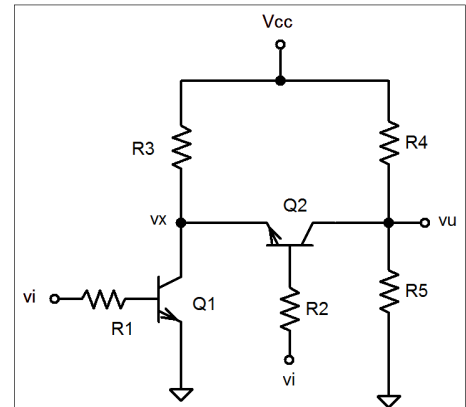


PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI ELETTRONICA A  
27 GENNAIO 2011

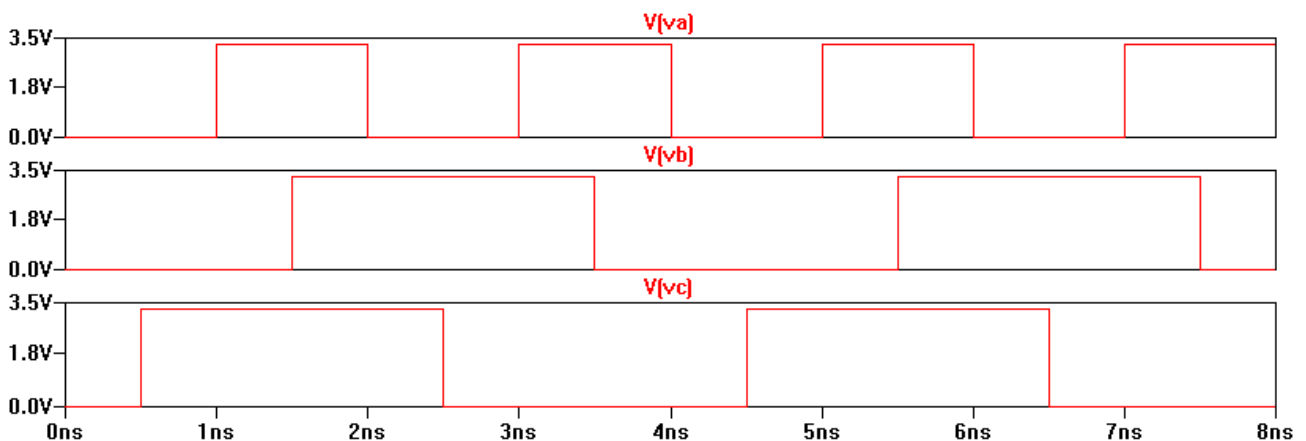
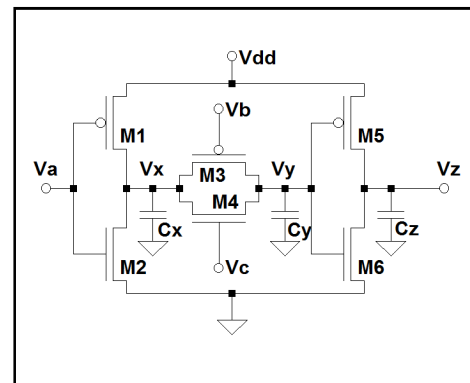
1) Nel circuito in figura, i transistori possono essere descritti da un modello “a soglia”, con  $V_T = 0.75 \text{ V}$  e  $V_{CE,sat} = 0.2 \text{ V}$ . Si determini la caratteristica statica di trasferimento  $V_u(V_i)$ , per  $0 < V_i < V_{CC}$ .



$V_{CC} = 5 \text{ V}$ ,  $\beta_F = 100$ ,  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 500 \Omega$ ,  $R_4 = 500 \Omega$ ,  $R_5 = 5 \text{ k}\Omega$ .

2) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalle tensioni di soglia  $V_{Tn} = |V_{Tp}| = V_T$  e dai coefficienti  $\beta_n$  e  $\beta_p$ .

I segnali di ingresso  $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$  abbiano l'andamento periodico mostrato in figura. Si determini l'andamento dei segnali  $V_x$ ,  $V_y$  e  $V_z$ , valutando in particolare i tempi di propagazione associati alle transizioni del segnale  $V_z$ . A questo scopo, si considerino trascurabili i tempi associati alle commutazioni dei segnali  $V_x$  e  $V_y$ . Si assuma inoltre che ogni transitorio si esaurisca prima della successiva variazione degli ingressi.



