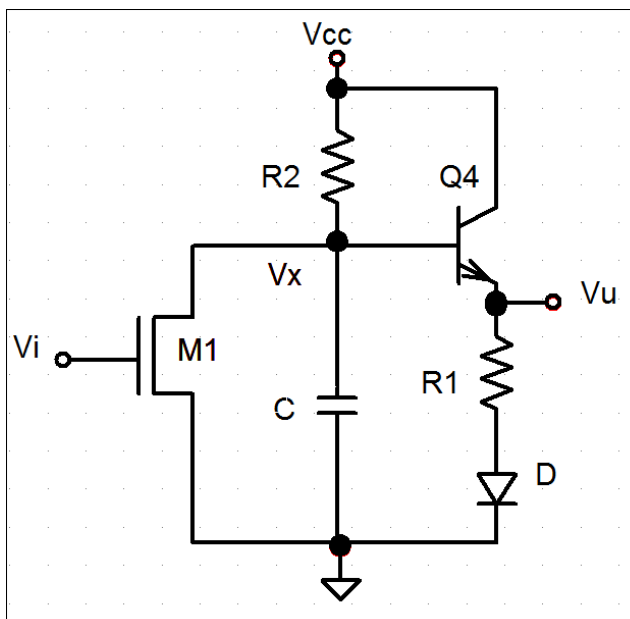


1) Nel circuito in figura, il transistor bipolare può essere descritto da un modello "a soglia", con  $V_{\gamma}=0.75$  V e  $V_{CE,sat}=0.2$  V, mentre il transistor MOS è caratterizzato dalla tensione di soglia  $V_{Tn}$  e dal coefficiente  $\beta_n$ . Il segnale d'ingresso abbia il seguente andamento:

$$\begin{aligned} t < 0: & \quad V_i = V_{cc} \\ t > 0: & \quad V_i = 0 \end{aligned}$$

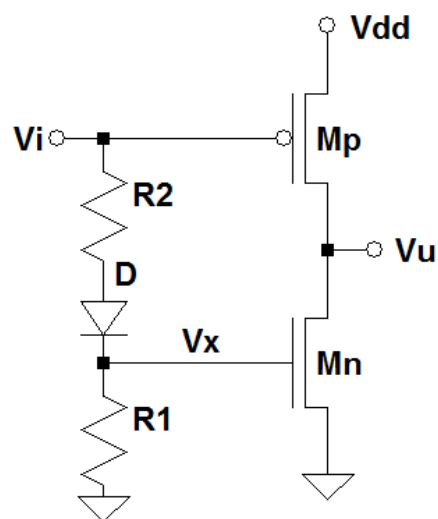
Si calcoli il tempo di propagazione  $t_{p,LH}$  relativo al segnale di uscita  $V_u$ .



$V_{cc} = 5$  V,  $\beta_F=100$ ,  $V_{Tn} = 0.35$  V,  $\beta_n = 5$  mA/V<sup>2</sup>,  $R_1 = 5$  k $\Omega$ ,  $R_2 = 25$  k $\Omega$ ,  $C=1$  pF.

2) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalla tensione di soglia  $V_{Tn}=|V_{Tp}|=V_T$  e dai coefficienti  $\beta_n$  e  $\beta_p$ , mentre il diodo D può essere descritto da un modello a soglia, con  $V_{\gamma}=0.75$ . Si calcoli il margine di immunità ai disturbi della rete.

$V_{dd} = 3.3$  V,  $\beta_n=1.2$  mA/V<sup>2</sup>,  $\beta_p=0.8$  mA/V<sup>2</sup>,  $V_T = 0.4$  V,  $R_1 = 2.5$  k $\Omega$ ,  $R_2 = 1.5$  k $\Omega$ .



- Indicare su ciascun foglio nome, cognome, data e numero di matricola
- Non usare penne o matite rosse
- L'elaborato deve essere contenuto in un unico foglio (4 facciate) protocollo

## Soluzione Esercizio #1 - Compito del 23-02-2017

Osservazioni preliminari: Q1 quando ON è in AD, inoltre Q1 e D devono essere contemporaneamente OFF o ON.

1)  $t < 0$ ,  $v_i = V_{cc}$ , allora M1 ON e LIN (da verificare). Suppongo Q1 off e D off (da verificare).

