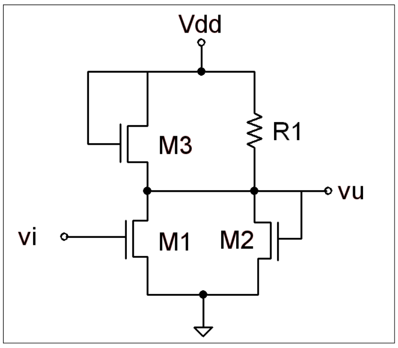
PROVA SCRITTA DI ELETTRONICA
25 GIUGNO 2009

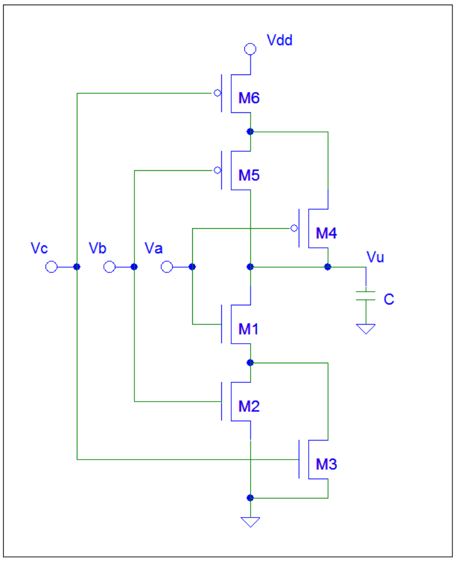
1) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalle tensioni di soglia V_{T1}, V_{T2}, V_{T3} e dai coefficienti β_1, β_2, β_3 Si determini il margine d'immunità ai disturbi N_M della rete.

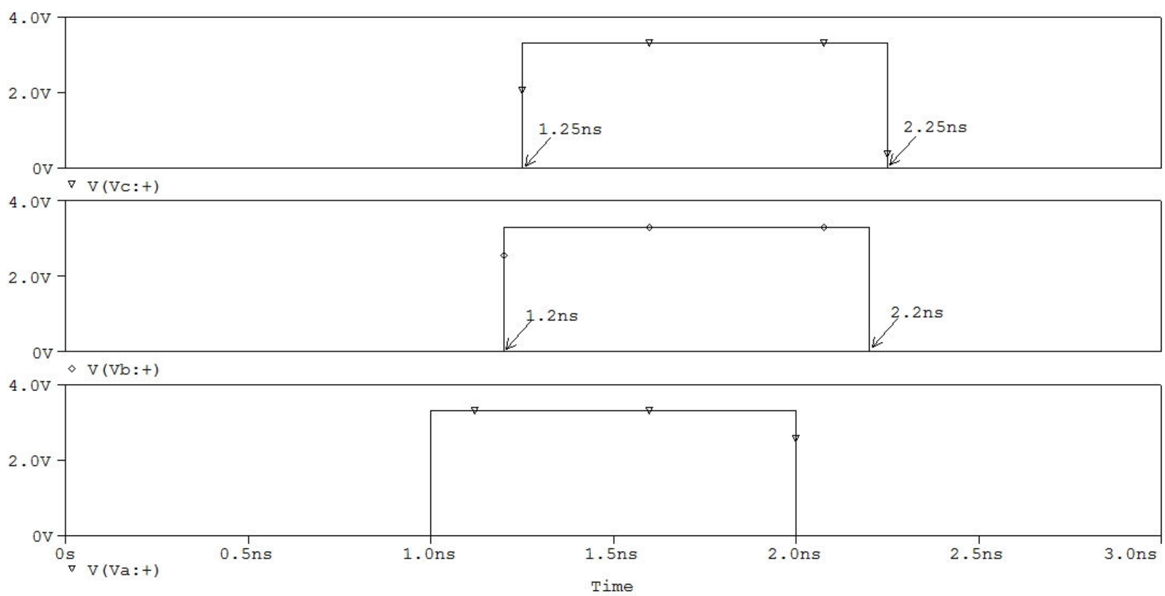


V_{dd} = 3.5 V, V_{T1} = 0.65 V, V_{T2} = 0.5 V, V_{T3} = 0.65 V, β_1 = 10 mA/V^2, β_2 = 0.1 mA/V^2, β_3 = 0.1 mA/V^2, R_1 = 500 Ω.

2) Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dalla tensione di soglia $V_{Tn}=|V_{Tp}|=V_T$ e dai coefficienti β_n e β_p.
I segnali di ingresso (V_a, V_b e V_c) hanno l'andamento mostrato in figura.
- Si determini il corrispondente andamento di V_u
- Si calcoli il tempo di propagazione relativo **alla prima** transizione di V_u.

V_{dd} = 3.3 V, C= 50 fF, V_T= 0.45 V, β_n=600 μA/V^2, β_p=450 μA/V^2.





Esame di ELETTRONICA AB (mod. B): svolgere l'esercizio 1 (tempo disponibile 1h 15m).
Esame di ELETTRONICA DEI SISTEMI DIGITALI A: l'esercizio 2 (tempo disponibile 1h 15m).
Esame di FONDAMENTI DI ELETTRONICA A: svolgere gli esercizi 1 e 2 (tempo disponibile 2h).

- Indicare su ciascun foglio nome, cognome, data e numero di matricola
- Non usare penne o matite rosse
- L'elaborato deve essere contenuto **in un unico foglio** (4 facciate) protocollo

Compito del 25-06-2009 - Esercizio #1

Osservazioni preliminari: i transistori M2 ed M3 quando ON sono SAT, essendo rispettivamente vgs(M2)=vu<vds(M2)+vt2=vu+vt2 sempre verificata, e vgs(M3)=vdd-vu<vds(M3)+vt2=vdd-vu+vt3 sempre verificata.
Quindi M2 on e sat quando vu>vt2, e M3 on e sat quando vdd-vu>vt3.

Regione 1: vi<vt1, allora M1 OFF. Suppongo M2 on(da verificare) e M3 off (da verificare).

<table>
<tr><td colspan="2">Si rimane in regione 1 fintantochè M1 non va on, ovvero per vi>vt1.</td></tr>
<tr><td>ir1=(vdd-vu)/r1
im2sat=β_2/2*(vu-vt2)^2
Ma
ir1=im2sat</td><td>da cui si ricava che vu=-42.303 V e vu=3.303V.
La soluzione vu=3.303 V soddisfa l'hp di accensione di M2: vu(=3.303V) > vt2 (=0.5 V) e l'hp di spegnimento di M3 (vdd-vu (=0.197 V) < vt3(= 0.65 V)</td></tr>
</table>

Regione 2: vi>vt1, quindi M1 ON e SAT sse vu>vi-vt1 (da verificare), e M2 on e sat, M3 off .

<table>
<tr><td colspan="2">Cerco se in questa regione esistono punti della caratteristica statica di trasferimento a pendenza –1 (cioè cerco i punti tali che dvu/dvi=-1</td></tr>
<tr><td>ir1=(vdd-vu)/r1
im2sat= β_2/2*(vu-vt2)^2
im1sat= β_1/2*(vi-vt1)^2
d(ir1)/dvi=1/r1
d(im2sat)/dvi= β_2*(vu-vt2)*-1
d(im1sat)/dvi= β_1*(vi-vt1)
Ma
ir1=im1sat+im2sat</td><td>d(ir1)/dvi = d(im1sat)/dvi+d(im2sat)/dvi
Risolvendo si ricava si ricavano le seguenti coppie di valori (vi, vu):
(vi=0.423097 V,vu=-42.1903 V)
(vi=0.877 V,vu=3.190 V)
Delle due soluzioni quella accettabile è la seconda, quindi:
V_{ILMAX}=0.877 V, e V_{OHMIN}=3.190V.
Tale coppia di valori soddisfa le HP fatte sulla regione di funzionamento di M1 vu (=3.190 V) > vi-vt1 (=0.227 V), e di M2 (vu>vt2) e di M3: vdd-vu(=0.310V) < vt3 (=0.65 V)</td></tr>
</table>

(eq.1)

Regione 3: vi>vt1, quindi M1 e SAT se vu>vi-vt1, e M2 on e sat, M3 ON e SAT .

