SCHEDA N.11-bis - INTEGRALI DOPPI

CAMBIAMENTO di VARIABILE

1) Ci sono alcuni integrali della SCHEDA N.11 che si possono calcolare sia tramite il Teorema di RIDUZIONE, sia tramite il cambiamento di variabile in COORDINATE POLARI - Svolgeteli in entrambi i modi. Essi sono:

ES.4) SCHEDA N.11 c)

ES. 6) SCHEDA N.11 e)

Invece gli integrali dell'ES.6) SCHEDA N.11 d) f) i) j) k) l) o) p) r) u) v) w) necessitano, totalmente o in parte, delle coordinate polari - Svolgeteli quindi cambiando variabile, dove necessario.

2) Potete svolgere i seguenti integrali doppi (quasi tutti richiedono le coordinate polari); trovate lo svolgimento nel corrispondente esercizio della SCHEDA N.12 -

a) $\int_T (1-x-y)\,dx\,dy$ dove $T=$ triangolo di vertici $(0,0),(1,0)(0,1)$ R. $\frac{1}{6}$

b) $\int_E (4-3(x^2+y^2))\,dx\,dy$ dove $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 1, x\geq 0, y\leq 0\}$ R. $\frac{5}{8}\pi$

c) $\int_E (5+\sqrt{64-x^2-y^2})\,dx\,dy$ dove $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 64, -x\leq y\leq 0\}$ R. $\frac{248}{3}\pi$

d) $\int_E (x^2+y^2)\,dx\,dy$ dove $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 9\}$ R. $\frac{81}{2}\pi$

e) $\int_E \sqrt{16-x^2-y^2}\,dx\,dy$ dove $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 4\}$ R. $(\frac{128}{3}-16\sqrt{3})\pi$

f) $\int_E \left(3-\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}-\frac{1}{2}(x^2+y^2)\right)dxdy \qquad E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 4\}$

R. $\frac{16}{3}\pi$

g) $\int_E 3\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy \qquad E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 4,\ y\geq 0\}$ R. 8π

h) $\int_E \left(\sqrt{1-x^2-y^2}-\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy \qquad E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq \frac{1}{2}\}$ R. $\frac{2}{3}\pi-\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$

l) $\int_E \left(5-(x^2+y^2)-4\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy \qquad E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 1\}$ R. $\frac{11}{6}\pi$

n) $\int_E (4-x^2-y^2)\,dxdy \qquad E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ 1\leq x^2+y^2\leq 4\}$ R. $\frac{9}{2}\pi$

q) $\int_E (1-x^2-y^2)\,dxdy \qquad E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 1,\ x\geq 0,\ y\geq 0\}$ R. $\frac{1}{8}\pi$

r) $\int_E \left[4-\frac{1}{2}(x^2+y^2)\right]dxdy \qquad E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ 1\leq x^2+y^2\leq 4\}$ R. $\frac{33}{4}\pi$

s) $\int_{E_1} \left[2+x^2+y^2-\sqrt{x^2+y^2}\right]dxdy+\int_{E_2}\left(4-\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy$ R. $\frac{58}{3}\pi$

$E_1=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 2\} \qquad E_2=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ 2\leq x^2+y^2\leq 16\}$

u) $\int_T (-x+y)\,dxdy$ $T=$ triangolo di vertici $(0,0)$ $(0,1)$ $(1,1)$ R. $\frac{1}{6}$

x) $\int_{E_1}\left(3+\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy+\int_{E_2}(4-x^2-y^2)\,dxdy$ R. $\frac{187}{24}\pi$

$E_1=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq \frac{1}{2}\} \qquad E_2=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ \frac{1}{2}\leq x^2+y^2\leq 4\}$

b') $\displaystyle\int_{E_1} 3\,dxdy + \int_{E_2} (4-(x^2+y^2))\,dxdy$ R. $\frac{15}{8}\pi$

$E_1=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 1,\ y\geq |x|\}$ $E_2=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ 1\leq x^2+y^2\leq 4,\ y\geq |x|\}$

c') $\displaystyle\int_{E_1} 2\,dxdy + \int_{E_2} (4-2\sqrt{x^2+y^2})\,dxdy$ R. $\frac{7}{3}\pi$

$E_1=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 1,\ x\geq 0\}$ $E_2=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ 1\leq x^2+y^2\leq 4,\ x\geq 0\}$

(dall'es. 2) SCHEDA N. 12)

a) $\displaystyle\int_E \sqrt{16-x^2-y^2}\,dxdy$ $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 16,\ 0\leq y\leq x\}$ R. $\frac{16}{3}\pi$

b) $\displaystyle\int_E \left(5-\frac{5}{2}\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{4-x^2-y^2}\right)dxdy$ $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 4,\ y\geq 0\}$ R. 6π

g) $\displaystyle\int_E \left(2-x^2-y^2-\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy$ $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 1,\ x\geq 0, y\geq 0\}$ R. $\frac{5}{24}\pi$

(dall'es. 3) Scheda N. 12)

d) $\displaystyle\int_E \left(10-\sqrt{16-x^2-y^2}\right)dxdy$ $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 16,\ y\leq 0\}$ R. $\frac{176}{3}\pi$.

e) $\displaystyle\int_E \left(\frac{9}{2}-\frac{3}{4}\sqrt{x^2+y^2}-\frac{3}{4}(x^2+y^2)\right)dxdy$ $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leq 4,\ x\geq 0,\ y\leq 0\}$ R. 2π.

3) Ricordatevi di svolgere tutti gli integrali doppi del TUTORATO dello scorso anno 18-19 e dei COMPITI.