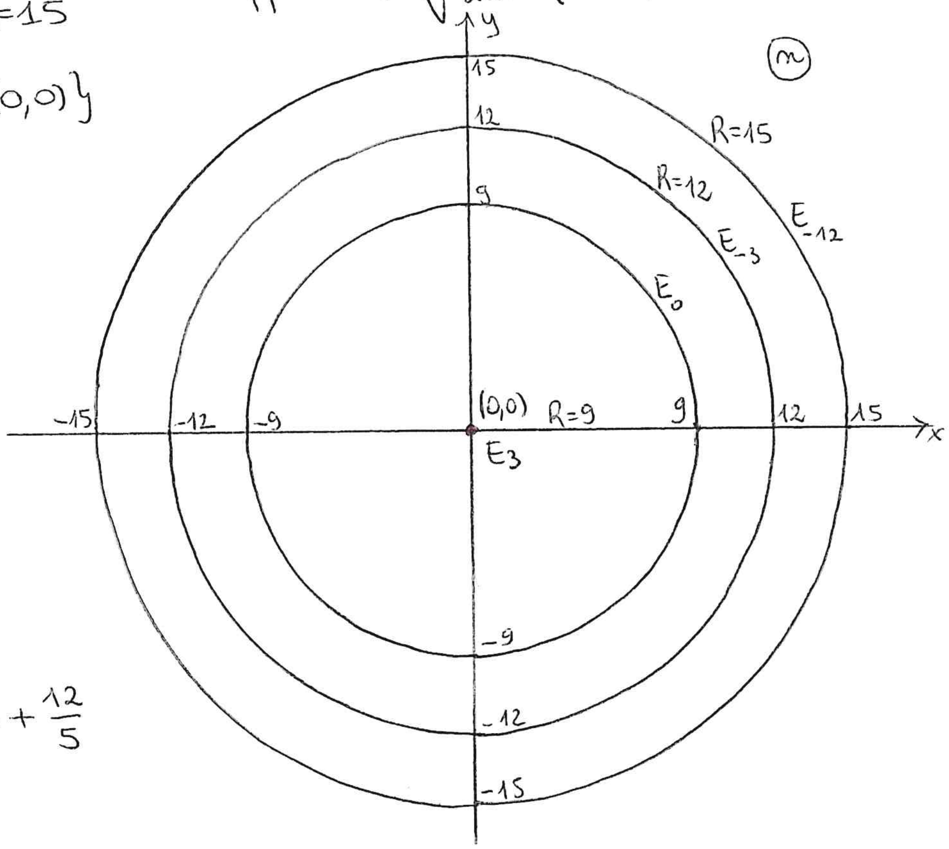
$-27 \leq K \leq 3 \qquad \underline{1^a \text{ COND}} \cap \underline{2^a \text{ COND}} \to -12 \leq K \leq 3$ (OK con c))

Se $-12 \leq K \leq 3$ allora E_K è $x^2 + y^2 = 81 - K^2 - 24K$ che rappresenta la crf di $C(0,0)$ e $R = \sqrt{81 - K^2 - 24K}$

oppure $R = \sqrt{225 - (K+12)^2}$.

e) E_{-12} : $x^2 + y^2 = 225 \quad R = 15$

E_0 : $R = 9 \qquad E_3 = \{(0,0)\}$



v) funzione (v)

a) $\inf v = -\infty \quad \min v \nexists$

$\sup v = +\infty \quad \max v \nexists$

b) $(4,-4) \in E_K$ per

$K = f(4,-4) = -8 + 5 + 12 = 9$

$(4,-4) \in E_9$

E_9 : $9 = -2x - \frac{5}{4}y + 12$

$\frac{5}{4}y = -2x + 3 \qquad y = -\frac{8}{5}x + \frac{12}{5}$

c) $E_K \neq \emptyset \;\; \forall K \in \mathbb{R}$

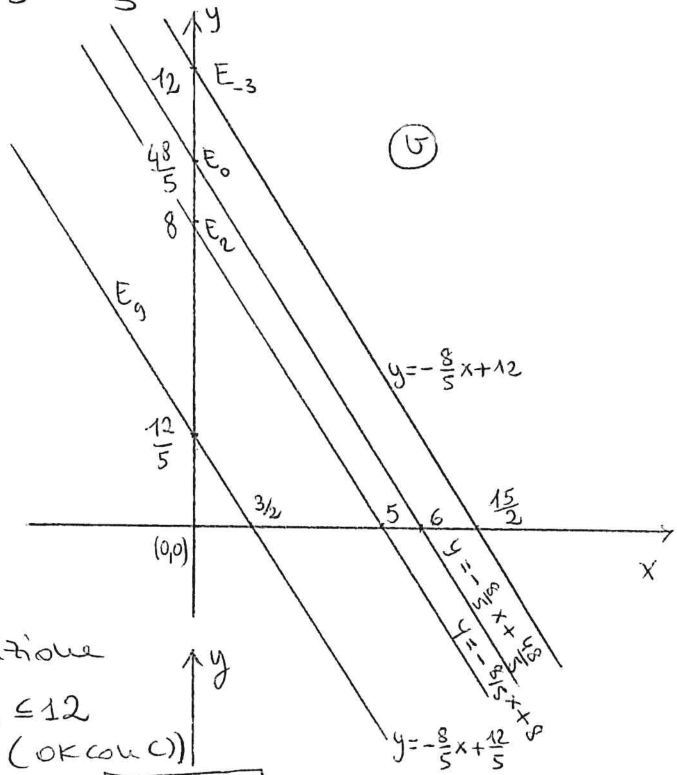
d) E_K : $K = -2x - \frac{5}{4}y + 12 \qquad \frac{5}{4}y = -2x + (12 - K)$

