COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4
MATRICOLA	
CORSO AMB CIV GEST MEC ELN INF TEL	

UNIVERSITÀ DI PARMA— FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2018-2019 — PARMA, 1 LUGLIO 2019

AN2 - 1/7/19 _ 1 - intero

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo IN STAMPATELLO cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, ~~dovete~~ **riportare sia la risposta che lo svolgimento** (SOLO SE RICHIESTO).

$\sqrt{3} \simeq 1,7 \quad \sqrt{5} \simeq 2,24 \quad \sqrt{17} \simeq 4,1 \quad 5^3 = 125$

0) **(30 PUNTI) PARTE PRELIMINARE**

Completate (dove richiesto):

a) (Sul foglio a quadretti) Sia $\gamma : [-\frac{1}{2}, 2] \to \mathbb{R}^2$ la curva $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ definita da

Svolgim. a pag. 4

$$\begin{cases} x(t) = -2t \\ y(t) = -4t^2 + 8t \end{cases} \quad t \in [-\frac{1}{2}, 2].$$

La curva percorre ...la PARABOLA... di equazione ...$y = -x^2 - 4x$

dal punto iniziale ...$(1, -5)$... al punto finale ...$(-4, 0)$.

in verso ...delle x decrescenti

Disegnate con cura sul foglio a quadretti il sostegno di γ.

Il vettore tangente nel punto $P_0 = (-1, 3)$ è ...$\vec{v}_{P_0} = -2\vec{i} + 4\vec{j}$

le equazioni parametriche della retta tangente nel punto P_0 sono ... $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases} \; t \in \mathbb{R}$

l'equazione cartesiana della retta tangente nel punto P_0 è ...$y = -2x + 1$

l'equazione cartesiana della retta normale in $P_1 = (-2, 4)$ è ...$x = -2$

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_0 e il vettore tangente in P_0.

AN2 - 1/7/19 - 2-intero

b) (Sul foglio a quadretti) Considerate la funzione $f(x,y) = \dfrac{18\,y}{x^2+y^2+4} - 4$.

A pag. 4-5

i) Determinate il dominio di f, spiegate di che insieme si tratta e disegnatelo se non è tutto il piano in modo che risulti perfettamente chiaro quali punti vi appartengono.

ii) Determinate l'insieme di livello E_k cui appartiene il punto $P_0 = (1\,,\,-2)$; disegnate il punto P_0 e l'insieme di livello trovato.

iii) La derivata direzionale della funzione f nel punto P_0 nella direzione del vettore $-2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ vale ... $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(1,-2) = -\frac{14}{45}\sqrt{5}$ $\quad \vec{v} = -\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{j}$

c) (Sul foglio a quadretti) Considerate la funzione $f(x,y) = -4 + \sqrt{36 - x^2 - y^2}$.

A pag. 5-6

i) Determinate il dominio di f, spiegate di che insieme si tratta e disegnatelo se non è tutto il piano.

ii) Scrivete l'equazione del grafico di f, poi spiegate di quale tipo di superficie si tratta (senza dimenticare l'intersezione con il piano (x,y) e per gli eventuali coni circolari precisate se l'angolo di apertura risulta minore o maggiore di 45 gradi e come si calcola); infine disegnate con cura il grafico di f.

iii) L'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto P_0 corrrispondente a $(x_0 = -4\,,\, y_0 = -4)$ è ... $z = 2x+2y+14$.

iv) La retta per P_0 perpendicolare al grafico di f ha equazione ... $\begin{cases} x = -4+2t \\ y = -4+2t \\ z = -2-t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

d) (Sul foglio a quadretti) Sia E l'insieme definito da

A pag. 6

$$E = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; y \le |x|\,,\, y \ge -\frac{1}{2}x\,,\, -4 \le X \le 0 \right\}.$$

i) Disegnate E.

ii) Eventualmente suddividendolo, scrivete l'insieme E come normale rispetto a x; ripetete come normale rispetto a y.

e) Si consideri l'equazione differenziale $\dfrac{9}{16}\,y''(x) + 9\,y(x) = \dfrac{27}{2}\,\mathrm{sen}(4x)$. $\quad (c_1, c_2 \in \mathbb{R})$

Tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata sono ... $y(x) = C_1 \,\mathrm{sen}(4x) + C_2 \cos(4x)$

Calcoli: eq.ne omog. associata $\frac{9}{16}y''(x) + 9y(x) = 0$ $\quad y''(x) + 16y(x) = 0$

eq.ne caratt. $t^2 + 16 = 0$ $\quad t^2 = -16 < 0$ $\quad t = \pm 4i$

SOL.ni FONDAM. $y_1(x) = \mathrm{sen}(4x)$ $\quad y_2(x) = \cos(4x)$

La soluzione particolare va cercata nella forma ... $\bar{y}(x) = x \cdot (A\,\mathrm{sen}(4x) + B\cos(4x))$

perchè ... il 2° m. dell'equazione è una COMBINAZIONE LINEARE di SEN(4x) e cos(4x) e si deve moltiplicare per x perchè le soluzioni FONDAMENTALI dell'eq.ne OMOGENEA coincidono con il seno e coseno del 2° m.

