Scheda N1-bis Soluzione

ES.0) $\odot \int 6x\sqrt{9-x^2}\,dx = -3\cdot\int(-2x)(9-x^2)^{1/2}dx = -3\left[\frac{(9-x^2)^{3/2}}{3/2}\right]+c =$

$\int f'(x)\cdot(f(x))^{\alpha}dx = \frac{(f(x))^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c$ $\qquad = -2\cdot(9-x^2)^{3/2}+c$

oppure $t=9-x^2$

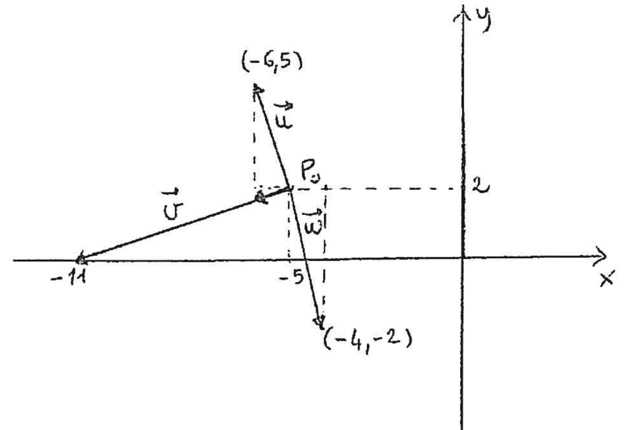
$$\int_0^3 6x\sqrt{9-x^2}\,dx = \left[-2(9-x^2)^{3/2}\right]_0^3 = -2\left[0-9^{3/2}\right] = -2(-27) = \boxed{54}$$

$\odot \int \text{sen}x\cos^2x\,dx = -\underbrace{\int(-\text{sen}x)\cdot(\cos x)^2}_{f'(x)\cdot(f(x))^2}dx = -\frac{\cos^3x}{3}+c$

oppure $t=\cos x$

$$\int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}\text{sen}x\cdot\cos^2x\,dx = \left[-\frac{\cos^3x}{3}\right]_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} = \left[0-\left(-\frac{(-1)^3}{3}\right)\right] = \frac{(-1)^3}{3} = \boxed{-\frac{1}{3}}$$

ES.1)



$\|\vec{v}\| = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$\text{VERS}\,\vec{v} = -\frac{6}{2\sqrt{10}}\vec{i} - \frac{2}{2\sqrt{10}}\vec{j} =$

$= -\frac{3}{\sqrt{10}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{10}}\vec{j}$

$\vec{v}\cdot\vec{w} = -6+8 = 2$

$\vec{v}\cdot\vec{u} = 6-6 = 0 \rightarrow \vec{v}\perp\vec{u}$

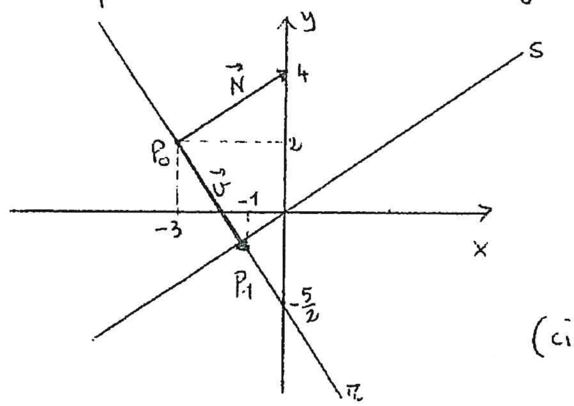
ES2) eq.^{ne} vettoriale di r (dato $\vec{N}$) $(P-P_0)\cdot\vec{N}=0$

$\boxed{(x+3,y-2)\cdot(3,2)=0}$

eq.^{ne} cartesiana di r svolgo $\nearrow$ $3(x+3)+2\cdot(y-2)=0$

$2y=-3x-5$ $\qquad \boxed{y=-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}$

$m_r = -\frac{3}{2}$



un vettore che dirige la retta è $\vec{v}=P_1-P_0$

con $P_1\in r$. Ad es. $x=-1\rightarrow y=-1$

$P_1=(-1,-1)$ $\quad \vec{v}=(2,-3)=2\vec{i}-3\vec{j}$

(ci sono infiniti possibili vettori direzione $\vec{v}$)

$m_s = -\frac{1}{m_r} = \frac{2}{3}$ $\boxed{y = \frac{2}{3}x}$

ES.3) (r) per $(-1,0),(1,8)$ $m_r = \frac{8}{2} = 4$

eq.^{ne} cartesiana $y = 4(x+1)$ $\boxed{y = 4x+4}$

dalla retta scritta nella forma $4x-y+4=0$ si deduce che un vettore normale alla retta è $\vec{N} = (4,-1) = 4\vec{i} - \vec{j}$.

