COGNOME ______	NON SCRIVERE QUI
NOME ______	
MATRICOLA ⎣⎣⎣⎣⎣⎣⎦	1 2 3 4
CORSO AMB CIV GEST MEC ELN INF TEL	

UNIVERSITÀ DI PARMA— FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2019-2020 — PARMA, 3 FEBBRAIO 2020

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo IN STAMPATELLO cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare la risposta.**

$36^2=1296$ $39^2=1521$ $\frac{4}{3}\sqrt{2}\simeq 1{,}9$ $\sqrt{5}\simeq 2{,}24$ $12^2=144$ $20^2=400$ $16^2=256$ $4^4=256$ $14^2=196$ $8^4=4096$

0) **PARTE PRELIMINARE** (30 PUNTI) Completate:

a) Sia γ una curva nel piano.

Se nel punto $P_0 = (-2,3)$ il vettore tangente è $\mathbf{v} = 3\,\mathbf{i} - \dfrac{36}{5}\mathbf{j}$, allora

la velocità scalare in P_0 è:

i vettori normali in P_0 sono: ...

i versori normali in P_0 sono: ...

la retta tangente in P_0 ha equazione cartesiana ...

la retta normale in P_0 ha equazione cartesiana ...

Disegnate sul foglio a quadretti il punto P_0, il vettore tangente ed entrambi i vettori normali.

b) Sia E l'insieme definito da

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 - 3x - \frac{7}{4} \le y \le -x + \frac{7}{2},\ x \ge 0\}$$

i) Disegnate con cura l'insieme E sul foglio a quadretti.

ii) Per ogni tratto del bordo di E scrivete le equazioni parametriche di una curva che percorre tale tratto, specificando il verso di percorrenza.

c) Considerate la funzione $f(x,y) = -6 + \sqrt{81 - x^2 - y^2}$.

i) Determinate il dominio di f , spiegate di che insieme si tratta e disegnatelo se non è tutto il piano.

ii) Scrivete l'equazione del grafico di f , poi spiegate di quale tipo di superficie si tratta (senza dimenticare l'intersezione con il piano (x,y) e per gli eventuali coni circolari precisate se l'angolo di apertura risulta minore o maggiore di 45 gradi e come si calcola); infine disegnate con precisione il grafico di f .

iii) Stabilite per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme di livello E_k risulti diverso dall'insieme vuoto.

iv) L'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto P_0 corrrispondente a $(x_0 = 1, y_0 = -4)$ è: ...

v) La derivata direzionale di f nel punto $(x_0 = 1, y_0 = -4)$ nella direzione dell'angolo $\theta = \frac{7}{4}\pi$ vale ....

d) Considerate il triangolo T di vertici $(-2,1)$, $(2,5)$, $(6,5)$.

i) Disegnate con precisione l'insieme E sul foglio a quadretti.

ii) Eventualmente suddividendolo, scrivete l'insieme E come normale rispetto a x ; ripetete come normale rispetto a y .

e) Considerate l'equazione differenziale $\frac{1}{6}y''(x) + \frac{3}{2}y(x) = (2x - 3x^3)\,e^{3x}$.

Tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata sono ...

Calcoli: ...

La soluzione particolare va cercata nella forma ...

perchè ...

(Non è richiesto di determinare la soluzione particolare).

f) (Sul foglio a quadretti) Sia f la funzione definita da $f(x,y) = \frac{1}{5}(x^2 + y^2 - 16)(y + 1)$ (è la stessa funzione considerata nell'esercizio n.1).

i) Determinate il dominio di f .

ii) Determinate i punti in cui f vale 0 e il segno di f negli altri punti (illustrate i risultati con un disegno).

iii) Determinate gli eventuali punti stazionari di f nel suo dominio e studiatene la natura.

1) (Sul foglio a quadretti, 8 PUNTI) Considerate la funzione dell'esercizio 0f):

$$f(x,y) = \frac{1}{5}(x^2 + y^2 - 16)(y + 1) .$$

Dopo averne giustificato l'esistenza, (utilizzando anche quanto ottenuto nell'esercizio n.0f) determinate il massimo e il minimo assoluti di f nell'insieme (del quale è richiesto il disegno)

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 \leq 36 \, , \, y \geq 0\} .$$

---

2) (Sul foglio a quadretti, 10 PUNTI) Considerate la funzione $g(x,y) = -2 + \frac{9}{16}(x^2 + y^2)$.

a) Determinate il dominio di g , spiegate di che insieme si tratta e disegnatelo se non è tutto il piano.

b) Scrivete l'equazione del grafico di g , poi spiegate di quale tipo di superficie si tratta (senza dimenticare l'intersezione con il piano (x,y) e per gli eventuali coni circolari precisate se l'angolo di apertura risulta minore o maggiore di 45 gradi e come si calcola); infine disegnate con cura il grafico di g .

c) Considerate l'insieme

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; z \geq -2 + \frac{9}{16}(x^2 + y^2) \, , \, 2 \leq z \leq 7 \, , \, x \geq 0 \, , \, y \leq 0\} .$$

Disegnate V e le sue proiezioni sui piani coordinati (denotate con Π_{xy} , Π_{xz} e Π_{yz}).

d) Calcolate il volume di V utilizzando gli integrali doppi.

---

3) (Sul foglio a quadretti, 5 PUNTI) Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} y''(x) + y'(x) + 5y(x) = -8 \,\mathrm{sen}(2x) + 12 \cos(2x) \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = 1 . \end{cases}$$

Risposta: ...
