ANALISI MATEMATICA 2 - SCHEDA N. 2

---

0) **TRIGONOMETRIA:**

Dopo aver disegnato l'angolo corrispondente sul cerchio trigonometrico, calcolate

$\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right) = \dots$ $\quad$ $\operatorname{sen}\left(\frac{5}{2}\pi\right) = \dots$ $\quad$ $\cos\left(-\frac{4}{3}\pi\right) = \dots$ $\quad$ $\operatorname{sen}\left(-\frac{1}{6}\pi\right) = \dots$

$\cos\left(-3\pi\right) = \dots$ $\quad$ $\cos\left(-\frac{11}{4}\pi\right) = \dots$ $\quad$ $\operatorname{sen}\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \dots$ $\quad$ $\operatorname{sen}\left(\frac{5}{6}\pi\right) = \dots$

---

1) Dopo aver studiato le seguenti curve (di che cosa si tratta, equazione, verso, disegno), stabilite se le due curve hanno lo stesso sostegno, motivando accuratamente la risposta:

$$\gamma_1(t) = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\cos t\,,\ -2 + 5\operatorname{sen} t\right) \quad \text{per} \quad t \in \left[\pi\,,\ \frac{5}{2}\pi\right]$$

$$\gamma_2(t) = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\cos t\,,\ -2 - 5\operatorname{sen} t\right) \quad \text{per} \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}\,,\ \pi\right].$$

Rispondete alla stessa domanda nel caso in cui γ_2 sia definita per $t \in \left[\pi\,,\ \frac{5}{2}\pi\right]$.

---

2) Sia $\gamma : \left[-\frac{\pi}{2}\,,\ \frac{5}{2}\pi\right] \to \mathbb{R}^2$ la curva $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ definita da

$$\begin{cases} x(t) = 3 + 6\cos t \\ y(t) = -2 - 12\operatorname{sen} t \end{cases} \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}\,,\ \frac{5}{2}\pi\right].$$

Disegnate con cura sul foglio a quadretti il sostegno di γ, specificando di che curva si tratta, il verso di percorrenza e l'equazione (cartesiana o implicita).

Il disegno deve far risultare in modo chiaro il percorso effettuato dal punto.

Il vettore tangente o vettore velocità nel punto P_0 corrispondente al tempo $t_0 = \frac{2}{3}\pi$ è:

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_0 e il vettore tangente.

Il vettore tangente o vettore velocità in $P_1 = (-3, -2)$ è:

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_1 e il vettore tangente.

I due vettori normali in P_1 sono:

Disegnate sul foglio a quadretti entrambi i vettori normali.

L'equazione cartesiana della retta tangente nel punto P_1 è:

Le equazioni parametriche della retta tangente nel punto P_1 sono:

L'equazione cartesiana della retta normale nel punto P_1 è:

---

3) Sia $\gamma : [-3, 1] \to \mathbb{R}^2$ la curva $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ definita da

$$\begin{cases} x(t) = -4 - 2t \\ y(t) = -\frac{1}{2}(2t + 1)^2 + \frac{9}{2} \end{cases} t \in [-3, 1].$$

Disegnate con cura sul foglio a quadretti il sostegno di γ, specificando di che curva si tratta, il verso di percorrenza e l'equazione (cartesiana o implicita).

Il vettore tangente o vettore velocità in $P_0 = (-4, 4)$ è:

La velocità scalare in P_0 è:

Il versore tangente in P_0 è:

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_0, il vettore e il versore tangente.

L'equazione cartesiana della retta tangente in P_0 è:

Le equazioni parametriche della retta tangente nel punto P_0 sono:

L'equazione cartesiana della retta normale in P_0 è:

I due vettori normali alla curva nel punto P_1 corrispondente a $t_1 = -\frac{5}{2}$ sono:

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_1 ed entrambi i vettori normali in P_1.

