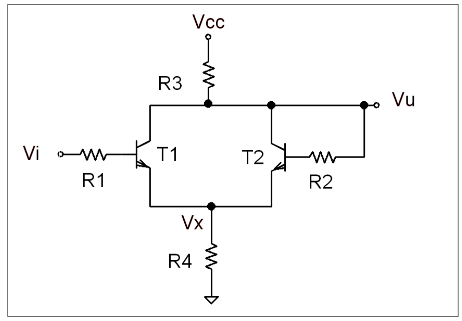
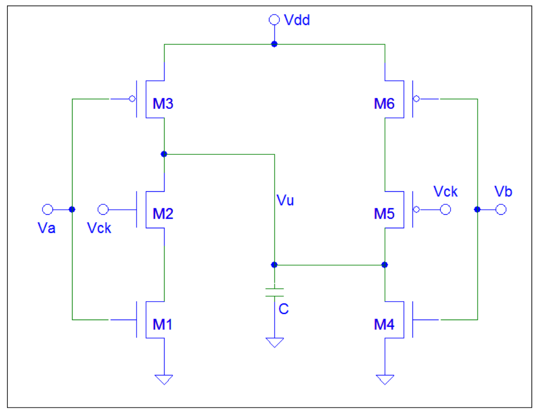
PROVA SCRITTA DI ELETTRONICA
11 GIUGNO 2009

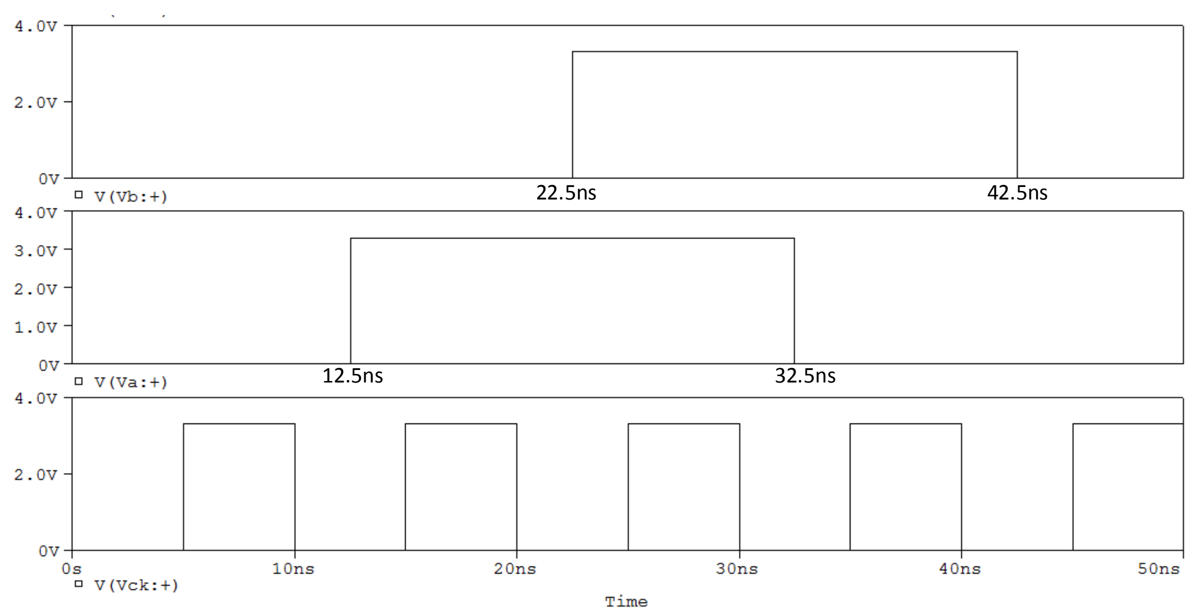
1) Nel circuito in figura, i transistori possono essere descritti da un modello “a soglia”, con V_γ=0.75 V e $V_{CE,sat}$=0.2 V. Si determini la caratteristica statica di trasferimento $V_u(V_i)$, per $0<V_i<V_{cc}$.

