

PROVA SCRITTA DI ELEMENTI DI ELETTRONICA DIGITALE  
**21 FEBBRAIO 2019**

NOME: ..... COGNOME: .....  
 Numero di Matricola: .....

<b>1</b> Minimizzare, con i teoremi dell'algebra di Boole, le seguenti funzioni logiche $F = \overline{(A + \bar{C} + D)} + \overline{(A + \bar{C} + \bar{D})} + \overline{(B + \bar{C} + D)}$ $F = \overline{(A + \bar{B} + \bar{D})} \cdot \overline{(A + C + \bar{D})} \cdot \overline{(\bar{A} + C + D)}$
<b>2</b> Per la rete combinatoria in figura <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Scrivere la funzione minima</li> <li>• Determinare una rete logica equivalente utilizzando solo porte NAND</li> </ul>
<b>3</b> Sia data la seguente espressione Booleana: $F(A, B, C, D) = A B \bar{C} + A D + A$ La si implementi usando: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Un solo multiplexer 8:1 (8 vie di ingresso)</li> <li>2. Un decoder 4:16 ed eventualmente altre porte logiche</li> </ol>
<b>4</b> Una macchina sequenziale sincrona ha ingressi $x_1$ e $x_0$ e un'uscita $y$ . La macchina segue le seguenti specifiche: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ogni volta che l'ingresso <math>x_1</math> è diverso dal valore <math>x_1'</math> applicato nel ciclo precedente e che l'ingresso <math>x_0</math> è diverso dal valore <math>x_0'</math> applicato nel ciclo precedente l'uscita vale 1;</li> <li>• In tutti gli altri casi l'uscita assume valore 0;</li> <li>• Si supponga che, all'accensione, la macchina riceva come prima configurazione di ingresso <math>x_1=0</math>, <math>x_0=0</math>.</li> </ul> Si progetti la rete descrivendone dapprima il diagramma degli stati e successivamente realizzandola, con il minore numero di stati possibile, mediante flip-flop sincroni di tipo D (disegnare anche lo schema logico).         Infine, realizzare la medesima macchina utilizzando flip-flop di tipo T (determinare solo le funzioni che descrivono gli ingressi dei flip-flop e l'uscita, non è necessario disegnare lo schema logico)

N.B. : Scrivere nome, cognome e numero di matricola con calligrafia comprensibile su tutti i fogli che verranno consegnati al docente. Anche l'ordine ha la sua importanza e verrà valutato, si prega di consegnare elaborati leggibili e ordinati.



E.S. #1

Minimizzare con i TH  
dell'algoritmo di Boole le  
seguenti funzioni logiche

$$F = \overline{(A + \overline{C} + D)} + \overline{(\overline{A} + \overline{C} + \overline{D})} + \overline{(B + \overline{C} + D)}$$

$$= (A + \overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (B + \overline{C} + D)$$

$$= (\cancel{AA} + \cancel{AC} + \cancel{AD} + \cancel{\overline{AC}} + \cancel{\overline{CC}} + \cancel{\overline{CD}} + \\ \cancel{\overline{AD}} + \cancel{\overline{CD}} + \cancel{DD})(B + \overline{C} + D) =$$

$$= (\underbrace{\cancel{A} + \cancel{C} + \cancel{CD} + \cancel{CD}}_{= C} + \cancel{AD} + \cancel{AD})(B + \overline{C} + D)$$

$$= \cancel{BC} + \cancel{CC} + \cancel{CD} + A\overline{D}B + \cancel{AD}\cancel{C} + \cancel{AD}\overrightarrow{D} \\ + \overline{AD}B + \cancel{ADC} + \overline{AD}D$$

$$= \overline{C} + A\overline{D}B + \underbrace{\overline{AD}B + \overline{AD}}_{\overline{AD}}$$

