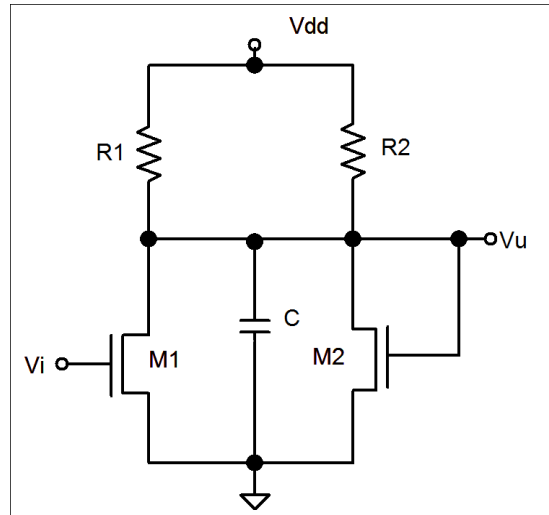


PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI ELETTRONICA A
17 FEBBRAIO 2011

- 1) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalle tensioni di soglia V_{T1} e V_{T2} e dai coefficienti β_1 e β_2 .
Il segnale d'ingresso abbia il seguente andamento:

$$\begin{aligned} t < 0: & \quad V_i = 0 \\ t > 0: & \quad V_i = V_{dd} \end{aligned}$$

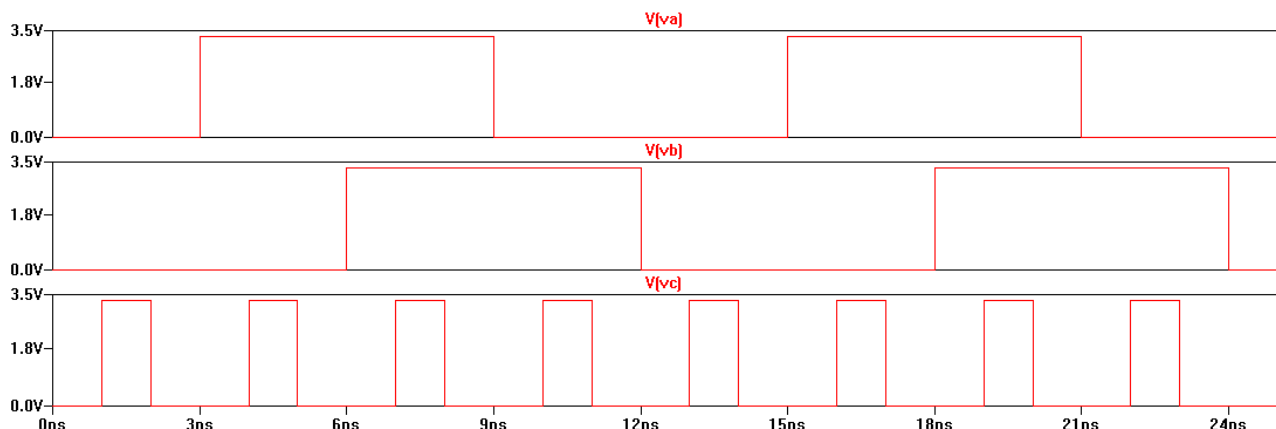
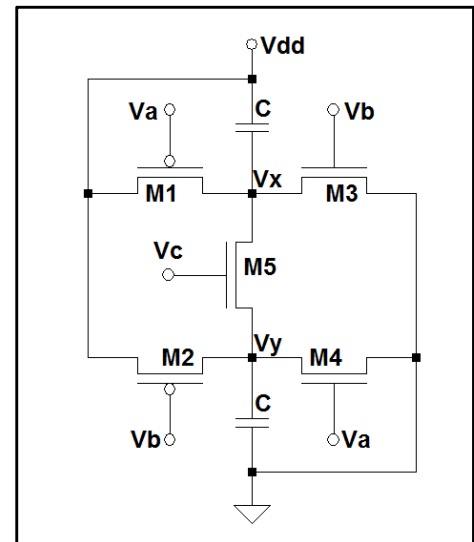
Si calcoli il tempo di discesa t_{fall} associato al segnale di uscita v_u , definito come il tempo necessario a compiere la transizione fra il 90% e il 10% dell'escursione totale del segnale di uscita.



