

I - B

- GIUNZIONE P-M, IN PARTICOLARE AMPIEZZA REGIONE SVUOTATA ΔV

26

VIII - I

22

OK

CIAMPO

- LOGICA P-E

DE
MUNARI

OK

- LOGICA P-E

\rightarrow come calcola il N_{eff} , dato uno I_{diss} generico

SOZZI

OK

CIAMPO

II - S

- BUFFER
- minimo corrente SATURATO
- EBERS & MOLL
- REGIONI DI POLARIZZAZIONE
- VALORI ORE B

DE
MUNARI

MALE

III - S

ASSENTE

SOZZI

- DIODO DINAMICA

CIAMPO

OK

20

VIII - I

- LOGICA P-E

DE
MUNARI

\rightarrow vantaggi - svantaggi
 \rightarrow vincoli sul segnale di ingresso

OK

- GRANDEZZE FONDAMENTALI MOS

CIAMPO

OK

IV - I

- GIUNZIONE P-M

SOZZI

OK

- ROM

CIAMPO

OK

DOMANDE:

- 1. GIUNZIONE P-M
- 2. DIODO DINAMICA
- 3. EBERS & MOLL
- 4. BJT A REGIME BINAMICO
- 5. ECL (con vincoli, cross-talk e fan-out)
- 6. GRANDEZZE FONDAMENTALI MOS
- 7. CALCOLO CORRENTE NEI MOS
- 8. CAPACITÀ PARASSITE MOS
- 9. CALCOLO E_{PHL}
- 10. BUFFER
- 11. POTENZA C-MOS
- 12. LOGICA P-E
- 13. LOGICA TTL
- 14. MARGINE DI IMMORTALITÀ AI LISTURBI

V - S

- MEMORIE NON VOLATILI

OK

CIAMPO

20

- DIODO DINAMICA

SOZZI

\rightarrow grafico corrente in funzione della corrente
 \rightarrow $I_{diss} \propto I^2$ $\rightarrow I(0^+)$ (MALE)

VI - I

- POTENZA DISSIPATA INVERTITORE C-MOS

OK

CIAMPO

26

- LOGICA ECL

SOZZI

\rightarrow CARATTERISTICA STATICHE $V_o(V_i)$ OK
 \rightarrow vincoli progetto + fan-out + "mos"

VII - I

CIAMPO

21

- GRANDEZZE FONDAMENTALI MOS
(AIUTATO MOLTO)

SOZZI

- RAM BINAMICA

DE
MUNARI

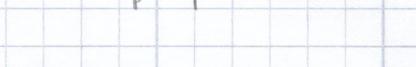
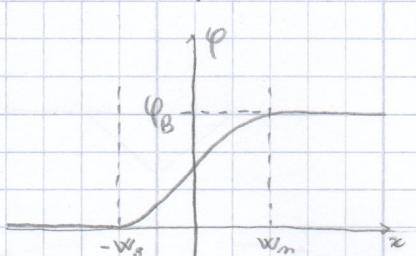
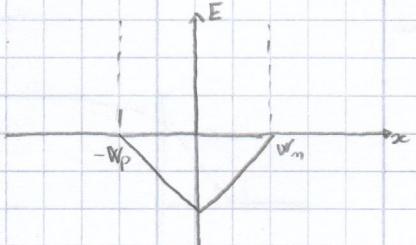
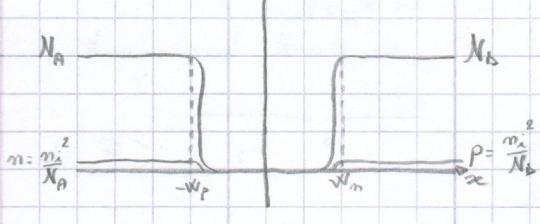
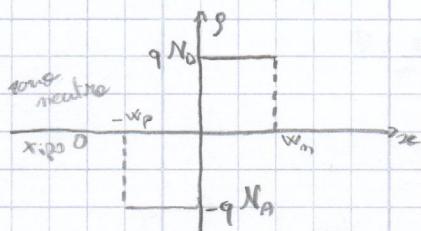
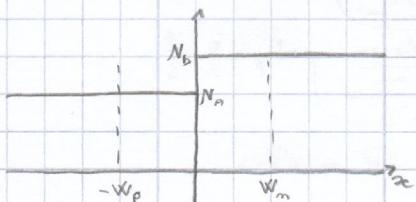
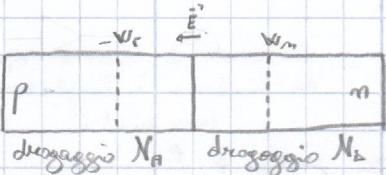
OK

VIII - I

$$\varphi(x) = \frac{kT}{q} \log \frac{p(x)}{p(x_0)}, \text{ con } p(x_0) = p(x_1)$$

$\Rightarrow \varphi = 0$

I. GIUNZIONE P-N ALL'EQUILIBRIO E NON ALL'EQUILIBRIO:



- $x < -w_p \Rightarrow g=0$ perché uniformemente drogato
 $N_A \gg N_B$, quindi $p \approx N_A$ e $n \approx \frac{N_A^2}{N_B}$
il semiconduttore è uniformemente N_A drogato $\Rightarrow \varphi=0$
 $E = -\frac{d\varphi}{dx} = 0$ perché φ costante

- $x > w_m \Rightarrow g=0$ perché uniformemente drogato
 $N_B \gg N_A$, quindi $n \approx N_B$ e $p \approx \frac{N_B^2}{N_A}$
 φ costante perché il semiconduttore è uniformemente drogato
 $\Rightarrow \varphi(x) = \frac{kT}{q} \log \frac{n(x)}{n(0)}$ con $n(x) = N_B$ e $n(0) = \frac{N_B^2}{N_A}$

