ESERCIZI

1) Disegnate il sostegno delle seguenti curve, specificando di che cosa si tratta, l'equazione e il verso di ciascun tratto.

a) $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = 1+3t \\ y(t) = 2-3t \end{cases}$ $t \in [0,1]$

b) $\gamma : [-1,2] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t+2 \\ y(t) = -t+1 \end{cases}$ $t \in [-1,2]$

c) $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = -1-4t \\ y(t) = -1+2t \end{cases}$ $t \in [0,1]$

d) $\gamma : [-2,3] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t-1 \\ y(t) = -t^2+1 \end{cases}$ $t \in [-2,3]$

e) $\gamma : [0,2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = 3\cos t \\ y(t) = 3\,\mathrm{sen}\,t \end{cases}$ $t \in [0,2\pi]$

f) $\gamma : [-3,3] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t+3 \\ y(t) = t^2+2t+5 \end{cases}$ $t \in [-3,3]$

g) $\gamma : [0,\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = -3+2\cos t \\ y(t) = -2+2\,\mathrm{sen}\,t \end{cases}$ $t \in [0,\pi]$

h) $\gamma : [1,4] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t-2 \\ y(t) = e^{t-2} \end{cases}$ $t \in [1,4]$

i) $\gamma : [\pi,2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = 2\,\mathrm{sen}\,t \end{cases}$ $t \in [\pi,2\pi]$

j) $\gamma : [0,2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -\mathrm{sen}\,t \end{cases}$ $t \in [0,2\pi]$

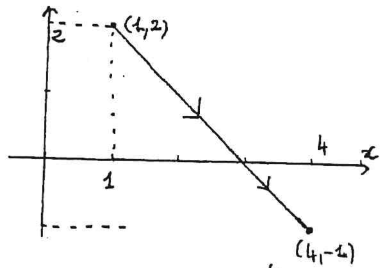
k) $\gamma : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = 1 + 3\cos t \\ y(t) = -1 + \operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

l) $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = -2 + \operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [-\pi, \pi]$

m) $\gamma : [1,4] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \log(1+t) \end{cases}$ $t \in [1,4]$

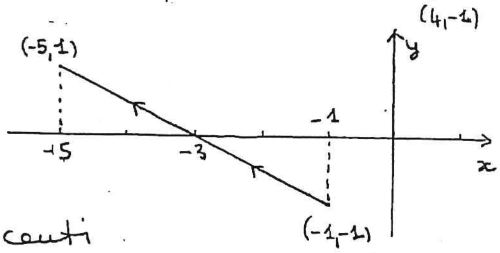
$\boxed{\text{SOLUZIONI}}$

1) a) segmento della retta $y = -x + 3$ da $(1,2)$ a $(4,-1)$ nel verso delle x crescenti



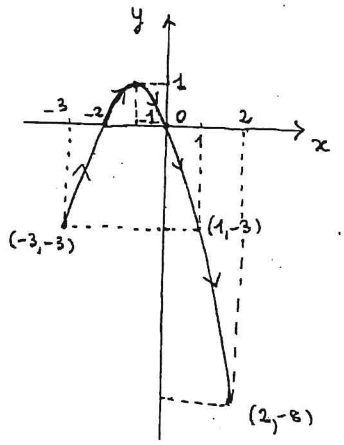
b) stesso segmento di a), sempre verso delle x crescenti (diverso intervallo di tempo)

c) segmento della retta $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ da $(-1,-1)$ a $(-5,1)$ nel verso delle x decrescenti



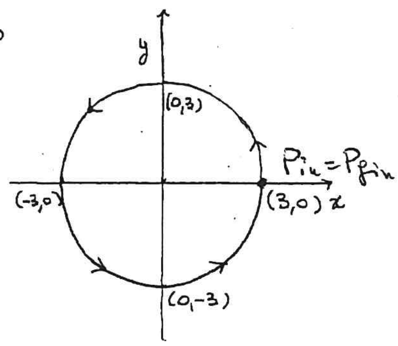
d) parabola $y = -x^2 - 2x$ nel verso delle x crescenti da $(-3,-3)$ a $(2,-8)$

$V(-1,1)$ verso il basso $y = 0 \to x = -2, 0$



e) circonferenza di $C(0,0)$, $R = 3$ percorsa in verso antiorario partendo da $(3,0)$ per 1 giro

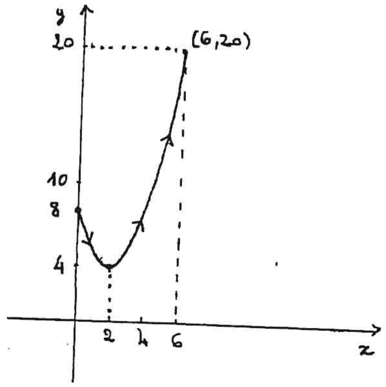
Eq.^{ne} implicita $x^2 + y^2 = 9$



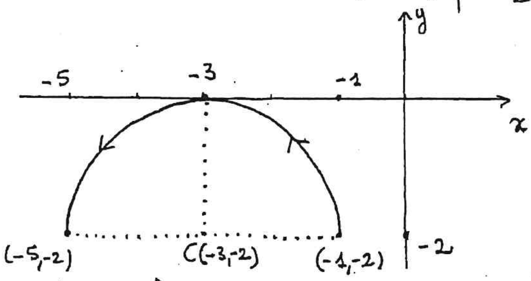
f) parabola $y = x^2 - 4x + 8$

da $(0,8)$ a $(6,20)$ nel verso delle x crescenti

$V(2,4)$, rivolta verso l'alto

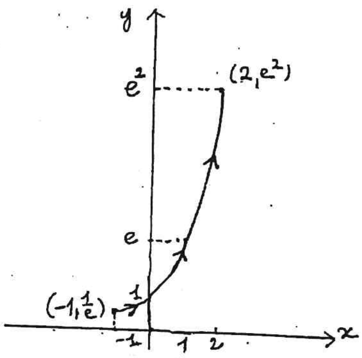


g) metà superiore della circonferenza di $C(-3,-2)$ $R=2$ percorsa in verso antiorario da $(-1,-2)$ a $(-5,-2)$ per $\frac{1}{2}$ giro