$V_{dd} = 3.3 \text{ V}$ ,  $V_T = 0.4 \text{ V}$ ,  $\beta_n = 1.2 \text{ mA/V}^2$ ,  $\beta_p = 0.7 \text{ mA/V}^2$ ,  $C_x = C_y = 1 \text{ fF}$ ,  $C_z = 100 \text{ fF}$ .

Esame di ELETTRONICA AB (mod. B): svolgere l'esercizio 1 (tempo disponibile 1h 15m).

Esame di ELETTRONICA DEI SISTEMI DIGITALI A: l'esercizio 2 (tempo disponibile 1h 15m).

Esame di FONDAMENTI DI ELETTRONICA A: svolgere gli esercizi 1 e 2 (tempo disponibile 2h e 30m).

• Indicare su ciascun foglio nome, cognome, data e numero di matricola

• Non usare penne o matite rosse

L'elaborato deve essere contenuto in un unico foglio (4 facciate) protocollo

## Soluzione compito del 27-01-2011 - Esercizio #1

Osservazioni preliminari:

- 1) Q2 è ON solo se anche Q1 è on. Non vale il viceversa.

**Regione 1:**  $v_i < v_\gamma$ : Q1 OFF ; Q2 OFF. Calcolo di  $v_u$ .

$v_u$  è determinato dal partitore resistivo costituito da  $r_4$  ed  $r_5$ :  $v_u = v_{cc} \cdot r_5 / (r_5 + r_4) = 4.545 \text{ V}$

**Regione 2:**  $v_i > v_\gamma$ : Q1 ON in AD, Q2 OFF.

Poiché Q2 è off,  $v_u$  mantiene il valore precedentemente trovato, ovvero  $v_u = 4.545 \text{ V}$ . All'aumentare di  $v_i$  possono accadere due cose:  
1) Q1 va sat o 2) Q2 va ON.

1) Q1 sat, Q2 off: $v_{ce} = v_x = v_{cesat}$ $i_{r3} = (v_{cc} - v_{cesat}) / r_3$ $i_{b1} = (v_i - v_\gamma) / r_1$ Ma $i_{r3} = \beta_f \cdot i_{b1}$ Da cui si ricava $v_i = 1.71 \text{ V}$ .	2) Q1 ad, Q2 va on. $i_{r3} = (v_{cc} - v_x) / r_3$ $i_{b1} = (v_i - v_\gamma) / r_1$ Ma $i_{r3} = \beta_f \cdot i_{b1}$ e $v_i - v_x = v_\gamma$ da cui si ricava $v_i = 1.583 \text{ V}$ , e $v_x = 0.8333 \text{ V}$ .
---	--

Delle due condizioni quella che si verifica prima è allora l'accensione di Q2.

Regione 2: per  $v_\gamma < v_i < 1.583 \text{ V}$

**Regione 3:** Q1 AD e Q2 AD.

$i_{r3} = (v_{cc} - v_x) / r_3$ $i_{b1} = (v_i - v_\gamma) / r_1$ $i_{b2} = (v_i - v_\gamma - v_x) / r_2$ $i_{r4} = (v_{cc} - v_u) / r_4$ $i_{r5} = v_u / r_5$ Ma $i_{r3} + (\beta_f + 1) i_{b2} = \beta_f \cdot i_{b1}$ e $i_{r4} = i_{r5} + \beta_f \cdot i_{b2}$	Risolvendo si ricava che: $v_x = 0.820 + 0.008 v_i$ , $v_u = 11.683 - 4.508 v_i$ Si rimane in questa regione fintantoché : 1) Q1 va sat, o 2) Q2 va sat.
---	--

1) Q1 va sat, Q2 in ad $v_x = 0.820 + 0.008 v_i = v_{cesat}$ da cui si ricava $v_i = -75.05 \text{ V}$ (si noti come la $v_x$ aumenti con $v_i$ , rendendo impossibile il raggiungimento di $v_x = v_{cesat}$ per $v_i$ positive)	2) Q1 in ad, Q2 va sat $v_u = 11.683 - 4.508 v_i$ $v_x = 0.820 + 0.008 v_i$ ma $v_u - v_x = v_{cesat}$ , da cui si ricava $v_i = 2.361 \text{ V}$
--	--

Delle due condizioni quella che si verifica è allora la saturazione di Q2.