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} = 0 \text{ perché } \varphi \text{ costante}$$

- $-w_p < x < 0 \Rightarrow$ ZONA PERTURBATA DI TIPO P
 $N_A \gg N_B$ e la zona è iniettata, quindi:
 $p = q \cdot (N_B - N_A + \frac{q}{kT} \cdot x) = -q N_A$

$$\begin{aligned} \text{campo elettrico} &\Rightarrow \frac{dE}{dx} = \frac{q}{\epsilon_s} : -\frac{q N_A}{\epsilon_s} = 0 \\ &\Rightarrow \int_{-w_p}^x \frac{dE}{dx} dx = -\frac{q N_A}{\epsilon_s} \int_{-w_p}^x dx \Rightarrow E(\infty) - E(-w_p) = \frac{q N_A}{\epsilon_s} (x + w_p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{potenziale} &\Rightarrow E(x) = \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{q N_A}{\epsilon_s} (x + w_p) \\ &\Rightarrow \int_{-w_p}^x \frac{d\varphi}{dx} dx = \frac{q N_A}{\epsilon_s} \int_{-w_p}^x (x + w_p) dx, \text{ con } \varphi(-w_p) = 0 \\ &\Rightarrow \varphi(x) = \frac{q N_A}{\epsilon_s} \frac{(x + w_p)^2}{2} \end{aligned}$$

$$0 < x < w_m \quad g = q N_B ; \quad n, p = 0 ; \quad E = \frac{q N_B}{\epsilon_s} (w_m - x)$$

$$\varphi = \varphi_B - \frac{q N_A}{\epsilon_s} \cdot \frac{(x - w_m)^2}{2}$$

w_p e w_m :

$$E(0^-) = E(0^+) \Rightarrow \frac{q N_A w_p}{\epsilon_s} = \frac{q N_B w_m}{\epsilon_s}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow S \int w_p = S \int w_m \\ &\left\{ \begin{array}{l} S w_p N_A = Q_p \\ S w_m N_B = Q_m \end{array} \right. \Rightarrow Q_p = Q_m \rightarrow N_A w_p = N_B w_m \end{aligned}$$

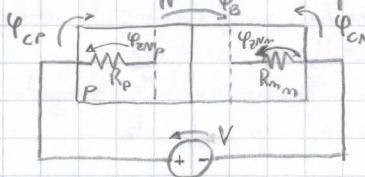
$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx} \Rightarrow \int_{-w_p}^{w_m} E(x) dx = - \int_{-w_p}^{w_m} \frac{d\varphi}{dx} dx$$

$$\Rightarrow E(w_m) - E(-w_p) = -[\varphi(w_m) - \varphi(-w_p)] = -\varphi_B = \frac{(w_m + w_p) E_0}{\epsilon_s 2}$$

$$\begin{cases} \varphi_B = \frac{q N_A w_p (w_m + w_p)}{2 \epsilon_s} \\ N_A w_p = N_B w_m \end{cases} \Rightarrow \varphi_B = \frac{q N_A w_p^2}{2 \epsilon_s} \frac{(N_A + 1)}{N_B}$$

$$\Rightarrow w_p \frac{1}{N_A} \int \frac{2 \epsilon_s + \varphi_B}{q (\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_B})}$$

Quando è applicato un potenziale V :



$$\begin{cases} J_n = q \mu_n n E \\ J_p = q \mu_p p E \end{cases} \xrightarrow{\text{LEGE DI OHM}} \text{la caduta di tensione dipende da lunghezza e larghezza delle zone neutre}$$

- Φ_{CP} e Φ_{CN} sono costanti e indipendenti dalla corrente, in quanto contatti ohmici.

- Φ_B : barriera di potenzial $\Rightarrow \Phi_{B_m}$ e Φ_{B_p} per piccoli sovraccarichi dell'equilibrio ($I=0$)

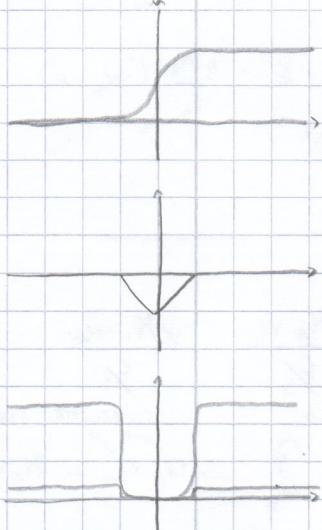
$$\underbrace{\Phi_{CP} - \Phi_{NP} + \Phi_{B_0} - \Phi_B - \Phi_{CN}}_{\substack{\text{uguali anche se} \\ \text{varie I diverse} \\ (\text{per contatto ohmico})}} - V = 0 \Rightarrow \Phi_B = \Phi_{B_0} - V$$

$V=0$ (equilibrio)

$$\rightarrow \Phi_B = \Phi_{B_0}$$

L'componente diff. = comp. trascin.

$$I_1 + I_2 = 0$$



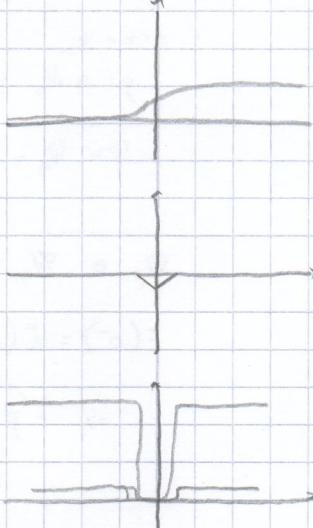
$V > 0$ (diretto)

$$\rightarrow \Phi_B < \Phi_{B_0}$$

L'componente diff. > comp. trascin.