$V_{dd} = 3.5 \text{ V}$, $V_{T1} = 0.5 \text{ V}$, $V_{T2} = 1 \text{ V}$, $\beta_1 = 2 \text{ mA/V}^2$, $\beta_2 = 1.5 \text{ mA/V}^2$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$, $C = 10 \text{ nF}$.

- 2) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalle tensioni di soglia $V_{Tn} = |V_{Tp}| = V_T$ e dai coefficienti β_n e β_p .

I segnali di ingresso V_a , V_b e V_c abbiano l'andamento periodico (periodo di 12 ns) mostrato in figura. Si determini l'andamento dei segnali V_x e V_y . Si assuma che ogni transitorio si esaurisca prima della successiva variazione degli ingressi. Determinare infine il consumo medio di potenza statica del circuito.



$V_{dd} = 3.3 \text{ V}$, $V_T = 0.35 \text{ V}$, $\beta_n = 1.2 \text{ mA/V}^2$, $\beta_p = 0.9 \text{ mA/V}^2$.

Esame di ELETTRONICA AB (mod. B): svolgere l'esercizio 1 (tempo disponibile 1h 15m).

Esame di ELETTRONICA DEI SISTEMI DIGITALI A: l'esercizio 2 (tempo disponibile 1h 15m).

Esame di FONDAMENTI DI ELETTRONICA A: svolgere gli esercizi 1 e 2 (tempo disponibile 2h e 30m).

- Indicare su ciascun foglio nome, cognome, data e numero di matricola
- Non usare penne o matite rosse
- L'elaborato deve essere contenuto in un unico foglio (4 facciate) protocollo

OSS. PRELIMINARI:

Il transistor M2 quando è on ($v_u > v_{t2} = 1\text{ V}$) è in saturazione.

1) Per $t < 0$ $v_i = 0$, M1 è off. Calcolo v_u nell'ipotesi di avere M2 on e sat (da verificare).

$id_{n2sat} = \beta_2/2(v_u - v_{t2})^2$ $ir_1 = (v_{dd} - v_u)/r_1$ $ir_2 = (v_{dd} - v_u)/r_2$ Ma $id_{n2sat} = ir_1 + ir_2$	Da cui si ricava che $v_u = -1.954\text{ V}$ e $v_u = 2.354\text{ V}$. La seconda soluzione è quella accettabile e verifica la Hp su M2: $v_u (=2.354\text{ V}) > v_{t2} = 1\text{ V}$. Quindi $v_u(t < 0) = 2.354\text{ V}$
---	---

2) Per $t \rightarrow \infty$, $v_i = v_{dd}$, quindi M1 on. Suppongo M1 lin, sse $v_u < v_{dd} - v_{t1} = 3\text{ V}$ (da verificare).

Suppongo poi M2 off, sse $v_u < v_{t2} = 1\text{ V}$ (da verificare).

$ir_1 = (v_{dd} - v_u)/r_1$ $ir_2 = (v_{dd} - v_u)/r_2$ $id_{n1lin} = \beta_1 * ((v_{dd} - v_{t1}) * v_u - 1/2 * v_u^2)$ Ma $id_{n1lin} = ir_1 + ir_2$	Da cui si ricava che $v_u = 0.640\text{ V}$ e $v_u = 6.560\text{ V}$. La prima soluzione è quella accettabile e verifica la Hp su M1 lin, $v_u (=0.640\text{ V}) < 3\text{ V}$, e su M2 off, $v_u (=0.640\text{ V}) < v_{t2} = 1\text{ V}$. Quindi $v_u(t \rightarrow \infty) = 0.640\text{ V}$
---	---

3) Per $t = 0+$ $v_i = v_{dd}$, M1 va on e lin, e M2 è sat. $v_u(0+) = v_u(0-) = 2.354\text{ V}$ e $v_u(\infty) = 0.640\text{ V}$. Il t_{fall} è il tempo necessario a compiere la transizione fra il 90% e il 10% dell'escursione totale del segnale di uscita $\Delta v_u = v_u(0+) - v_u(\infty) = 1.714\text{ V}$, quindi $v_{uiniz} = v_u(\infty) + 0.9 * \Delta v_u = 2.183\text{ V}$, e $v_{ufinal} = v_u(\infty) + 0.1 * \Delta v_u = 0.811\text{ V}$.

Analizzo le regioni di funzionamento di M1 durante il transitorio analizzato:

1) M1 lin per $v_u < v_{dd} - v_{t1} = 3\text{ V}$, quindi sempre lin durante tutto l'intervallo; M2 sat per $v_u > v_{t2} = 1\text{ V}$, poi off.

