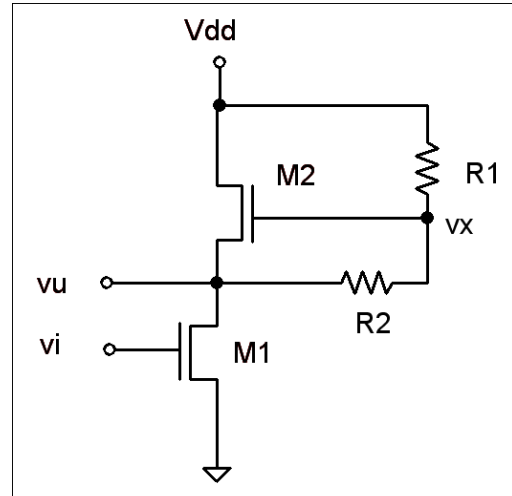


1) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalle tensioni di soglia $V_{Tn}=V_{Tn1}=V_{Tn2}$ e dai coefficienti β_{n1} , β_{n2} . Si determinino i margini d'immunità ai disturbi (N_{MH} e N_{ML}) della rete.

$V_{dd} = 3.5 \text{ V}$, $V_{Tn} = 0.5 \text{ V}$, $\beta_{n1} = 5 \text{ mA/V}^2$, $\beta_{n2} = 0.5 \text{ mA/V}^2$, $R1 = 5 \text{ k}\Omega$, $R2 = 10 \text{ k}\Omega$.



2) Si progetti una rete FCMOS in grado di realizzare la funzione logica:

$$Y = \overline{A \cdot (B \cdot C + D \cdot (E + F))}$$

assumendo che ciascuna variabile sia rappresentata in logica positiva da una tensione (V_Y , V_A , ..., V_F) con escursione $0-V_{dd}$.

Tutti i transistori delle rete di *pull-down* abbiano lo stesso coefficiente β_n , mentre i transistori di *pull-up* abbiano coefficiente β_p . Sia inoltre $V_{Tn}=|V_{Tp}|=V_T$.

Si determinino β_n e β_p in modo che:

- Il tempo di propagazione $t_{p,LH}$ nel caso peggiore sia pari a 3 volte il tempo di propagazione $t_{p,HL}$ nel caso migliore;
- In corrispondenza della contemporanea transizione di tutti i segnali di ingresso dal valore basso (0) al valore alto (V_{DD}), la corrente massima di corto circuito sia pari a 1 mA. A questo scopo si trascuri la corrente di *fan-out*.

$V_{dd} = 3.5 \text{ V}$, $V_T = 0.4 \text{ V}$.

Esame di ELETTRONICA AB (mod. B): svolgere l'esercizio 1 (tempo disponibile 1h 15m).

Esame di ELETTRONICA DEI SISTEMI DIGITALI A: l'esercizio 2 (tempo disponibile 1h 15m).

Esame di FONDAMENTI DI ELETTRONICA A: svolgere gli esercizi 1 e 2 (tempo disponibile 2h).

- Indicare su ciascun foglio nome, cognome, data e numero di matricola

- Non usare penne o matite rosse

L'elaborato deve essere contenuto **in un unico foglio** (4 facciate) protocollo

Compito del 12-06-2008 - Esercizio #1

Osservazioni preliminari.

- i) M2 è schiavo di M1, quindi può essere ON solo se M1 è ON. Non vale invece il viceversa: M1 può essere ON ($v_i > v_{tn}$) senza che M2 sia ON.
- ii) M2 quando ON ($V_{gs2} = v_x - v_u > v_{tn}$) è sempre saturo (sse $v_x < v_{dd} + v_{tn}$, sempre verificata).
- iii) Si osservi che v_x è data dal partitore resistivo: $v_x = (v_u \cdot R_1 + v_{dd} \cdot R_2) / (R_1 + R_2)$. M2 è OFF quando $v_x - v_u < v_{tn}$, da cui si ricava che M2 è OFF quando $v_u > 2.75V$.

