

## ESERCIZI

## DOMINIO

1) Determinate il dominio delle seguenti funzioni e disegnatele nel piano.

a)  $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$     b)  $f(x,y) = \frac{4}{x^2 + 1}$     c)  $f(x,y) = \frac{2}{x^2 - 4}$

d)  $f(x,y) = \frac{y \cdot \cos x}{3x}$     e)  $f(x,y) = \log(1 - y^2)$

f)  $f(x,y) = \frac{1}{4 - x^2 - y^2}$     g)  $f(x,y) = \log y + \sqrt{2x^2 - y}$

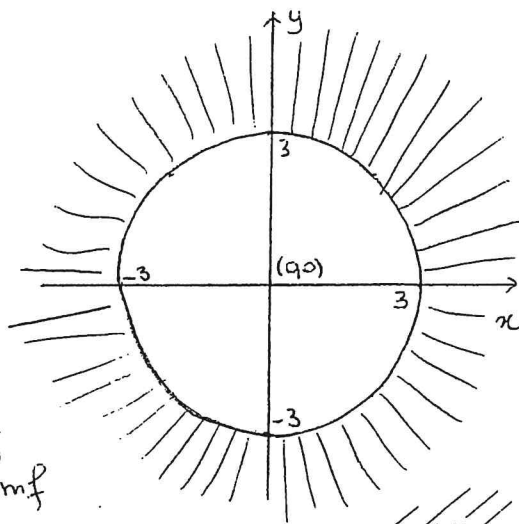
h)  $f(x,y) = \sqrt{4x^2 + 9y^2 - 36} - \frac{1}{y}$     i)  $f(x,y) = \sqrt{y + 2x + 1} + \log(16 - x^2 - (y+1)^2)$

j)  $f(x,y) = \sqrt{(x+2)^2 + (y-4)^2 - 9} + \log(-x^2 - 7x - 10)$

k)  $f(x,y) = \log(x - y + 1) + \sqrt{y - x^2 + 1}$

## SOLUZIONI

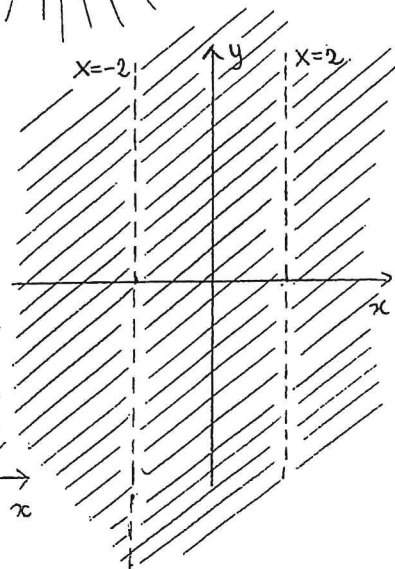
1) a)  $\text{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 9\}$   
fuori dal cerchio di  $C(0,0)$   $R=3$   
circonferenza compresa nel dom  $f$



b)  $\text{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 1 \neq 0\} = \mathbb{R}^2$   
è tutto il piano cartesiano  
Somma di un quadrato e un  $n^2 > 0$  sempre  $\neq 0$

$\square$  dom  $f$

c)  $\text{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4 \neq 0\} = \mathbb{R}^2 \setminus \{ \text{due rette verticali } x=2, x=-2 \}$   
 $x^2 \neq 4$   
 $x \neq \pm 2$



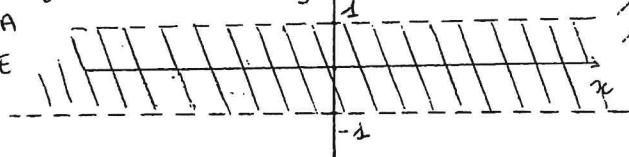
d)  $\text{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 3x \neq 0\} = \mathbb{R}^2 \setminus \text{asse } y$   
 $x \neq 0$

e)  $\text{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - y^2 > 0\} = \{ \dots -1 < y < 1 \}$   
 $y \neq \pm 1$

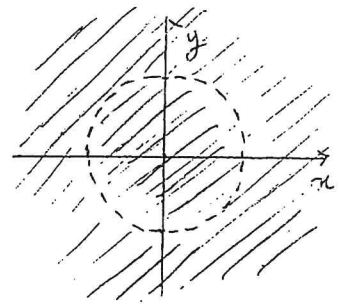
STRISCIA

$y=1$  ESCLUSE

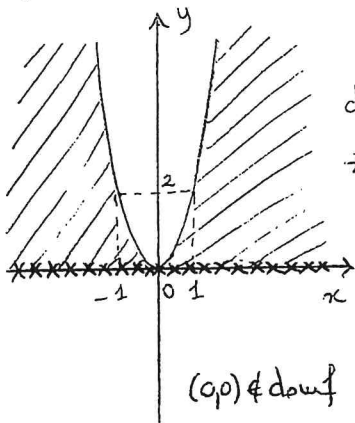
$y=-1$



f)  $\text{dom}f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4 - x^2 - y^2 \neq 0\} = \mathbb{R}^2 \setminus \text{la circonferenza di } C(0,0) \text{ } R=2$   
 $x^2 + y^2 \neq 4$