E' quindi necessario spezzare in due parti il calcolo del t_{fall} :

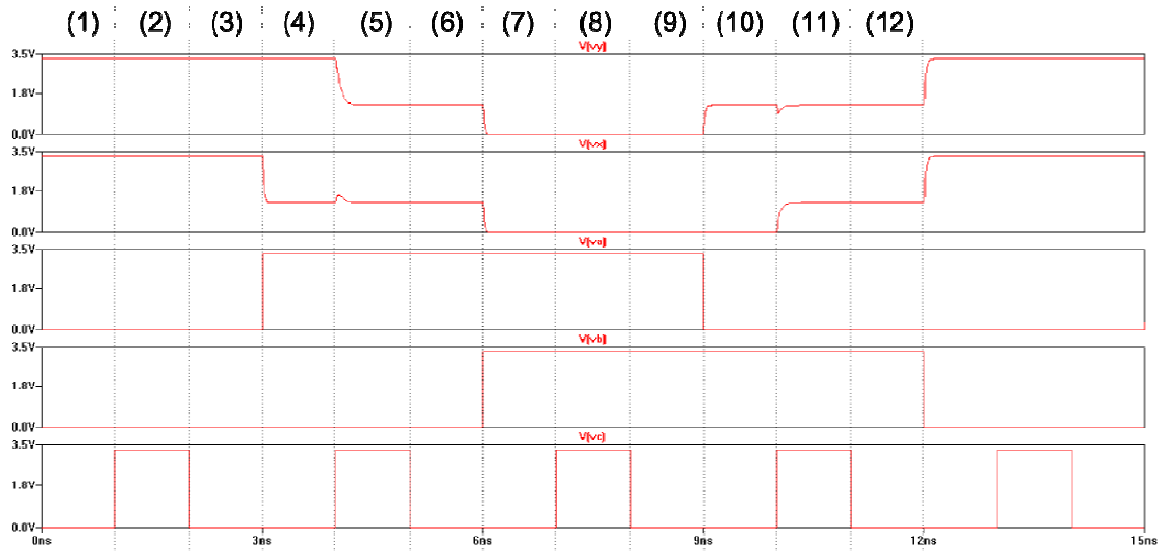
A) t_{fall1} , v_u : $2.183\text{ V} \rightarrow 1\text{ V}$, M1 lin, M2 sat;

B) t_{fall2} , v_u : $1\text{ V} \rightarrow 0.811\text{ V}$, M1 lin, M2 off.

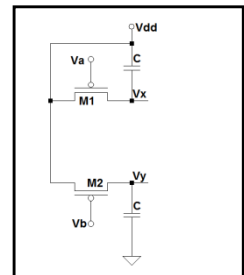
$id_{n1lin} = \beta_1 * ((v_{dd} - v_{t1}) * v_u - 1/2 * v_u^2)$ $id_{n2sat} = \beta_2/2(v_u - v_{t2})^2$ $ir_1 = (v_{dd} - v_u)/r_1$ $ir_2 = (v_{dd} - v_u)/r_2$	$t_{fall1} = \int_{2.183}^1 \frac{C}{ir_1 + ir_2 - id_{n1lin} - id_{n2sat}} dv_u$ $= 2.739\text{ }\mu\text{s}$
A) $ir_1 + ir_2 - id_{n1lin} - id_{n2sat} = C dv_u/dt$	B) $ir_1 + ir_2 - id_{n1lin} = C dv_u/dt$ $t_{fall2} = \int_1^{0.811} \frac{C}{ir_1 + ir_2 - id_{n1lin}} dv_u = 1.315\text{ }\mu\text{s}$
Da cui si ricava $t_{fall} = t_{fall1} + t_{fall2} = 4.054\text{ }\mu\text{s}$	

Esercizio 2 – 17.2.2011

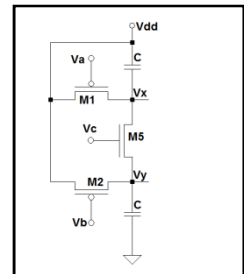
I transistori M_1, M_2 fungono da reti di “pull-up” per i nodi a tensione V_x e V_y , rispettivamente. I transistori M_3, M_4 fungono da reti di “pull-down” per gli stessi nodi e il transistor M_5 funge da pass-transistor fra i i nodi a tensione V_x e V_y , tendendo, se acceso, ad equalizzarne i valori. Gli andamenti sono mostrati in figura:



- 1) $0 < t < 1ns$, $V_a = V_b = V_c = 0$
 $\rightarrow M_1, M_2$ on, M_3, M_4, M_5 off, $\rightarrow V_x = V_y = V_{DD}$

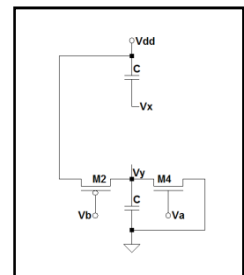


- 2) $1ns < t < 2ns$, $V_a = V_b = 0$, $V_c = V_{DD} \rightarrow M_5$ on: non cambia nulla rispetto al caso precedente (la differenza di potenziale ai capi del pass-transistor M_5 è nulla)



- 3) $2ns < t < 3ns$, $V_a = V_b = V_c = 0 \rightarrow M_1, M_2$ on, M_3, M_4, M_5 off, $\rightarrow V_x = V_y = V_{DD}$ (identico al caso 1)
- 4) $3ns < t < 4ns$, $V_a = V_{DD}$, $V_b = V_c = 0 \rightarrow M_1$ off, M_2 on, M_3 off, M_4 on, M_5 off: il nodo V_x si trova quindi in alta impedenza e mantiene il valore precedente ($V_x = V_{DD}$), mentre V_y è soggetto all'azione simultanea del pull-up M_2 e del pull-down M_4 . La tensione V_y si porta ad un valore intermedio, definito dal bilancio fra le correnti; ipotizzando M_2 e M_4 in regime lineare:

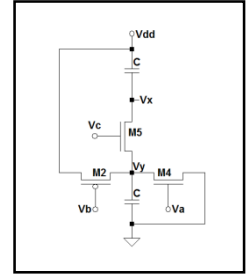
$$\left. \begin{aligned} I_{D2} &= I_{D4} \\ I_{D2} &= \beta_p \left((V_{DD} - V_T)(V_{DD} - V_y) - \frac{(V_{DD} - V_y)^2}{2} \right) \\ I_{D4} &= \beta_n \left((V_{DD} - V_T)V_y - \frac{V_y^2}{2} \right) \end{aligned} \right\} \rightarrow V_y = 1.27V$$



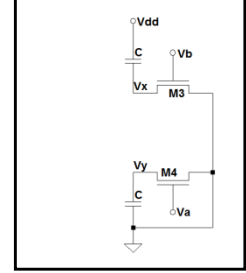
che soddisfa le ipotesi. In queste condizioni, il circuito è soggetto ad una corrente statica erogata dal generatore V_{DD} :

$$I_{D2} = I_{D4} = I_{DD} = 3.53 \text{ mA}$$

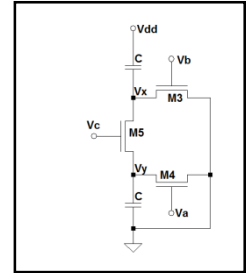
- 5) $4\text{ ns} < t < 5\text{ ns}$, $V_a = V_c = V_{DD}$, $V_b = 0 \rightarrow M_1\text{ off}, M_2\text{ on}, M_3\text{ off}, M_4\text{ on}, M_5\text{ on}$: in questo caso, anche il nodo V_x , attraverso il pass-transistor M_5 , si porta al valore intermedio $V_x = V_y = 1.27\text{ V}$ (M_5 lavora in regione lineare, per cui il transitorio termina quando $V_{DS5} = V_x - V_y = 0$). Poiché, a regime, $I_{D5} = I_c = 0$, la corrente statica richiesta al generatore è identica al caso precedente.



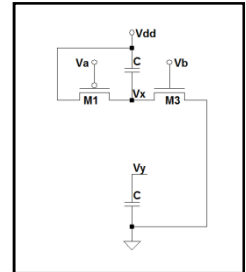
- 6) $5\text{ ns} < t < 6\text{ ns}$, $V_a = V_{DD}$, $V_b = V_c = 0 \rightarrow M_1\text{ off}, M_2\text{ on}, M_3\text{ off}, M_4\text{ on}, M_5\text{ off}$: il nodo V_x si trova quindi in alta impedenza e mantiene il valore precedente ($V_x = 1.27\text{ V}$), mentre V_y è soggetto all'azione simultanea del pull-up M_2 e del pull-down M_4 , secondo quanto già calcolato al punto 4.
- 7) $6\text{ ns} < t < 7\text{ ns}$, $V_a = V_b = V_{DD}$, $V_c = 0 \rightarrow M_1, M_2\text{ off}, M_3, M_4\text{ on}, M_5\text{ off}, \rightarrow V_x = V_y = 0$