Regione 3: per  $1.583 \text{ V} < v_i < 2.361 \text{ V}$

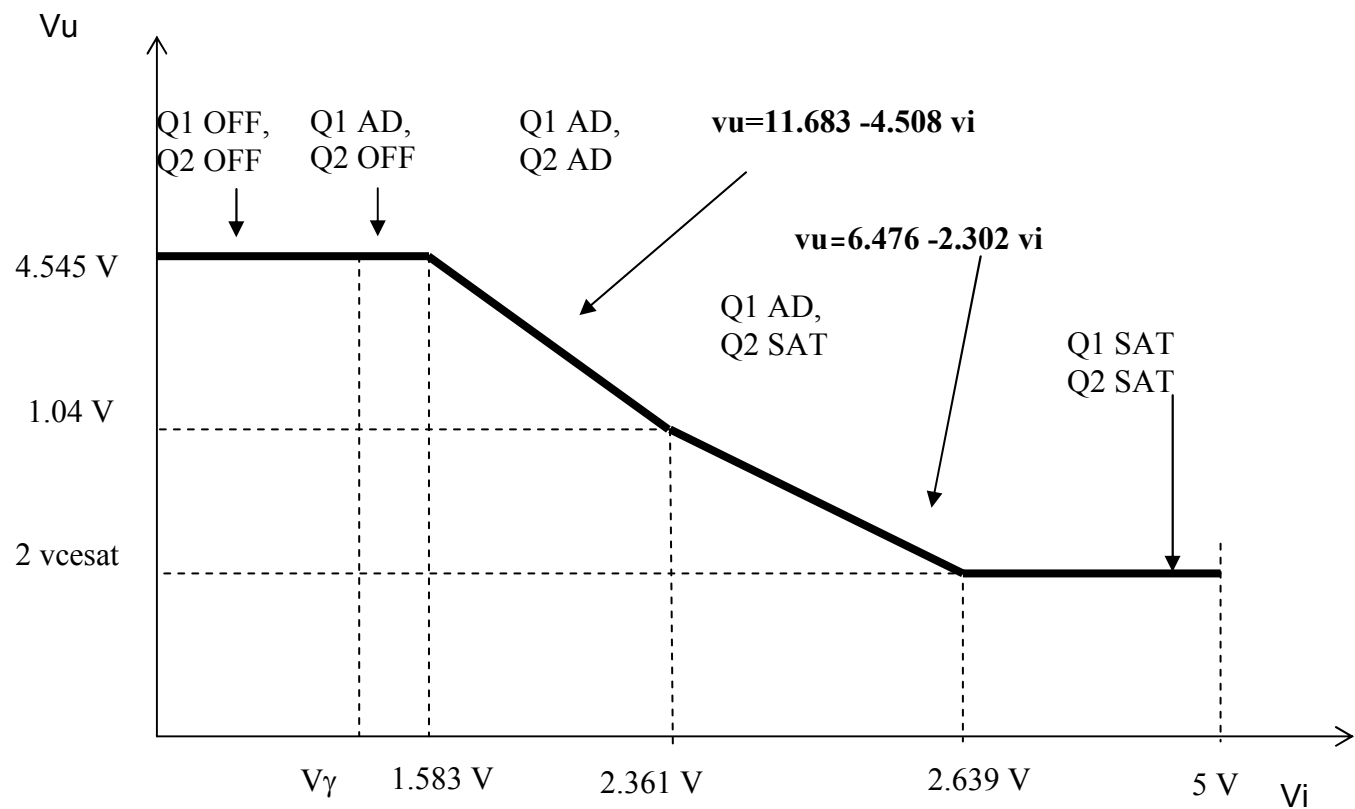
**Regione 4:** Q1 ad e Q2 sat.

$i_{r3} = (v_{cc} - v_x) / r_3$ $i_{b1} = (v_i - v_\gamma) / r_1$ $i_{b2} = (v_i - v_\gamma - v_x) / r_2$ $i_{r4} = (v_{cc} - v_u) / r_4$ $i_{r5} = v_u / r_5$ $i_{e2} = (i_{r4} - i_{r5} + i_{b2})$ Ma $v_x = v_u - v_{cesat}$	e $i_{r3} + i_{e2} = \beta_f \cdot i_{b1}$ Risolvendo si ricava che: $v_x = 6.276 - 2.302 v_i$ , $v_u = 6.476 - 2.302 v_i$ Si rimane in questa regione fintantoché Q1 va sat. Q1 va sat per $v_x = v_{cesat}$ , da cui si ricava $v_i = 2.639 \text{ V}$ .
---	---