(Non è richiesto di determinare la soluzione particolare).

f) (Sul foglio a quadretti) Sia f la funzione definita da $f(x,y) = (y - x^2 + 1)\,(y - 3)$ (è la stessa funzione considerata nell'esercizio n.1).

A pag. 6-7

i) Determinate il dominio di f.

ii) Determinate gli eventuali punti stazionari di f nel suo dominio e studiatene la natura.

1) (Sul foglio a quadretti, 6 PUNTI) Considerate la funzione dell'esercizio 0e):

A pag. 8-9

$$f(x,y) = (y - x^2 + 1)\,(y - 3)\,.$$

Dopo averne giustificato l'esistenza, (utilizzando anche quanto ottenuto nell'esercizio n.0e) determinate il massimo e il minimo assoluti di f nell'insieme

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \le y \le 3 - x^2\}\,.$$

---

2) (Sul foglio a quadretti, 10 PUNTI) Considerate la funzione $g(x,y) = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2}$.

A pag. 10-11

a) Determinate il dominio di g, spiegate di che insieme si tratta e disegnatelo se non è tutto il piano.

b) Scrivete l'equazione del grafico di g, poi spiegate di quale tipo di superficie si tratta (senza dimenticare l'intersezione con il piano (x,y) e per gli eventuali coni circolari precisate se l'angolo di apertura risulta minore o maggiore di 45 gradi e come si calcola); infine disegnate con cura il grafico di g.

c) Considerate l'insieme

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ 1 + \frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2} \le z \le 7\,,\ z \ge 4\,,\ y \le 0\,,\ x \le 0\}\,.$$

Disegnate V e le sue proiezioni sui piani coordinati (denotate con Π_{xy}, Π_{xz} e Π_{yz}).

d) Calcolate il volume di V utilizzando gli integrali doppi.

---

3) (Sul foglio a quadretti, 4 PUNTI) Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy:

A pag. 12

$$\begin{cases} \frac{1}{2}y'(x) = y(x) + (x-2)\,e^{2x} \\ y(0) = -1\,. \end{cases}$$

Risposta: ... $y(x) = (x^2 - 4x - 1)\,e^{2x}$

AN2 - 1/7/19 - 4 - intero

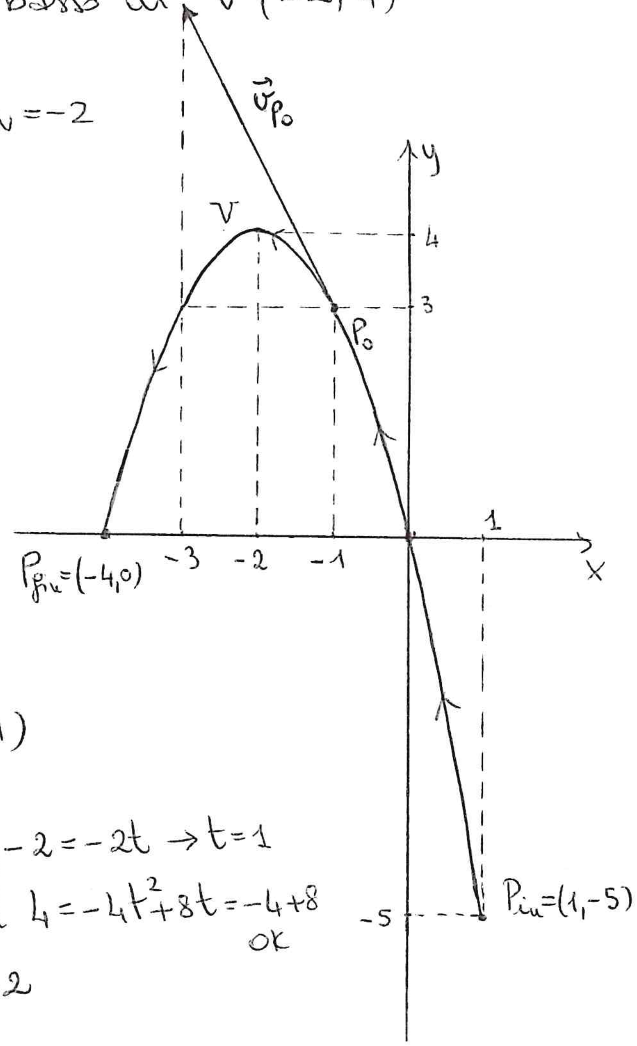
ESO) a) $P_{in} \underset{t=\frac{1}{2}}{=} (1,-5)$ $\quad P_{fin} \underset{t=2}{=} (-4,0)$

eq.^{ne} $2t=-x$ nella 2^a eq.^{ne} $y=-(2t)^2+4\cdot 2t=-(-x)^2+4(-x)$

$\boxed{y=-x^2-4x}$ parabola verso il basso di $V(-2,4)$

$(x_V: \; y'=0 \quad -2x-4=0 \quad 2x=-4 \quad x_V=-2$
$y_V: \quad y_V=-(-2)^2-4(-2)=-4+8=4\;)$

$\cap$ asse x in $(-4,0)$ e $(0,0)$.