V_{cc} = 5 V, β_F=100, R_1 = 50 kΩ, R_2 = 5 kΩ, R_3 = 1.5 kΩ, R_4 = 1 kΩ.



2) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalla tensione di soglia $V_{Tn}=|V_{Tp}|=V_T$ e dai coefficienti β_n e β_p.
I segnali di ingresso (V_a e V_b) e di clock (V_{ck}) hanno l’andamento mostrato in figura.
   - Si determini il corrispondente andamento di V_u
   - In corrispondenza di ciascuna transizione di V_u, si calcoli il relativo tempo di propagazione, definito come il tempo che intercorre fra la transizione del segnale di ingresso che determina la variazione e l’istante in cui il segnale di uscita raggiunge il 50% della propria escursione.





V_{dd} = 3.3 V, C= 0.3 pF, V_T= 0.4 V, β_n=1 mA/V^2, β_p=750 μA/V^2.

Esame di ELETTRONICA AB (mod. B): svolgere l’esercizio 1 (tempo disponibile 1h 15m).
Esame di ELETTRONICA DEI SISTEMI DIGITALI A: l’esercizio 2 (tempo disponibile 1h 15m).
Esame di FONDAMENTI DI ELETTRONICA A: svolgere gli esercizi 1 e 2 (tempo disponibile 2h).

- Indicare su ciascun foglio nome, cognome, data e numero di matricola
- Non usare penne o matite rosse

L’elaborato deve essere contenuto **in un unico foglio** (4 facciate) protocollo

Compito del 11-06-2009 - Esercizio #1

Regione 1: Si supponga T1 off e T2 on in ad (da verificare)

ir3=(vcc-vu)/r3 ib2=(vu-(vx+v_γ))/r2 ir4=vx/r4 Ma ir3=ir4 ir4=(βf+1)*ib2	Risolvendo si trova che: vu=2.499 V , e vx=1.667 V. Verifica della regione di funzionamento di T2: Vce(T2)=vu-vxi=0.832 V > vcesat → Ok Hp T2 in ad.
Si rimane in questa regione fintantoché T1 rimane off, sse vi-vx< v_γ, sse vi<2.417 V	
Regione 1: per 0 < vi < 2.417 V	

Regione 2: T1 on in ad, T2 on in ad.

ir3=(vcc-vu)/r3 ib2=(vu-(vx+ v_γ))/r2 ir4=vx/r4 ib1=(vi-(vx+ v_γ))/r1 Ma ir3= βf *ib1+(βf +1)*ib2 ir4=(βf +1)*(ib1+ib2)	Risolvendo si trova che: vu=2.606-0.044 vi, vx=1.5497+0.0485 vi
Si rimane in questa regione fintantoché T1 va sat o T2 va off. T1 è sat quando vce=vu-vx=vcesat. T2 è on fintantoché ib2=(vu-(vx+ v_γ))/r2>0, sse vu-vx > v_γ. Ma vu-vx=vce(T2)=vce(T1). Poiché vu sta calando e vx salendo, delle due condizioni quella che avviene prima è che vu-vx= v_γ, che è soddisfatta per vi= 3.307 V.	
Regione 2: per 2.417 V < vi < 3.307 V	

