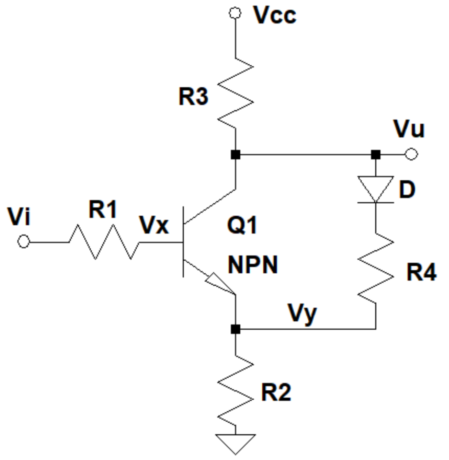
PROVA SCRITTA DI ELETTRONICA 1
9 GENNAIO 2020

1) Nel circuito in figura, il transistore e il diodo possono essere descritti da un modello "a soglia", con V_γ=0.75V e V_{CEsat}=0.2 V. Si determini la caratteristica statica $V_u(V_i)$.

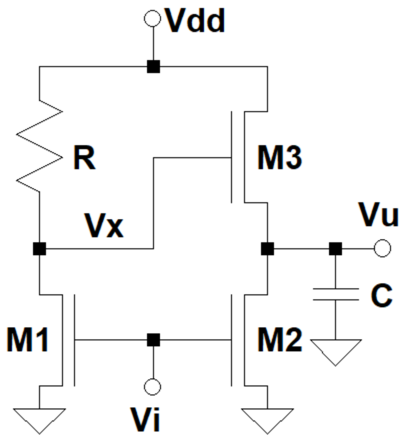
V_{cc} = 5 V, β_f = 100, R_1 = 6 kΩ, R_2 = 1.2 kΩ, R_3 = 3.2 kΩ, R_4 = 0.8 kΩ.



2) Nel circuito in figura, i transistori sono caratterizzati dalla tensione di soglia V_{Tn} e dal coefficiente β_n. La tensione di ingresso V_i abbia l'andamento seguente:

$$V_i(t) = \begin{cases} V_{dd}, t < 0 \\ 0\,, t \geq 0 \end{cases}$$

Si calcoli il tempo di propagazione corrispondente, relativamente al segnale di uscita V_u (inteso come il tempo necessario a compiere il 50% della effettiva escursione di V_u).



V_{dd} = 3.3 V, $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_n$ = 1.2 mA/V^2, V_{Tn} = 0.3 V, C=0.1 pF, R=0.5 kΩ.

- *Tempo a disposizione: 2h e 30m*
- *Indicare su ciascun foglio nome, cognome, data e numero di matricola*
- *Non usare penne o matite rosse*
- *L'elaborato deve essere contenuto **in un unico foglio** (4 facciate) protocollo*

9.1.2020 – Esercizio 1

Osservazioni preliminari:

- Se T è OFF, necessariamente D ON: infatti, se (per assurdo) fossero entrambi OFF, tutte le correnti e le cadute sui resistori sarebbero nulle. Si avrebbe, in questo caso: $V_D = V_{cc} > V_\gamma$ (contro l'ipotesi di D OFF).
- Se T è SAT, necessariamente D OFF. Infatti, per T SAT si ha:

$$V_D + R_4 I_D = V_{CE} = V_{CE,sat} \xrightarrow{I_D \geq 0} V_D \leq V_{CE,sat} < V_\gamma$$

La caratteristica può essere quindi ottenuta considerando le regioni di funzionamento seguenti:

1) T OFF, D ON:

$$I_D = \frac{V_{cc} - V_\gamma}{R_2 + R_3 + R_4} = 817.3\ \mu A \rightarrow \boldsymbol{V_u} = V_{cc} - R_3 I_D = \mathbf{2.38\ V}$$

la condizione vale fino a che:

$$\left.\begin{array}{r} V_{BE} = V_x - V_y < V_\gamma \\ V_x = V_i - R_1 I_B \xrightarrow{I_B = 0} V_x = V_i \\ V_y = R_2(I_E + I_D) \xrightarrow{I_E = 0} V_y = 0.98\ V \end{array}\right\} \rightarrow V_i < 1.73\ V$$