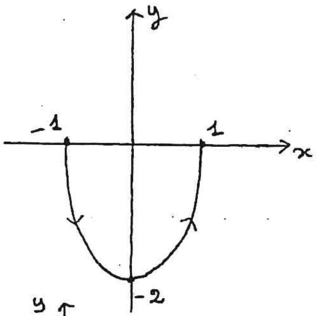
eq.^{ne} implicita $(x+3)^2+(y+2)^2=4$

h) grafico di $f(x)=e^x$ nel verso delle x crescenti tra $(-1,\frac{1}{e})$ e $(2,e^2)$ eq.^{ne} $y=e^x$

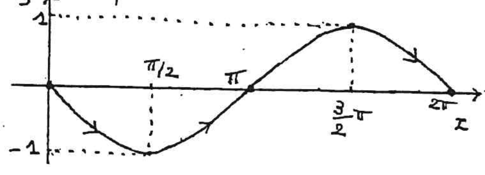


i) metà inferiore dell'ellisse di $C(0,0)$ e semiassi $(1,2)$ percorsa in verso antiorario da $(-1,0)$ a $(1,0)$ per $\frac{1}{2}$ giro

eq.^{ne} implicita $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

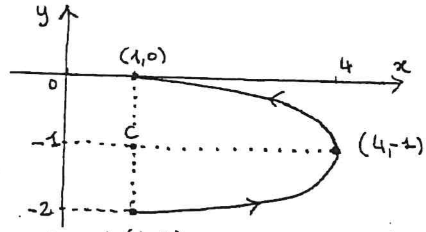


j) grafico della funzione $f(x) = -\operatorname{sen}x$ sull'intervallo $[0,2\pi]$ nel verso delle x crescenti da $(0,0)$ a $(2\pi,0)$



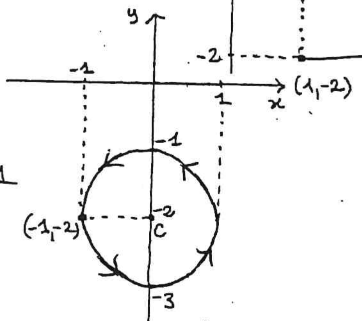
k) metà ellisse di $C(1,-1)$ e semiassi $(3,1)$ percorsa in verso antiorario da $(1,-2)$ a $(1,0)$ per $\frac{1}{2}$ giro

eq.^{ne} implicita $\frac{(x-1)^2}{9}+(y+1)^2=1$



l) circonferenza di $C(0,-2)$, $R=1$ percorsa in verso antiorario per un giro partendo da $(-1,-2)$

eq.^{ne} implicita $x^2+(y+2)^2=1$



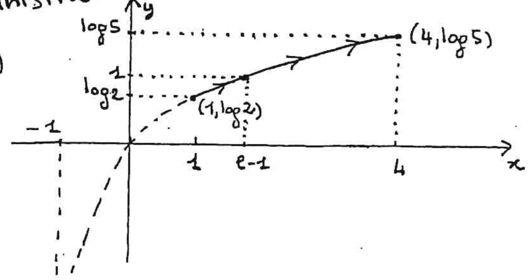
m) grafico della funzione $f(x)=\log(1+x)$ percorso nel verso delle x crescenti da $(1,\log 2)$ a $(4,\log 5)$

$\log 2 \simeq 0{,}7$

$\log 5 \simeq 1{,}6$

eq.^{ne} $y=\log(1+x)$

log a sinistra di 1



2)

Stabilite se le due curve definite da

$$\gamma_1(t) = (-\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\cos t, 3-\frac{7}{2}\operatorname{sen} t) \text{ per } t\in[\pi,\frac{5}{2}\pi] \text{ e } \gamma_2(t) = (-\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\cos t, 3+\frac{7}{2}\operatorname{sen} t)$$

per $t\in[\pi,\frac{3}{2}\pi]$ hanno lo stesso sostegno.

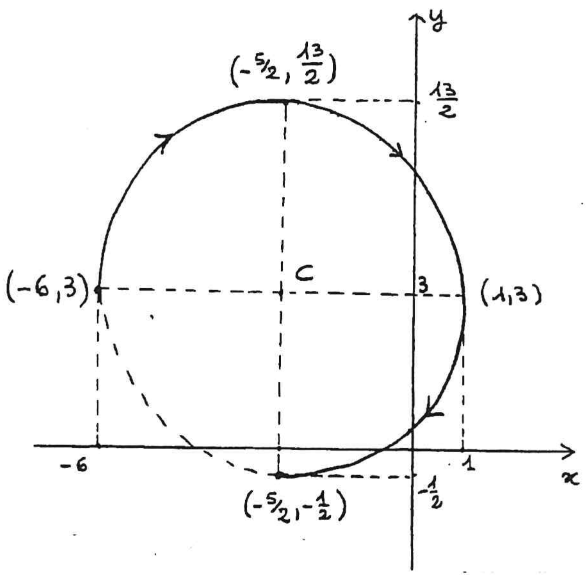
Sol.^{ne} es. 2) γ_1 percorre $\frac{3}{4}$ della circonferenza di $C(-\frac{5}{2},3)$ e $R=\frac{7}{2}$ in verso orario da $(-6,3)$ a $(-\frac{5}{2},-\frac{1}{2})$.

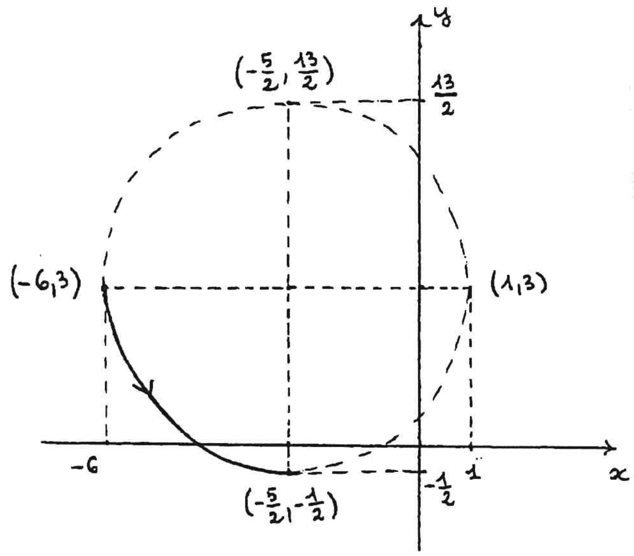
γ_2 percorre $\frac{1}{4}$ della circonferenza di $C(-\frac{5}{2},3)$ e $R=\frac{7}{2}$ in verso antiorario da $(-6,3)$ a $(-\frac{5}{2},-\frac{1}{2})$.

