

PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI ELETTRONICA A
15 GIUGNO 2006

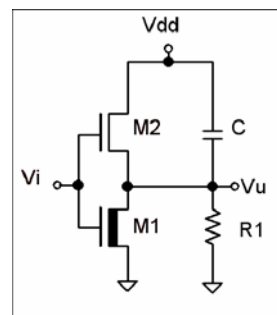
1) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalle tensioni di soglia V_{T1} , V_{T2} e dai coefficienti β_1 e β_2 . Il segnale d'ingresso abbia il seguente andamento:

$$t < 0: V_i = V_{dd}$$

$$t > 0: V_i = 0$$

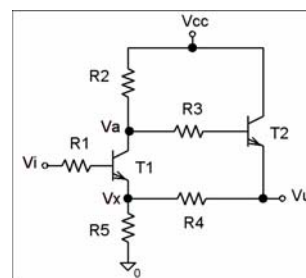
Si calcoli il tempo necessario al segnale di uscita V_u per compiere il 50% della sua escursione.

$V_{dd} = 3.5 \text{ V}$, $V_{T1} = -0.9 \text{ V}$, $V_{T2} = 0.55 \text{ V}$, $\beta_1 = 0.1 \text{ mA/V}^2$, $\beta_2 = 8 \text{ mA/V}^2$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 12 \text{ pF}$.

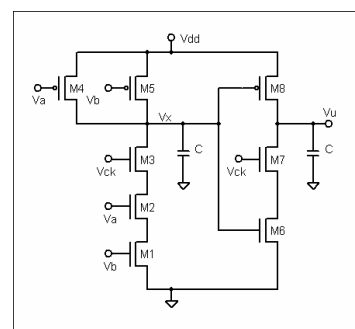
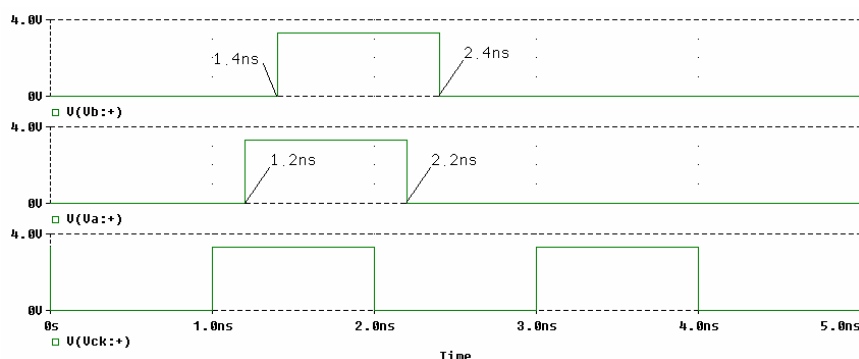


2) Nel circuito in figura, il transistorore e i diodi possono essere descritti da un modello "a soglia", con $V_\gamma = 0.75 \text{ V}$ e $V_{CE,sat} = 0.2 \text{ V}$. Si determini la caratteristica statica di trasferimento $V_u(V_i)$, per $0 < V_i < V_{cc}$.

$V_{cc} = 5 \text{ V}$, $\beta_F = 100$, $R_1 = 500 \Omega$, $R_2 = 500 \Omega$, $R_3 = 8 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 5 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 500 \Omega$.

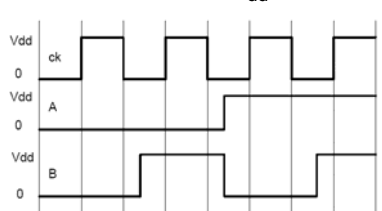


3) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalla tensione di soglia $V_{Tn} = -V_{Tp} = V_T$ e dai coefficienti β_n e β_p . Il segnale di Clock alterna i valori 0 e V_{dd} con periodo pari a 2ns, mentre i segnali V_a e V_b assumono i valori 0 e V_{dd} secondo l'andamento illustrato nel diagramma sottostante. Si determini il corrispondente andamento del segnale di uscita V_u , calcolando i tempi di propagazione associati a ciascuna transizione di quest'ultimo.