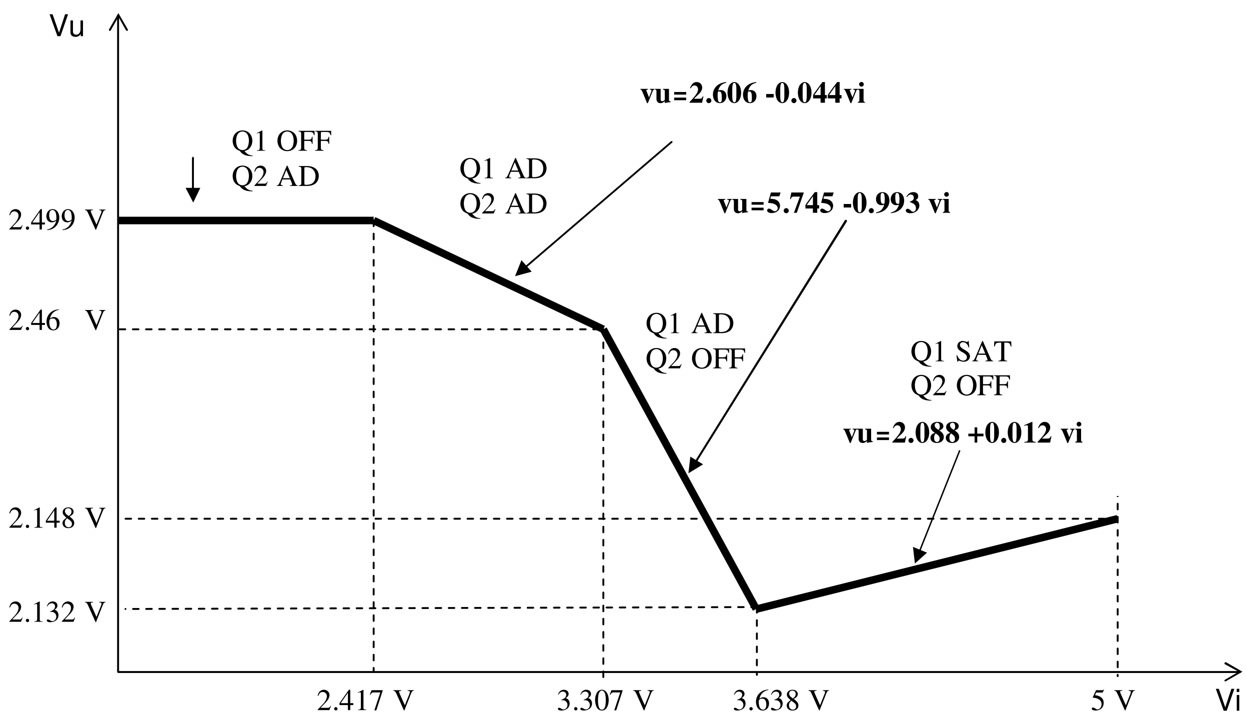
Regione 3: T1 AD, e T2 off.

ir3=(vcc-vu)/r3 ir4=vx/r4 ib1=(vi-(vx+v_γ))/r1 Ma ir4=(βf +1)*ib1 ir3= βf *ib1	Da cui si ricava che: vu=5.745-0.993 vi, vx=-0.502+0.669 vi
si rimane in regione 3 fintantochè vu-vx>vcesat, poi si entra in regione 4, ovvero vu=5.745-0.993 vi, vx=-0.502+0.669 vi vu-vx>vcesat sse vi< 3.638 V	
Regione 3: per 3.307 V < vi < 3.638 V	

Regione 4: T1 sat, e T2 off.