Regione 4:  $2.361 \text{ V} < v_i < 2.639 \text{ V}$

**Regione 5:** per  $2.639 \text{ V} < v_i < v_{cc}$ ; Q1 sat, Q2 sat,  $v_u = 2 v_{cesat}$ .

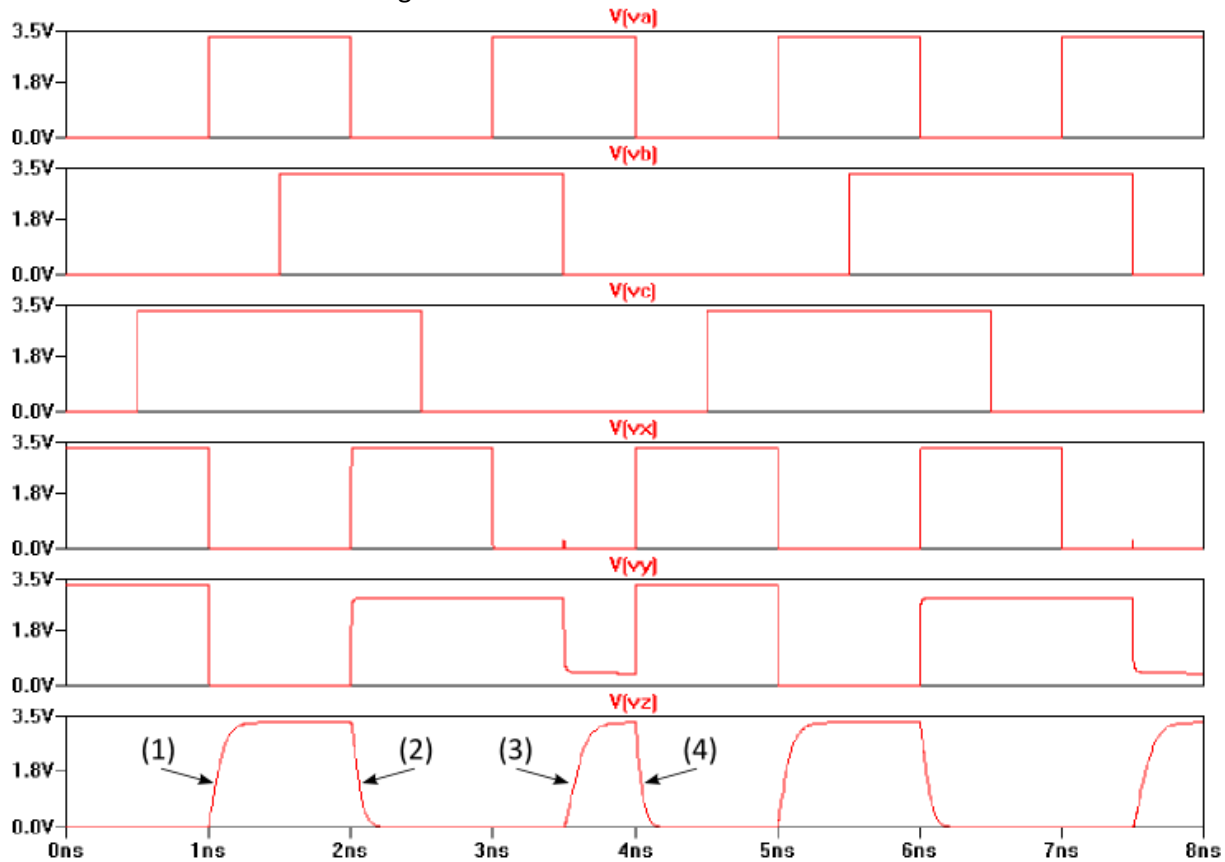
Di seguito si riporta la caratteristica statica di trasferimento.



## Esercizio 2 – 27.1.2011

Il primo stadio ( $M_1, M_2$ ) e l'ultimo stadio ( $M_5, M_6$ ) sono due invertitori CMOS statici, connessi fra di loro da una coppia di pass-transistor ( $M_3, M_4$ ). Poiché questi ultimi non sono controllati da segnali complementari, la funzione non è quella di un transmission gate, ed esistono situazioni in cui il ramo ( $M_3, M_4$ ) non è in grado di trasferire un segnale a piena escursione.

Gli andamenti sono mostrati in figura:



In particolare, il segnale X è, con ritardo trascurabile, complementare del segnale A.

- 1)  $0 < t < 0.5ns$ ,  $V_a = V_b = V_c = 0 \rightarrow V_x = V_{DD} \xrightarrow{M_3 on} V_y = V_{DD} \rightarrow V_z = 0$
- 2)  $0.5ns < t < 1ns$ ,  $V_a = V_b = 0, V_c = V_{DD} \rightarrow M_4 on$ : non cambia nulla rispetto al caso precedente ( $V_y = V_{DD}$ , come prima, grazie al pMOS  $M_3$ )

- 3)  $1ns < t < 1.5ns$ ,  $V_a = V_c = V_{DD}, V_b = 0 \rightarrow V_x = 0 \xrightarrow{M_4 on} V_y = 0 \rightarrow V_z = V_{DD}$   
Transitorio (1) in figura: carica di  $C_z$  attraverso  $M_5$ .