$V_{dd} = 3.3 \text{ V}$, $V_T = 0.4 \text{ V}$, $\beta_n = 800 \mu\text{A/V}^2$, $\beta_p = 500 \mu\text{A/V}^2$, $C = 15 \text{ fF}$.

4) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalla tensione di soglia $V_{Tn} = -V_{Tp} = V_T$ e dai coefficienti β_n e β_p . Il segnale di clock CK alterna i valori 0 e V_{dd} mentre i segnali A e B variano tra 0 e V_{dd} secondo l'andamento riportato in figura.

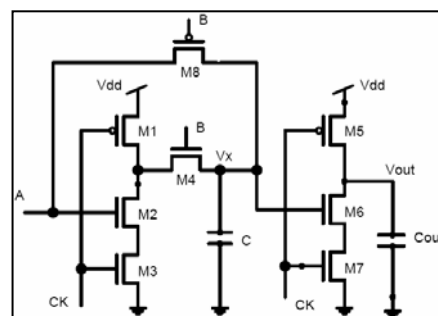


Si valuti qualitativamente l'andamento dei segnali V_x e V_{out} individuando le possibili condizioni di malfunzionamento del circuito.

Supponendo che A si mantenga costante al valore alto e che durante la fase di precarica B commuti

dal valore basso a quello alto, si calcoli il tempo impiegato da V_{out} per raggiungere la condizione di alta impedenza.

$V_{dd} = 3.5 \text{ V}$, $V_T = 0.3 \text{ V}$, $\beta_n = 600 \mu\text{A/V}^2$, $\beta_p = 400 \mu\text{A/V}^2$, $C = 10 \text{ fF}$.



ESAME SCRITTO DI FONDAMENTI DI ELETTRONICA A
15 GIUGNO 2006
SOLUZIONI

Esercizio 1

Osservazione preliminare:

$$v_{gs1} = v_i.$$

$v_i > v_{t1} = -0.9V$ (sempre). Quindi M1 sempre on.

1) $t < 0$, $v_i = v_{dd}$.

M1 lin ($\leftrightarrow v_u < 3.5 + 0.9 = 4.4V$, quindi sempre).
M2 è on (da verificare) $\leftrightarrow v_u < v_{dd} - v_{t2} = 2.95V$.
se M2 on, allora è sat ($0 < v_{t2}$, sempre).

Calcolo di $v_u(t < 0)$.

$$i_{d1lin} = \beta_1 * ((v_{dd} - v_{t1}) * v_u - 1/2 * v_u^2)$$

$$i_{d2sat} = \beta_2 / 2 * (v_{dd} - v_u - v_{t2})^2$$

$$i_{r1} = v_u / r_1$$

$$\text{Ma } i_{d2sat} = i_{d1lin} + i_{r1}.$$

Risolvendo si trovano le soluzioni seguenti:

$$v_u = 2.11V \text{ oppure } v_u = 4.072V.$$

Quella che verifica le Hp su M2 è la prima,
 $v_u(t < 0) = 2.11V$

2) Per $t \rightarrow \infty$, $v_i = 0$ quindi M1 on, M2 off e $v_u = 0V$.

3) $t = 0+$, $v_i = 0$, quindi M1 on, M2 off, e la tensione ai capi del condensatore non cambia rispetto all'istante $t = 0-$.

Il segnale d'uscita varia tra 2.11V e 0V.

Il tempo da valutare, quindi, è quello per passare da 2.11V a $2.11/2 = 1.055V$.

M1 sarà sat per $v_u > -v_{t1} = 0.9V$ e lin per $v_u < 0.9V$, quindi durante la parte di transitorio d'interesse, M1 rimarrà in saturazione.