$$I_1 + I_2 > 0$$

$$\Phi_B \text{ calo, quindi } w_p & w_m \text{ diminuiscono} \\ \int E(x) dx = -\Phi_B \Rightarrow \text{calo l'area di F}$$

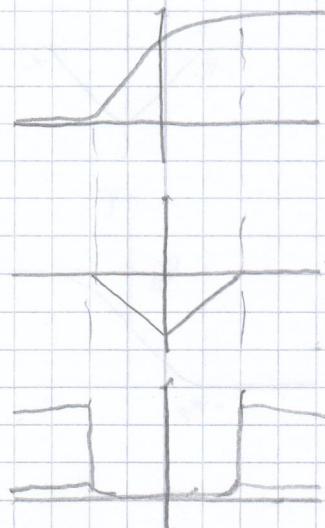


$V < 0$ (inverso)

$$\rightarrow \Phi_B > \Phi_{B_0}$$

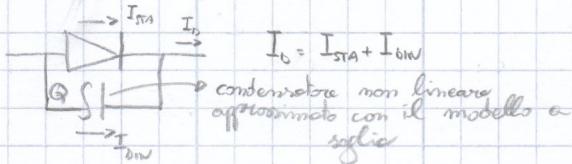
L'componente diff. < comp. trascin.

$$I_1 + I_2 < 0$$



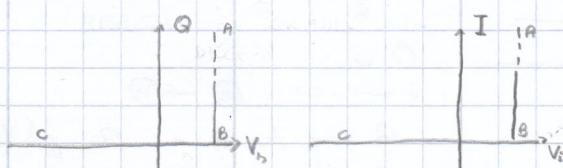
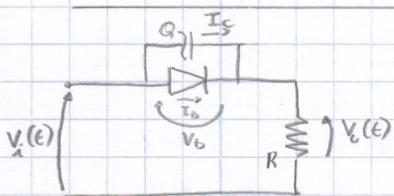
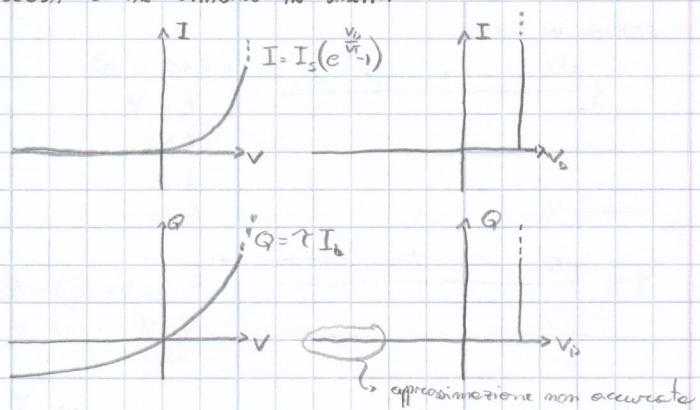
2: DIODO DINAMICO : RISPOSTA AL GRADINO IN DISCESA E AL GRADINO IN SALITA

MODELLO A SGELLA DINAMICO DEL DIODO:



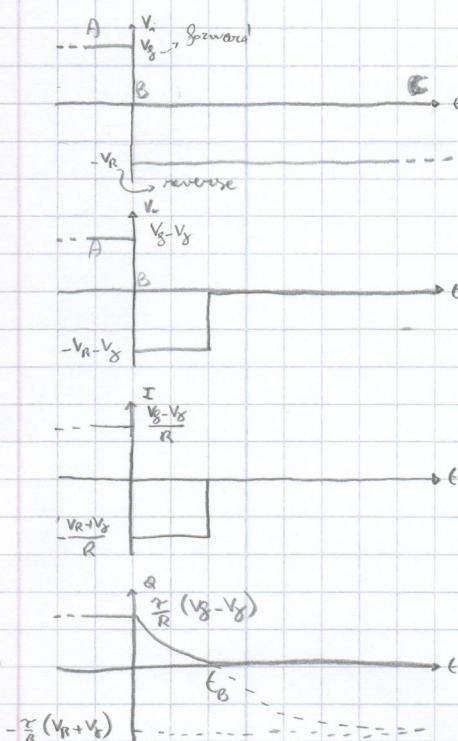
MODELLO A CONTINUITÀ DI CARICA DEL DIODO

- RN: $G \geq 0, V = V_f, Q = \gamma I_D$
- INV: $G = 0, V < V_f, I = 0$



caricabola di carico

• GRADINO IN DISCESA :



$\rightarrow t \approx 0 : \textcircled{A}$

- $V_A = V_f = \text{costante}$
- $-V_R > V_f \Rightarrow V_u = V_f - V_R$
- $I = I_b + I_c$
- $I = \frac{V_u}{R} = \frac{V_f - V_R}{R}$
- $\begin{cases} I_b = \frac{Q}{\tau} \\ I_c = \frac{dQ}{dt} \end{cases} \Rightarrow I = I_b + I_c = \frac{Q}{\tau} = \frac{V_f - V_R}{R}$
- $\therefore Q = \frac{\tau}{R} (V_f - V_R)$

$\rightarrow t \rightarrow +\infty : \textcircled{C}$

- $V_A = -V_R < 0 < V_f$
- $V_f < V_R \Rightarrow V_u = 0$
- $I = \frac{V_u}{R} = 0$
- $\begin{cases} I_b = \frac{Q}{\tau} \\ I_c = \frac{dQ}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow I = I_b + 0 = 0 \Rightarrow Q = 0$