eq.^{ne} vettoriale (dato $\vec{N}$) $(P-P_0)\cdot\vec{N} = 0$ $\boxed{(x+1,y)\cdot(4,-1)=0}$

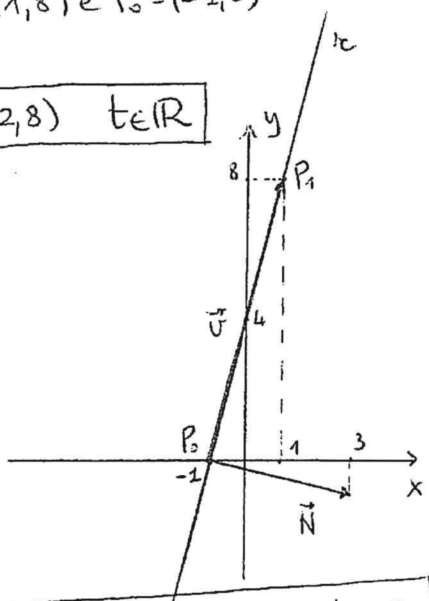
$P_0 = (-1,0)$ (che svolta dà $4(x+1)-y=0$
$\rightarrow y = 4x+4$ eq.^{ne} cart)

eq.^{ne} vettoriale (dato un vettore direttore $\vec{v}$)

possiamo considerare $\vec{v} = P_1 - P_0$ con $P_1 = (1,8)$ e $P_0 = (-1,0)$

$\vec{v} = 2\vec{i} + 8\vec{j}$

eq.^{ne} $P = P_0 + t\vec{v}$ $t \in \mathbb{R}$ $\boxed{P = (-1,0) + t(2,8) \quad t \in \mathbb{R}}$



(s) per $(4,-1)$ e $(4,5)$ $x_{P_0} = x_{P_1}$ la retta
"P_0" "P_1"

è verticale eq.^{ne} cart. $\boxed{x=4}$

dall'eq.^{ne} $x-4=0 \rightarrow \vec{N} = (1,0)$

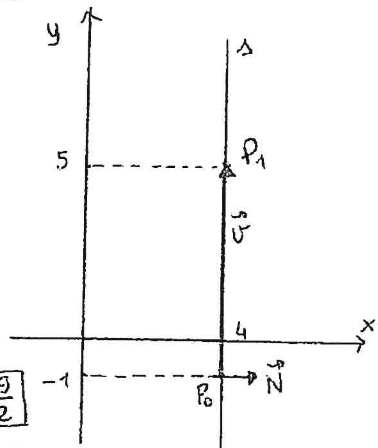
eq.^{ne} vettoriale (dato $\vec{N}$) $(P-P_0)\cdot\vec{N} = 0$

$\boxed{(x-4,y+1)\cdot(1,0) = 0}$

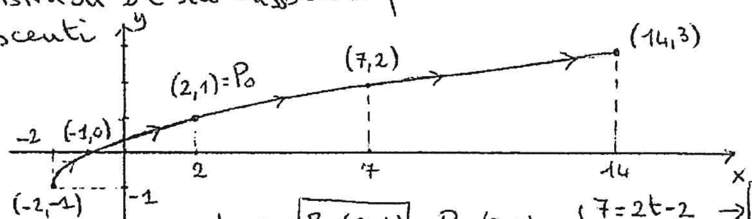
(che svolta dà $x-4=0$ $x=4$)

eq.^{ne} vettoriale (dato $\vec{v}$) $\vec{v} = P_1 - P_0 = 6\vec{j}$ $\boxed{P = (4,-1) + t(0,6) \quad t \in \mathbb{R}}$

ES.4) $P_{in} = (-2,-1)$ ($t=0$) $P_{fin} = (14,3)$ ($t=8$) $x(t) = 2t-2$



eq.^{ne} $y = -1 + \sqrt{x+2}$ grafico della radice $y = \sqrt{x}$ a sinistra di 2 e in basso di 1 percorsa nel verso delle x crescenti



$t_0 = 2 \rightarrow \boxed{P_0 = (2,1)}$ $P_1 = (7,2) \rightarrow \begin{cases} 7 = 2t-2 \rightarrow \boxed{t_1 = \frac{9}{2}} \\ 2 = -1 + \sqrt{2t} \end{cases}$

$\hookrightarrow 2 = -1 + \sqrt{2 \cdot 9/2}$ $2 = -1+3$
OK