Per $1.055 < v_u < 2.11V$ M1 sarà sat:

$$i_{d1sat} = \beta_1 / 2 * ((-v_{t1})^2)$$

$$i_{r1} = v_u / r_1$$

$$i_{cap} = C * d(v_c) / dt$$

dove v_c è la capacità ai capi del condensatore,
ed è definita da :

$$v_c = v_{dd} - v_o$$

e quindi:

$$dvc = -dvo$$

Sostituendo le espressioni corrispondenti, si ricava che

$$-C \frac{dv_u}{dt} = \frac{v_u}{r_1} + \frac{\beta_1}{2} (-v_{t1})^2$$

Allora

$$t = -C \int_{2.11}^{1.0554} \frac{1}{\frac{v_u}{r_1} + \frac{\beta_1}{2} (-v_{t1})^2} dv_u$$

ovvero $t = 8.09 \text{ ns}$.

Esercizio 2

Osservazione preliminare: T2 quando on sempre in AD.

Regione 1: Suppongo T1 off e T2 on in AD. T1 sarà off fintantoché $v_i - v_x < v_\gamma$, dove v_x è da ricavare.

$ib2 = (v_{cc} - (v_u + v_\gamma)) / (r2 + r3)$ $ie2 = v_u / (r4 + r5)$ Ma $ie2 = (\beta_f + 1) * ib2$, da cui si ricava che $v_u = 4.186 \text{ V}$, quindi T2 on ($4.186 + v_\gamma < v_{cc}$).	Noto v_u si ricava v_x : $v_x = 4.186 * r5 / (r4 + r5) = 0.380 \text{ V}$ Si rimane in regione 1 fintantoché T1 rimane off, ovvero per $v_i < v_x + v_\gamma = 1.13 \text{ V}$.
---	--

Regione 2 : Suppongo T1 on e T2 on in AD. Si rimane in questa regione fintantoché o T1 va sat, oppure T2 va off.

$ib1 = (v_i - (v_x + v_\gamma)) / r1$ $ir2 = (v_{cc} - v_a) / r2$ $ib2 = (v_a - (v_\gamma + v_u)) / r3$ $\left\{ \begin{array}{l} \beta_f * ib1 = ir2 - ib2 \\ v_x / r5 = (\beta_f + 1) ib1 + (\beta_f + 1) * ib2 \\ (v_u - v_x) / r4 = (\beta_f + 1) * ib2 \end{array} \right.$	Risolvendo si trova che: $v_a = 6.34 - 1.188 v_i$, $v_x = -0.736 + 0.988 v_i$, $v_u = 5.491 - 1.154 v_i$ Si rimane in questa regione fintantoché (A) T1 va sat, (B) oppure T2 va off.
(A) Si può notare come con T2 in AD, T1 non possa andare in sat. Infatti considerando la maglia formata dal Collettore-Emettitore di T1, da R3, da Base-Emettitore di T2 e da R4 si trova che se T1 fosse sat con T2 in AD: $v_{cesat} - ib2 * r3 - v_\gamma - ie2 * r4 = 0$, ovvero $ib2 * r3 + ie2 * r4 = v_{cesat} - v_\gamma < 0$, quindi assurdo perché in AD $ib2$ e $ie2$ devono essere entrambe > 0 . Si rimane in regione 2 per $1.13 \text{ V} < v_i < 2.907 \text{ V}$.	Invece quando T2 è off, $ie2 = ib2 = ic2 = 0$, e $v_u = v_x$ allora $ie1 = v_u / r5$ $ib1 = (v_i - (v_u + v_\gamma)) / r1$, ma $ie1 = (\beta_f + 1) * ib1$ e $v_u = 5.491 - 1.154 v_i$, da cui si ricava che T2 va off per $v_i = 2.907 \text{ V}$