$V_{SG5} = V_{DD}$ , per cui il transitorio è "standard":

$$V_z: 0 \xrightarrow[t_1]{M_5 SAT} V_T \xrightarrow[t_2]{M_5 LIN} \frac{V_{DD}}{2}$$

$$t_{p,LH(1)} = t_1 + t_2 = 13.6 + 45.4 = 59.0 ps$$

- 4)  $1.5ns < t < 2ns$ ,  $V_a = V_b = V_c = V_{DD} \rightarrow V_x = 0 \xrightarrow{M_4 on} V_y = 0 \rightarrow V_z = V_{DD}$
- 5)  $2ns < t < 2.5ns$ ,  $V_a = 0, V_b = V_c = V_{DD} \rightarrow V_x = V_{DD} \xrightarrow{M_3 off, M_4 on} V_y = V_{DD} - V_T = 2.9V \rightarrow V_z = 0$

Transitorio (2) in figura: scarica di  $C_z$  attraverso  $M_6$ .

$V_{GS6} = V_{DD} - V_T$ , per cui:

$$V_z: V_{DD} \xrightarrow[t_1]{M_6 SAT} V_{DD} - 2V_T \xrightarrow[t_2]{M_6 LIN} \frac{V_{DD}}{2}$$

Con

$$I_{D6,SAT} = \beta_n \frac{(V_{DD} - 2V_T)^2}{2}, I_{D6,LIN} = \beta_n \left( (V_{DD} - 2V_T)V_z - \frac{V_z^2}{2} \right)$$

$$C_z \frac{dV_z}{dt} = I_{D6} \rightarrow \int_0^{t_1} dt = \int_{V_{DD}}^{V_{DD}-2V_T} \frac{C_z}{I_{D6,SAT}} dV_z \rightarrow t_1 = 21.3 \text{ ps}$$

e, analogamente:  $t_2 = 23.6 \text{ ps} \rightarrow t_{p,HL(2)} = t_1 + t_2 = 44.9 \text{ ps}$

6)  $2.5 \text{ ns} < t < 3 \text{ ns}$ ,  $V_a = V_c = 0$ ,  $V_b = V_{DD} \rightarrow V_x = V_{DD} \xrightarrow{M_{3off}, M_{4off}} V_y = V_{DD} - V_T = 2.9V$  (alta impedenza)  $\rightarrow V_z = 0$  (come prima)

7)  $3 \text{ ns} < t < 3.5 \text{ ns}$ ,  $V_a = V_b = V_{DD}$ ,  $V_c = 0 \rightarrow V_x = 0 \xrightarrow{M_{3off}, M_{4off}} V_y = V_{DD} - V_T = 2.9V$  (alta impedenza)  $\rightarrow V_z = 0$  (come prima)

8)  $3.5 \text{ ns} < t < 4 \text{ ns}$ ,  $V_a = V_{DD}$ ,  $V_b = V_c = 0 \rightarrow V_x = 0 \xrightarrow{M_{3on}, M_{4off}} V_y = V_T \rightarrow V_z = V_{DD}$   
Transitorio (3) in figura: carica di  $C_z$  attraverso  $M_5$ .

$V_{SG5} = V_{DD} - V_T$ , per cui:

$$V_z : 0 \xrightarrow[t_1]{M_5 \text{ SAT}} 2V_T \xrightarrow[t_2]{M_5 \text{ LIN}} \frac{V_{DD}}{2}$$

$$t_{p,LH(3)} = t_1 + t_2 = 36.6 + 40.4 = 77.0 \text{ ps}$$

9) Infine, riprende l'andamento periodico, per cui il segnale  $V_z$ , per  $4 \text{ ns} < t < 4.5 \text{ ns}$ , si riporta al valore 0, secondo quanto già calcolato al punto 1. Il transitorio (4) è un transitorio di scarica di  $C_z$  attraverso  $M_6$ , con  $V_{GS6} = V_{DD}$ , per cui il transitorio è "standard":

$$V_z : V_{DD} \xrightarrow[t_1]{M_6 \text{ SAT}} V_{DD} - V_T \xrightarrow[t_2]{M_{56} \text{ LIN}} \frac{V_{DD}}{2}$$

$$t_{p,HL(4)} = t_1 + t_2 = 7.9 + 26.5 = 34.4 \text{ ps}$$