Le due curve non hanno pertanto lo stesso sostegno: hanno in comune P_{in} e P_{fin}, ma questi sono gli unici punti che appartengono a entrambi i sostegni.

Nessuno dei due sostegni è contenuto nell'altro.

Eq.^{ne} della circonf: $(x+\frac{5}{2})^2+(y-3)^2=\frac{49}{4}$





3)

a) Stabilite se le due curve definite da

$$\gamma_1(t) = \left(t + \frac{\pi}{2}, 1 + \operatorname{sen}(t + \frac{\pi}{2})\right) \text{ per } t \in [-\pi, \frac{3}{2}\pi] \text{ e } \gamma_2(t) = \left(-t, 1 + \operatorname{sen}(-t)\right)$$

per $t \in [-\frac{5}{2}\pi, \frac{\pi}{2}]$ hanno lo stesso sostegno (MOTIVATE LA RISPOSTA).

b) Dopo aver studiato le seguenti curve (di cosa si tratta, equazione, verso, disegno) stabilite se le due curve definite da

$$\gamma_1(t) = (-2 + 4\cos t, -\frac{3}{2} - 4\operatorname{sen} t) \text{ per } t \in [\frac{\pi}{2}, 2\pi] \text{ e } \gamma_2(t) = (-2 + 4\cos t, -\frac{3}{2} + 4\operatorname{sen} t)$$

per $t \in [-\frac{\pi}{2}, \pi]$ hanno lo stesso sostegno (MOTIVANDO LA RISPOSTA).

c) Stabilite se le due curve definite da

$$\gamma_1(t) = \left(t + \frac{\pi}{2}, 1 + \cos(t + \frac{\pi}{2})\right) \text{ per } t \in [-\pi, \frac{3}{2}\pi] \text{ e } \gamma_2(t) = \left(-t, 1 + \cos(-t)\right)$$

per $t \in [-\frac{5}{2}\pi, \frac{\pi}{2}]$ hanno lo stesso sostegno (MOTIVATE LA RISPOSTA).

d) Stabilite se le due curve definite da

$\gamma_1(t) = (t - 2\,,\,-2 + \sqrt{t+1})$ per $t \in [-1, 8]$ e
$\gamma_2(t) = (2 - t\,,\,-2 + \sqrt{5-t})$ per $t \in [1, 5]$

hanno lo stesso sostegno (MOTIVATE LA RISPOSTA).

e) Stabilite se le due curve definite da

$\gamma_1(t) = (t - \frac{3}{2}\pi\,,\,-1 + \cos(t - \frac{3}{2}\pi))$ per $t \in [0, 4\pi]$ e

$\gamma_2(t) = (-t + \frac{3}{2}\pi\,,\,-1 + \cos(-t + \frac{3}{2}\pi))$ per $t \in [0, 3\pi]$ hanno lo stesso sostegno

(MOTIVATE LA RISPOSTA).

f) Stabilite se le due curve definite da

$\gamma_1(t) = (8 + t\,,\,\frac{1}{4}(t+4)^2 - 4)$ per $t \in [-10\,,\,0]$ e $\gamma_2(t) = (-t\,,\,\frac{1}{4}(t+4)^2 - 4)$

per $t \in [-10\,,\,0]$ hanno lo stesso sostegno (MOTIVATE LA RISPOSTA).

g) Stabilite se le due curve definite da

$\gamma_1(t) = (4-t, 5+\sqrt{13-t})$ per $t \in [4, 13]$ e

$\gamma_2(t) = (t-13, 5+\sqrt{t-4})$ per $t \in [4, 13]$

hanno lo stesso sostegno (MOTIVATE LA RISPOSTA).

4) Come es. 1) per

a) $\gamma : [-\pi, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = \pi + \pi\cos t \\ y(t) = \pi \operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [-\pi, 0]$

$\begin{cases} x(t) = 2\pi - t \\ y(t) = \operatorname{sen}(2\pi - t) \end{cases}$ $t \in]0, 2\pi]$

b) $\gamma : [-\frac{\pi}{2}, 6] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = 2\cos t \\ y(t) = 2\operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$

$\begin{cases} x(t) = 2 - t \\ y(t) = 4t - t^2 \end{cases}$ $t \in]0, 4]$ $\begin{cases} x(t) = t - 6 \\ y(t) = 4 - t \end{cases}$ $t \in]4, 6]$

c) $\gamma: [-\pi, 4] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = -1 + \cos t \\ y(t) = \operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [-\pi, 0]$

$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -t^2 + 2t \end{cases}$ $t \in]0, 3]$ $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -3 \end{cases}$ $t \in]3, 4]$

d) $\gamma: [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = 3\cos t \\ y(t) = 3\operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [0, \pi]$ $\begin{cases} x(t) = 3\cos t \\ y(t) = 5\operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in]\pi, 2\pi]$

e) $\gamma: [-1, 3] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = 2 \\ y(t) = 3 - t \end{cases}$ $t \in [-1, 3]$

f) $\gamma: [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = 1 + \cos t \\ y(t) = \operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [0, \pi]$ $\begin{cases} x(t) = 2 + 2\cos t \\ y(t) = -2\operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in]\pi, 2\pi]$

g) $\gamma: [-2, 4] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = e^{-t} \end{cases}$ $t \in [-2, 0]$ $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 1 + \sqrt{t} \end{cases}$ $t \in]0, 4]$

h) $\gamma: [-\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = -1 + 3\cos t \\ y(t) = 2 - 3\operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi]$

i) $\gamma: [1, e+3] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \log t \end{cases}$ $t \in [1, e]$ $\begin{cases} x(t) = e \\ y(t) = t + 1 - e \end{cases}$ $t \in]e, e+3]$

j) $\gamma: [-\pi, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = -3 + 3\cos t \\ y(t) = 2 - \operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in [-\pi, 0]$