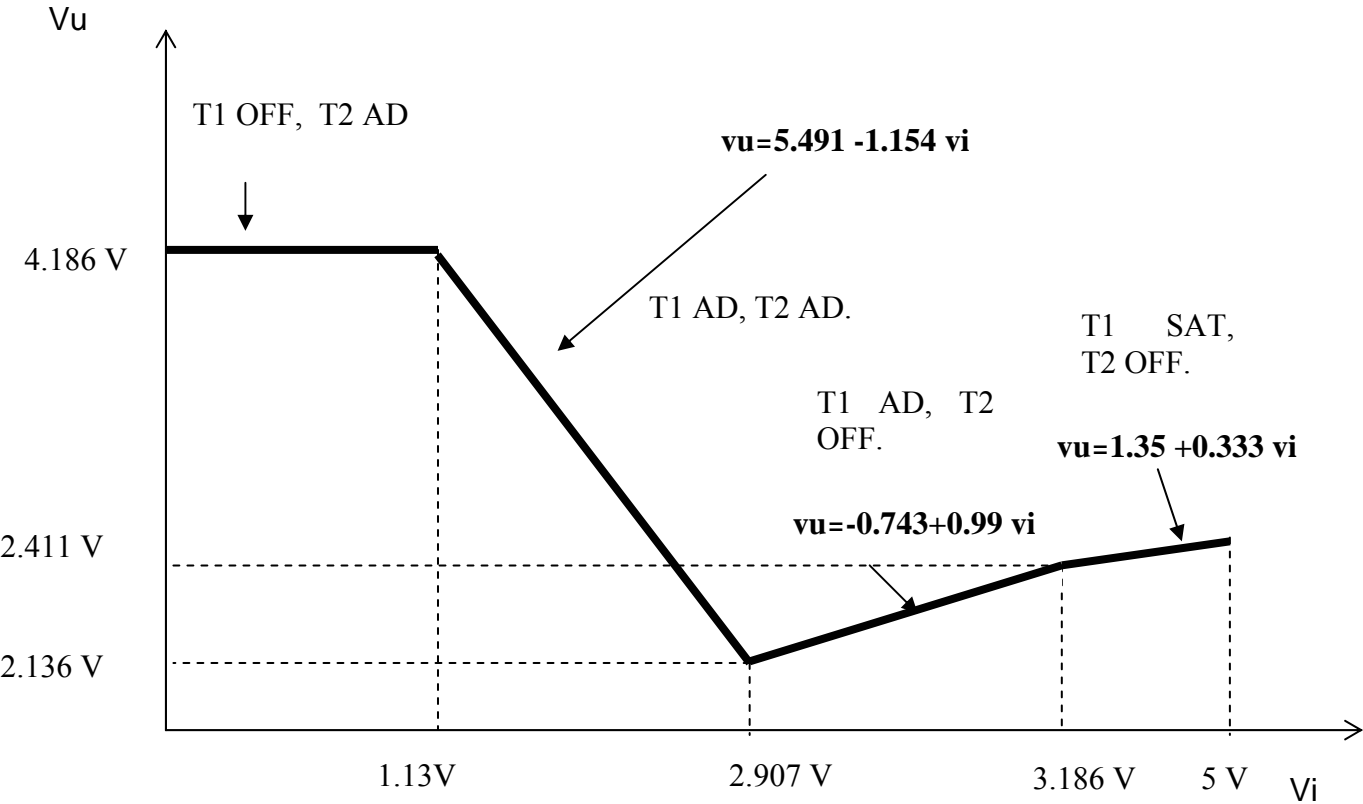
Regione 3: T1 AD, T2 off

T2 è off, $ie2 = ib2 = ic2 = 0$, e $v_u = v_x$. $ie1 = v_u / r5$ $ib1 = (v_i - (v_u + v_\gamma)) / r1$, ma $ie1 = (\beta_f + 1) * ib1$, da cui si ricava che : $v_u = -0.743 + 0.99 v_i$ Si rimane in regione 3 finché T1 non entra in saturazione.	Infine T1 andrà saturo per quel valore di v_i tale che $ic1 < ib1 * \beta_f$ con $v_{ce} = v_{cesat}$. $v_u = -0.743 + 0.99 v_i$ $ib1 = (v_i - (v_u + v_\gamma)) / r1$ $ic1 = (v_{cc} - (v_u + v_{cesat})) / r2$ $ic1 < ib1 * \beta_f$, da cui si ricava che T1 andrà in saturazione per $v_i > 3.186 \text{ V}$.
Si rimane in regione 3 per $2.907 \text{ V} < v_i < 3.186 \text{ V}$	

Regione 4: T1 sat, T2 off

$ib1 = (v_i - (v_u + v_\gamma)) / r1$ $ic1 = (v_{cc} - (v_u + v_{cesat})) / r2$ $ie1 = v_u / r5$	$ie1 = ib1 + ic1$ da cui si ricava $v_u = 1.35 + 0.333 v_i$
Si rimane in regione 3 per $3.186 \text{ V} < v_i < v_{cc}$.	

