UNIVERSITÀ di PARMA - INGEGNERIA GESTIONALE

ANALISI MATEMATICA 2 - SCHEDA N. 4

SPAZIO TRIDIMENSIONALE

VETTORI

1) Esercizi pag. 125-6 (VETTORI, su ELLY) n° 2, 4, 6, 11, 13.

PIANI

2) Disegnate nello spazio $\mathbb{R}^3$ i seguenti piani e determinate per ciascuno di essi un vettore normale al piano:

i) $z=-2$ ii) $z=-\frac{5}{9}x+\frac{9}{10}y+9$ iii) $y=5$ iv) $x=-4$

v) $z=-\frac{1}{4}x+2$ vi) $y-2z+2=0$

RETTE

3) Disegnate nello spazio $\mathbb{R}^3$ le seguenti rette determinando per ciascuna di esse un vettore direttore:

i) $\begin{cases} y+3=0 \\ x+z+1=0 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} 2x-y+2=0 \\ z=2 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} x=8 \\ y+3z=0 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} x=4-2t \\ y=6-6t \\ z=4-4t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ v) $\begin{cases} x=3t \\ y=-2t \\ z=3+t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

4) Scrivete l'equazione, sia in forma vettoriale ($\vec{N}\cdot(P-P_0)=0$) sia cartesiana, del piano per $(-1,2,2)$ che ha vettore normale $(1,2,2)$. Disegnate il piano e il vettore $\vec{N}$.

5) Considerate il piano per $(0,0,8)$, $(0,-8,0)$, $(4,0,0)$: determinate un vettore normale al piano. Scrivete l'equazione, sia in forma vettoriale che cartesiana, del piano. Disegnate il piano e il vettore normale trovato.

6) Scrivete l'equazione parametrica $(P = P_0 + t\vec{v})$ della retta per $(3,3,5)$ e $(1,-1,1)$. Scrivete l'equazione, sia vettoriale $(\vec{N} \cdot (P - P_0) = 0)$ sia cartesiana, del piano per $(1,1,1)$ perpendicolare alla retta. Disegnate retta e piano.

7) Dite perchè i due piani di equazioni:

$$(1,2,3) \cdot \big((x,y,z) - (2,0,1) \big) = 0 \qquad (2,0,1) \cdot (x,y,z) = 0$$

si intersecano. Poi scrivete l'equazione parametrica della retta intersezione dei due piani.

CURVE NELLO SPAZIO

8) $\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \operatorname{sen} t \\ z(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot t \end{cases} \quad t \in [0, 4\pi]$

- vettore tang in $P_0 = (0, 1, 5/4)$
- versore tang in P_0
- retta tang in P_0
- $L(\gamma)$ $\qquad L = 2\sqrt{4\pi^2 + 1}$

9) $\begin{cases} x(t) = 1 + 2\cos(3t) \\ y(t) = 1 - 2\operatorname{sen}(3t) \\ z(t) = \frac{4}{\pi} t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$

- vettore tang in $P_0 = (3, 1, \frac{8}{3})$
- retta tang in P_0
- $L(\gamma)$
- piano per P_0 $\perp$ retta tang

$L = 4\sqrt{9\pi^2 + 4}$

10) $\begin{cases} x(t) = t^2 \cos t \\ y(t) = t^2 \operatorname{sen} t \\ z(t) = 2t \end{cases}$ $t \in [0, 2\pi]$

- $L(\gamma)$

$L = 4\pi\left(\frac{2}{3}\pi^2 + 1\right)$

11) $\begin{cases} x(t) = 2t^2 - 1 \\ y(t) = t^2 - t^3 \\ z(t) = 2t^3 \end{cases}$

- vettore tang nel punto P_0 corrispondente a $t_0 = 1$
- retta tang. in P_0
- piano per $P_0 \perp$ retta tangente

12) $\begin{cases} x(t) = 2\cos t \\ y(t) = 2\cos t \\ z(t) = 2\cos t \end{cases}$ $t \in [0, \pi]$

- $L(\gamma)$ $L = 4\sqrt{3}$
- vett tg in $P_0 = (0,0,0)$
- versore tg in P_0
- retta tg in P_0
- piano per $(0,0,6) = P_1$ $\perp$ retta tang

DISEGNARE IL PIANO

13) $\begin{cases} x(t) = 3(\cos t + \operatorname{sen} t) \\ y(t) = 3(\operatorname{sen} t - \cos t) \\ z(t) = t^{3/2} \end{cases}$ $t \in [0, 8]$

- $L(\gamma)$

$L = 64 - 16\sqrt{2}$

14) $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t^2 \\ z(t) = \frac{2}{3} t^3 \end{cases}$ $t \in [0, 3]$

- vettore tang in $P_0 = (2, 4, \frac{16}{3})$
- versore tang in P_0
- retta tang in P_0
- $L(\gamma)$ $L = 21$