Regione 1: $v_i < v_{tn}$, allora M1 OFF, quindi M2 OFF.

$v_u = v_{dd}$ e $v_x = v_{dd}$, e $v_i < v_{tn}$). In questa regione $d v_u / d v_i = 0$, quindi non ci sono punti notevoli.

Si rimane in regione 1 fintantochè M1 non va ON, ovvero per $v_i > v_{tn}$.

Regione 2: $v_i > v_{tn}$, allora M1 ON sat, M2 OFF.

Cerco se in questa regione esistono punti della caratteristica statica di trasferimento a pendenza -1 (cioè cerco i punti tali che $d v_u / d v_i = -1$).

$$i_r = (v_{dd} - v_u) / (R_1 + R_2)$$

$$v_i = 0.513, v_u = 3.493V.$$

$$i_{dn1sat} = \beta_{n1} / 2 \cdot (v_i - v_{tn})^2$$

Tale coppia di valori soddisfa l'Hp di saturazione di M1: $v_u (=3.493) > v_i - v_{tn} (=0.013V)$, e di spegnimento di M2 ($v_u > 2.75V$).

$$d(i_{dn1sat}) / d v_i = \beta_{n1} \cdot (v_i - v_{tn})$$

Quindi:

$$\text{Ma } i_{dn1sat} = i_r$$

$$\text{e } d(i_{dn1sat}) / d v_i = 1 / (R_1 + R_2)$$

$$V_{OHMIN} = 3.493V, \text{ e } V_{ILMAX} = 0.513V.$$

Risolvendo si ricava la seguente coppia di valori (v_i, v_u):

Passaggio dalla Regione 2 alla Regione 3: stato dei transistori.

Possono accadere due cose distinte: M2 va ON (e quindi è sat), oppure prima che ciò accada M1 cambia regione portandosi in zona lineare. Si deve verificare quale condizione avviene prima.

Si è già ricavato che M2 rimane OFF fintantochè $v_u > 2.75V$.

prima che M1 vada LIN.

Il valore di v_i e v_u per i quali M1 diventa LIN con M2 OFF si ricava dalle equazioni seguenti:

Se si vuole calcolare il valore di v_i per il quale $v_u = 2.75V$ con M1 SAT, e M2 sulla soglia, ma è già sufficiente quanto appena detto per l'analisi delle regioni di funzionamento dei transistori, si può ricavare dalle equazioni seguenti:

$$i_{dn1lin} = \beta_{n1} \cdot ((v_i - v_{tn}) \cdot v_u - 1/2 \cdot v_u^2)$$

$$v_u = 2.75V$$

$$i_r = (v_{dd} - v_u) / (R_1 + R_2)$$

$$i_{dn1sat} = \beta_{n1} / 2 \cdot (v_i - v_{tn})^2$$

$$v_i = v_u + v_{tn}$$

$$i_r = (v_{dd} - v_u) / (R_1 + R_2)$$

$$\text{Ma } i_{dn1lin} = i_r$$

da cui si ricavano le seguenti coppie di valori:

$$i_{dn1sat} = i_r$$

$$v_i = 0.181V, v_u = -0.319V, \text{ (soluzione non accettabile),}$$

dove $v_x - v_u = v_{tn}$, che porta ad avere $v_i = 0.641V$ e ($v_i = -0.359V$, non accettabile). Quindi per $v_i = 0.641V$, $v_u = 2.75V$ M2 va ON.

$$\text{e } v_i = 0.792V, v_u = 0.292V.$$

Poiché v_u sta calando, v_u raggiunge prima il valore di $2.75V$ che non $0.292V$, quindi M2 si accende

Regione 3: M1 SAT, M2 SAT

Cerco se in questa regione esistono punti della caratteristica statica di trasferimento a pendenza -1 (cioè cerco i punti tali che $d v_u / d v_i = -1$).