$P_0=(-1,3)$ corrisponde a $t_0=\frac{1}{2}$

$\begin{cases} -1=-2t \\ 3=-4t^2+8t \end{cases} \quad \begin{cases} t=\frac{1}{2} \\ 3=-4\cdot\frac{1}{4}+8\cdot\frac{1}{2}= \end{cases}$
$=-1+4=3$ ok

$\gamma'(t)=(-2,-8t+8)$

$\vec{v}_{P_0}=-2\vec{i}+4\vec{j}$

$m_{tan}=\frac{4}{-2}=-2 \quad r_{tan}: \; y=3-2(x+1)$
$y=-2x+1$

$P_1=(-2,4)$ corrisponde a $t_1=1$ $\quad \begin{cases} -2=-2t \to t=1 \\ 4=-4t^2+8t=-4+8 \end{cases}$ ok

$\vec{v}_{P_1}=-2\vec{i} \quad m_{tan}=0 \quad m_{norm}=-\frac{1}{0}\;\not\exists$

la retta NORMALE è VERTICALE : $x=-2$

b) i) $\text{dom} f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: \; x^2+y^2+4\neq 0\}=\mathbb{R}^2$ perchè $x^2+y^2\neq -4<0$ è vera sempre.

ii) $P_0=(1,-2)\in E_K$ per $K=f(1,-2)=\frac{-36}{1+4+4}-4=-\frac{36}{9}-4=-4-4=-8$

$P_0\in E_{-8} \quad K=-8$.

$E_{-8}: \quad -8=-4+\frac{18y}{x^2+y^2+4} \qquad \frac{18y}{x^2+y^2+4}=-4$ moltiplico per $x^2+y^2+4\neq 0$

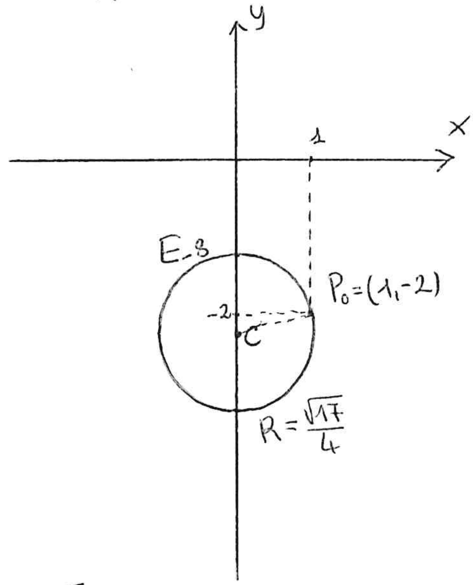
$18y=-4x^2-4y^2-16 \qquad 4x^2+4y^2+18y+16=0 \qquad x^2+y^2+\frac{9}{2}y+4=0$

è una CIRCONFERENZA $\quad x^2+\left(y+\frac{9}{4}\right)^2-\frac{81}{16}+4=0$

AN2- 11/7/19 - 5 - intero

E_{-8} è $\quad x^2 + \left(y+\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}$ $\quad$ CIRCONF. di $C\left(0,-\frac{9}{4}\right)$ e

$R = \frac{\sqrt{17}}{4} \approx 1{,}03$



iii) $$\nabla f(x,y) = \left(\frac{-36xy}{(x^2+y^2+4)^2}, \frac{18(x^2+y^2+4)-36y^2}{(x^2+y^2+4)^2} \right) =$$

$$= \left(-\frac{36xy}{(x^2+y^2+4)^2}, \frac{18x^2-18y^2+72}{(x^2+y^2+4)^2} \right)$$

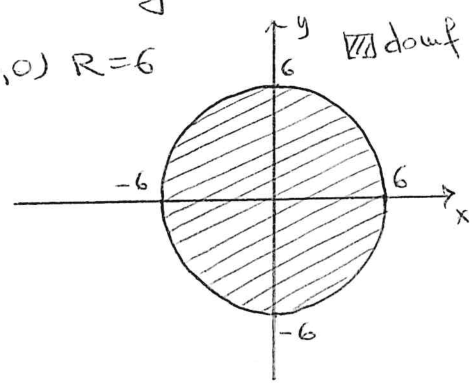
$$\nabla f(1,-2) = \left(\frac{72}{81}, \frac{18}{81} \right) = \left(\frac{8}{9}, \frac{2}{9} \right) = \frac{8}{9}\vec{\imath} + \frac{2}{9}\vec{\jmath}$$

$$\vec{v} = \frac{-2\vec{\imath}+\vec{\jmath}}{\|-2\vec{\imath}+\vec{\jmath}\|} = \frac{-2\vec{\imath}+\vec{\jmath}}{\sqrt{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{\imath} + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{\jmath}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(1,-2) = \left(\frac{8}{9}, \frac{2}{9} \right)\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = -\frac{16}{9\sqrt{5}} + \frac{2}{9\sqrt{5}} = -\frac{14}{9\sqrt{5}} = -\frac{14}{45}\sqrt{5}.$$

c) i) $\mathrm{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 36-x^2-y^2 \geq 0\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 36\}$

= CERCHIO CHIUSO (interno + bordo) $C(0,0)$ $R=6$



ii) eq.^{ne} del grafico: $z = -4 + \sqrt{36-x^2-y^2}$

Si tratta della metà superiore della superficie sferica di $C(0,0,-4)$ e $R=6$

$z_{max} = -4+6 = 2$, $\cap\, z=0$ se $\sqrt{36-x^2-y^2} = 4 > 0$ elevo $(\cdot)^2$