$\rightarrow 0 \leq t \leq t_B^- : \textcircled{A} \rightarrow \textcircled{B}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{don} \rightarrow V_u = V_f \\ V_i = -V_R \\ V_v = V_A - V_D \end{array} \right. \Rightarrow V_u = -V_R - V_f \Rightarrow I = \frac{V_u}{R} = -\frac{V_R + V_f}{R}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_b = \frac{Q}{\tau} \\ I_c = \frac{dQ}{dt} \\ I = I_b + I_c \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{Q}{\tau} + \frac{dQ}{dt} = -\frac{V_R + V_f}{R} \\ \text{con } Q(0^-) = Q(0^+) = \frac{\tau}{R} (V_f - V_R) \end{array} \right. \Rightarrow Q(t) = \frac{\tau}{R} (V_f - V_R) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\tau}{R} (V_f - V_R)$$

$$\text{calcolo di } t_B \Rightarrow Q(t_B) = 0 \Rightarrow t_B = \tau \log \frac{(V_f - V_R)}{(V_f + V_R)}$$

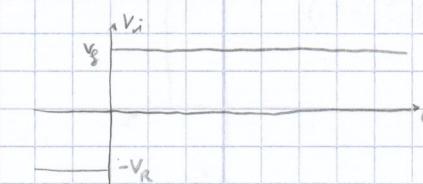
$\rightarrow t > t_B^- : \textcircled{B} \rightarrow \textcircled{C} : I = I_b + I_c \quad V_D = V_A - V_U = V_R$

$$\begin{aligned} I_b &= \frac{Q}{\tau} = 0 \\ I_c &= \frac{dQ}{dt} = 0 \end{aligned}$$

il punto B è fuori dalla statica perché a t < t_B^- V_B sta varcando

la tensione non varia in modo esponenziale perché la cap. non è lineare

• GRADINO IN SALITA:



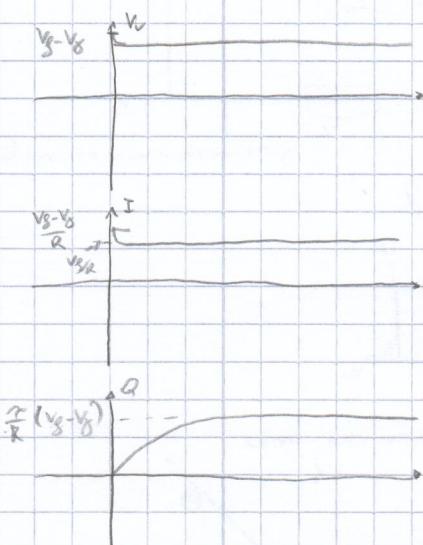
$\bullet t < 0 : \textcircled{A}$

$$V_i = -V_R$$

$$V_o = 0$$

$$I = 0$$

$$Q = 0$$



$\bullet t = 0 : \textcircled{C} \rightarrow \textcircled{B}$

$V_i = V_g \rightarrow V_o(0) = V_g \rightarrow$ perché la tensione sulla capacità non può cambiare istantaneamente

$$\rightarrow V_o(0^+) = V_g - V_R$$

$$I = \frac{V_o}{R} = \frac{V_g - V_R}{R}$$

$$Q = 0$$

$\bullet t \gg +\infty : \textcircled{B} \rightarrow \textcircled{A}$

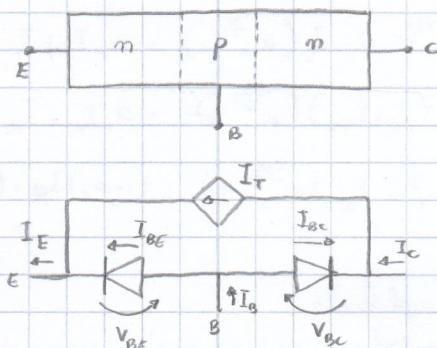
$$Q \text{ passa da } 0 \text{ a } Q = \frac{\gamma}{R} (V_g - V_R)$$

$I \text{ e } V_o$ non variano perché sono già in regime

TEMPO di ACCENSIONE \ll TEMPO di SPEGNIMENTO

3. MODELLO DI EBERS & MOLL, REGIONI DI POLARIZZAZIONE E VALORI DI α , β DEL BJT

EBERS & MOLL:



$$\text{con } I_T = I_s \left[\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) \right]$$

$$I_{BE} = I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_{BC} = I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

a seconda della polarizzazione
uno dei due esponentiali
può voler nullo l'altro

$$\rightarrow \text{legge dei nodi di Kirchhoff} =$$

$$I_E = I_T + I_{BE} = (I_s + I_{BES}) \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) - I_s \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_C = I_T - I_{BC} = I_s \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) - (I_s + I_{BES}) \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_B = I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

REGIONI DI POLARIZZAZIONE:

INV (ACTIVE REVERSE)

$V_{BE} > 0 \rightarrow$ giunzione BE polarizzata in diretta

$V_{BE} < 0 \rightarrow$ giunzione BE polarizzata in inverso

INT (OFF)

$V_{BE} < 0$

$V_{BC} < 0$

V_{BC}

SAT

$V_{BC} > 0$

$V_{BE} > 0$

RN (ACTIVE FORWARD)

$V_{BC} < 0$

$V_{BE} > 0$

$$RN: V_{BE} > 0, V_{BC} < 0 \Rightarrow e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \gg 1 \gg e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}$$

$$\Rightarrow \text{quindi: } I_E \approx (I_s + I_{BES}) \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_C \approx I_s \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_B \approx I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

importante: studio il fenomeno
di ricombinazione

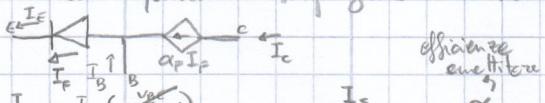
$$INV: V_{BE} < 0, V_{BC} > 0 \Rightarrow e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \gg 1 \gg e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

$$\Rightarrow \text{quindi: } I_E \approx -I_s \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_C \approx -(I_s + I_{BES}) \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_B \approx I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