$$= \overline{C} + AB\overline{D} + \overline{AD}$$

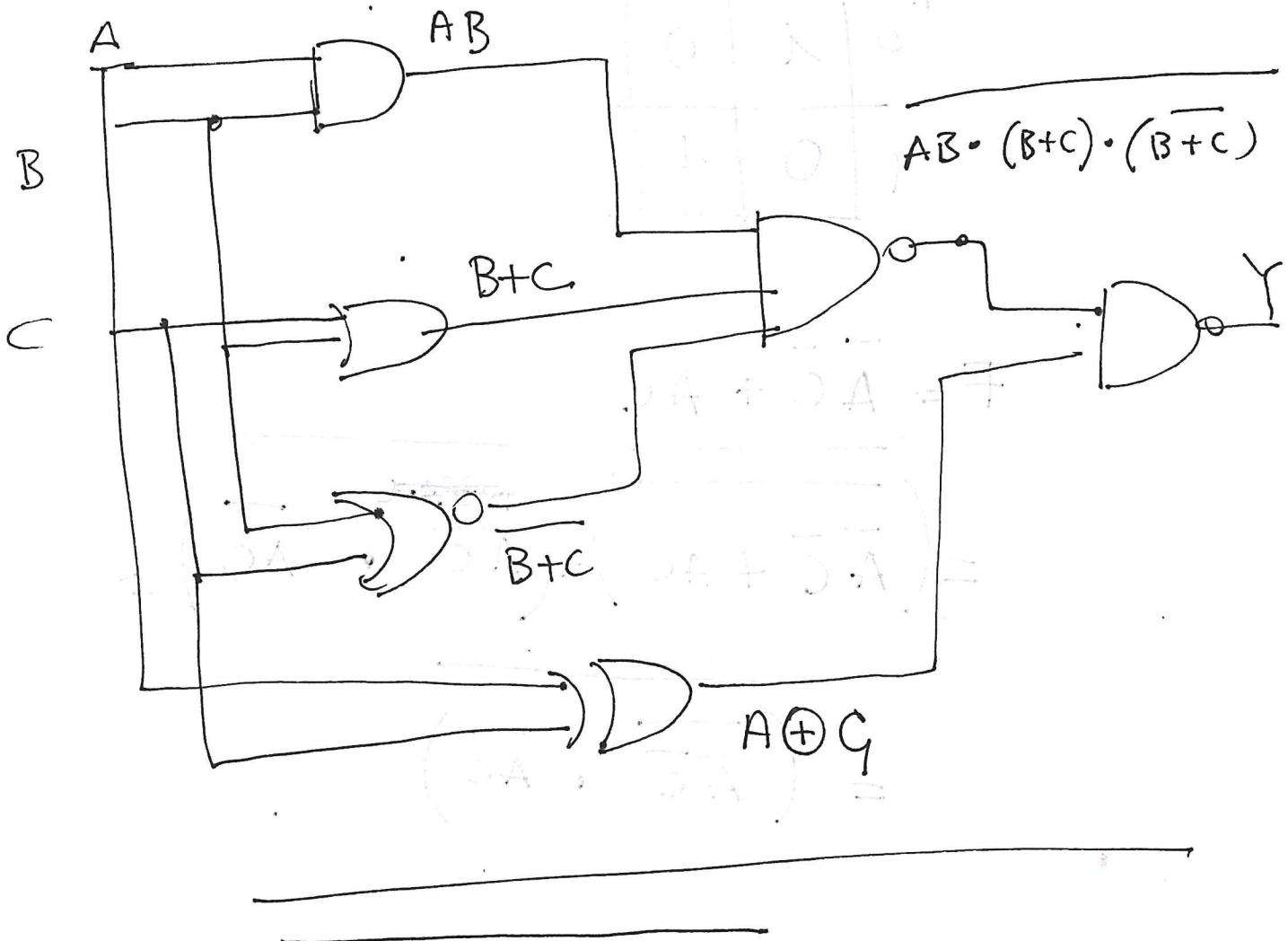
E.S. #2

$$\overline{F} = \overline{(A + \overline{B} + \overline{D})} \cdot \overline{(A + C + \overline{D})} \cdot \overline{(\overline{A} + C + D)}$$

$$= (A + \overline{B} + \overline{D}) + (A + C + \overline{D}) + (\overline{A} + C + D)$$

$$\leq 1$$

ES #2



$$Y = AB \cdot (B+C) \cdot (\overline{B}+\overline{C}) \cdot (A \oplus C)$$

$$= AB \cdot (B+C) \cdot (\overline{B}+\overline{C}) + (\overline{AC} + \overline{AC})$$