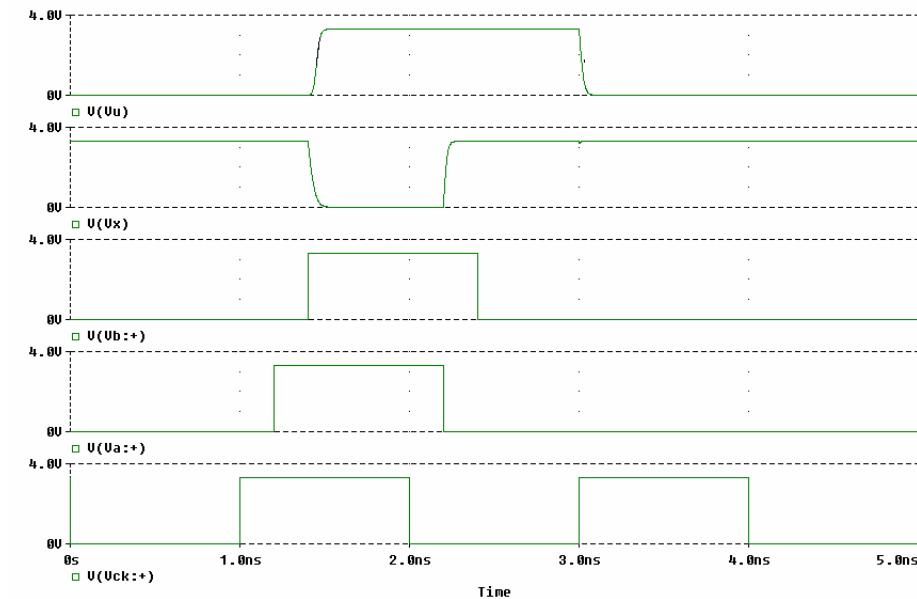
Di seguito si riporta la caratteristica statica di trasferimento.



Esercizio 3

Si tratta di un p-latch TSPCL, il cui primo stadio include la funzione di NAND(A,B).

Intervallo [ns]	Va	Vb	Vck	M1	M2	M3	M4	M5	Vx	M6	M7	M8	Vu
0 → 1	0	0	0	off	off	off	on	on	V_{dd}	on	off	off	a.i.
1 → 1.2	0	0	V_{dd}	off	off	on	on	on	V_{dd}	on	on	off	0
1.2 → 1.4	V_{dd}	0	V_{dd}	off	on	on	off	on	V_{dd}	on	on	off	0
1.4 → 2	V_{dd}	V_{dd}	V_{dd}	on	on	on	off	off	0	off	on	on	V_{dd}
2 → 2.2	V_{dd}	V_{dd}	0	on	on	off	off	off	0 [a.i.]	off	off	on	V_{dd}
2.2 → 2.4	0	V_{dd}	0	on	off	off	on	off	V_{dd}	on	off	off	V_{dd} [a.i.]
2.4 → 3	0	0	0	off	off	off	on	on	V_{dd}	on	off	off	V_{dd} [a.i.]
3 → 4	0	0	V_{dd}	off	off	on	on	on	V_{dd}	on	on	off	0
4 → ...									V_{dd}				0



- Quindi, per $t=1.4\text{ns}$ V_x si scarica da V_{dd} a 0 tramite la serie di M1,M2,M3 ($\beta_{eq}=\beta_n/3$). Successivamente V_u si carica a V_{dd} tramite il transistor M8. Il tempo di propagazione è quindi la somma dei due tempi di transizione:

$$t_{pHLx} = \int_{v_{dd}}^{v_{dd}-v_t} \frac{C}{-\frac{\ln}{3} \frac{((v_{dd}-v_t)^2)}{2}} dv_x + \int_{v_{dd}-v_t}^{\frac{v_{dd}}{2}} \frac{C}{-\frac{\ln}{3} \left((v_{dd}-v_t) v_x - \frac{v_x^2}{2} \right)} dv_x$$

$$t_{pLHu} = \int_0^{v_t} \frac{C}{\ln \frac{((v_{dd}-v_t)^2)}{2}} dv_u + \int_{v_t}^{\frac{v_{dd}}{2}} \frac{C}{\ln \left((v_{dd}-v_t) (v_{dd}-v_u) - \frac{(v_{dd}-v_u)^2}{2} \right)} dv_u$$