2) T ON (RN), D ON:

$$\left.\begin{array}{r} I_B = \dfrac{V_i - V_x}{R_1} \\ I_2 = \dfrac{V_x - V_\gamma}{R_2} = (\beta_F + 1) I_B + I_4 \\ I_3 = \dfrac{V_{cc} - V_u}{R_3} = \beta_F I_B + I_4 \\ I_4 = \dfrac{V_u - V_\gamma - V_y}{R_4} \\ V_y = V_x - V_\gamma \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{V_u = 5.69 - 1.91\ V_i} \\ V_y = 1.16 + 0.76\ V_i \end{cases} \quad (*)$$

La relazione vale fino a che D ON→OFF (poiché, date le osservazioni preliminari, T non può saturare finchè D ON):

$$I_D = I_4 = \frac{V_u - V_\gamma - V_y}{R_4} > 0 \xrightarrow{(*)} V_i < 1.98\ V \ \ (V_u > 1.92)$$

3) T ON (RN), D OFF. Si ha in questo caso $I_D = I_4 = 0$ e le equazioni precedenti diventano:

$$\left.\begin{array}{r} I_B = \dfrac{V_i - V_x}{R_1} \\ I_2 = \dfrac{V_x - V_\gamma}{R_2} = (\beta_F + 1) I_B \\ I_3 = \dfrac{V_{cc} - V_u}{R_3} = \beta_F I_B \\ V_y = V_x - V_\gamma \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{V_u = 6.89 - 2.52\ V_i} \\ V_y = 0.79 + 0.95\ V_i \end{cases} \quad (**)$$

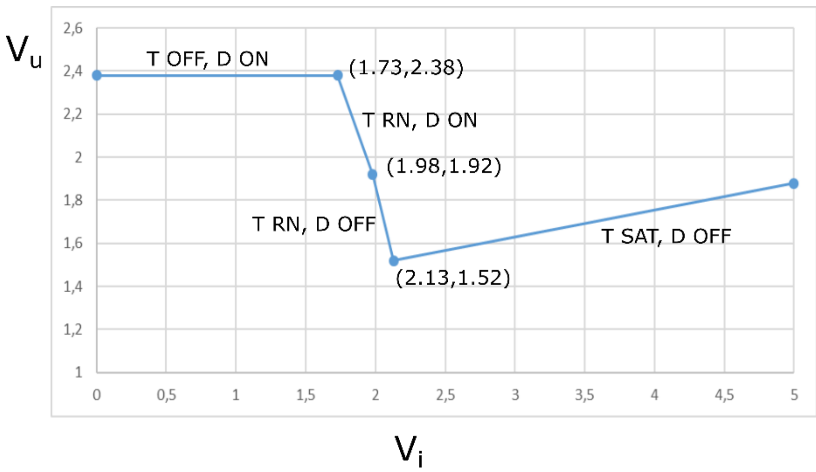
La relazione vale fino a che T RN → SAT:

$$V_{CE} = V_u - V_y > V_{CE,sat} \xrightarrow{(**)} V_i < 2.13\ V \ \ (V_u > 1.52)$$

4) T ON (SAT), D OFF

$$\left.\begin{array}{r} I_B = \dfrac{V_i - V_x}{R_1} \\ I_2 = \dfrac{V_x - V_\gamma}{R_2} \\ I_3 = \dfrac{V_{cc} - V_u}{R_3} \\ I_B + I_3 = I_2 \\ V_y = V_x - V_\gamma \\ V_{CE} = V_u - V_y = V_{CE,sat} \end{array}\right\} \rightarrow \boldsymbol{V_u = 1.25 + 0.13\ V_i}$$

La caratteristica risulta quindi :