$$v_x = (v_u \cdot R_1 + v_{dd} \cdot R_2) / (R_1 + R_2)$$

$$d(i_{dn2sat}) / d v_i = \beta_{n2} \cdot (v_x - v_u - v_{tn}) \cdot (-R_1 / (R_1 + R_2) + 1)$$

$$i_r = (v_{dd} - v_u) / (R_1 + R_2)$$

$$\text{Ma } i_{dn1sat} = i_r + i_{dn2sat}$$

$$i_{dn1sat} = \beta_{n1} / 2 \cdot (v_i - v_{tn})^2$$

$$d(i_{dn1sat}) / d v_i = 1 / (R_1 + R_2) + d(i_{dn2sat}) / d v_i,$$

$$i_{dn2sat} = \beta_{n2} / 2 \cdot (v_x - v_u - v_{tn})^2$$

$$v_i = 0.5 - 0.027^{TM}, v_u = 3.05 + 0.614^{TM}$$

$$d(i_{dn1sat}) / d v_i = \beta_{n1} \cdot (v_i - v_{tn})$$

$$v_i = 0.5 + 0.027^{TM}, v_u = 3.05 - 0.614^{TM}.$$

In questa regione non esistono punti a pendenza -1 .

Regione 4: M1 LIN, M2 SAT.

Cerco se in questa regione esistono punti della caratteristica statica di trasferimento a pendenza -1 (cioè cerco i punti tali che $d v_u / d v_i = -1$).

$$v_x = (v_u \cdot R_1 + v_{dd} \cdot R_2) / (R_1 + R_2)$$

$$v_i = 1.132V = V_{IHMIN}, v_u = 0.376V = V_{OLMAX}.$$

$$i_r = (v_{dd} - v_u) / (R_1 + R_2)$$

La soluzione accettabile è la seconda. La hp di linearità di M1 è verificata ($v_u = (0.376V) < v_i$).

$$i_{dn1lin} = \beta_{n1} \cdot ((v_i - v_{tn}) \cdot v_u - 1/2 \cdot v_u^2)$$

$idn2sat = \beta_{n2}/2 * (vx - vu - vtn)^2$
 $d(idn1lin)/dvi = \beta_{n1} * (vu + (vi - vtn) * -1 + vu)$
 $d(idn2sat)/dvi = \beta_{n2} * (vx - vu - vtn) * (-R1/(R1 + R2) + 1)$
 $idn1lin = ir + idn2sat$
 $d(idn1lin)/dvi = 1/(R1 + R2) + d(idn2sat)/dvi$
 da cui si ricavano le seguenti coppie di valori (vi, vu):
 $vi = -0.403 \text{ V}$, $vu = -0.376 \text{ V}$

$vtn (= 0.632 \text{ V})$, e di accensione di M2 ($vu < 2.75 \text{ V}$).

Si ricava allora che:

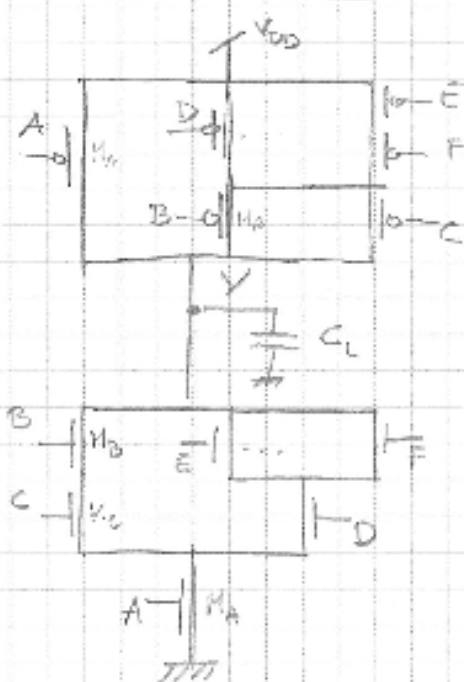
$(*V_{ILMAX} - V_{OLMAX}*)$

$NM_L = 0.513 \text{ V} - 0.376 \text{ V} = 0.137 \text{ V} = \mathbf{NM}$

$(*V_{OHMIN} - V_{IHMIN}*)$

$NM_H = 3.493 \text{ V} - 1.132 \text{ V} = 2.361 \text{ V}$

12.6.08 - es. 2



Pull-up: caso peggiore 3 pMOS in serie

$$\beta_{eqPU} = \beta_P / 3$$

Pull-down: caso migliore tutti nMOS on

$$M_n \text{ serie } ((M_D \text{ serie } M_C) // (M_D \text{ serie } (M_E // M_F)))$$

$$\frac{\beta_m}{2}$$

$$2\beta_m$$

$$\frac{1}{\frac{1}{\beta_m} + \frac{1}{2\beta_m}} = \frac{2}{3} \beta_m$$

$$\frac{\beta_m}{2} + \frac{2}{3} \beta_m = \frac{7}{6} \beta_m$$

$$\frac{1}{\frac{1}{\beta_m} + \frac{6}{7\beta_m}} = \frac{7}{13} \beta_m = \beta_{eqPD} \quad (\bullet)$$

$$t_{PHL} = \frac{1}{\beta_{eqPD}} \left[\frac{C_L}{(V_{DD} - V_T)} \left(\frac{2V_T}{V_{DD} - V_T} + \ln \left(3 - \frac{4V_T}{V_{DD}} \right) \right) \right] \rightarrow \frac{1}{\beta_{eqPU}} \cdot \frac{1}{\beta_{eqPD}} = 3 \cdot \frac{1}{\beta_{eqPD}} \cdot \frac{1}{\beta_{eqPD}}$$

$$t_{PH} = \frac{1}{\beta_{eqPD}} \quad \dots = 3 t_{PHL}$$

$$\rightarrow \frac{3}{\beta_P} = \frac{13}{7\beta_m} \rightarrow \frac{\beta_m}{\beta_P} = \frac{13}{7} \quad (*)$$

Corrente di cortocircuito: tutti i MOS on. $\beta_{PD} \text{ (già calcolato)} = \frac{7}{13} \beta_m$

$$P_D: M_n // ((M_D // M_C) \text{ serie } (M_D // (M_E \text{ serie } M_F)))$$

$$2\beta_P$$

$$\beta_P/2$$

$$3/2 \beta_P$$

$$\beta_{eqPU} = \frac{13}{7} \beta_P$$

$$\frac{6}{7} \beta_P$$

$$\frac{13}{7} \beta_P$$

Dalle teorie: corrente di corto circuito massima per

$$V_i = V_i^* = \frac{V_{DD} - V_T + \theta V_T}{1 + \theta}$$

$$\theta = \sqrt{\frac{\beta_{eq,PD}}{\beta_{eq,PU}}} = \sqrt{\frac{7/13 \beta_m}{13/7 \beta_p}} = \frac{7}{13} \sqrt{\frac{\beta_m}{\beta_p}} \stackrel{(*)}{=} \frac{7}{13} \sqrt{13/7} = \sqrt{7/13} = 0.73$$

$$\rightarrow V_i^* = 1.96 \text{ V}$$

PU e PD sat.

$$I_{D,MAX} = \frac{\beta_{eq,PD}}{2} (V_i^* - V_T)^2$$

$$\downarrow$$

$$\beta_{eq,PD} = \frac{2 I_{D,MAX}}{(V_i^* - V_T)^2} = 824.7 \frac{\mu A}{V^2}$$

$$\downarrow (\bullet)$$

$$\boxed{\beta_m = 1.53 \text{ mA/V}^2}$$

$$\downarrow (*)$$

$$\boxed{\beta_p = 824.7 \mu A/V^2}$$