$36-x^2-y^2 = 16$ $\quad x^2+y^2 = 20$ circonf di $R = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4{,}47$ Disegno a pag. 6

iii) $$\nabla f(x,y) = \left(-\frac{x}{\sqrt{36-x^2-y^2}}, -\frac{y}{\sqrt{36-x^2-y^2}} \right) \qquad \nabla f(-4,-4) = \left(\frac{4}{\sqrt{36-32}}, \frac{4}{\sqrt{36-32}} \right) =$$

$$\nabla f(-4,-4) = \left(\frac{4}{2}, \frac{4}{2} \right) = (2,2) = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$$

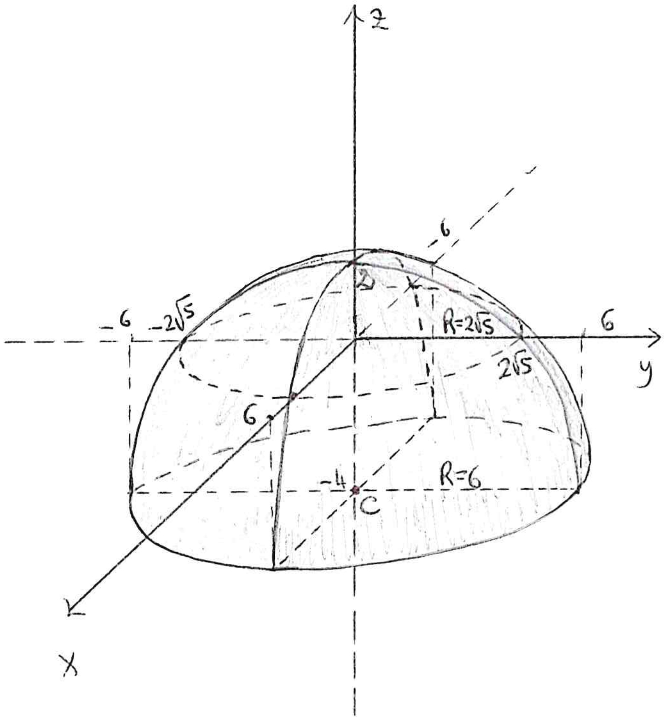
$$z_0 = f(-4,-4) = -4 + \sqrt{4} = -4+2 = -2$$

Eq.^{ne} del P.T. $\quad z = -2 + 2(x+4) + 2(y+4)$ $\quad \boxed{z = 2x+2y+14}$

AN2-11719-6-intero

iv) la retta per $P_0=(-4,-4,-2)$ perpendicolare al grafico di f è $\perp$ al piano tangente e quindi ha come vettore direttore il vettore NORMALE al piano tangente, cioè $\vec{N}=(2,2,-1)$

L'eq.ne è $r_\perp$ $\begin{cases} x=-4+2t \\ y=-4+2t \\ z=-2-t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$.



d) i) $y=|x|$ è il grafico della funzione valore assoluto → dobbiamo stare SOTTO

$y=-\frac{1}{2}x$ è la retta per l'origine di coeff. ang. $m=-\frac{1}{2}$

passante per $(-2,1)$, $(2,-1)$
$(-4,2)$

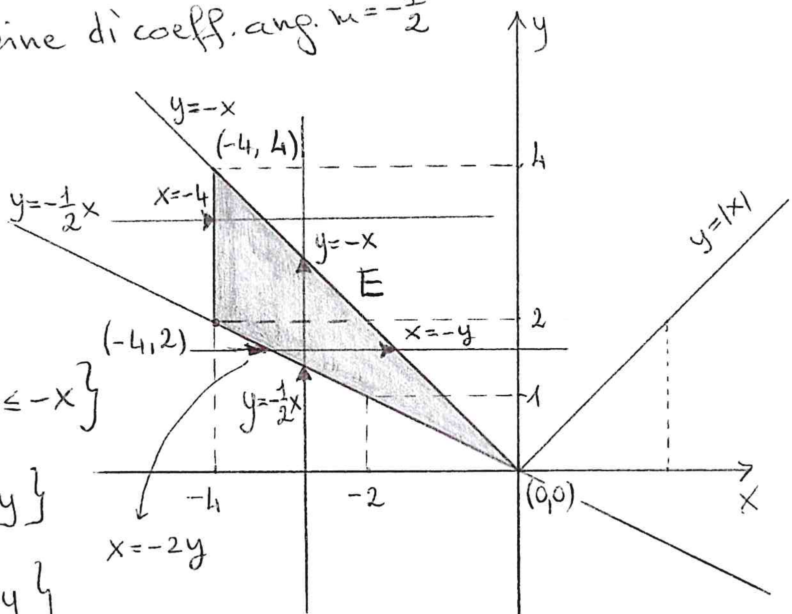
E è il TRIANGOLO di VERTICI

$(-4,4)$, $(-4,2)$, $(0,0)$

$E_x=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: -4\le x\le 0,\ -\frac{1}{2}x\le y\le -x\}$