$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 2 - \operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in]0, 2\pi]$

k) $\gamma: [-2, \pi+2] \to \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -\frac{1}{6}t^2 + \frac{2}{3}t + 2 \end{cases}$ $t \in [-2, 0]$

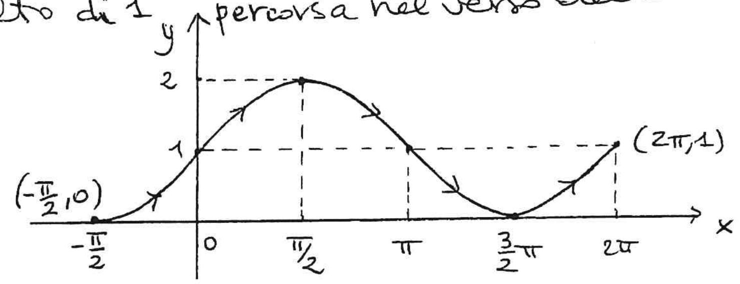
$\begin{cases} x(t) = -2 + 2\cos t \\ y(t) = 2 + 2\operatorname{sen} t \end{cases}$ $t \in]0, \pi]$ $\begin{cases} x(t) = t - 4 - \pi \\ y(t) = -t + \pi + 2 \end{cases}$ $t \in]\pi, \pi+2]$

SOLUZIONI

es. 3) a) γ_1 $\quad P_{iu} \underset{t=-\pi}{=} \left(-\frac{\pi}{2}, 1+\operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$

$P_{fiu} \underset{t=\frac{3}{2}\pi}{=} \left(2\pi, 1+\operatorname{sen}(2\pi)\right) = (2\pi, 1)$

eq.ue $\quad t = x - \frac{\pi}{2} \quad y = 1+\operatorname{sen}\left(x-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right) = 1+\operatorname{sen}x$ funzione seno traslata verso l'alto di 1 percorsa nel verso delle x crescenti

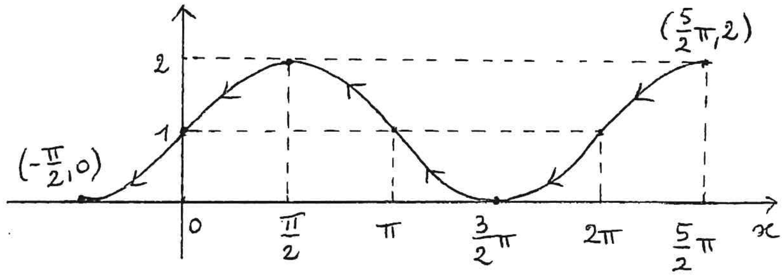


γ_2 $\quad P_{iu} \underset{t=-\frac{5}{2}\pi}{=} \left(\frac{5}{2}\pi, 2\right)$

$P_{fiu} \underset{t=\frac{\pi}{2}}{=} \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$

eq.ue $\quad y = 1+\operatorname{sen}x$

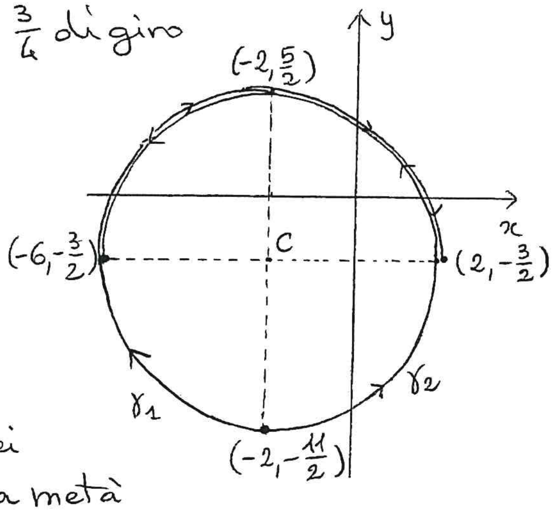
verso delle x decrescenti



Le due curve non hanno lo stesso sostegno: il sostegno di γ_1 è contenuto nel sostegno di γ_2, ma il sostegno di γ_2 è più grande in quanto contiene in più il tratto da $(2\pi, 1)$ a $\left(\frac{5}{2}\pi, 2\right)$.

b) γ_1 $\quad P_{iu} \underset{t=\frac{\pi}{2}}{=} \left(-2, -\frac{11}{2}\right) \quad P_{fiu} \underset{t=2\pi}{=} \left(2, -\frac{3}{2}\right)$ circonferenza di $C\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$ e $R=4$ percorsa in verso orario per $\frac{3}{4}$ di giro

eq.ue: $(x+2)^2 + \left(y+\frac{3}{2}\right)^2 = 16$



γ_2 $\quad P_{iu} \underset{t=-\frac{\pi}{2}}{=} \left(-2, -\frac{11}{2}\right) \quad P_{fiu} \underset{t=\pi}{=} \left(-6, -\frac{3}{2}\right)$

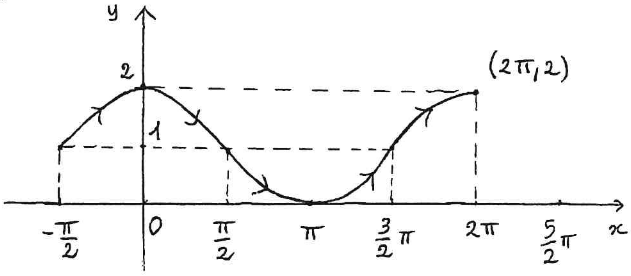
circonferenza di $C\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

e $R=4$ percorsa in verso antiorario per $\frac{3}{4}$ di giro.