<table>
<tr><td colspan="2">Cerco se in questa regione esistono punti della caratteristica statica di trasferimento a pendenza –1 (cioè cerco i punti tali che dvu/dvi=-1).</td></tr>
<tr><td>ir1=(vdd-vu)/r1
im2sat= β_2/2*(vu-vt2)^2
im1sat= β_1/2*(vi-vt1)^2
im3sat=β_3/2*(vcc-vu-vt3)^2
d(ir1)/dvi=1/r1
d(im2sat)/dvi= β_2*(vu-vt2)*-1
d(im1sat)/dvi= β_1*(vi-vt1)</td><td>d(im3sat)/dvi= β_3*(vcc-vu-vt3)
ir1+im3sat=im1sat+im2sat
d(ir1)/dvi+d(im3sat)/dvi=d(im1sat)/dvi+ d(im2sat)/dvi
da cui si ricava la seguente coppia di valori (vi, vu):
(vi=0.8735, vu=3.19636V), La soluzione non è compatibile con la regione di funzionamento di M3, che sarebbe spento: vdd-vu(=3.036 V)<vt3(=0.65 V).</td></tr>
</table>

Regione 4: vi>vt1, quindi M1 on e LIN se vu<vi-vt1, e M2 on e sat, M3 ON e SAT .

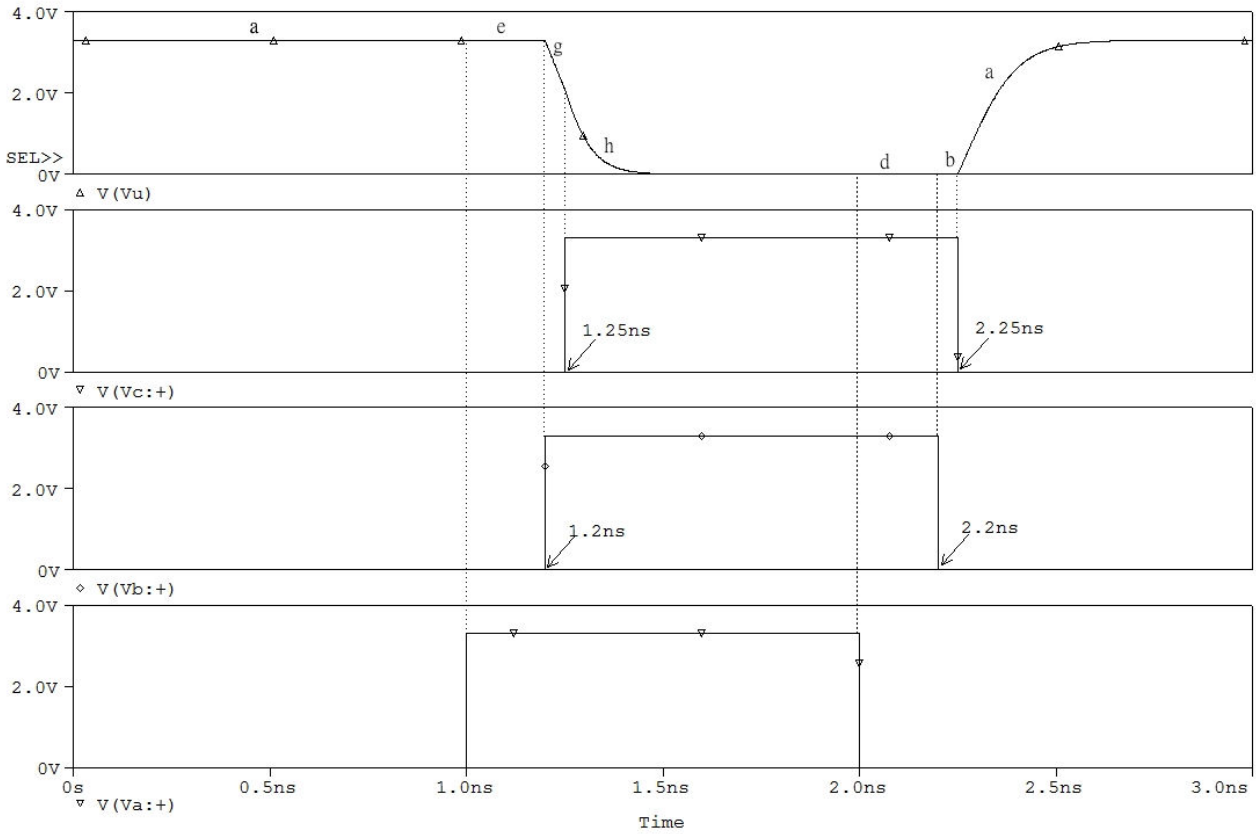
<table>
<tr><td colspan="2">Cerco se in questa regione esistono punti della caratteristica statica di trasferimento a pendenza –1 (cioè cerco i punti tali che dvu/dvi=-1).</td></tr>
<tr><td>ir1=(vcc-vu)/r1
im2sat= β_2/2*(vu-vt2)^2
im1lin=β_1*((vi-vt1)*vu-1/2*vu^2)
im3sat= β_3/2*(vcc-vu-vt3)^2
d(ir1)/dvi=1/r1
d(im2sat)/dvi= β_2*(vu-vt2)*-1
d(im1lin)/dvi= β_1*((vi-vt1)*-1+vu-vu*-1)
d(im3sat)/dvi= β_3*(vcc-vu-vt3)
ir1+im3sat=im1lin+im2sat
d(ir1)/dvi+d(im3sat)/dvi=d(im1lin)/dvi+d(im2sat)/dvi
da cui si ricavano le seguenti coppie di valori (vi, vu):</td><td>(vi=-0.978 V,vu=-0.702 V)
(vi=1.831 V,vu=0.702 V)
Delle due soluzioni quella accettabile è la seconda.
Tale coppia di valori soddisfa le HP fatte sulla regione di funzionamento di M1 vu (=0.702 V) < vi-vt1 (= 1.281 V), e di M2 (vu>vt2) e di M3: vdd-vu(=2.798 V) < vt3 (=0.65 V). Quindi:V_{IHMIN}=1.831 V, e V_{OLMAX}=0.702 V.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Si ricava allora che: NM_H=3.190V-1.831 V= 1.359V e NM_L=0.877 V -0.702 V = 0.175 V =NM</td></tr>
</table>