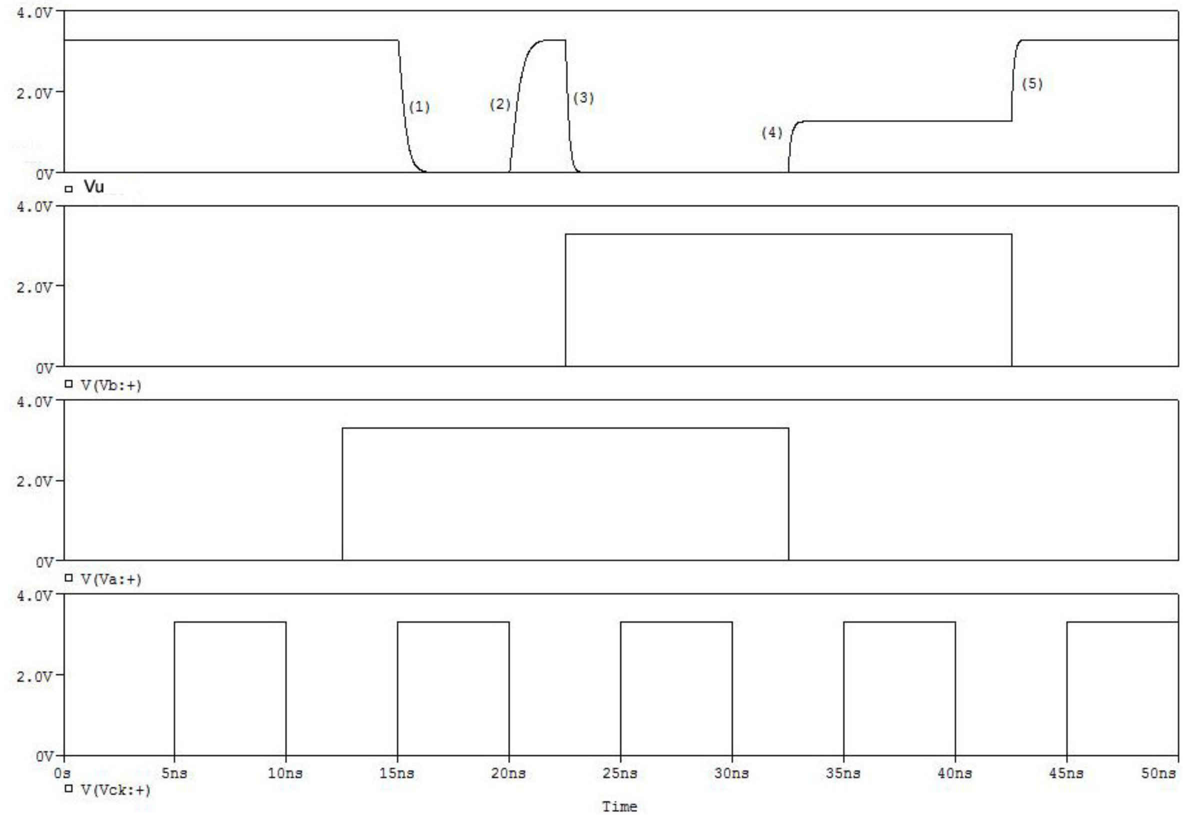
vx=vu-vcesat ir3=(vcc-vu)/r3 ir4=vx/r4	ib1=(vi-(vx+v_γ))/r1 ir3+ib1=ir4 Da cui si ricava che: vu=2.088 +0.012 vi
Regione 4: 3.638 V<vi <5 V	

Di seguito si riporta la caratteristica statica di trasferimento.



Esercizio n. 2

In figura è riportato l'andamento di Vu.



Calcolo del tempo di propagazione associato alla prima transizione da Vdd a 0V attraverso la serie dei MOS M2 e M1 (transizione (1) in figura):

$$\mathbf{beq} = \frac{\mathbf{bn}}{2}$$

Da Vdd ⇨ Vdd-Vt Meq SAT,
da Vdd ⇨ Vdd/2 Meq LIN

$$\mathbf{tsat} = \int_{\mathbf{vdd}}^{\mathbf{vdd-vt}} -\frac{\mathbf{Cy}}{\frac{1}{2}\,\mathbf{beq}\,(\mathbf{vdd}-\mathbf{vt})^2}\,d\mathbf{vu}$$

$$\mathbf{tlin} = \int_{\mathbf{vdd-vt}}^{\frac{\mathbf{vdd}}{2}} -\frac{\mathbf{Cy}}{\mathbf{beq}\left((\mathbf{vdd}-\mathbf{vt})\,\mathbf{vu}-\frac{\mathbf{vu}^2}{2}\right)}\,d\mathbf{vu}$$

$$\mathbf{tphl1} = \mathbf{tsat} + \mathbf{tlin}$$

tphl1=248 ps
La transizione (50% dell'escursione) avviene quindi per t= 15ns +tphl1= 15.248 ns