$$= (\overbrace{AB + ABC}^{AB+ABC} \cdot (\overline{B} \cdot \overline{C}) + (\overline{AC} + \overline{AC})$$

$$\overbrace{AB+ABC}^{AB+ABC} = AB$$

$$= AB \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{AC} + \overline{AC} =$$

$$\Rightarrow F = \overline{AC} + \overline{AC} = A \oplus C$$

$\oplus$  uses XOR

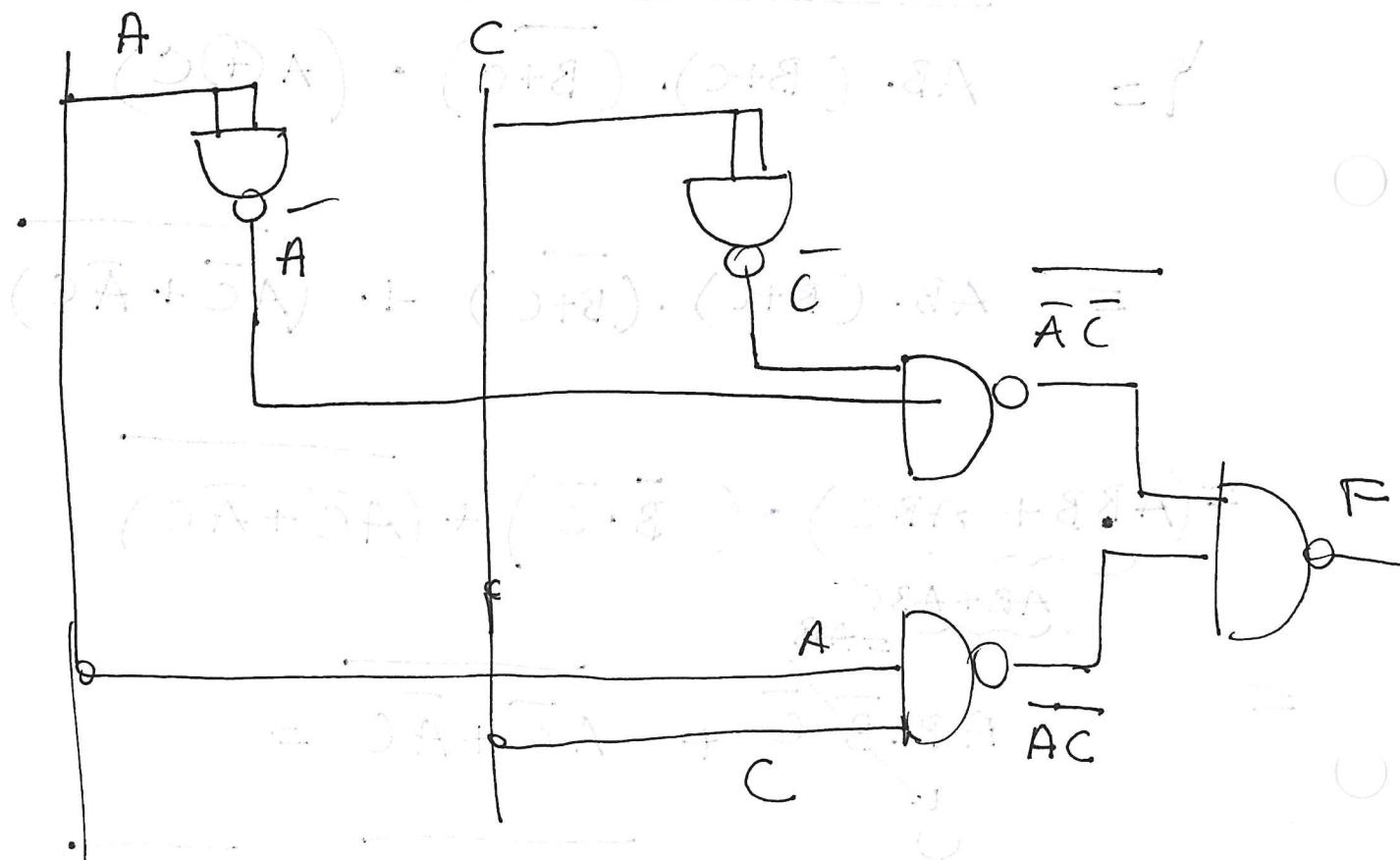
		C	O
		A	
A	0	1	0
	1	0	1

NAND

$$F = \overline{\overline{AC} + AC}$$

$$= (\overline{\overline{AC}} + AC) = (\overline{\overline{AC}} \cdot \overline{AC}) =$$