NON HANNO LO STESSO SOSTEGNO: nessuno dei due sostegni è contenuto nell'altro. La metà superiore della circonferenza è in comune, mentre la metà inferiore è per metà nel sostegno di γ_1 e per metà nel sostegno di γ_2 ($\overset{\text{sost}}{\gamma_1}$ $\quad$ $\overset{\text{sost}}{\gamma_2}$).

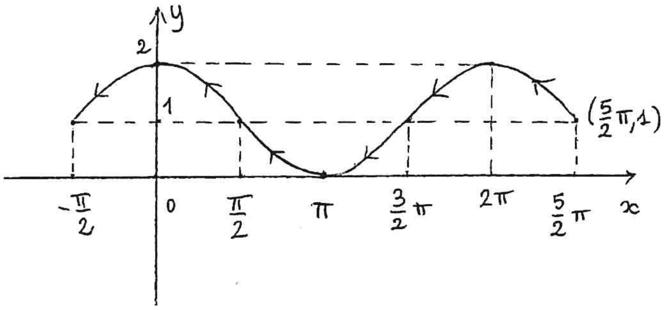
c) γ_1 $\quad P_{iu} \underset{t=-\pi}{=} \left(-\frac{\pi}{2}, 1\right) \quad P_{fin} \underset{t=\frac{3}{2}\pi}{=} (2\pi, 2) \quad$ eq.^{ue} $t = x - \frac{\pi}{2}$

$y = 1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 1 + \cos x$ grafico del coseno in alto di 1 nel verso delle x crescenti



γ_2 $\quad P_{iu} \underset{t=-\frac{5}{2}\pi}{=} \left(\frac{5}{2}\pi, 1\right) \quad P_{fin} \underset{t=\frac{\pi}{2}}{=} \left(-\frac{\pi}{2}, 1\right)$

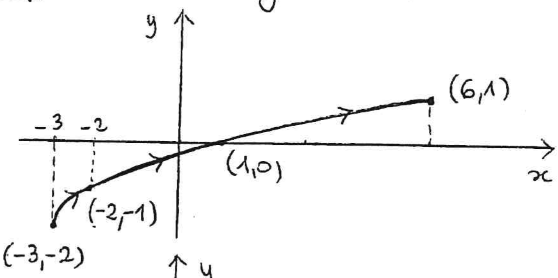
eq.^{ue} $y = 1 + \cos x$ nel verso delle x decrescenti



Le due curve non hanno lo stesso sostegno: sost $\gamma_1 \subset$ sost γ_2, ma il sost γ_2 contiene in più il tratto da $(2\pi, 2)$ a $\left(\frac{5}{2}\pi, 1\right)$.

d) γ_1 $\quad P_{iu} \underset{t=-1}{=} (-3, -2) \quad P_{fin} \underset{t=8}{=} (6, 1) \quad$ eq.^{ue} $t = x + 2 \quad y = -2 + \sqrt{x+3}$

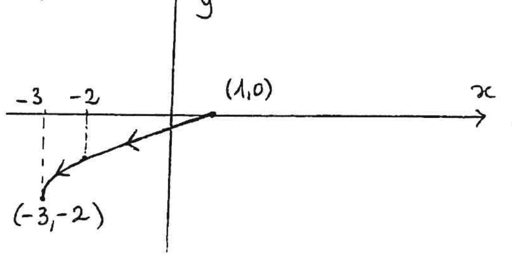
grafico della radice $y = \sqrt{x}$ a sinistra di 3 e in basso di 2 nel verso delle x crescenti



γ_2 $\quad P_{iu} \underset{t=1}{=} (1, 0) \quad P_{fin} \underset{t=5}{=} (-3, -2)$

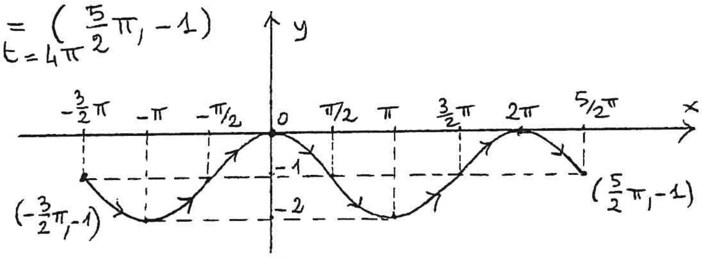
eq.^{ue} $y = -2 + \sqrt{x+3}$

nel verso delle x decrescenti



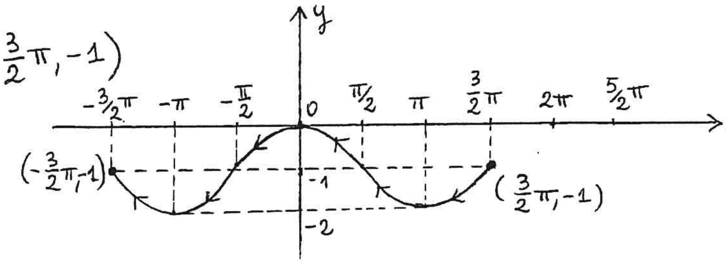
Le due curve NON HANNO LO STESSO SOSTEGNO: sost $\gamma_2 \subset$ sost γ_1, ma il sost γ_1 contiene in più il tratto da $(1,0)$ a $(6,1)$.

e) γ_1 $P_{iu} \underset{t=0}{=} \left(-\frac{3}{2}\pi, -1\right)$ $P_{fiu} \underset{t=4\pi}{=} \left(\frac{5}{2}\pi, -1\right)$



<u>eq.^{ue}</u> $y = -1 + \cos x$ grafico del coseno in basso di 1 nel verso delle x crescenti

γ_2 $P_{iu} \underset{t=0}{=} \left(\frac{3}{2}\pi, -1\right)$ $P_{fiu} \underset{t=3\pi}{=} \left(-\frac{3}{2}\pi, -1\right)$