$E_{1,y}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: 0\le y\le 2,\ -2y\le x\le -y\}$

$E_{2,y}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: 2\le y\le 4,\ -4\le x\le -y\}$



f) i) $\mathrm{dom} f=\mathbb{R}^2$ (non ci sono condizioni)

NON RICHIESTO: $\overbrace{f(x,y)=0}^{\text{ZERI}} \iff (y-x^2+1)=0$ o $y=3$

$\iff y=x^2-1$ o $y=3$

parabola verso l'alto di $V(0,-1)$ $\cap$ asse x $(\pm1,0)$

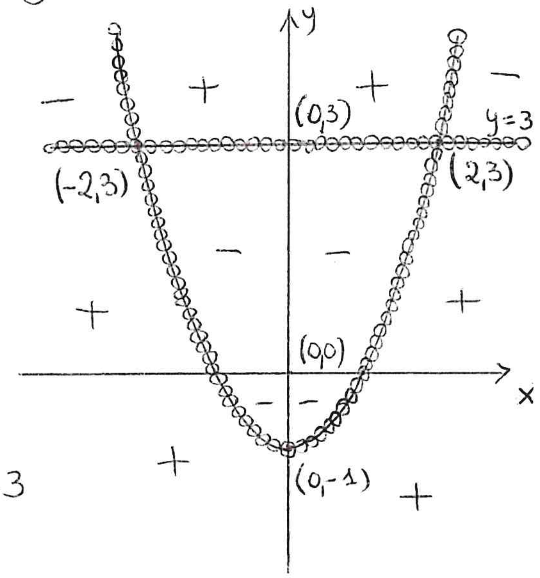
retta orizzontale

AN2-1/7/19-7-intero

SEGNO $f(x,y)>0 \iff \begin{cases} y>x^2-1 \\ y>3 \end{cases}$ o $\begin{cases} y<x^2-1 \\ y<3 \end{cases}$

SOPRA LA PARABOLA e SOPRA $y=3$ — SOTTO LA PARABOLA e SOTTO $y=3$

$\begin{cases} y=3 \\ y=x^2-1 \end{cases}$ $x^2-1=3$ $x^2=4$ $x=\pm 2$ $(\pm 2,3)$



ii) $\nabla f(x,y)=\left(-2x(y-3),\ y-3+y-x^2+1\right)$

$=\left(-2x(y-3),\ 2y-3-x^2+1\right)$

P.TI STAZIONARI $\begin{cases} -2x(y-3)=0 \\ 2y-3-x^2+1=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=0 \text{ o } y=3 \\ \dots \end{cases}$

Se $x=0 \rightarrow 2^a$ eq.ne $2y=2$ $y=1$ $\boxed{P_0=(0,1)}$

se $y=3 \rightarrow 2^a$ eq.ne $x^2=4$ $x=\pm 2$ $\boxed{P_1=(2,3)\ \ P_2=(-2,3)}$

3 PUNTI STAZIONARI

$Hf(x,y)=\begin{pmatrix} -2(y-3) & -2x \\ -2x & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2y+6 & -2x \\ -2x & 2 \end{pmatrix}$

$Hf(0,1)=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\det Hf(0,1)=8>0$ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,1)<0$ $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,1)<0$ $\Rightarrow$ <u>$(0,1)$ è P.TO di MINIMO LOCALE</u>

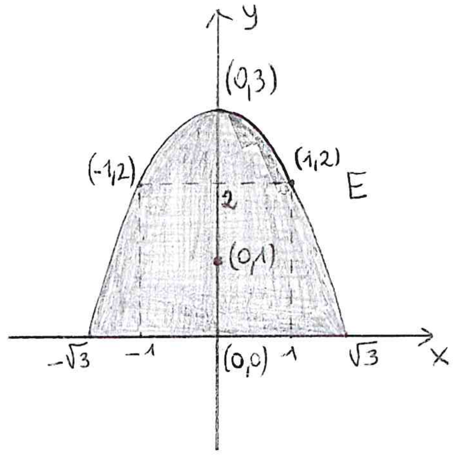
$Hf(2,3)=\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ $\det Hf(2,3)=-16<0$

<u>$(2,3)$ è P.TO di SELLA</u>

$Hf(-2,3)=\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ $\det Hf(-2,3)=-16<0$ <u>$(-2,3)$ è P.TO di SELLA</u>.

AN2-1/7/19 - 8 - intero

ES. 1) <u>1° passo</u> E è l'insieme dei punti compresi tra l'asse x e la parabola $y=3-x^2$ ($V(0,3)$, verso il basso, ∩ asse x $(\pm\sqrt{3},0)$)



E è CHIUSO perchè contiene tutti i punti del suo bordo (costituito dall'asse x e dalla parabola entrambi per $x\in[-\sqrt{3},-\sqrt{3}]$)

E è LIMITATO perchè $E\subset B_4(0,0)$

(il punto di E più lontano da $(0,0)$ è $(0,3)=V$ che dista 3 dall'origine).

f è continua su $\mathbb{R}^2$ perchè prodotto di 2 POLINOMI (uno di 2° grado in x,y e l'altro di 1° grado in y) $\Rightarrow$ f è CONTINUA su E e possiamo applicare il Teorema di Weierstrass concludendo che f AMMETTE MASSIMO e MINIMO ASSOLUTI su E.