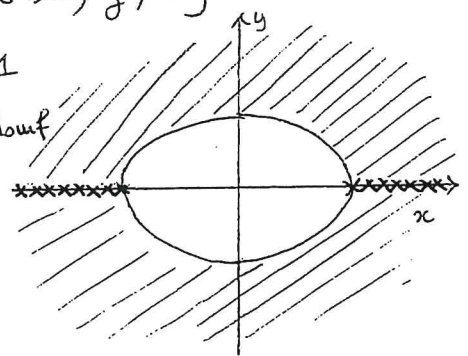


g)  $\text{dom}f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0, 2x^2 - y \geq 0\}$



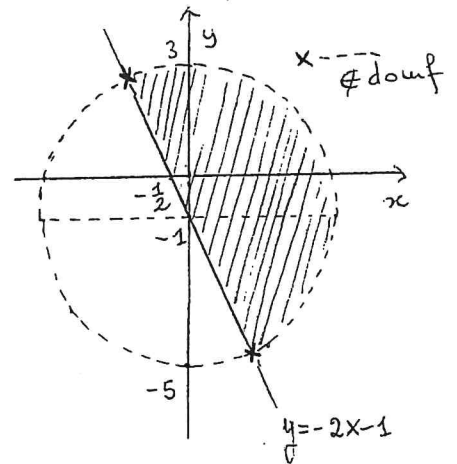
Semipiano delle  $y > 0$   
 sotto la parabola  $y = 2x^2$   
 $\sqrt{(0,0)}$  verso l'alto  
 $\text{la parabola è compresa escluso il vertice}$   
 $\text{l'asse } x \text{ è escluso}$

h)  $\text{dom}f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 - 36 \geq 0, y \neq 0\}$   
 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \geq 1$



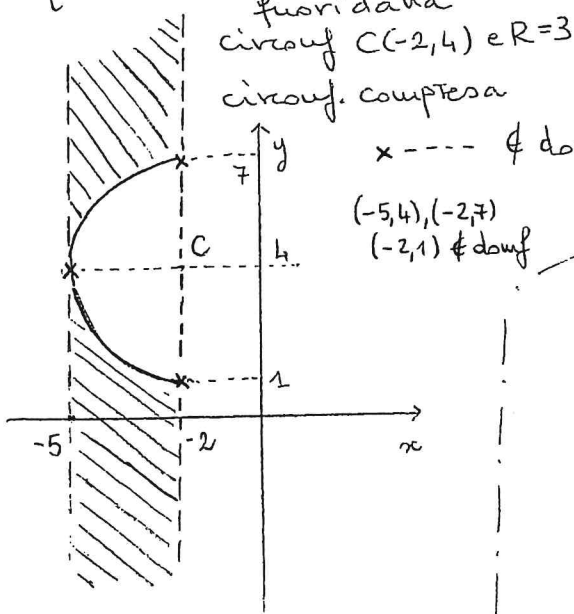
il dominio è l'esterno dell'ellisse di  $C(0,0)$  e semiasse  $a=3, b=2$ , ellisse compresa e escluso l'asse  $x$  ( $y=0$ ) ( $(3,0), (-3,0) \notin \text{dom}f$ )

i)  $\text{dom}f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y + 2x + 1 \geq 0, 16 - x^2 - (y+1)^2 > 0\}$   
 $= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq -2x - 1, x^2 + (y+1)^2 < 16\}$   
 sopra la retta  $y = -2x - 1$   
 dentro la circonf.  $C(0,-1) R=4$   
 retta compresa



j)  $\text{dom}f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x+2)^2 + (y-4)^2 - 9 \geq 0, -x^2 - 7x - 10 > 0\}$   
 $-x^2 - 7x - 10 > 0$

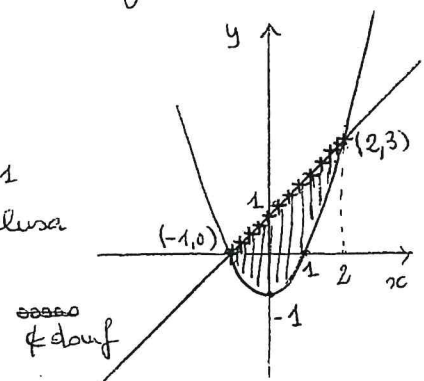
$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x+2)^2 + (y-4)^2 \geq 9, x^2 + 7x + 10 < 0\}$



$-5 < x < -2$   
 striscia

k)  $\text{dom}f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x - y + 1 > 0, y - x^2 + 1 \geq 0\}$

$y < x + 1$   
 sotto la retta  $y = x + 1$   
 retta esclusa  
 $y \geq x^2 - 1$   
 sopra la parabola  $y = x^2 - 1$   
 $\sqrt{(0,-1)}$  verso l'alto  
 parabola compresa



## ESERCIZIO

1) Considerate tutti i domini delle funzioni dell'esercizio 1) a pag. 154 del libro (soluzioni p. 154-155) e per ciascun dominio dite se è

- aperto
- chiuso
- limitato
- compatto
- quali punti costituiscono il BORDO (o FRONTIERA) del dominio

Poi per ciascuno dei seguenti punti dite se è INTERNO, ESTERNO, di BORDO dimostrando quanto detto:

a)  $(3,0)$   $(3,3)$

c)  $(-2,-2)$   $(\frac{9}{4}, -1)$

e)  $(-1,1)$

f)  $(0,-2)$

g)  $(1,1)$

h)  $(4,0)$   $(1,1)$

j)  $(-5,4)$