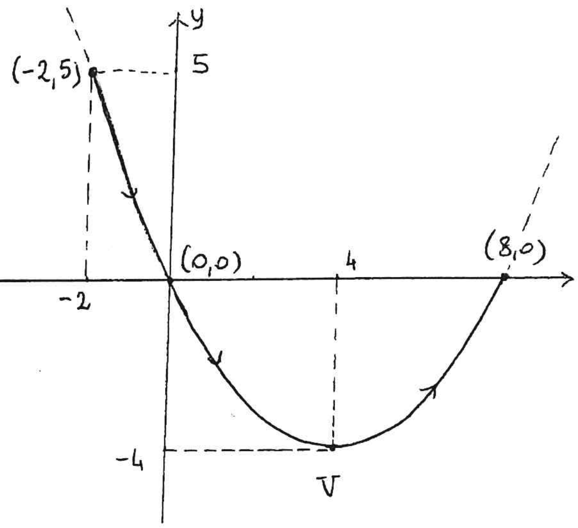


<u>eq.^{ue}</u> $y = -1 + \cos x$

nel verso delle x decrescenti

Le due curve non hanno lo stesso sostegno: sost $\gamma_2 \subset$ sost γ_1, ma sost γ_1 contiene in più il tratto da $\left(\frac{3}{2}\pi, -1\right)$ a $\left(\frac{5}{2}\pi, -1\right)$.

f) γ_1 $P_{iu} \underset{t=-10}{=} (-2, 5)$ $P_{fiu} \underset{t=0}{=} (8, 0)$



<u>eq.^{ue}</u> $t = x - 8$ $y = \frac{1}{4}(x - 8 + 4)^2 - 4$

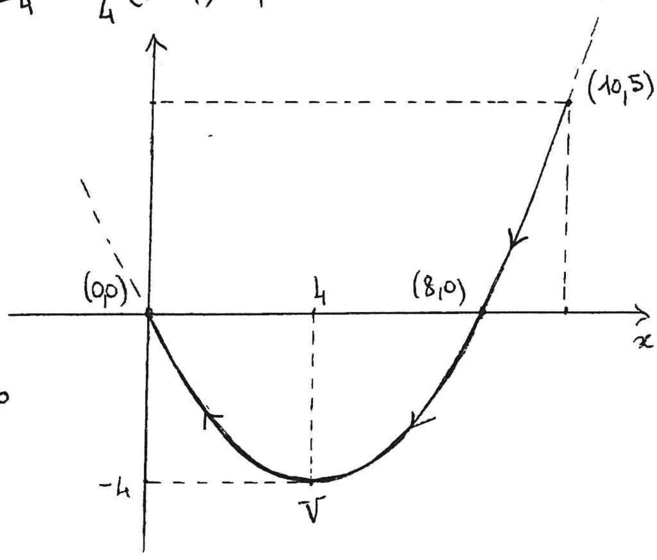
$y = \frac{1}{4}(x-4)^2 - 4$ parabola verso l'alto di $V(4, -4)$ percorsa nel verso delle x crescenti

$y = 0 \rightarrow x = 0, 8$

γ_2 $P_{iu} \underset{t=-10}{=} (10, 5)$ $P_{fiu} \underset{t=0}{=} (0, 0)$

<u>equazione</u> $t = -x$ $y = \frac{1}{4}(-x+4)^2 - 4 = \frac{1}{4}(x-4)^2 - 4$

nel verso delle x decrescenti

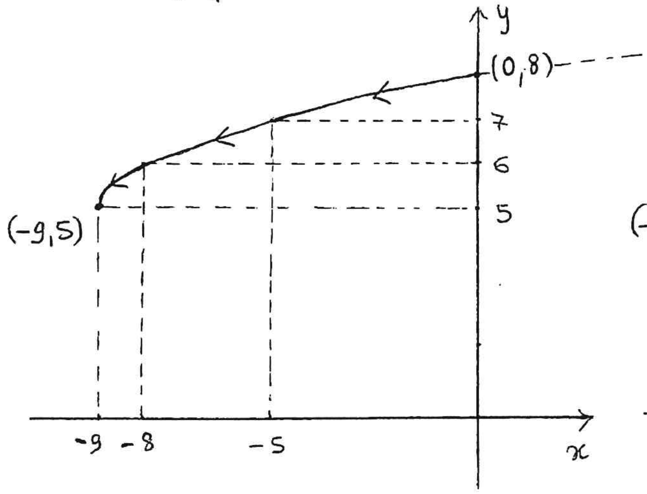


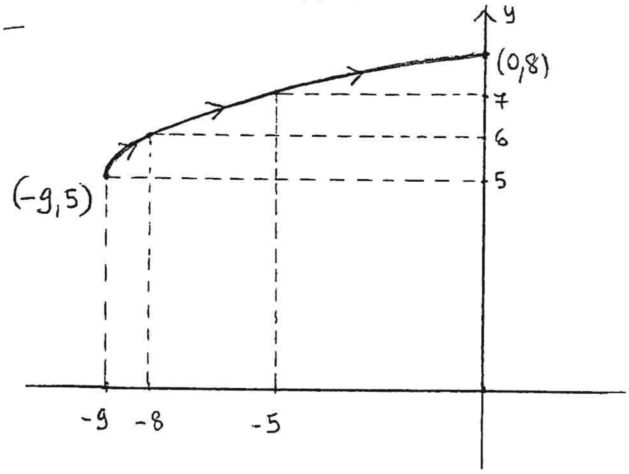
Le due curve NON HANNO LO STESSO SOSTEGNO: nessuno dei due sostegni è contenuto nell'altro. Hanno in comune il tratto per $x \in [0, 8]$, poi γ_1 ha in più il tratto da $(-2, 5)$ a $(0, 0)$, mentre γ_2 ha in più il tratto da $(8, 0)$ a $(10, 5)$.

g) γ_1 $P_{in} \underset{t=4}{=} (0,8)$ $P_{fin} \underset{t=13}{=} (-9,5)$

eq.^{ne} $t = 4 - x$ $\quad y = 5 + \sqrt{13-(4-x)} = 5 + \sqrt{x+9}$ grafico della radice $y = \sqrt{x}$ a sinistra di 9 e in alto di 5 nel verso delle x decrescenti

γ_2 $P_{in} \underset{t=4}{=} (-9,5)$ $P_{fin} \underset{t=13}{=} (0,8)$ eq.^{ne} $y = 5 + \sqrt{x+9}$ nel verso delle x crescenti

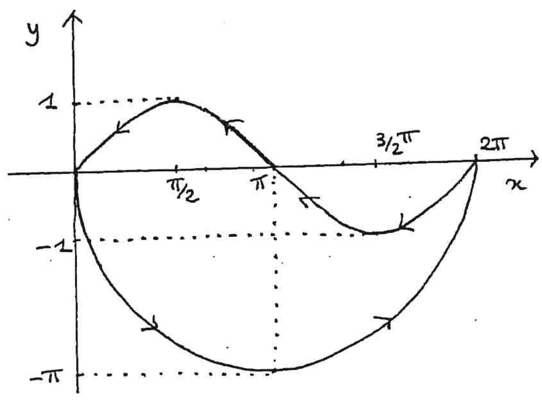




LE DUE CURVE HANNO LO STESSO SOSTEGNO: percorrono, in verso opposto, esattamente lo stesso tratto del grafico.