25/6/2009 Esercizio 2

La funzione svolta dal circuito può essere descritta come segue

V_a	V_b	V_c	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	PD	PU	V_u	
0	0	0	off	off	off	on	on	on	off	on	V_{dd}	(a)
0	0	V_{dd}	off	off	on	on	on	off	off	off	A.I.	(b)
0	V_{dd}	0	off	on	off	on	off	on	off	on	V_{dd}	(c)
0	V_{dd}	V_{dd}	off	on	on	on	off	off	off	off	A.I.	(d)
V_{dd}	0	0	on	off	off	off	on	on	off	on	V_{dd}	(e)
V_{dd}	0	V_{dd}	on	off	on	off	on	off	on	off	0	(f)
V_{dd}	V_{dd}	0	on	on	off	off	off	on	on	off	0	(g)
V_{dd}	V_{dd}	V_{dd}	on	on	on	off	off	off	on	off	0	(h)

Sulla base della tabella, è possibile determinare l'andamento del segnale di uscita, nelle diverse fasi successive:



In particolare, per $2\,ns < t < 2.25\,ns$ l'uscita si trova in condizioni di alta impedenza (d,b), e mantiene quindi il valore basso precedentemente stabilito.

Occorre quindi calcolare il tempo di propagazione relativo alla prima transizione di V_u; si tratta di un transitorio di discesa, ed occorre valutare l'intervallo di tempo fra la variazione dell'ingresso (1.25 ns) e la corrispondente variazione dell'uscita, convenzionalmente considerata all'istante in cui il segnale di uscita assume il valore medio della propria escursione, cioè $V_{dd}/2$.

Per $t < 1.2\,ns$: (a,e) $\rightarrow V_u = V_{dd}$

$1.2\,ns < t < 1.25\,ns$: (g) M_1 on, M_2 on, M_3 off $\rightarrow$ il pull-down equivale a un MOSFET con $\beta_{eq} = \beta_n/2$.
Inizialmente il PD è in saturazione ($V_{dd} - V_T < V_u < V_{dd}$) e si ha:

$$\left.\begin{aligned} I_D &= \frac{\beta_{eq}}{2}(V_{dd} - V_T)^2 \\ I_C &= C\frac{dV_u}{dt} \\ I_D &= -I_C \end{aligned}\right\} \rightarrow dt = -\frac{2C}{\beta_{eq}(V_{dd} - V_T)^2} dV_u \rightarrow$$

$$\int_{1.2ns}^{t_{sat}} dt = -\frac{2C}{\beta_{eq}(V_{dd} - V_T)^2}\int_{V_{dd}}^{V_{dd}-V_T} dV_u \rightarrow \boldsymbol{t_{sat} = 1.218\ ns}$$

Quindi il PD esce in saturazione prima che si accenda M_3. Il transitorio prosegue quindi con il PD (M_1,M_2) in regione lineare di funzionamento:

$$\left.\begin{array}{r} I_D = \beta_{eq}\left((V_{dd} - V_T)V_u - \frac{V_u^2}{2}\right) \\ I_C = C\frac{dV_u}{dt} \\ I_D = -I_C \end{array}\right\} \rightarrow dt = -\frac{2C}{\beta_{eq}\left((V_{dd} - V_T)V_u - \frac{V_u^2}{2}\right)}dV_u \rightarrow$$

$$\int_{t_{sat}}^{t} dt = -\frac{2C}{\beta_{eq}}\int_{V_{dd}-V_T}^{V_u(t)} \frac{1}{(V_{dd} - V_T)2 - V_u}dV_u$$

Risolvendo l'integrale si ottiene:

$$t = t_{sat} + \frac{C}{\beta_{eq}(V_{dd} - V_T)}\ln\frac{(V_{dd} - V_T)2 - V_u(t)}{V_u(t)}$$

Da cui, imponendo $V_u(t_{fin}) = V_{dd}/2$ si ricava l'istante di commutazione:

$$t_{fin} = 1.271ns$$

Tuttavia, poiché tale istante è successivo a 1.25 ns, viene meno l'ipotesi che M_3 sia spento. La relazione sopra ricavata è valida fino a che M_3 si accende, per t=1.25 ns. In tale istante, si ha:

$$1.25\ ns = t_{sat} + \frac{C}{\beta_{eq}(V_{dd} - V_T)}\ln\frac{(V_{dd} - V_T)2 - V_u^*}{V_u^*} \rightarrow \boldsymbol{V_u^* = 2.1\ V}$$

Per t > 1.25 ns, il PD è composto dal parallelo fra M_2 e M_3, in serie a M_1. Si ha quindi:

$$\beta_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{\beta_n} + \frac{1}{2\beta_n}} = \frac{2}{3}\beta_n$$

Il transitorio si completa quindi per

$$\int_{1.25\ ns}^{t_{fin}} dt = -\frac{2C}{\beta_{eq}}\int_{V_u^*}^{V_{dd}/2} \frac{1}{(V_{dd} - V_T)2 - V_u}dV_u$$

da cui si ricava

$$t_{fin} = 1.25\ ns + \frac{C}{\beta_{eq}(V_{dd} - V_T)}\ln\left(\frac{(V_{dd} - V_T)2 - \frac{V_{dd}}{2}}{\frac{V_{dd}}{2}} \cdot \frac{V_u^*}{(V_{dd} - V_T)2 - V_u^*}\right) = 1.266\ ns$$

e quindi:

$$\boldsymbol{t_{p,HL}} = t_{fin} - 1.2\ ns = \boldsymbol{66\ ps}$$