\rightarrow circuito equivalente semplificato I modo

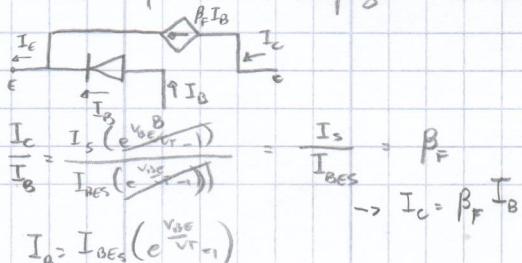


$$\frac{I_E}{I_E} = \frac{I_s \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)}{(I_s + I_{BES}) \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)} = \frac{I_s}{I_s + I_{BES}} = \alpha_F$$

$$I_B = I_E - I_C = I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + I_s \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) - I_s \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_F = I_E = (I_s + I_{BES}) \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

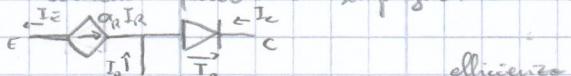
\rightarrow circuito equivalente semplificato II modo



$$\frac{I_E}{I_B} = \frac{I_s \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)}{I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)} = \frac{I_s}{I_{BES}} = \beta_F$$

$$\rightarrow I_C = \beta_F I_B$$

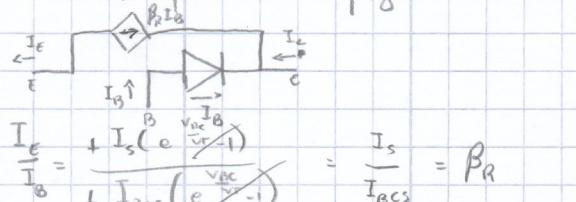
\rightarrow circuito equivalente semplificato II modo



$$\frac{I_E}{I_B} = \frac{I_s \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)}{I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)} = \frac{I_s}{I_{BES}} = \beta_R$$

$$I_B = I_E - I_C = (1 - \beta_R) I_C$$

\rightarrow circuito equivalente semplificato II modo



$$\frac{I_E}{I_B} = \frac{I_s \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)}{I_{BES} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)} = \frac{I_s}{I_{BES}} = \beta_R$$

$$\rightarrow I_E = \beta_R I_B$$

importante: studio inserimento zona p

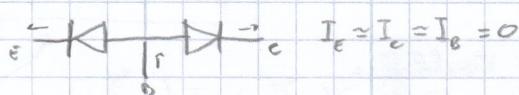
$$\text{OFF: } V_{BE} < 0, V_{BC} < 0 \rightarrow e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}, e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \ll 1$$

$$I_E = -(I_S + I_{BES}) + I_S = -I_{BES}$$

$$I_C = -I_S + (I_S + I_{BES}) = I_{BES}$$

$$I_B = I_E - I_C = -I_{BES} - I_{BES}$$

→ circuito simplificado:



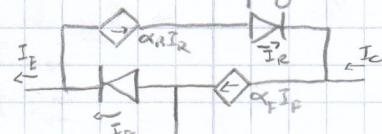
$$\text{SAT: } V_{BE} \geq 0, V_{BC} \geq 0 \rightarrow e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}, e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \gg 1$$

$$I_E = (I_S + I_{BES})(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) - I_S(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) = \alpha_R I_R + I_F$$

$$I_C = I_S(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) - (I_S + I_{BES})(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) = \alpha_F I_F - I_R$$

$$I_B = I_{BES}(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) + I_{BES}(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1) = (1 - \alpha_R)I_R + (1 - \alpha_F)I_F$$

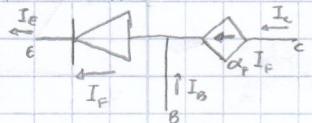
→ circuito simplificado:



4: TRANSISTOR BJT A REGIME DINAMICO, MODELLO A CONTROLLO DI CARICA E RISPOSTA DINAMICA.
DELL' INVERTITORE RTL

REGIONE NORMALE: $V_{BE} \geq 0, V_{BC} \leq 0$

• REGIME STATICO:



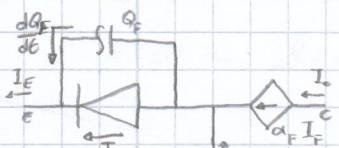
$$I_F = (I_S + I_{BES}) \cdot (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1) \rightarrow \text{da EBERS & MULLER in regime statico}$$

$$I_C = \alpha_F I_F = \frac{Q_F}{\tau_F}$$

$$I_E = I_F = \frac{Q_F}{\tau_F \alpha_F}$$

$$= \frac{Q_F}{\tau_F} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_F} + 1 \right) = \frac{Q_F}{\tau_F} \cdot \frac{1}{P_F}$$

• REGIME DINAMICO:



$$\frac{Q_F}{I_F} = \frac{Q_{FS} (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)}{(I_S + I_{BES}) (e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1)}$$

