ING. GESTIONALE - ANALISI MATEMATICA 2

SCHEDA N.7

⊙ Svolgete gli esercizi della scheda N.8 : es. 1)-2)-3)-4) tralasciando, per il momento, di dimostrare l'esistenza del piano tangente.

Inoltre svolgete i seguenti esercizi:

1) Considerate la funzione $g(x,y) = 9 - x^2 - y^2$.

a) Determinate il dominio di g, spiegate di che insieme si tratta e disegnatelo se non è tutto il piano; poi scrivete l'equazione del grafico.

b) Spiegate di quale tipo di superficie si tratta (per gli eventuali coni circolari calcolate l'angolo di apertura) e disegnate con cura il grafico.

c) Determinate il punto P_0 appartenente al grafico di g avente quota $z_0 = 4$, ascissa $x_0 = 1$ e ordinata y_0 negativa, poi determinate l'equazione del piano tangente al grafico di g nel punto P_0.

d) Determinate la retta r per P_0 perpendicolare al grafico di g.

e) Stabilite se la retta s di equazione $\begin{cases} y = -2x \\ z = x + 3 \end{cases}$ passa per P_0 e se è perpendicolare al grafico di g nel punto P_0.

2) Considerate la funzione $f(x,y) = 3 + \sqrt{25 - x^2 - y^2}$.

a) Determinate il dominio di f, spiegate di che insieme si tratta e disegnatelo se non è tutto il piano; poi scrivete l'equazione del grafico.

b) Spiegate di quale tipo di superficie si tratta (per gli eventuali coni circolari calcolate l'angolo di apertura) e disegnate con cura il grafico.

c) Determinate il punto $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ appartenente al grafico di f in modo che l'ordinata $y_0 = 0$, l'ascissa x_0 sia positiva e il punto (x_0, y_0) appartenga all'insieme di livello E_7 della funzione f. Poi determinate l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto P_0 e disegnatelo (in un disegno a parte).

d) Determinate la retta r per P_0 perpendicolare al grafico di f.

e) Stabilite se la retta s di equazione $\begin{cases} x = 3t \\ y = 0 \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ passa per P_0 e se risulta perpendicolare al grafico di g nel punto P_0.

3) Considerate la funzione $g(x,y) = 6 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2+y^2}$

a) Determinate il dominio di g, spiegate di che insieme si tratta e disegnatelo se non è tutto il piano; poi scrivete l'equazione del grafico.

b) Spiegate di quale tipo di superficie si tratta (per gli eventuali coni circolari calcolate l'angolo di apertura) e disegnate con cura il grafico.

c) Sapendo che la retta per $P_0 = (\frac{3}{2}, 2, z_0 = g(\frac{3}{2}, 2))$ perpendicolare al grafico di g ha equazione

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4}y \\ z = \frac{5}{6}y + \frac{7}{12} \end{cases}$$

, determinate l'equazione del piano tangente al grafico di g in P_0.

d) Determinate di nuovo (questa volta con il solito metodo) l'equazione del piano tangente al grafico di g in P_0 controllando che si ottenga lo stesso risultato del punto c). Disegnate il piano trovato.

e) Determinate il piano passante per $P_1 = (4,4,2)$ e parallelo al piano tangente (determinato in c)d)).