4) a)

1° tratto: metà inferiore della circonferenza di $C(\pi,0)$ $R=\pi$ percorsa in verso antiorario da $(0,0)$ a $(2\pi,0)$ per $\frac{1}{2}$ giro eq.^{ne} $(x-\pi)^2 + y^2 = \pi^2$

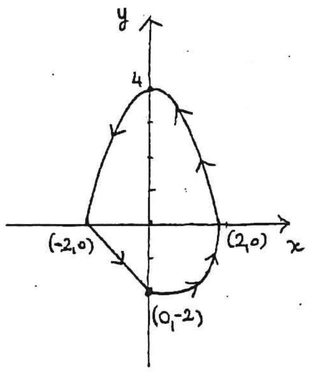


2° tratto: grafico della funzione $f(x) = \operatorname{sen} x$ percorso nel verso delle x decrescenti da $(2\pi,0)$ a $(0,0)$.

eq.^{ne} $t = 2\pi - x \rightarrow y = \operatorname{sen} x$

b) $P_{in} = \gamma(-\frac{\pi}{2}) = (0,-2) = P_{fin} = \gamma(6)$ γ è una curva chiusa

1° tratto: $\frac{1}{4}$ di circonferenza di $C(0,0)$ $R=2$ percorsa in verso antiorario da $(0,-2)$ a $(2,0)$ eq.ne $x^2+y^2=4$

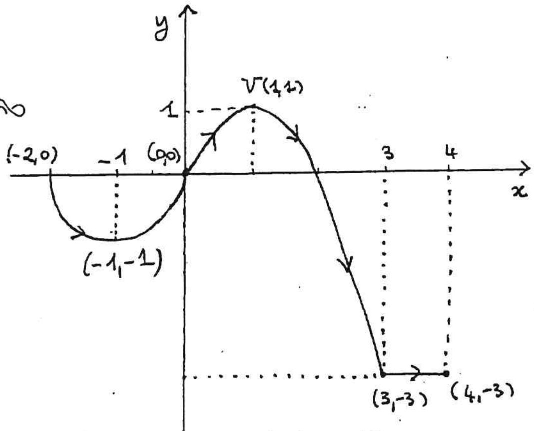


2° tratto: parabola di equazione $y=4-x^2$
$(t=2-x \to y=4(2-x)-(2-x)^2=4-x^2)$
percorsa nel verso delle x decrescenti da $(2,0)$ a $(-2,0)$, $V(0,4)$, verso il basso, $y=0 \to x=\pm 2$.

3° tratto: segmento sulla retta $y=-x-2$ da $(-2,0)$ a $(0,-2)$ (nel verso delle x crescenti).

c) $P_{in} = \gamma(-\pi) = (-2,0)$ $P_{fin} = \gamma(4) = (4,-3)$ γ non è una curva chiusa

1° tratto: metà inferiore della circonferenza di $C(-1,0)$ e $R=1$ percorsa in verso antiorario da $(-2,0)$ a $(0,0)$ eq.ne $(x+1)^2+y^2=1$



2° tratto: parabola $y=-x^2+2x$ ($V(1,1)$ verso il basso) nel verso delle x crescenti da $(0,0)$ a $(3,-3)$ $(y=0 \to x=0,2)$

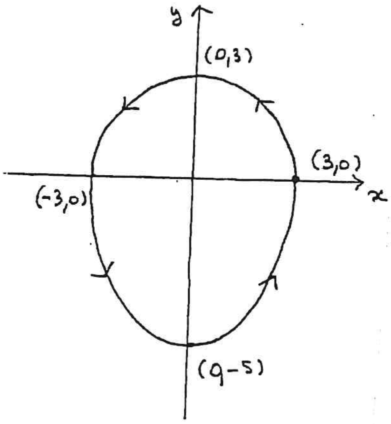
3° tratto: segmento orizzontale sulla retta $y=-3$ nel verso delle x crescenti da $(3,-3)$ a $(4,-3)$

d) $P_{in} = \gamma(0) = (3,0) = \gamma(2\pi) = P_{fin}$ γ è una curva chiusa

1° tratto: metà superiore della circonferenza di $C(0,0)$ $R=3$ percorsa in verso antiorario da $(3,0)$ a $(-3,0)$
eq.ne $x^2+y^2=9$

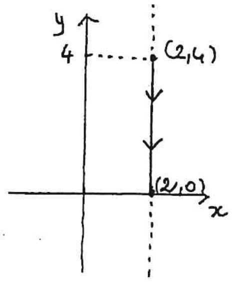
2° tratto: metà inferiore dell'ellisse di $C(0,0)$ e semiassi $(3,5)$ percorsa in verso antiorario da $(-3,0)$ a $(3,0)$

eq.ne $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$



e)

segmento (verticale) sulla retta $x=2$ percorso nel verso delle y decrescenti da $(2,4)$ a $(2,0)$

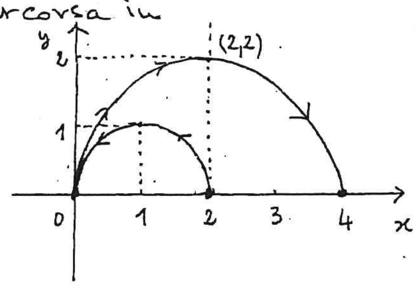


f) $P_{in}=\gamma(0)=(2,0)$ $P_{fin}=\gamma(2\pi)=(4,0)$ γ non è una curva chiusa