<u>2° passo</u> Il punto $(0,1)$ è di MINIMO LOCALE per f ed è INTERNO ad E con $f(0,1)=(1-0+1)(1-3)=2(-2)=-4$.

<u>3° passo</u> Studio del BORDO di E: ∂E

$\gamma_1 \begin{cases} x=t \\ y=0 \end{cases}$ $t\in[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$ $g_1(t)=f(t,0)=(-t^2+1)(-3)=3t^2-3$

$g_1'(t)=6t$ $g_1'(t)=0 \Leftrightarrow t=0$

TEMPI $t=-\sqrt{3}$ $t=0$ $t=\sqrt{3}$

PUNTI $(-\sqrt{3},0)$ $(0,0)$ $(\sqrt{3},0)$

VALORI $f(\pm\sqrt{3},0)=6$ $f(0,0)=-3$

AN2 - 1/7/19 - 9 - intero

$$\gamma_2 \begin{cases} x = t \\ y = 3 - t^2 \end{cases} \quad t \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}] \qquad g_2(t) = (3 - t^2 - t^2 + 1)(\cancel{3} - t^2 - \cancel{3}) =$$

$$= (4 - 2t^2)(-t^2) = 2t^4 - 4t^2$$

$$g_2'(t) = 8t^3 - 8t \qquad g_2'(t) = 0 \iff 8t^3 - 8t = 0 \quad 8t(t^2 - 1) = 0$$

$$\iff t = 0 \ \underline{o} \ t = \pm 1$$

TEMPI	$t = -\sqrt{3}$	$t = -1$	$t = 0$	$t = 1$	$t = \sqrt{3}$
PUNTI	$(-\sqrt{3}, 0)$	$(-1, 2)$	$(0, 3)$	$(1, 2)$	$(\sqrt{3}, 0)$

VALORI $f(\pm\sqrt{3}, 0) = 6$ $\quad f(\pm 1, 2) = -2$ $\quad f(0, 3) = 0$

<u>4° passo</u>: <u>conclusione</u> sul ∂E f è compresa tra -3 e 6, $f(0,1) = -4$, allora $\min_E f = -4 = f(0,1)$ $\quad \max_E f = 6 = f(\pm\sqrt{3}, 0)$.

<u>3° passo</u> con i MOLTIPLICATORI di LAGRANGE

① $g(x,y) = y \qquad \nabla g(x,y) = (0,1)$

SISTEMA $\begin{cases} -2x(y-3) = 0 \\ 2y - 3 - x^2 + 1 = \lambda \\ y = 0 \quad x \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}] \end{cases} \quad \begin{cases} 6x = 0 \\ \dots \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ \lambda = -2 \\ y = 0 \end{cases}$ $\quad (0,0)$ con $\lambda = -2$.

② $g(x,y) = y - 3 + x^2 \qquad \nabla g(x,y) = (2x, 1)$

SISTEMA $\begin{cases} -2x(y-3) = 2\lambda x \\ 2y - 3 - x^2 + 1 = \lambda \\ y = 3 - x^2 \quad x \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}] \end{cases} \quad \begin{cases} 2x(\lambda + y - 3) = 0 \\ \dots \\ \dots \end{cases}$

$\begin{cases} x = 0 \ \underline{o} \ \lambda = 3 - y \\ \dots \\ \dots \end{cases}$ Se $\boxed{x = 0}$ dalla 3^a $y = 3 \rightarrow \boxed{(0,3) \text{ con } \lambda = 4}$ (dalla 2^a)

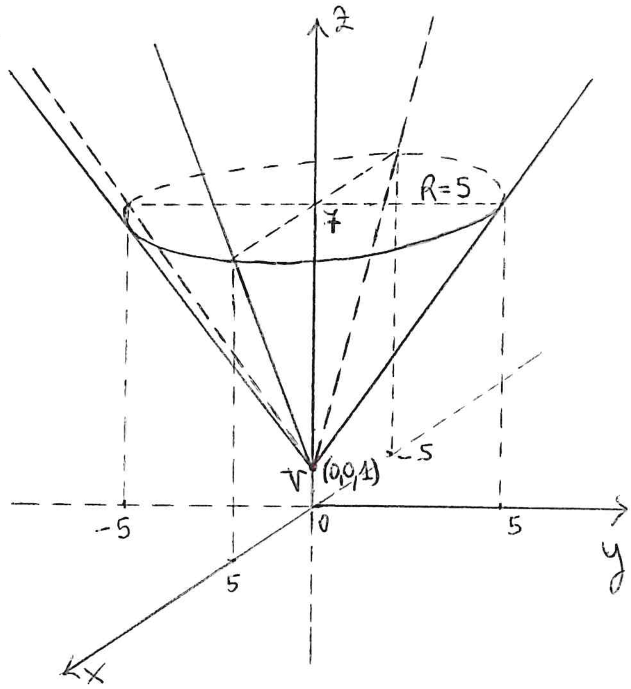
Se $\lambda = 3 - y$ dalla 2^a $\rightarrow \begin{cases} 2y - 3 - x^2 + 1 = 3 - y \\ x^2 = 3 - y \end{cases}$