$y = -\frac{8}{5}x + \frac{4}{5}(12-K)$ retta di coeff. ang $m = -\frac{8}{5}$ passante per $(0, \frac{4}{5}(12-K))$ e $(6 - \frac{1}{2}K, 0)$. Le rette sono tutte // tra loro.

Ha senso $\forall K \in \mathbb{R}$ (OK con c))

e) $E_{-3}: \; y=-\frac{8}{5}x+12$ $\quad E_0: \; y=-\frac{8}{5}x+\frac{48}{5}$

$E_2: \; y=-\frac{8}{5}x+8$



vi) funzione (w)

a) $\inf w=-\infty \quad \min w \not\exists$

$\sup w = 12 = \max f = f(6,-6)$

c) $E_K \neq \emptyset$ se $K \leq 12$

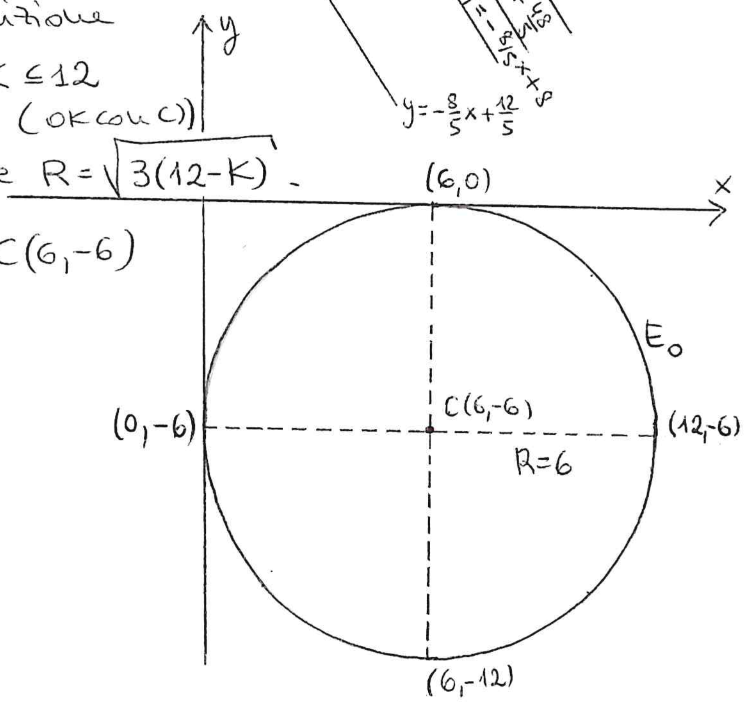
d) $E_K: \; K = 12-\frac{1}{3}\left((x-6)^2+(y+6)^2\right)$

$(x-6)^2+(y+6)^2 = 3(12-K)$

che rappresenta una crf a condizione che $3(12-K)\geq 0$ COND cioè $K\leq 12$ (OK con c))

Precisamente è la crf di $C(6,-6)$ e $R=\sqrt{3(12-K)}$.

e) $E_0: \; (x-6)^2+(y-6)^2=36 \quad R=6 \quad C(6,-6)$



vii) funzione (u)

a) $\inf u = -3 = \min u = f(0,5)$

$\sup u = +\infty \quad \max u \not\exists$

c) $E_K \neq \emptyset$ se $K \geq -3$

d) $E_K \quad K=-3+\frac{4}{5}\sqrt{x^2+(y-5)^2}$

$\sqrt{x^2+(y-5)^2} = \frac{5}{4}(K+3)$ COND $\frac{5}{4}(K+3)\geq 0 \quad K\geq -3$ (OK con c))

se $K\geq -3$ posso $(\cdot)^2$ $\quad x^2+(y-5)^2 = \left(\frac{5}{4}(K+3)\right)^2$ che rappresenta una crf di $C(0,5)$ e $R=\frac{5}{4}(K+3)$.

e) $E_1: \; x^2+(y-5)^2=25 \quad R=5$