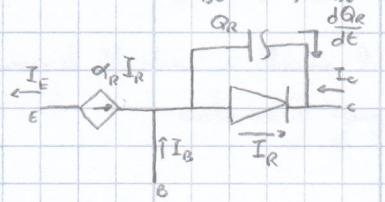
$$Q_F = Q_{FS} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_F = (I_S + I_{BES}) \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \rightarrow \text{carica in polarizzazione diretta}$$

$$\frac{I_S}{I_S + I_{BES}} = \frac{\alpha_F Q_{FS}}{\alpha_F + \frac{Q_{FS}}{I_S + I_{BES}}} = \alpha_F Q_{FS} \cdot \frac{(I_S + I_{BES})}{(I_S + I_{BES}) I_S} = \tau_F \alpha_F$$

$$\text{da } Q = I \tau$$

REGIONE INVERSA: $V_{BE} < 0, V_{BC} > 0$ (REGIME DINAMICO)



$$Q_R = Q_{RS} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

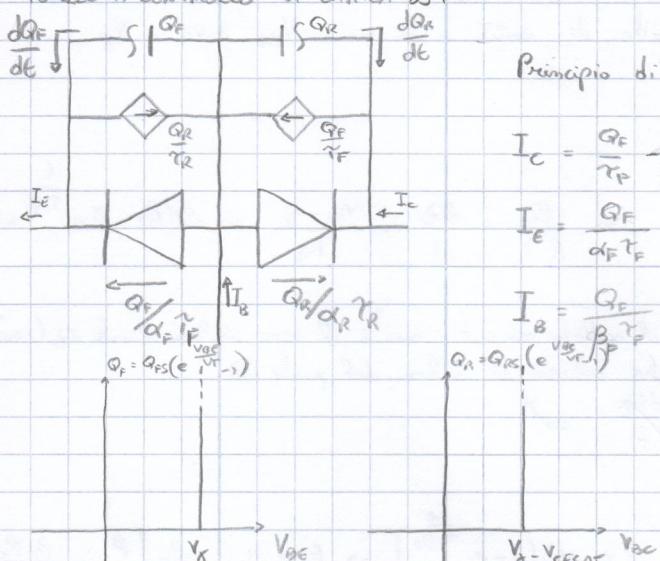
$$I_R = (I_S + I_{BES}) \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_E = - \frac{Q_R}{\tau_R}$$

$$I_C = - \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} - \frac{dQ_R}{dt}$$

$$I_C = \frac{Q_R}{\beta_R \tau_R} + \frac{dQ_R}{dt}$$

MODELLO A CONTROLLO DI CARICA BJT:



Principio di sovrapposizione degli effetti: 1

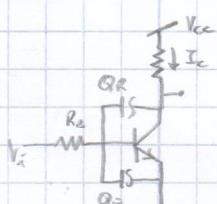
$$I_C = \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} - \frac{dQ_R}{dt}$$

$$I_E = \frac{Q_F}{\alpha_F \tau_F} - \frac{Q_R}{\tau_R} - \frac{dQ_F}{dt}$$

$$I_B = \frac{Q_F}{\beta_F \tau_F} + \frac{Q_R}{\beta_R \tau_R} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_R}{dt}$$

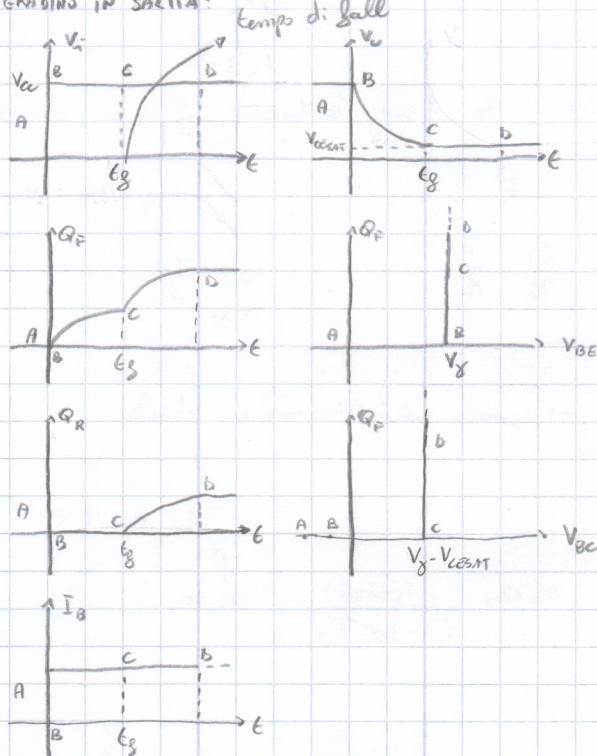
\Rightarrow MODELLO A CONTROLLO DI CARICA (approssimazione):
 $V_{BE} < V_\gamma \Rightarrow Q_F = 0 \quad \text{e} \quad V_{BE} = V_\gamma \Rightarrow Q_F \gg 0$
 $V_{BC} < V_{CESAT} \Rightarrow Q_R = 0 \quad \text{e} \quad V_{BC} = V_\gamma - V_{CESAT} \Rightarrow Q_R \gg 0$

INVERTITORE RTL:



RISPOSTA DINAMICA INVERTITORE RTL:

GRADINO IN SALITA:

 $\rightarrow t < \tau_g: \textcircled{A}$

- $V_x = 0$
 - $V_o = V_{ce}$ \rightarrow nella retiore, quando si comporta come un invertitore
 - $I_B = 0$
 - $I_B = \frac{V_i - V_{cesat}}{R_B}$, con $I_B = 0$
- $\therefore V_{BE} = V_u = 0 \rightarrow Q_F = 0$

- $I_c = 0$
 - $I_c = \frac{V_{ce} - V_u}{R_e}$, con $I_c = 0 \rightarrow V_u = V_{ce}$
- $\therefore V_{BC} = V_{BE} - V_u = -V_{ce} \rightarrow Q_R = 0$

 $\rightarrow t \rightarrow +\infty: \textcircled{B}$

- $V_x = V_{ce}$
 - $V_u = V_{cesat}$
 - $I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B}$, con $V_{BE} = V_y \Rightarrow I_B = \frac{V_{ce} - V_y}{R_B}$
 - $I_c < \beta_F I_B$ (perché per $V_x = V_{ce}$, T_{SAT})
- $\therefore I_c = \frac{V_{ce} - V_u}{R_e}$, con $V_u = V_{cesat} \rightarrow I_c = \frac{V_{ce} - V_{cesat}}{R_e}$

per il calcolo di Q_F e Q_R utilizziamo il modello a controllo di carico:

$$\begin{cases} I_B = \frac{Q_F}{\tau_F \beta_F} + \frac{Q_R}{\tau_R \beta_R} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_R}{dt} \\ I_c = \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} - \frac{dQ_F}{dt} \end{cases} \quad \text{perché il transitorio è finito}$$

