UNIVERSITÀ di PARMA - ING. GESTIONALE

ANALISI MATEMATICA 2 - SCHEDA N. 12

CALCOLO di VOLUMI

Es.1) Dopo aver disegnato i seguenti insiemi nello spazio (e anche le proiezioni sui piani coordinati), calcolatene il volume utilizzando gli integrali doppi.

a) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x\geq 0,\ y\geq 0,\ 0\leq z\leq 1-x-y\}$ R. $\frac{1}{6}$

b) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\leq 1,\ 0\leq z\leq 4-3(x^2+y^2),\ x\geq 0,\ y\leq 0\}$ R. $\frac{5}{8}\pi$

c) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 0\leq z\leq 5+\sqrt{64-x^2-y^2},\ -x\leq y\leq 0\}$ R. $\frac{248}{3}\pi$

d) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\leq 9,\ 0\leq z\leq x^2+y^2\}$ R. $\frac{81}{2}\pi$

e) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\leq 4,\ 0\leq z\leq \sqrt{16-x^2-y^2}\}$ R. $\left(\frac{128}{3}-16\sqrt{3}\right)\pi$

f) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : -2+\frac{1}{2}(x^2+y^2)\leq z\leq 1-\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\}$ R. $\frac{16}{3}\pi$

g) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\leq 4,\ 0\leq z\leq 3\sqrt{x^2+y^2},\ y\geq 0\}$ R. 8π

h) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : z\geq\sqrt{x^2+y^2},\ x^2+y^2+z^2\leq 1\}$ R. $\frac{2}{3}\pi\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

i) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\leq 1,\ -3\leq z\leq 1-x^2-y^2\}$ R. $\frac{7}{2}\pi$

j) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2+y^2}\leq z\leq 2\}$ R. $\frac{8}{3}\pi$

k) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 4x^2+4y^2\leq z\leq 4\}$ R. 2π

l) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 4\sqrt{x^2+y^2}\leq z\leq 5-(x^2+y^2)\}$ R. $\frac{11}{6}\pi$

m) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\leq 1,\ 1-x^2-y^2\leq z\leq 4\}$ R. $\frac{7}{2}\pi$

m) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 1\le x^2+y^2\le 4,\ 0\le z\le 4-(x^2+y^2)\}$ R. $\frac{9}{2}\pi$

o) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le 1,\ 0\le z\le 2\sqrt{x^2+y^2}\}$ R. $\frac{4}{3}\pi$

p) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le 1,\ 0\le z\le 2(x^2+y^2)+4\}$ R. 5π

q) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x\ge 0,\ y\ge 0,\ 0\le z\le 1-x^2-y^2\}$ R. $\pi/8$

r) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 1\le x^2+y^2\le 4,\ 0\le z\le 4-\frac{1}{2}(x^2+y^2)\}$ R. $\frac{33}{4}\pi$

s) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2+y^2}\le z\le 4,\ z\le 2+x^2+y^2\}$ R. $\frac{58}{3}\pi$

t) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 1+x^2+y^2\le z\le 1+\sqrt{1+x^2}\}$ R. $\frac{\pi}{6}$

u) V = TETRAEDRO di VERTICI $(0,0,0),(0,1,0),(1,1,0),(0,1,1)$ R. $\frac{1}{6}$

v) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le 4,\ 4\sqrt{x^2+y^2}\le z\le x^2+y^2+3\}$ R. $\frac{5}{6}\pi$

w) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le 9,\ -6+\frac{4}{9}(x^2+y^2)\le z\le 0\}$ R. 36π

x) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le z\le 4,\ z\ge 1-\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^2+y^2}\}$ R. $\frac{187}{24}\pi$

y) $V=V_1\cup V_2$ $V_1=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le z\le 4\}$

$V_2=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : -2\le z\le 2-(x^2+y^2)\}$ R. 15π

z) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 0\le z\le 5-(x^2+y^2),\ x\ge 0,\ y\le 0\}$ R. $\frac{25}{8}\pi$

a') $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 0\le z\le 5-(x^2+y^2),\ x^2+y^2\ge 1\}$ R. 8π

b') $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 1\le z\le 5-(x^2+y^2),\ z\le 4,\ y\ge |x|\}$

R. $\frac{15}{8}\pi$

c') $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 2\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 4,\ z\ge 2,\ x\ge 0\}$ R. $\frac{7}{3}\pi$

ES.2) Dai compiti dell'a.a. 2006-07 (su ELLY)

a) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2\le 16,\ 0\le y\le x,\ z\ge 0\}$ Dis. a pag (17) R. $\frac{16}{3}\pi$

b) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : -\sqrt{4-x^2-y^2}\le z\le 5-\frac{5}{2}\sqrt{x^2+y^2},\ y\ge 0\}$ Dis. a pag. (39) R. 6π

c) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : \frac{1}{2}(1-\sqrt{x^2+y^2})\le z\le 1-x^2-y^2,\ x\ge 0,\ y\le 0\}$ Dis a pag. (47) R. $\frac{1}{12}\pi$

d) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le 1,\ 0\le z\le 4-3(x^2+y^2),\ x\ge 0,\ y\ge 0\}$ Dis a pag. (54) R. $\frac{5}{8}\pi$

e) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 2-\sqrt{4-x^2-y^2}\le z\le 6-2\sqrt{x^2+y^2},\ y\ge 0\}$ Dis a pag. (61) R. $\frac{16}{3}\pi$

f) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le 4,\ 0\le z\le 4-\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\}$ Dis a pag. (68) R. $\frac{40}{3}\pi$

g) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2+y^2}\le z\le 2-x^2-y^2,\ x\ge 0,\ y\ge 0\}$ Dis a pag. (75) R. $\frac{5}{24}\pi$

ES.3) Dai compiti dell'a.a. 16-17 (su ELLY)

a) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2\le 4,\ 1\le z\le 6-x^2-y^2,\ y\le 0,\ x\ge 0\}$

per il Dis 13/6/17 R. 3π

b) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 1\le z\le 3+\sqrt{16-x^2-y^2},\ y\ge 0\}$

per il Dis 6/7/17 R. $\frac{112}{3}\pi$

c) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 0\le z\le 9-3\sqrt{x^2+y^2},\ z\le 6,\ x\ge 0,\ y\ge 0\}$ DIS 24/7/17 R. $\frac{13}{2}\pi$

d) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : -2\le z\le 8-\sqrt{16-x^2-y^2},\ y\le 0\}$ Dis 11/9/17 R. $\frac{176}{3}\pi$

e) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 1+\frac{3}{4}(x^2+y^2)\le z\le \frac{11}{2}-\frac{3}{4}\sqrt{x^2+y^2},\ x\ge 0,\ y\le 0\}$ R. 2π

f) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 1+x^2+y^2\le z\le 5,\ z\ge 2,\ x\le 0,\ y\le 0\}$ Dis 18/9/17

Dis 17/11/17 R. $\frac{15}{8}\pi$

g) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 3\le z\le 6,\ z\ge\frac{3}{2}\sqrt{x^2+y^2},\ x\ge 0,\ y\ge 0\}$ Dis 24/11/18 R. 7π

h) $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 1\le z\le 4-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}y^2,\ x^2+y^2\le 4,\ x\le 0,\ y\le 0\}$ Dis 12/12/18 R. 2π