$$= (\overline{\overline{AC}} \cdot \overline{AC})$$



$$\overline{A \oplus A} = \overline{A} + \overline{A}$$

### Es#3

$$F(A, B, C, D) = AB\bar{C} + AD + A$$

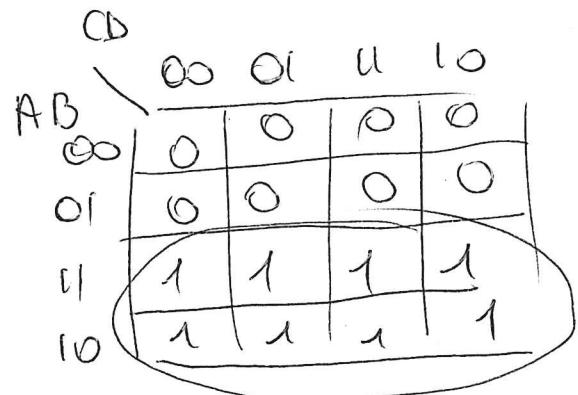
Si implementi usando

1) un mux 8:1

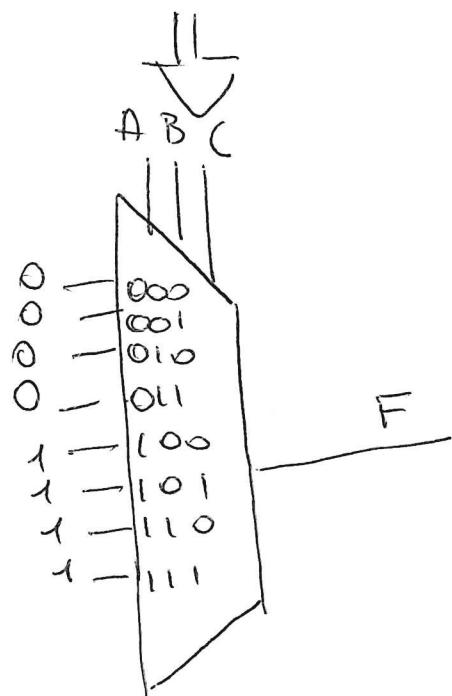
2) un DEC 4:16

(1)

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



$$F = A$$

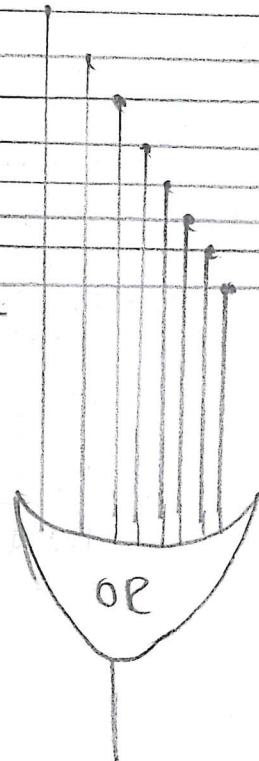


(2)

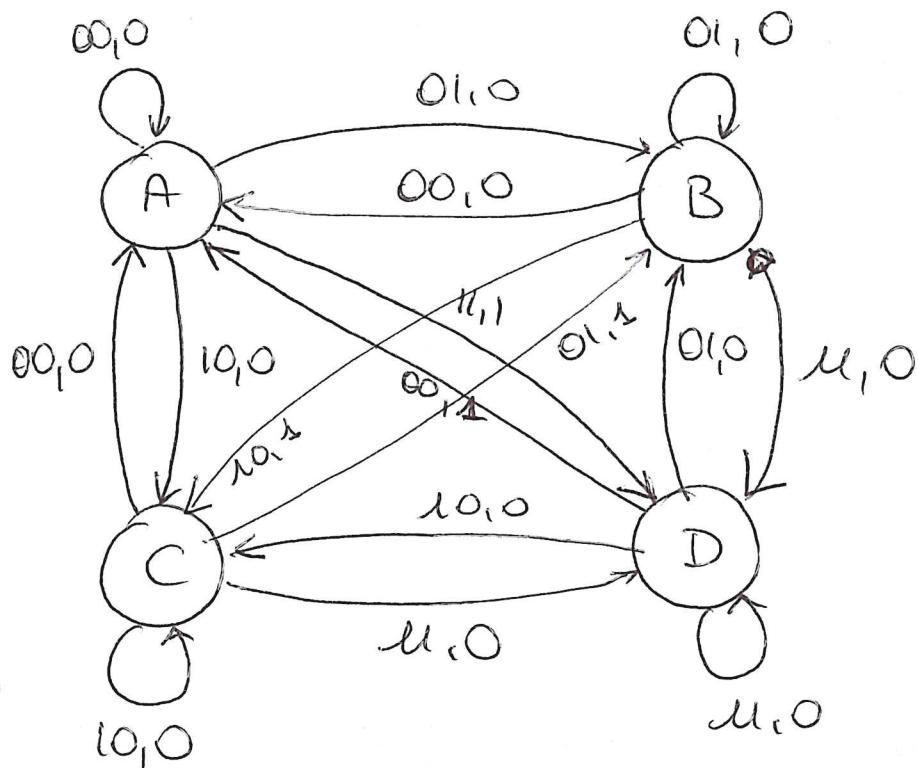
Using a decoder 4:16

A  
B  
C  
D

	0000	
	0001	
	0010	
	0011	
DEC	0100	
4:16	0100	
	0100	
	0100	
	0100	
	1000	
	1001	
	1010	
	1011	
	1100	
	1101	
	1110	
	1111	



ES. #4 MAESTRA SEQUENZIALE SUCONE



STATI	TABEUA DEGLI STATI			
	X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	00	01	11
A	A,0	B,0	D,1	C,0
B	A,0	B,0	D,0	C,1
C	A,0	B,1	D,0	C,0
D	A,1	B,0	D,0	C,0

Codifica degli stati

(A STATI  $\Rightarrow$  corretta CON 2<sup>BIT</sup>, q<sub>1</sub>q<sub>0</sub>)

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow 00 \\
 B &\rightarrow 01 \\
 C &\rightarrow 11 \\
 D &\rightarrow 10
 \end{aligned}$$

• TABELLA DELLE TRANSIZIONI CON CODIFICA BINARIA DEGLI STATI

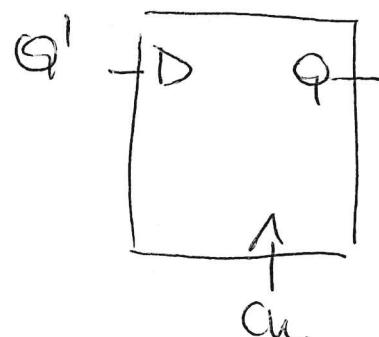
$x_1, x_0$	00	01	10	11	
A $\rightarrow$	00	00,0	01,0	10,1	11,0
B $\rightarrow$	01	00,0	01,0	10,0	11,1
C $\rightarrow$	11	00,0	01,1	10,0	11,0
D $\rightarrow$	10	00,1	01,0	10,0	11,0

(I) • SINTESI CON FF-D

Ricordando le tabella d'excitazione di un FF-D

se  $Q = \text{STATO PRESENTE}$  e  $Q' = \text{STATO FUTURO}$

$Q$	$Q'$	$D$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Si osserva che  $Q' = D \Rightarrow$

Per la sintesi delle reti si utilizza direttamente le tabelle delle transizioni sopra riportate.