9.1.2020 – Esercizio 2

$\boldsymbol{t < 0}$, $\boldsymbol{V_i = V_{dd} > V_{Tn}}$ $\rightarrow$ M_1, M_2 ON. Ipotizzando M_1 LIN (*), si ha:

$$\left.\begin{array}{r} I_{D1} = \beta_n\left((V_{dd} - V_{Tn})V_x - \dfrac{V_x^{\,2}}{2}\right) \\ I_R = \dfrac{V_{dd} - V_x}{R} \end{array}\right\} \xrightarrow{I_{D1} = I_R} V_x = \begin{cases} 1.38\ V = V_x^{\,*} \\ \cancel{7.94\ V} \end{cases}$$

Solo la prima soluzione soddisfa l'ipotesi (*):

$$V_{GS1} > V_{DS1} + V_{Tn} \rightarrow V_{dd} > V_x^{\,*} + V_{Tn}$$

Ipotizzando ora M_2 LIN (**) e M_3 SAT (***), si ottiene:

$$\left.\begin{array}{r} I_{D2} = \beta_n\left((V_{dd} - V_{Tn})V_u - \dfrac{V_u^{\,2}}{2}\right) \\ I_{D3} = \dfrac{\beta_n}{2}(V_x^{\,*} - V_u - V_T)^2 \end{array}\right\} \xrightarrow{I_{D2} = I_{D3}} V_u = \begin{cases} 0.15\ V = V_u^{\,*} \\ \cancel{3.93\ V} \end{cases}$$

Solo la prima soluzione soddisfa entrambe le ipotesi:

$$V_{GS2} > V_{DS2} + V_{Tn} \rightarrow V_{dd} > V_u^{\,*} + V_{Tn}\ (**)$$

$$\left.\begin{array}{r} V_{GS3} = V_x^{\,*} - V_u^{\,*} > V_{Tn} \\ V_{GS3} = V_x^{\,*} - V_u^{\,*} < V_{DS3} + V_{Tn} = V_{dd} - V_u^{\,*} + V_{Tn} \end{array}\right\}\ (***)$$

Si ha quindi, per $t < 0, V_u = V_u^{\,*} = V_{u,in}$.

$\boldsymbol{t < 0}$, $\boldsymbol{V_i = 0 < V_{Tn}}$ $\rightarrow$ M_1, M_2 OFF. Si ha quindi:

$$\left.\begin{array}{r} I_{D1} = 0 \\ I_R = \dfrac{V_{dd} - V_x}{R} \end{array}\right\} \xrightarrow{I_{D1} = I_R} V_x = V_{dd}$$

M_3 è quindi necessariamente SAT ($V_{GS3} = V_{DS3} < V_{DS3} + V_{Tn}$). Il transitorio di pull-up è quindi limitato al valore finale:

$$V_{u,fin} = V_{dd} - V_{Tn}$$

Il tempo di propagazione $t_{p,LH}$ è quindi il tempo necessario a raggiungere il 50% della escursione, cioè il valore:

$$V_{u,50\%} = \frac{V_{u,in} + V_{u,fin}}{2} = 1.57\ V$$

Si ha:

$$\left.\begin{array}{r} I_C = C\dfrac{dV_u}{dt} \\ I_{D3} = \dfrac{\beta_n}{2}(V_{dd} - V_u - V_{Tn})^2 \end{array}\right\} \xrightarrow{I_{D3} = I_C} \frac{\beta_n}{2}(V_{dd} - V_u - V_{Tn})^2 = C\frac{dV_u}{dt} \rightarrow dt = \frac{C}{\frac{\beta_n}{2}(V_{dd} - V_u - V_{Tn})^2}dV_u$$

E, integrando da $V_{u,in}$ a $V_{u,50\%}$:

$$\int_0^{t_{P,LH}} dt = \int_{V_{u,in}}^{V_{u,50\%}} \frac{C}{\frac{\beta_n}{2}(V_{dd} - V_u - V_{Tn})^2} dV_u \rightarrow \boldsymbol{t_{P,LH} = 58.5\ ps}$$