Calcolo del tempo di propagazione associato alla seconda transizione da 0V a Vdd attraverso la serie dei MOS M6 e M5 (2):

$$beq = \frac{bp}{2}$$

Da 0V ⇨ Vt Meq SAT

Da Vt ⇨ Vdd/2 Meq LIN

$$tsat = \int_0^{vt} \frac{Cy}{\frac{1}{2}\, beq\, (vdd - vt)^2}\, dvu$$

$$tlin = \int_{vt}^{\frac{vdd}{2}} \frac{Cy}{beq\left((vdd - vt)\ (vdd - vu) - \frac{1}{2}\ (vdd - vu)^2\right)}\, dvu$$

$$tplh2 = tlin + tsat$$

tphl2=330 ps

La transizione (50% dell'escursione) avviene quindi per t= 20ns +tphl2= 20.33 ns

Calcolo del tempo di propagazione associato alla terza transizione da Vdd a 0V attraverso M4 (3)

beq= bn

Da Vdd ⇨ Vdd-Vt M4 SAT,

da Vdd ⇨ Vdd/2 M4 LIN

La transizione è identical a 1, con beq doppio rispetto al caso (1). Quindi:

tphl3=tphl1/2=124 ps

La transizione (50% dell'escursione) avviene quindi per t= 22.5ns +tphl3= 22.648 ns

Calcolo del tempo di propagazione associato alla transizione (4). In questo caso sono accesi sia M3 che M4 e, a regime, il valore di Vu è intermedio fra 0 e Vdd.

Calcolo del valore di Vu raggiunto a regime

Con Vu = 0V M3 SAT e M4 LIN. Vu cresce, la regione di lavoro di M3 e M4 dipende dal valore finale raggiunto da Vu. Possiamo provare ad ipotizzare che al termine del transitorio sia M3 che M4 siano in LIN (tale ipotesi dovrà poi essere verificata)

$$id3 = bp\left((vdd - vt)\ (vdd - vu) - \frac{1}{2}\ (vdd - vu)^2\right);$$

$$id4 = bn\left((vdd - vt)\ vu - \frac{vu^2}{2}\right);$$

A transitorio esaurito Id3=Id4 da cui si ricava **Vu=1.2671** V che verifica le ipotesi fatte.

Calcolo di tplh con Vu che va da 0V a $V_X = \frac{1.2671}{2} = 0.63355\,V$ (50% del valore finale)

L'equazione differenziale da risolvere è:

$$C_y \frac{dV_u}{dt} = I_{d3} - I_{d4}$$

Da 0V ⇨ Vt M3 SAT, M4 LIN
Da Vt ⇨ 0.63355 V M3 LIN, M4 LIN

$$\mathbf{ta} = \int_0^{vt} \frac{Cy}{\frac{1}{2}\,bp\,(vdd - vt)^2 - bn\left((vdd - vt)\,vu - \frac{vu^2}{2}\right)}\,d\,vu$$

$$\mathbf{tb} = \int_{vt}^{vx} Cy \Big/ \left(bp\left((vdd - vt)\,(vdd - vu) - \frac{1}{2}\,(vdd - vu)^2\right) - bn\left((vdd - vt)\,vu - \frac{vu^2}{2}\right)\right) d\,vu$$

$$\mathbf{tplh4} = \mathbf{ta} + \mathbf{tb}$$

tphl4=86.4 ps
La transizione (50% dell'escursione) avviene quindi per t= 32.5ns +tphl4= 32.5864 ns

Infine l'ultima transizione interessa [(M5 serie M6) parallelo M3] (5)
Calcolo di tplh
Vu va da Vy=1.2671 V a $\frac{Vdd - Vy}{2} + Vy = \frac{Vdd + Vy}{2} = \left(\frac{3.3 + 1.2671}{2}\right) = 2.283\ V$
(50% dell'escursione)

$$\mathbf{beq} = \frac{bp}{2} + bp;$$

$$\mathbf{tplh5} = \int_{vy}^{\frac{vdd+vy}{2}} \frac{Cy}{beq\left((vdd - vt)\,(vdd - vu) - \frac{1}{2}\,(vdd - vu)^2\right)}\,d\,vu$$

tphl5=85.7 ps

La transizione (50% dell'escursione) avviene quindi per t= 42.5ns +tphl5= 42.5857 ns