$\begin{cases} 3y - 6 - 3 + y + 1 = 0 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} 4y = 8 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x^2 = 1 \\ \lambda = 3 - y \end{cases}$ $\quad \boxed{(\pm 1, 2) \text{ con } \lambda = 1}$

AN2-11/7/19-10-intero

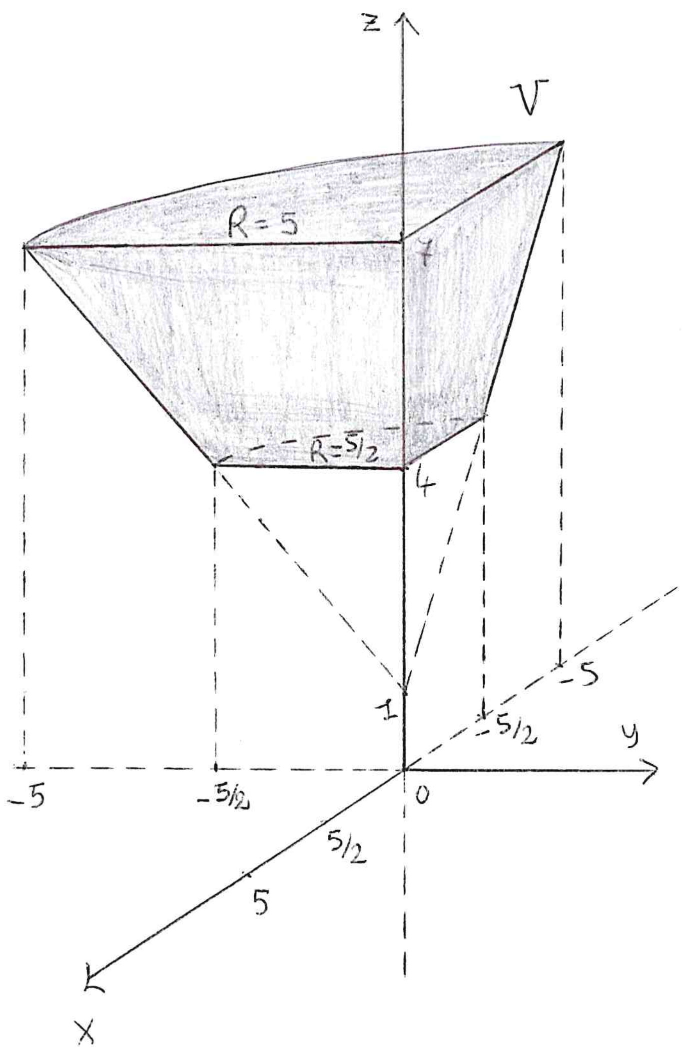
ES.2) a) $\mathrm{dom}\, g = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \geq 0\} = \mathbb{R}^2$ perchè una somma di quadrati è sempre maggiore o uguale a 0

b) $z = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2}$ è l'eq.^{ne} del grafico; si tratta di un CONO CIRCOLARE di $V(0,0,1)$ verso l'alto, apertura $a = \frac{6}{5} > 1$
$\Rightarrow 0 < \hat{ap} < 45°$ e $\hat{ap} = \arctan\frac{5}{6}$, $\cap\, z=0\ \emptyset$ (infatti $\frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2} = -1 < 0$ è impossibile).



Se $R=5 \Rightarrow z = 1 + \frac{6}{5}\cdot 5 = 7$

c)



Se $z=7 \Rightarrow$ già visto che $R=5$

se $z=4 \Rightarrow 4 = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2}$

$\sqrt{x^2+y^2} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \quad x^2+y^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$R = \frac{5}{2} = 2{,}5$

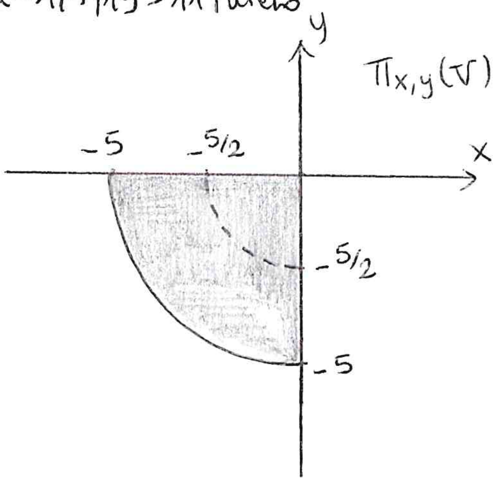
$z \geq 1 + \frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2}$ SOPRA IL CONO