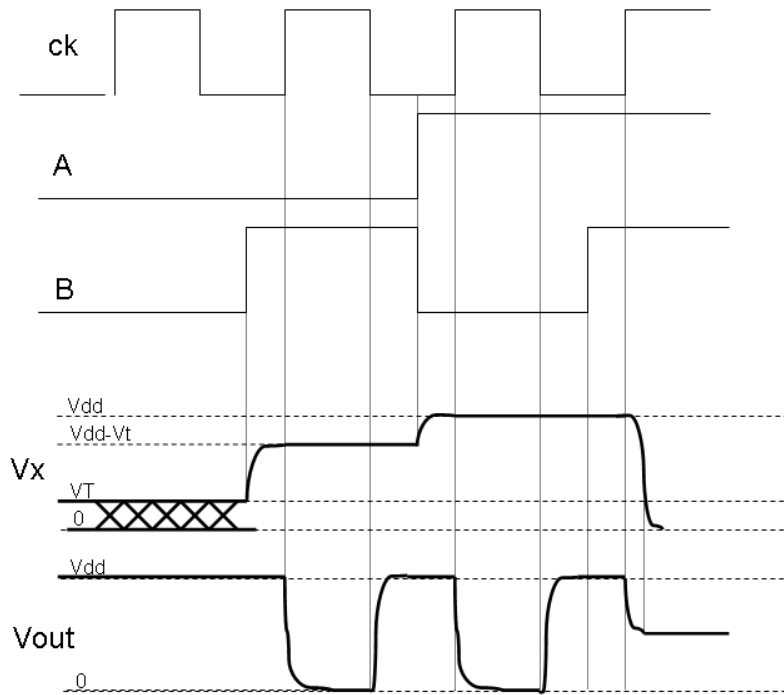
la somma di questi transitori è un transitorio complessivo di durata $t_1=35.6\text{ ps}$, che si innesca all'istante 1.4ns.

Il segnale V_x torna al valore V_{dd} per $t=2.2\text{ ns}$, mentre il segnale V_u commuta solo per $t=3\text{ ns}$, non appena il segnale di CK abilita la transizione di scarica attraverso M7 e M6 ($\beta_{eq}=\beta_n/2$).

$$t_{pHL} = \int_{v_{dd}}^{v_{dd}-v_t} \frac{C}{-\frac{\ln}{2} \frac{((v_{dd}-v_t)^2)}{2}} dv_u + \int_{v_{dd}-v_t}^{\frac{v_{dd}}{2}} \frac{C}{-\frac{\ln}{2} \left((v_{dd}-v_t) v_u - \frac{v_u^2}{2} \right)} dv_u$$

il transitorio è di durata $t_2= 15.5\text{ ps}$, e si innesca all'istante 3ns.

Esercizio 4



Durante l'ottavo semiperiodo di clock, la transizione di vout (che si scarica tramite la serie di M7 e M6) viene interrotta quando vx (scaricato mediante la serie di M2, M3, M4) raggiunge il valore vt

$$t = \int_{v_{dd}}^{v_{dd}-v_t} \frac{Cap}{-\frac{\ln}{3} \left(\frac{(v_{dd}-v_t)^2}{2} \right)} dv + \int_{v_{dd}-v_t}^{v_t} \frac{Cap}{-\frac{\ln}{3} \left((v_{dd}-v_t) v - \frac{v^2}{2} \right)} dv$$

$$= 4.99963 \times 10^{-11} \text{ sec a partire dall'istante di discesa del segnale di clock.}$$

questa è appunto la condizione critica che può determinare malfunzionamento del circuito