---

4) Sia $\gamma : [\frac{\pi}{2}, 4\pi] \to \mathbb{R}^2$ la curva $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ definita da

$$\begin{cases} x(t) = 3 + \dfrac{9}{2}\cos t \\ y(t) = -2 + \dfrac{9}{2}\,\mathrm{sen}\, t \end{cases} \quad t \in [\frac{\pi}{2}, 4\pi].$$

Disegnate con cura sul foglio a quadretti il sostegno di γ, specificando di che curva si tratta, il verso di percorrenza e l'equazione (cartesiana o implicita).

Il disegno deve far risultare in modo chiaro il percorso effettuato dal punto.

Il vettore tangente o vettore velocità in $P_0 = (3 + \frac{9}{4}\sqrt{2}, -2 + \frac{9}{4}\sqrt{2})$ è:

La velocità scalare in P_0 è:

Il versore tangente in P_0 è:

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_0, il vettore e il versore tangente.

L'equazione cartesiana della retta tangente in P_0 è:

Le equazioni parametriche della retta tangente nel punto P_0 sono:

L'equazione cartesiana della retta normale in P_0 è:

I due vettori normali in P_0 sono:

I due versori normali in P_0 sono:

Disegnate sul foglio a quadretti sia i vettori che i versori normali.

Al valore del parametro $t_1 = \frac{10}{3}\pi$ corrisponde il punto $P_1 = (\ldots\ldots\ldots,\ldots\ldots\ldots)$

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_1.

5) Sia $\gamma : [-1, \frac{3}{2}] \to \mathbb{R}^2$ la curva $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ definita da

$$\begin{cases} x(t) = 4t^2 - 4 \\ y(t) = 4t \end{cases} \quad t \in [-1, \frac{3}{2}].$$

Disegnate con cura sul foglio a quadretti il sostegno di γ, specificando di che curva si tratta, il verso di percorrenza e l'equazione (cartesiana o implicita).

Il vettore tangente o vettore velocità nel punto P_0 corrispondente al tempo $t_0 = 1$ è:

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_0 e il vettore tangente.

I due vettori normali in P_0 sono:

I due versori normali in P_0 sono:

Disegnate sul foglio a quadretti sia i vettori che i versori normali.

L'equazione cartesiana della retta tangente nel punto P_0 è:

Le equazioni parametriche della retta tangente nel punto P_0 sono:

L'equazione cartesiana della retta normale nel punto P_0 è:

Il vettore tangente o vettore velocità in $P_1 = (-4, 0)$ è:

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_1 e il vettore tangente.

I due vettori normali in P_1 sono:

Disegnate sul foglio a quadretti entrambi i vettori normali.

L'equazione cartesiana della retta tangente nel punto P_1 è:

Le equazioni parametriche della retta tangente nel punto P_1 sono:

L'equazione cartesiana della retta normale nel punto P_1 è:

6) Sia $\gamma : [-4\,,\,6] \to \mathbb{R}^2$ la curva $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ definita da

$$\begin{cases} x(t) = -2\,(2t - 1) \\ y(t) = \sqrt{-4t} \end{cases} \quad t \in [-4\,,\,0] \qquad \begin{cases} x(t) = 2 + 3t \\ y(t) = \dfrac{2}{17}\,(3t - \dfrac{17}{2})^2 - \dfrac{17}{2} \end{cases} \quad t \in]\,0\,,\,6]$$

Disegnate con cura sul foglio a quadretti il sostegno di γ, specificando per ogni tratto il tipo di curva, il verso di percorrenza e l'equazione (cartesiana o implicita).

Il disegno deve far risultare in modo chiaro il percorso effettuato dal punto.

Il vettore tangente o vettore velocità in $P_0 = (6\,,\,2)$ è:

La velocità scalare in P_0 è:

Il versore tangente in P_0 è:

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_0, il vettore e il versore tangente.

I due vettori normali in P_0 sono:

Disegnate sul foglio a quadretti entrambi i vettori normali.

L'equazione cartesiana della retta tangente in P_0 è:

Le equazioni parametriche della retta tangente nel punto P_0 sono:

L'equazione cartesiana della retta normale in P_0 è:

La velocità scalare nel punto più a destra di intersezione della curva con l'asse x è: