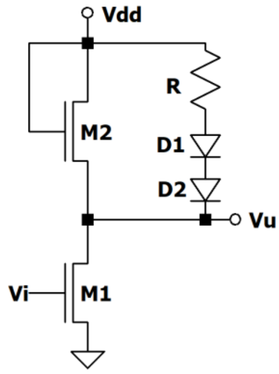
PROVA SCRITTA DI ELETTRONICA 1
4 SETTEMBRE 2020



1) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalla tensione di soglia V_{Tn} e dai coefficienti β_i, mentre i diodi sono descritti da un modello a soglia, con V_γ=0.75.

$\beta_1 = 4\ \frac{mA}{V^2}, \beta_2 = 0.5\ \frac{mA}{V^2}, V_{dd} = 3.5\text{V}, V_{Tn} = 0.3\text{V}.$

(Il valore della resistenza R è assegnato in maniera casuale durante lo svolgimento della prova: nella traccia seguente si assume $R = 0.7\ \text{k}\Omega$)

1) Calcolare il valore di V_u per $V_i = 0\ V$
Si indichi il valore in Volt, con 2 cifre decimali.

2) Calcolare il valore di V_u per $V_i = 0.4\ V$
Si indichi il valore in Volt, con 2 cifre decimali.

3) Calcolare il valore di V_u per $V_i = 1.0\ V$
Si indichi il valore in Volt, con 2 cifre decimali.

4) Calcolare il valore di V_u per $V_i = 3.0\ V$
Si indichi il valore in Volt, con 2 cifre decimali.

Il circuito è simile ad un invertitore nMOS a carico saturato, in cui il transistore di pull-up M_2 è in parallelo al ramo $R{-}D_1{-}D_2$. Si può osservare preliminarmente che i diodi D_1 e D_2 sono attraversati dalla stessa corrente e quindi possono essere solo simultaneamente ON o simultaneamente OFF. Si ha:

$$D_1, D_2 \text{ OFF } \rightarrow \begin{Bmatrix} V_{D1} < V_\gamma \\ V_{D2} < V_\gamma \\ I_{D1} = I_{D1} = I_R = 0 \\ V_{dd} - RI_R - V_{D1} - V_{D2} = V_u \end{Bmatrix} \rightarrow V_u > V_{dd} - 2\,V_\gamma = 2.0\,V$$

Quindi, per $V_u > 2.0\,V$, il ramo $R{-}D_1{-}D_2$ è ininfluente e il comportamento è quello dell'invertitore a carico nMOS saturato.
Le regioni di funzionamento del transistore M_1 sono le seguenti:

$$M_1 \text{ OFF } \rightarrow \;\; V_{GS1} = V_i < V_{Tn}$$
$$M_1 \text{ SAT } \rightarrow \;\; V_{Tn} < V_{GS1} = V_i < V_{DS1} + V_{Tn} = V_u + V_{Tn}$$
$$M_1 \text{ LIN } \rightarrow \;\; V_i > V_u + V_{Tn}$$

1) $V_i = 0\,V < V_{Tn} \rightarrow \;\; I_{D1} = 0 = I_{D2} + I_R$: la somma delle correnti di pull-up è quindi nulla. Non è ipotizzabile che le correnti I_{M2} e I_R siano uguali ed opposte. Infatti, per assurdo:

$$I_{M2} > 0 \rightarrow V_{GS2} = V_{dd} - V_u > V_{Tn} \rightarrow V_u < V_{dd} - V_{Tn} \rightarrow I_R = I_{D1,2} \geq 0$$

Quindi entrambi i rami di pull-up sono OFF. Il nodo di uscita di porta alla tensione massima possibile, compatibilmente con la carica della capacità del nodo di uscita. Come dimostrato a lezione, quindi,

$$V_u = V_{dd} - V_{Tn} = \mathbf{3.2\,V}$$

2) $V_i = 0.4\,V > \;V_{Tn} \rightarrow \; M_1$ON (HP: M_1SAT* e $D_{1,2}$ OFF**). Si ha quindi:

$$\left.\begin{matrix} I_{M1} = I_{M2} \\ I_{M1} = \dfrac{\beta_1}{2}(V_i - V_{Tn})^2 \\ I_{M2} = \dfrac{\beta_2}{2}(V_{dd} - V_u - V_{Tn})^2 \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{V_u = 2.92\,V} \\ \cancel{V_u = 3.48\,V} \end{cases}$$

La prima soluzione soddisfa entrambe le ipotesi:

$$V_{GS1} = V_i = 0.4\,V < \;V_{DS1} + V_{TN} = 3.22\,V\;(*)$$
$$V_u = 2.92\,V > \;V_{dd} - 2\,V_\gamma = 2.0\,V\;(**)$$

Mentre la seconda non soddisfa l'ipotesi di $M_2\text{ON, SAT}$:

$$V_{GS2} = V_{dd} - V_u = 0.02\,V < V_{Tn}$$

3) $V_i = 1.0\,V > \;V_{Tn} \rightarrow \; M_1$ON (HP: M_1SAT* e $D_{1,2}$ ON**). Si ha quindi:

$$\left.\begin{matrix} I_{M1} = I_{M2} + I_R \\ I_{M1} = \dfrac{\beta_1}{2}(V_i - V_{Tn})^2 \\ I_{M2} = \dfrac{\beta_2}{2}(V_{dd} - V_u - V_{Tn})^2 \\ I_R = \dfrac{V_{dd} - 2\,V_\gamma - V_u}{R} \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{V_u = 1.71\,V} \\ \cancel{V_u = 10.41\,V} \end{cases}$$

La prima soluzione soddisfa entrambe le ipotesi:

$$V_{GS1} = V_i = 1\,V < \;V_{DS1} + V_{TN} = 2.05\,V\;(*)$$
$$V_u = 1.71\,V < \;V_{dd} - 2\,V_\gamma = 2.0\,V\;(**)$$

Mentre la seconda non soddisfa l'ipotesi di $M_2\text{ON, SAT}$:

$$V_{GS2} = V_{dd} - V_u = -6.91\,V < V_{Tn}$$

4) $V_i = 3.0\,V > \;V_{Tn} \rightarrow \; M_1$ON (HP: M_1LIN* e $D_{1,2}$ ON**). Si ha quindi:

$$\left.\begin{matrix} I_{M1} = I_{M2} + I_R \\ I_{M1} = \beta_1\left(\left((V_i - V_{Tn})V_u - \dfrac{{V_u}^2}{2}\right)\right) \\ I_{M2} = \dfrac{\beta_2}{2}(V_{dd} - V_u - V_{Tn})^2 \\ I_R = \dfrac{V_{dd} - 2\,V_\gamma - V_u}{R} \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{V_u = 0.42\,V} \\ \cancel{V_u = 5.72\,V} \end{cases}$$

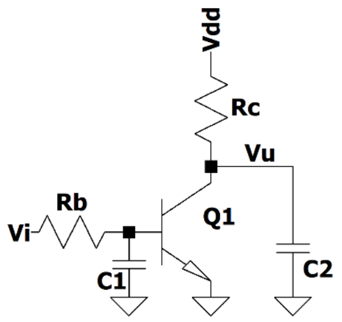
La prima soluzione soddisfa entrambe le ipotesi:

$$V_{GS1} = V_i = 3\,V > \;V_{DS1} + V_{TN} = 0.72\,V\;(*)$$
$$V_u = 0.42\,V < \;V_{dd} - 2\,V_\gamma = 2.0\,V\;(**)$$

Mentre la seconda non soddisfa l'ipotesi di $M_2\text{ON, SAT}$:

$$V_{GS2} = V_{dd} - V_u = -2.23\,V < V_{Tn}$$

2) Nel circuito in figura, il transistore bipolare è descritto da un modello a soglia, con V_γ=0.75 V e $V_{CE,sat}$=0.2 V.
Il segnale di ingresso abbia l'andamento seguente:



$$\begin{cases} t \leq 0 & V_i = 0 \\ t > 0 & V_i = V_{dd} \end{cases}$$

V_{cc}= 5 V, R_c=1 kΩ, β_F= 100, C_1=0.5 pf, C_2=5.0 pf, .

(Il valore della resistenza R_b è assegnato in maniera casuale durante lo svolgimento della prova: nella traccia seguente si assume R_b=14 kΩ)

Calcolare il valore "alto" (V_H) di V_u, per $t \leq 0$.
Si indichi il valore in Volt, con 2 cifre decimali.

Calcolare il valore "basso" (V_L) di V_u, a transitorio concluso.
Si indichi il valore in Volt, con 2 cifre decimali.

Calcolare il tempo di discesa (t_{fall}) corrispondente. *Si ricorda che il tempo di discesa è il tempo necessario al segnale di uscita a compiere il transitorio in cui il segnale di uscita passa dal 90% al 10% dell'escursione.*
Si indichi il valore in ps, con 2 cifre decimali.

Calcolare il tempo di propagazione ($t_{p,HL}$) corrispondente. *Si ricorda che il tempo di propagazione è il tempo che intercorre fra l'istante in cui il segnale di ingresso e il segnale di uscita raggiungono il 50% della propria escursione.*
Si indichi il valore in ps, con 2 cifre decimali.

Il circuito è un invertitore RTL. Con uscita a vuoto, il valore "alto" (V_H) di V_u viene ottenuto con ingresso basso e transistore spento. In questo caso, $V_u = V_{cc} = \mathbf{V_H = 5.00\ V}$.
Per $t \leq 0$, il circuito si trova in condizioni statiche, per le quali valgono le condizioni studiate in precedenza. In particolare, le tensioni iniziali ai capi dei condensatori possono essere così determinate:

$$V_i = 0 < V_\gamma \rightarrow \begin{cases} I_c = 0 \ \rightarrow V_{C2} = V_u = V_{cc} - R_C I_c = V_{cc} \\ I_b = 0 \ \rightarrow V_{C1} = V_{BE} = V_i - R_B I_b = 0 \end{cases}$$

Il valore "basso" (V_L) di V_u viene ottenuto con ingresso alto ($V_i = V_H$), per $t \rightarrow \infty$. Ipotizzando, in questo caso, il transistore in regime di saturazione (*), si ha $V_u = V_{CE,sat} = \mathbf{V_L = 0.20\ V}$. L'ipotesi (*) è in questo caso verificata:

$$\left.\begin{aligned} I_c &= \frac{V_{cc} - V_{CE,sat}}{R_c} = 4.8\ \text{mA} \\ I_b &= \frac{V_{cc} - V_\gamma}{R_b} = 0.3\ \text{mA} \end{aligned}\right\} \rightarrow I_c < \beta_F\, I_b$$

Il transitorio si compone di due tratti: inizialmente il condensatore C_1, inizialmente scarico, si carica attraverso la corrente che circola su R_B. Fino a che la tensione $V_{C1} = V_{BE} < V_\gamma$, il transistore rimane spento e quindi $V_u = V_{cc}$. Si ha, in questo tratto:

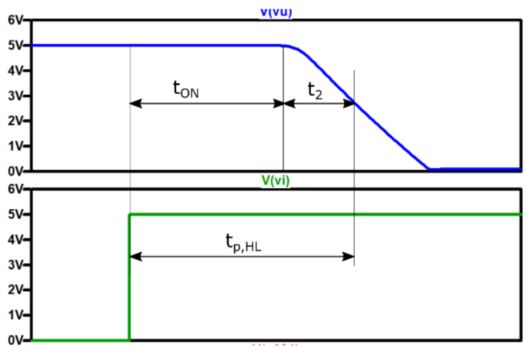
$$\frac{V_{cc} - V_{C1}}{R_b} = C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} \rightarrow \int_0^{t_{ON}} dt = \int_0^{V_\gamma} \frac{R_b C_1}{V_{cc} - V_{C1}} dV_{C1} \rightarrow t_{ON} = 1137.63\ \text{ps}$$

Dopo il tempo t_{ON}, il transistore si accende: si ha d'ora in avanti $V_{C1} = V_{BE} = V_\gamma$, per cui il condensatore C_1, essendo soggetto a tensione costante, è attraversato da corrente nulla e quindi ininfluente. In questo secondo tratto il transistore è acceso e può quindi scaricare il condensatore C_2; ai fini del calcolo del tempo di propagazione $t_{p,HL}$ occorre valutare la transizione del segnale di uscita dal valore V_H al valore medio della escursione:

$$V_{fin} = \frac{V_H + V_L}{2} = 2.6\ V$$

In questo intervallo $V_u = V_{CE} > V_{CE,sat}$ e quindi il transistore opera in regione attiva diretta. Si ha quindi:

$$\left.\begin{aligned} I_c &= \beta_F\, I_b = \beta_F \frac{V_{cc} - V_\gamma}{R_b} \\ I_{Rc} &= \frac{V_{cc} - V_u}{R_c} \\ I_{C2} &= C_2 \frac{dV_u}{dt} \\ I_{C2} &= I_{Rc} - I_c \end{aligned}\right\} \rightarrow t_2 = \int_{V_H}^{V_{fin}} \frac{C_2}{I_{Rc} - I_c} dt = 411.79\ \text{ps}$$



Il tempo di propagazione $t_{p,HL}$ è quindi la somma dei due tempi calcolati finora:

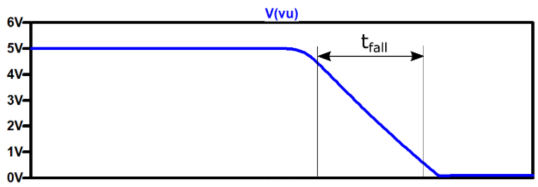
$$\mathbf{t_{p,HL}} = t_{ON} + t_2 = \mathbf{1549.42\ ps}$$

Per il calcolo del tempo di discesa, invece, occorre fare riferimento solo al segnale di uscita V_u e valutare il tempo necessario a compiere il transitorio fra il 90% e il 10% dell'escursione. Gli estremi possone quindi essere calcolati:

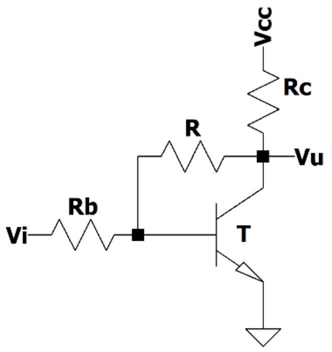
$$V_{u,in} = V_L + 0.9\,(V_H - V_L) = V_{CE,sat} + 0.9\,(V_{cc} - V_{CE,sat}) = 4.52\ V$$
$$V_{u,fin} = V_L + 0.1\,(V_H - V_L) = V_{CE,sat} + 0.1\,(V_{cc} - V_{CE,sat}) = 0.68\ V$$

Poiché nell'intero intervallo si ha $V_u = V_{CE} > V_{CE,sat}$, il transistore opera in regione attiva diretta e il tempo di discesa può essere calcolato, analogamente al caso precedente, come:

$$\left.\begin{aligned} I_c &= \beta_F\, I_b = \beta_F \frac{V_{cc} - V_\gamma}{R_b} \\ I_{Rc} &= \frac{V_{cc} - V_u}{R_c} \\ I_{C2} &= C_2 \frac{dV_u}{dt} \\ I_{C2} &= I_{Rc} - I_c \end{aligned}\right\} \rightarrow \mathbf{t_{fall}} = \int_{V_{u,in}}^{V_{u,fin}} \frac{C_2}{I_{Rc} - I_c} dt = \mathbf{687.81\ ps}$$



3) Nel circuito in figura, il transistore bipolare è descritto da un modello a soglia, con V_γ=0.75 V e $V_{CE,sat}$=0.2 V.



V_{cc}= 5 V, R_c=1 kΩ, R = 200 kΩ, β_F= 100.

(Il valore della resistenza R_b è assegnato in maniera casuale durante lo svolgimento della prova: nella traccia seguente si assume R_b = 8kΩ)

Calcolare il margine di immunità ai disturbi relativo ai valori "alti" NMH
Si indichi il valore in Volt, con 2 cifre decimali.

Calcolare il margine di immunità ai disturbi relativo ai valori "bassi" NML
Si indichi il valore in Volt, con 2 cifre decimali.

Il circuito è un invertitore RTL, al quale è aggiunto il resistore R. Per calcolare il margine di immunità ai disturbi, occorre riconoscere i punti caratteristici sulla caratteristica statica $V_u(V_i)$. In analogia con lo studio fatto per l'invertitore RTL, possiamo fare riferimento alle diverse regioni di funzionamento del transistore T.

T OFF (tratto 1): il circuito si riduce al partitore resistivo costituito dai resistori R_c, R e R_b. Si ha:

$$I = \frac{V_{cc} - V_i}{R_c + R + R_b} \rightarrow \begin{cases} V_u = V_{cc} - R_c I = \dfrac{(R_c + R)V_i + R_b V_{cc}}{R_c + R + R_b} = 4.976 + 4.785\ 10^{-3}\ V_i \quad (*) \\ V_{BE} = V_{cc} - (R_c + R)I = \dfrac{(R_b + R)V_{cc} + R_c V_i}{R_c + R + R_b} \quad (**) \end{cases}$$

In questo tratto, il guadagno di tensione vale:

$$A_v = \frac{dV_u}{dV_i} = 4.785\ 10^{-3}$$

La condizione vale fino a che:

$$V_{BE} \leq V_\gamma \xrightarrow{(**)} V_i \leq 0.58\ V \xrightarrow{(*)} V_u \geq 4.98\ V$$

Per T in regione Attiva Diretta (tratto 2), si ha:

$$V_{BE} = V_\gamma \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} I_R = \dfrac{V_u - V_\gamma}{R} \\ I_B = \dfrac{V_i - V_\gamma}{R_B} + I_R \\ I_C = \dfrac{V_{cc} - V_u}{R_c} - I_R \\ I_C = \beta_F I_B \end{array} \right\} \rightarrow V_u = 6.596 - 4.975\ V_i \quad (***)$$

In questo tratto, il guadagno di tensione vale:

$$A_v = \frac{dV_u}{dV_i} = -4.975$$

La condizione vale fino a che:

$$V_u = V_{CE} > V_{CE,sat} \xrightarrow{(***)} V_i \leq 1.16\ V$$

Nel tratto 3 successivo, T SAT:

$$V_u = V_{CE,sat}$$

In questo tratto, il guadagno di tensione vale:

$$A_v = \frac{dV_u}{dV_i} = 0$$

È quindi immediato riconoscere i punti caratteristici che separano le regioni di attenuazione ($|A_v| < 1$) da quelle di amplificazione ($|A_v| > 1$):

$$\left. \begin{array}{l} V_{iLMAX} = 0.58\ V \\ V_{oHMIN} = 4.98\ V \\ V_{iHMIN} = 1.16\ V \\ V_{oLMAX} = 0.20\ V \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{N_{ML}} = V_{iLMAX} - V_{oLMAX} = \mathbf{0.38\ V} \\ \boldsymbol{N_{MH}} = V_{oHMIN} - V_{iHMIN} = \mathbf{3.82\ V} \end{cases}$$