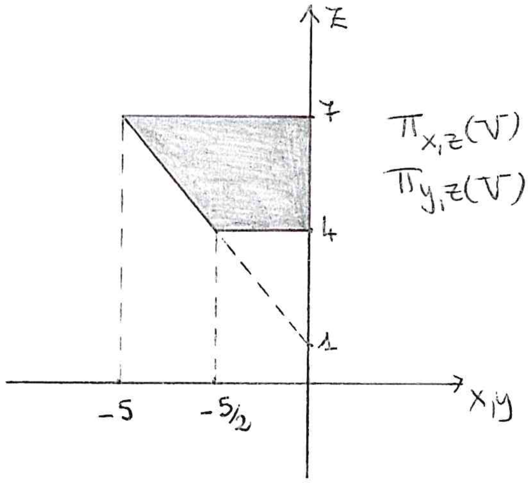
$z \leq 7$ SOTTO IL PIANO ORIZZ $z=7$

$z \geq 4$ SOPRA " " " $z=4$

Si ottiene un TRONCO DI CONO per $4 \leq z \leq 7$ di raggi $R=5$ a $z=7$ e $R=\frac{5}{2}$ a $z=4$ di cui si considera solo il quarto con $x \leq 0$ $y \leq 0$ (3° quadrante)-

AN2 - 1/7/19 - 11 intero





$$\text{Volume } V = \int_{\substack{x^2+y^2\le \frac{25}{4}\\ y\le 0\\ x\le 0}} (7-4)\,dx\,dy + \int_{\substack{\frac{25}{4}\le x^2+y^2\le 25\\ y\le 0 \;\; x\le 0}} \left(7-\left(1+\frac{6}{5}\sqrt{x^2+y^2}\right)\right)dx\,dy = \text{passando a}$$

coordinate polari $3\,\text{area}\left(\left\{x^2+y^2\le \frac{25}{4},\, y\le 0,\, x\le 0\right\}\right) +$

$$+\int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}\left(\int_{5/2}^{5}\underbrace{\left(6-\frac{6}{5}\rho\right)\rho}_{6\rho-\frac{6}{5}\rho^2}\,d\rho\right)d\theta = 3\cdot\frac{1}{4}\pi\cdot\frac{25}{4} + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}\left[3\rho^2-\frac{2}{5}\rho^3\right]_{5/2}^{5}d\theta =$$

$$= \frac{75}{16}\pi + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}\left(75-50-\left(3\cdot\underbrace{\frac{25}{4}}_{=\left(\frac{5}{2}\right)^2}-\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)\right)d\theta =$$

$$= \frac{75}{16}\pi + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}\left(25-\underbrace{\left(\frac{75}{4}-\frac{25}{4}\right)}_{\frac{50}{4}=\frac{25}{2}}\right)d\theta = \frac{75}{16}\pi + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}\frac{25}{2}\,d\theta =$$

$$= \frac{75}{16}\pi + \frac{25}{2}\left(\frac{3}{2}\pi-\pi\right) = \frac{75}{16}\pi + \frac{25}{4}\pi = \boxed{\frac{175}{16}\pi}$$

AN2-11/7/19 - 12 intero

ES.3) eq.^{ne} $\frac{1}{2}y'(x)-y(x)=(x-2)e^{2x}$ eq.^{ne} diff. del 1°ordine completa

eq.^{ne} omog. associata $\frac{1}{2}y'(x)-y(x)=0$

eq.^{ne} caratt. $\frac{1}{2}t-1=0$ $t=2$

SOL.^{ne} FONDAM. $y(x)=e^{2x}$

Sol.^{ni} eq.^{ne} omogenea $y(x)=ce^{2x}$ $(c\in\mathbb{R})$

Sol.^{ne} particolare $\bar{y}(x)=x(Ax+B)e^{2x}=(Ax^2+Bx)e^{2x}$

perchè il 2°m dell'eq.^{ne} è nella forma Pol. 1°grado. e^{kx} con $K=2$ e si deve moltiplicare per x essendo K sol.^{ne} dell' eq.^{ne} caratteristica.

$$\bar{y}'(x)=(2Ax+B)e^{2x}+2(Ax^2+Bx)e^{2x}=(2Ax^2+2(A+B)x+B)e^{2x}$$

Sostituendo nell' eq.^{ne} otteniamo:

$$\frac{1}{2}(2Ax^2+2(A+B)x+B)e^{2x}-(Ax^2+Bx)e^{2x}=(x-2)e^{2x}\quad\forall x\in\mathbb{R}$$

$$(\cancel{Ax^2}+(A+\cancel{B})x+\tfrac{1}{2}B-\cancel{Ax^2}-\cancel{Bx})e^{2x}=(x-2)e^{2x}\quad\forall x\in\mathbb{R}$$

$$(Ax+\tfrac{1}{2}B)e^{2x}=(x-2)e^{2x}\quad\forall x\in\mathbb{R}$$

Poichè $e^{2x}\neq 0$ $\forall x\in\mathbb{R}$ otteniamo $Ax+\frac{1}{2}B=x-2$ $\forall x\in\mathbb{R}$ da cui, per il principio di identità dei polinomi, segue

$$\begin{cases} A=1 \\ \frac{1}{2}B=-2 \end{cases}\quad \begin{cases} A=1 \\ B=-4 \end{cases}\quad \bar{y}(x)=(x^2-4x)e^{2x}$$

Tutte le sol.^{ni} dell' eq.^{ne} sono

$$y(x)=ce^{2x}+(x^2-4x)e^{2x}\quad (c\in\mathbb{R})$$

Pb. di Cauchy $y(0)=c=-1$

UNICA SOL.^{ne} $y(x)=-e^{2x}+(x^2-4x)e^{2x}=(x^2-4x-1)e^{2x}$.