$Q_1'$

$x_1 x_0$	00	01	11	10
$q_1 q_0$	00	00	11	11
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

$$Q_1' = x_1$$

$Q_0'$

$x_1 x_0$	00	01	11	10
$q_1 q_0$	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

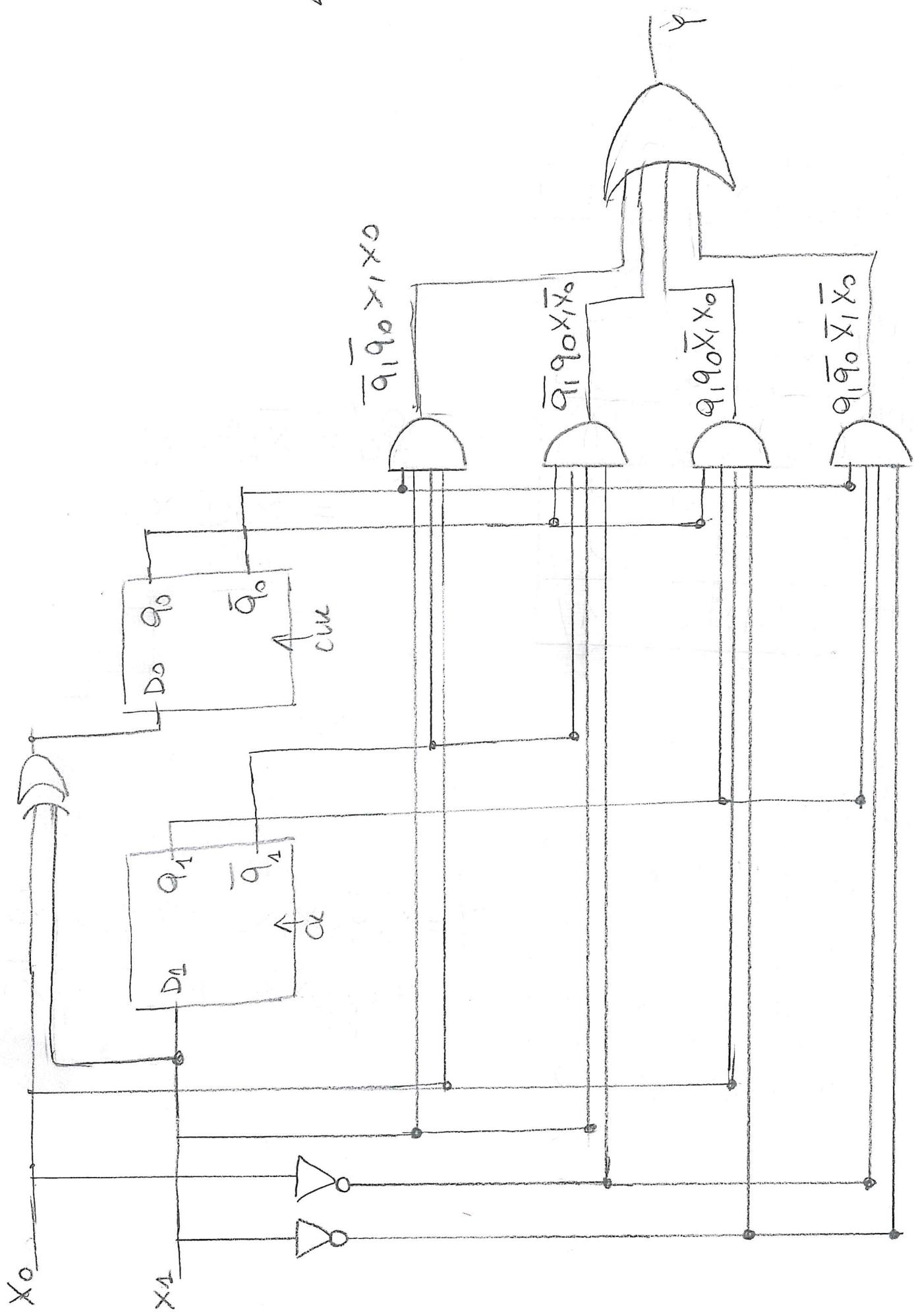
$$Q_0' = \bar{x}_1 x_0 + x_1 \bar{x}_0 = \\ = x_1 \oplus x_0$$

$y$

$x_1 x_0$	00	01	11	10
$q_1 q_0$	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	0	1
11	0	1	0	0
10	1	0	0	0

$$y = \bar{q}_1 \bar{q}_0 x_1 x_0 + \bar{q}_1 q_0 x_1 \bar{x}_0 + \\ + q_1 \bar{q}_0 \bar{x}_1 x_0 + q_1 q_0 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