$i_{r2} = (v_{cc} - v_x)/r_2$ $i_{d1} = \beta n * ((v_{cc} - v_{tn}) * v_x - 0.5 * v_x^2)$  Ma $i_{r2} = i_{d1}$	Risolvendo si ricavano i seguenti valori: $v_x = 0.0086 \text{ V}$ , $v_x = 9.3074 \text{ V}$ . La soluzione accettabile è $v_x = 0.0086 \text{ V}$ , che soddisfa la Hp di spegnimento di Q1 e D, e di linearità di M1 ( $v_{cc} > v_x + v_{tn} = 0.3586 \text{ V}$ ). Allora $V_u = 0 \text{ V}$
---	--

2) Per  $t \rightarrow \infty$ ,  $v_i = 0$ , quindi M1 OFF. Suppongo Q1 on in AD, e D on (da verificare).

In queste condizioni $v_x = v_u + v_\gamma$  $i_{r2} = (v_{cc} - (v_u + v_\gamma))/r_2$ $i_{e2} = (v_u - v_\gamma)/r_1$  Ma $i_{r2} * (\beta_f + 1) = i_{e2}$	Risolvendo si ricava: <b><math>v_u = 4.085 \text{ V}</math></b> , che soddisfa la Hp fatte. La $v_x$ corrispondente vale $v_x = v_u + v_\gamma = 4.835 \text{ V} < V_{cc}$ .
--	--

Il ritardo di propagazione è il tempo necessario al segnale d'uscita  $v_u$  per compiere l'escursione  $0 \text{ V} \rightarrow (0 + 4.085)/2 \text{ V} = 2.0425 \text{ V}$ , con  $v_i = 0$ .

3) $t = 0^+$ , $v_i = 0$ , la tensione ai capi del condensatore non cambia rispetto all'istante $t = 0^-$ , ovvero $v_x(0^+) = v_x(0^-) = 0.0086 \text{ V}$ .  A) Inizialmente Q1 e D sono entrambi OFF, e tali rimangono fintantoché $v_x$ non raggiunge il valore $2v_\gamma$ . Durante questo intervallo $v_u = 0 \text{ V}$ , ma anche questo intervallo temporale va conteggiato nel calcolo del ritardo di propagazione.  B) Per $v_x > 2v_\gamma$ , Q1 e D vanno on, e $v_u = v_x - v_\gamma$  Il calcolo del transitorio andrà quindi diviso in due parti.	
A) Conviene ragionare in termini di $v_x$ , che cresce da $v_x(0^-) = 0.0086 \text{ V}$ a $v_x = 2v_\gamma = 1.5 \text{ V}$  $i_{r2} = (v_{cc} - v_x)/r_2$ $i_{cap} = C dv_x/dt$  Ma $i_{cap} = i_{r2}$ $t_{p,LH1} = \int_{0.0086}^{1.5} \frac{C dv_x}{i_{r2}} = 8.874 \text{ ns}$	B) Dal momento in cui Q1 e D vanno on, allora $v_x = v_u + v_\gamma$ . $v_u: 0 \rightarrow 2.0425 \text{ V}$  $i_{r2} = (v_{cc} - (v_u + v_\gamma))/r_2$ $i_{b2} = (v_u - v_\gamma)/r_1 / (\beta_f + 1)$ $i_{cap} = C dv_x/dt = C d(v_u + v_\gamma)/dt = C dv_u/dt$  Ma $i_{cap} = i_{r2} - i_{b2}$ $t_{p,LH2} = \int_0^{2.0425} \frac{C dv_u}{i_{r2} - i_{b2}} = 13.2 \text{ ns}$
<b><math>t_{p,LH} = t_{p,LH1} + t_{p,LH2} = 22.074 \text{ ns}</math></b>	

## 23.2.2017 – Esercizio 2

Il circuito è simile ad un invertitore CMOS, nel quale tuttavia gli ingressi dei transistori di pull-up e pull-down non coincidono necessariamente. Infatti, se il diodo D è ON ( $V_i > V_\gamma$ ), si ha:

$$\left. \begin{aligned} I_{R1} &= \frac{V_x}{R_1} \\ I_{R2} &= \frac{V_i - (V_x + V_\gamma)}{R_2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{I_{R1}=I_{R2}} V_x = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (V_i - V_\gamma) = 0.625 (V_i - V_\gamma) (*)$$

Si ha quindi:

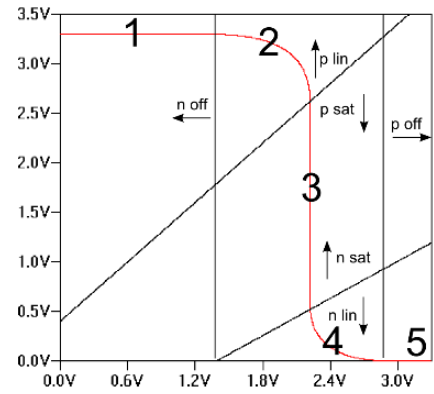
$$M_n \text{ off} \rightarrow V_{GSn} = V_x < V_T \xrightarrow{(*)} V_i < 1.39 \text{ V}$$

$$M_n \text{ sat} \rightarrow V_{GSn} = V_x < V_{DSn} + V_T = V_u + V_T \xrightarrow{(*)} V_u > 0.625 V_i - 0.86875$$

$$M_p \text{ off} \rightarrow V_{SGp} = V_{dd} - V_i < V_T \rightarrow V_i > 2.9 \text{ V}$$

$$M_p \text{ sat} \rightarrow V_{SGp} = V_{dd} - V_i < V_{SDp} + V_T = V_{dd} - V_u + V_T \rightarrow V_u < V_i + V_T$$

Le diverse regioni di funzionamento sono quindi evidenziate nella figura a fianco, analoga a quanto ricavato per l'invertitore CMOS. Con considerazioni identiche a tale caso, risulta immediato riconoscere che i punti di interesse ( $V_{iLMAX}, V_{oHmin}$ ) e ( $V_{iHmin}, V_{oLMAX}$ ) cadono rispettivamente nelle regioni 2 ( $M_n \text{ SAT}, M_p \text{ LIN}$ ) e 4 ( $M_n \text{ LIN}, M_p \text{ SAT}$ ).



Calcolo di ( $V_{iLMAX}, V_{oHmin}$ ), con ( $M_n \text{ SAT}, M_p \text{ LIN}$ ):

$$\begin{aligned} I_{Dn,sat} &= \frac{\beta_n}{2} (V_x - V_T)^2 \xrightarrow{(*)} \frac{dI_{Dn,sat}}{dV_i} = 0.625 \beta_n (0.625 (V_i - V_\gamma) - V_T) \\ I_{Dp,lin} &= \beta_p \left( (V_{dd} - V_i - V_T)(V_{dd} - V_u) - \frac{(V_{dd} - V_u)^2}{2} \right) \xrightarrow{\frac{dV_u}{dV_i} = -1} \frac{dI_{Dp,lin}}{dV_i} = \beta_p (2V_u - V_{dd} - V_i - V_T) \\ \left. \begin{aligned} I_{Dn,sat} &= I_{Dp,lin} \\ \frac{dI_{Dn,sat}}{dV_i} &= \frac{dI_{Dp,lin}}{dV_i} \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} V_{iLMAX} = 2.086 \text{ V} \\ V_{oHmin} = 3.099 \text{ V} \end{cases} \end{aligned}$$

Calcolo di ( $V_{iHmin}, V_{oLMAX}$ ), con ( $M_n \text{ LIN}, M_p \text{ SAT}$ ):

$$\begin{aligned} I_{Dn,lin} &= \beta_n \left( (V_x - V_T)V_u - \frac{V_u^2}{2} \right) \xrightarrow{(*), \frac{dV_u}{dV_i} = -1} \frac{dI_{Dn,lin}}{dV_i} = \beta_n (1.625 V_u - (0.625 (V_i - V_\gamma) - V_T)) \\ I_{Dp,sat} &= \frac{\beta_p}{2} (V_{dd} - V_i - V_T)^2 \rightarrow \frac{dI_{Dp,sat}}{dV_i} = \beta_p (V_i + V_T - V_{dd}) \\ \left. \begin{aligned} I_{Dn,lin} &= I_{Dp,sat} \\ \frac{dI_{Dn,lin}}{dV_i} &= \frac{dI_{Dp,sat}}{dV_i} \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} V_{iHmin} = 2.381 \text{ V} \\ V_{oLMAX} = 0.168 \text{ V} \end{cases} \end{aligned}$$

Da cui di ricavano i margini:

$$\begin{aligned} N_{ML} &= V_{iLMAX} - V_{oLMAX} = 1.921 \text{ V} \\ N_{MH} &= V_{oHmin} - V_{iHmin} = 0.718 \text{ V} \end{aligned} \rightarrow N_M = \min\{N_{ML}, N_{MH}\} = 0.718 \text{ V}$$