1° tratto: semicirconferenza di $C(1,0)$ $R=1$ percorsa in verso antior. da $(2,0)$ a $(0,0)$, eq.ne $(x-1)^2+y^2=1$

2° tratto: semicirconferenza di $C(2,0)$ $R=2$ percorsa in verso orario da $(0,0)$ a $(4,0)$

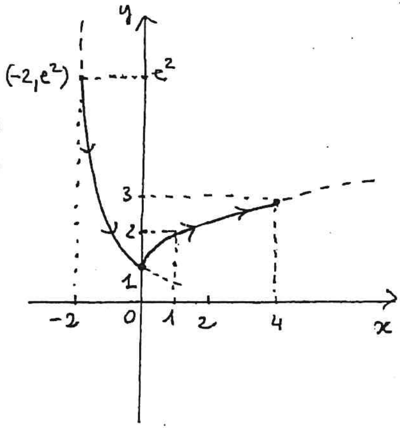
eq.ne $(x-2)^2+y^2=4$



g) $P_{in}=\gamma(-2)=(-2,e^2) \neq P_{fin}=\gamma(4)=(4,3)$ γ non è una curva chiusa

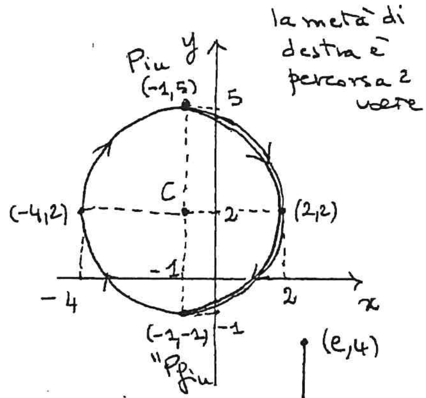
1° tratto: grafico della funzione $f(x)=e^{-x}$ percorso nel verso delle x crescenti da $(-2,e^2)$ a $(0,1)$ eq.ne $y=e^{-x}$ (simmetrico di e^x rispetto all'asse y)

2° tratto: grafico della funzione $f(x)=1+\sqrt{x}$ percorso nel verso delle x crescenti da $(0,1)$ a $(4,3)$ eq.ne $y=1+\sqrt{x}$ (grafico della radice in alto di 1)



h)

$P_{in} = \gamma(-\frac{\pi}{2}) = (-1,5) \quad P_{fin} = \gamma(\frac{5}{2}\pi) = (-1,-1)$

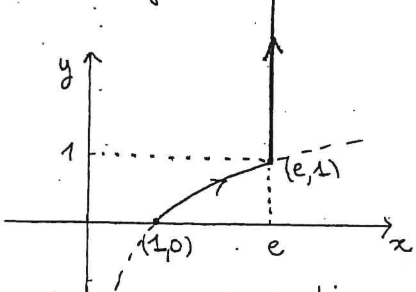


1 giro e $\frac{1}{2}$ sulla circonferenza di $C(-1,2)$

e $R=3$ percorsa in verso orario

eq.ne $(x+1)^2+(y-2)^2=9$

i) $P_{in} = \gamma(1) = (1,0) \neq P_{fin} = \gamma(e+3) = (e,4)$



1° tratto: grafico della funzione $f(x) = \log x$

percorso nel verso delle x crescenti da

$(1,0)$ a $(e,1)$ eq.ne $y = \log x$

2° tratto: segmento sulla retta verticale $x = e$ percorso nel verso delle y crescenti

da $(e,1)$ a $(e,4)$.

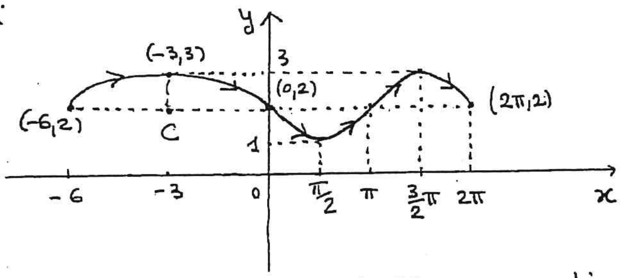
j) $P_{in} = \gamma(-\pi) = (-6,2) \neq P_{fin} = \gamma(2\pi) = (2\pi,2) \Rightarrow \gamma$ non è una curva chiusa

1° tratto: metà ellisse di $C(-3,2)$ e semiassi

$(3,1)$ percorsa in verso orario

da $(-6,2)$ a $(0,2)$ per $\frac{1}{2}$ giro

eq.ne $\frac{(x+3)^2}{9} + (y-2)^2 = 1$



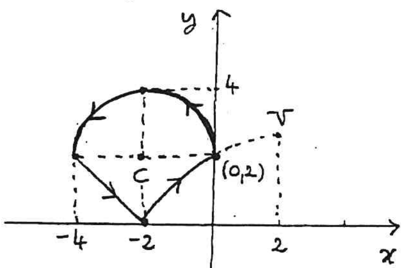
2° tratto: grafico della funzione $f(x) = 2 - \operatorname{sen} x$ percorso nel verso delle x crescenti da $(0,2)$ a $(2\pi,2)$, eq.ne $y = 2 - \operatorname{sen} x$ (grafico della funzione seno, riflesso rispetto all'asse x e poi alzato di 2)

k) $P_{in} = \gamma(-2) = (-2,0) \quad P_{fin} = \gamma(\pi+2) = (-2,0) \quad \gamma$ è CHIUSA

1° tratto: parabola di eq.ne $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + 2$

percorsa nel verso delle x crescenti da $(-2,0)$

a $(0,2)$ ($V(2,\frac{8}{3})$, verso il basso)



2° tratto: mezza circonferenza di $C(-2,2)$

$R=2$ percorsa in verso antiorario da

$(0,2)$ a $(-4,2)$ eq.ne $(x+2)^2+(y-2)^2=4$

CURVA CHIUSA

3° tratto: segmento sulla retta $y = -x-2$ percorso nel verso delle

x crescenti da $(-4,2)$ a $(-2,0)$