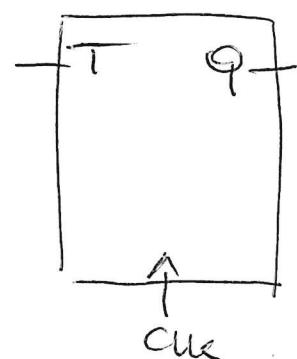
La rete corrispondente è la  
seguente:



• (II) SINTESI CON FF - T

Ricordandosi le tabelle d'excitazione del FF-T, se  $q' = \text{STATO FUTURO}$  e  $q = \text{STATO PRESENTE}$ :

$q$	$q'$	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Poiché usiamo UPFT è necessario ricavare dalle tabelle delle transizioni con codifica degli stati, il valore dell'ingresso del FF-T che dato un certo stato futuro ( $q_1$  e  $q_0$ ) determina lo stato futuro ( $q'_1$  e  $q'_0$ ), in tabella. Poiché servono due FF, gli ingressi del FF-T saranno 2,  $T_1$  e  $T_0$ .

In particolare  $T_i$  andrà posto ad 1 in tutti i casi in cui  $q \neq q'$ , mentre a 0 per  $q = q'$ .

In particolare  $T_i$  andrà posto ad 1 in tutti i casi in cui  $q \neq q'$ , mentre a 0 per  $q = q'$ .

$x_1 x_0$

$q, q_0$

	00	01	11	10
00	00, 0	01, 0	10, 1	u, 0
01	01, 0	00, 0	u, 0	10, 1
11	u, 0	10, 1	01, 0	00, 0
10	10, 1	u, 0	00, 0	01, 0

$T_1 T_0, y$

Ricavo da  $T_1 + T_0$

(y non cambia rispetto al  
caso con FF-D)

$T_1$

$x_1 x_0$

$q, q_0$

	00	01	u	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	1	1	0	0
10	1	1	0	0

$$T_1 = \bar{q}_1 x_1 + q_1 \bar{x}_1 = q_1 \oplus x_1$$

$T_0$

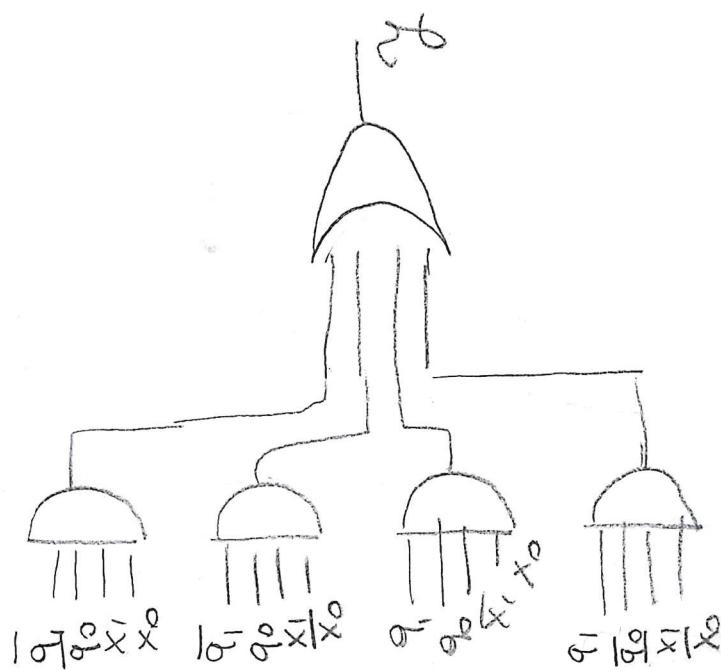
$x_1 x_0$

$q, q_0$

	00	(01)	11	(10)
00	0	1	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	1	0
10	0	1	0	1

$$T_0 = \bar{q}_0 \bar{x}_1 x_0 + \bar{q}_0 x_1 \bar{x}_0 + \\ + \bar{x}_1 \bar{x}_0 q_0 + x_1 x_0 q_0$$

La rete logica corrispondente è  
la seguente:



L'uscita deve risultare  
di quella precedente  $\rightarrow$  qui è solo  
indotta