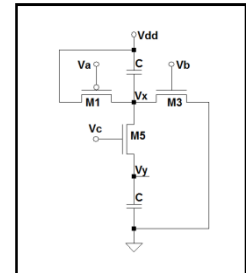
- 8) $7\text{ ns} < t < 8\text{ ns}$, $V_a = V_b = V_c = V_{DD} \rightarrow M_5\text{ on}$: non cambia nulla rispetto al caso precedente (la differenza di potenziale ai capi del pass-transistor M_5 è nulla)



- 9) $8\text{ ns} < t < 9\text{ ns}$, $V_a = V_b = V_{DD}$, $V_c = 0 \rightarrow M_1, M_2\text{ off}, M_3, M_4\text{ on}, M_5\text{ off}, \rightarrow V_x = V_y = 0$ (identico al caso 7)
- 10) $9\text{ ns} < t < 10\text{ ns}$, $V_b = V_{DD}$, $V_a = V_c = 0 \rightarrow M_1\text{ on}, M_2\text{ off}, M_3\text{ on}, M_4\text{ off}, M_5\text{ off}$: il nodo V_y si trova quindi in alta impedenza e mantiene il valore precedente ($V_y = 0$), mentre V_x è soggetto all'azione simultanea del pull-up M_1 e del pull-down M_3 . La tensione V_y si porta allo stesso valore intermedio calcolato al punto 4 ($V_y = 1.27\text{ V}$) e, analogamente, la corrente erogata dal generatore V_{DD} vale:
 $I_{D1} = I_{D3} = I_{DD} = 3.53\text{ mA}$



- 11) $10\text{ ns} < t < 11\text{ ns}$, $V_b = V_c = V_{DD}$, $V_a = 0 \rightarrow M_1\text{ on}, M_2\text{ off}, M_3\text{ on}, M_4\text{ off}, M_5\text{ on}$: in questo caso, anche il nodo V_y , attraverso il pass-transistor M_5 , si porta al valore intermedio $V_x = V_y = 1.27\text{ V}$ (M_5 lavora in regione lineare, per cui il transitorio termina quando $V_{DS5} = V_y - V_x = 0$). Poiché, a regime, $I_{D5} = I_c = 0$, la corrente statica richiesta al generatore è identica al caso precedente.



- 12) $11\text{ ns} < t < 12\text{ ns}$, $V_b = V_{DD}$, $V_a = V_c = 0 \rightarrow M_1\text{ on}, M_2\text{ off}, M_3\text{ on}, M_4\text{ off}, M_5\text{ off}$: il nodo V_y si trova quindi in alta impedenza e mantiene il valore precedente ($V_y = 1.27\text{ V}$), mentre V_x è soggetto all'azione simultanea del pull-up M_1 e del pull-down M_3 , secondo quanto già calcolato al punto 10.

Infine, secondo quanto sopra indicato, il circuito dissipa potenza statica negli intervalli (4,5,6,10,11,12). Si ha quindi:

$$\begin{aligned}
 P_{statica} &= \frac{1}{T} \int_T V_{DD} I_{DD} dt = \frac{V_{DD}}{T} \int_T I_{DD} dt \\
 &= \frac{3.3}{12 \cdot 10^{-9}} \left(\int_0^{3\text{ ns}} 0 dt + \int_{3\text{ ns}}^{6\text{ ns}} 3.53 \cdot 10^{-3} dt + \int_{6\text{ ns}}^{9\text{ ns}} 0 dt + \int_{9\text{ ns}}^{12\text{ ns}} 3.53 \cdot 10^{-3} dt \right) \\
 &= \frac{3.3 \times 3.53 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-9}} \left(\int_{3\text{ ns}}^{6\text{ ns}} dt + \int_{9\text{ ns}}^{12\text{ ns}} dt \right) = \frac{3.3 \times 3.53 \cdot 10^{-3} \times 6 \cdot 10^{-9}}{12 \cdot 10^{-9}} = \mathbf{5,83\text{ mW}}
 \end{aligned}$$