 $\rightarrow t \rightarrow 0^+: \textcircled{B}$ transitorio istantaneo, perché non c'è spostamento di carico, in cui V_{BE} passa a V_y . $\rightarrow 0^+ < t < \tau_g: \textcircled{B} \rightarrow \textcircled{C}$

$$\begin{aligned} & \cdot V_x = V_{ce} \\ & \cdot V_{BE} = V_y \rightarrow Q_F > 0 \\ & \cdot V_{BC} < V_y - V_{cesat} \rightarrow Q_R = 0 \\ & \cdot I_B = \frac{Q_F}{R_F \tau_F} + \frac{Q_R}{R_R \tau_R} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_R}{dt} = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} \Rightarrow \frac{Q_F}{\beta_F \tau_F} + \frac{dQ_F}{dt} = \frac{V_{ce} - V_y}{R_B} \Rightarrow Q_F(t) = A e^{-\frac{t}{\tau_F \beta_F}} + B \\ & \rightarrow Q_F(0^+) = Q_F(\infty) = 0 = A + B \rightarrow A = -B \\ & Q_F(\infty) = B = \frac{\tau_F}{R_B} (V_{ce} - V_y) \quad \rightarrow \text{mb. il valore ricavato non è il vero valore finale } Q_F(+\infty), \\ & \text{che satira il valore del punto } \textcircled{B} \\ & \cdot V_o = V_{ce} - R_e I_c, \text{ con } I_c = \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} - \frac{dQ_F}{dt} \end{aligned}$$

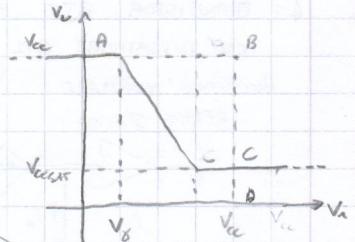
 $\rightarrow t = \tau_g = \textcircled{C}$

$$\begin{aligned} & \cdot V_x = V_{ce} \\ & \cdot V_o(\tau_g) = V_{cesat} = V_{ce} - R_e I_c = V_{ce} - R_e \beta_F \cdot (V_{ce} - V_y) \left(1 - e^{-\frac{\tau_g}{\tau_F \beta_F}}\right) \Rightarrow \tau_g = \beta_F \tau_F \ln \left(\frac{\beta_F R_e (V_{ce} - V_y)}{-R_e V_{ce} + \beta_F R_e V_{ce} + \beta_F V_{cesat} - R_e \beta_F V_y} \right) \end{aligned}$$

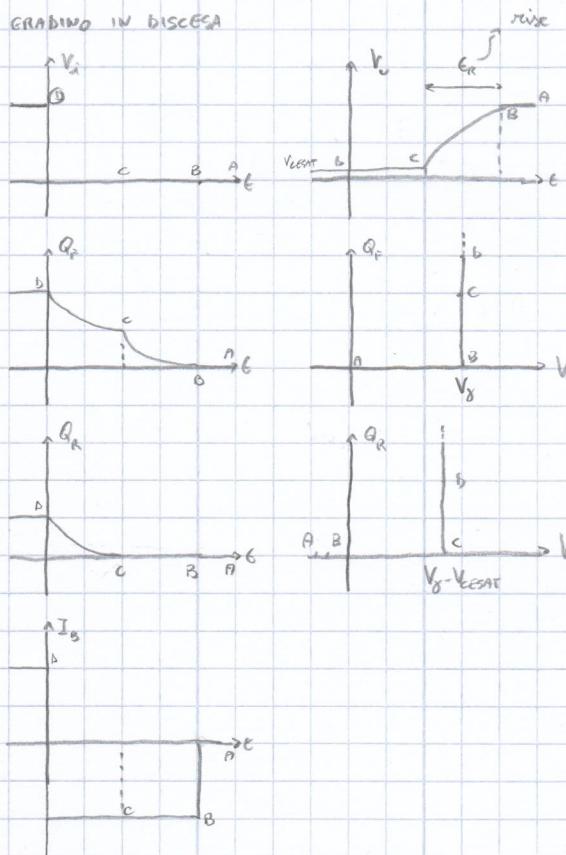
 $\rightarrow \tau_g < t < +\infty: \textcircled{C} \rightarrow \textcircled{D}$

$$\begin{aligned} & \cdot V_x = V_{ce} \\ & \cdot V_o = V_{cesat} \\ & \cdot Q_F > 0, V_{BE} = V_y, I_B = \frac{V_{ce} - V_y}{R_B} \\ & \cdot Q_R > 0, V_{BC} = V_y - V_{cesat}, V_{ce} = V_u = V_{cesat}, I_c = \frac{V_{ce} - V_{cesat}}{R_e} \\ & \begin{cases} I_B = \frac{Q_F}{R_F \tau_F} + \frac{Q_R}{R_R \tau_R} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_R}{dt} \\ I_c = \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} - \frac{dQ_F}{dt} \end{cases} \rightarrow Q_R(t), Q_F(t) \end{aligned}$$

CARATTERISTICA STATICA:



GRADINO IN DISCESSA



in ② finisce il transitorio
per Q_R

$$\rightarrow 0 < t < t_{②} \Rightarrow ① \rightarrow ②$$

$$\begin{cases} Q_F > 0 & \Rightarrow V_{BE} = V_\delta \\ Q_R > 0 & \Rightarrow V_{BC} = V_\delta - V_{CESAT} \end{cases}$$

$$\cdot V_{CE} = V_{CESAT} = V_U$$

$$\cdot V_a = 0$$

$$\cdot I_B = \frac{V_\delta - V_{CESAT}}{R_B} = -\frac{V_\delta}{R_B} < 0 \quad \text{perché è in fase di spegnimento}$$

• Q_F e Q_R stanno diminuendo

$$\begin{cases} I_B = \frac{Q_F}{R_F \tau_F} + \frac{Q_R}{R_R \tau_R} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_R}{dt} = -\frac{V_\delta}{R_B} \\ I_C = \frac{Q_F}{\tau_F} + \frac{Q_R}{R_R \tau_R} + \frac{dQ_R}{dt} = \frac{V_\delta - V_{CESAT}}{R_C} \end{cases} \rightarrow Q_F(t), Q_R(t)$$

$$\rightarrow t_{②} < t < t_{③} \Rightarrow ② \rightarrow ③$$

$$\begin{cases} Q_F > 0 & \Rightarrow V_{BE} = V_\delta \\ Q_R = 0 & \Rightarrow V_{BC} < V_\delta - V_{CESAT} \end{cases} \rightarrow V_U = V_{CE} > V_{CESAT}$$

$$I_B = -\frac{V_\delta}{R_B} = \frac{Q_F}{R_F \tau_F} + \frac{Q_R}{R_R \tau_R} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_R}{dt}$$

$$Q_F(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{R_F \tau_F}} + B$$

$$\xrightarrow{t \rightarrow +\infty} Q_F(+\infty) = -\frac{V_\delta}{R_F \tau_F}$$

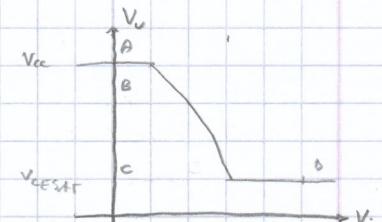
$$I_C = \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{R_R \tau_R} - \frac{dQ_R}{dt}$$

$$V_U = V_{CE} - R_C I_C$$

a $Q_F = 0$ finisce
il transitorio
di Q_F

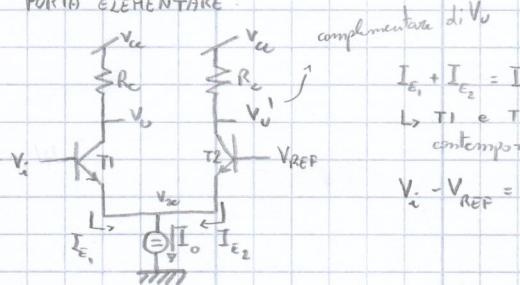
$$\rightarrow t_{③} \rightarrow +\infty : ③ \rightarrow ④$$

$$\begin{cases} Q_F = 0 & V_{BE} < V_\delta \\ Q_R = 0 & V_{BC} < V_\delta - V_{CESAT} \end{cases}$$



5: LOGICA ECL : PORTA ELEMENTARE E VINCOLI DI PROGETTO

PORTA ELEMENTARE :



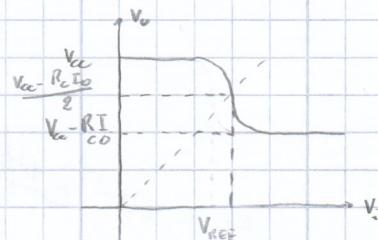
complementare di V_o

$$I_{E_1} + I_{E_2} = I_o > 0$$

\Rightarrow T1 e T2 non possono essere contemporaneamente aperti

$$V_i - V_{REF} = V_{BE_1} + V_{BE_2}$$

CARATTERISTICA SIGNALE



Hip: T1 e T2 non saranno mai

$$I_{c_1} = I_s \left(e^{\frac{V_{BE_1}}{V_T}} - 1 \right) - (I_s + I_{QES}) \left(e^{\frac{V_{BE_2}}{V_T}} - 1 \right)$$

$\rightarrow V_{BE} < 0$ perché T1 e T2 non sono mai saturi per Hip, quindi $I_{c_1} = I_s \left(e^{\frac{V_{BE_1}}{V_T}} - 1 \right)$

$$V_o = V_{cc} - R_C I_o \rightarrow V_o = V_{cc} - R_C I_s \left(e^{\frac{V_{BE_1}}{V_T}} - 1 \right)$$

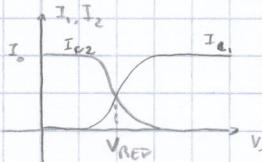
\rightarrow cerco il valore di I_s da: $I_{E_1} + I_{E_2} = I_o$

$$\begin{cases} I_{E_1} = I_s \cdot \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} \\ I_{E_2} = I_s \cdot \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} \end{cases} = I_s \left(e^{\frac{V_{BE_1}}{V_T}} - 1 \right) + I_s \left(e^{\frac{V_{BE_2}}{V_T}} - 1 \right) = I_o \Rightarrow I_s = \frac{I_o}{\left(e^{\frac{V_{BE_1}}{V_T}} - 1 \right) + \left(e^{\frac{V_{BE_2}}{V_T}} - 1 \right)}$$

$$V_o = V_{cc} - R_C I_o \cdot \frac{e^{\frac{V_{BE_1}}{V_T}} - 1}{e^{\frac{V_{BE_1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE_2}}{V_T}}} = V_{cc} - R_C I_o \cdot \frac{\frac{V_{BE_1}}{V_T}}{1 + \frac{V_{BE_2}}{V_T}}$$

$$\Leftrightarrow V_o = V_{cc} - R_C I_o \cdot \frac{V_{BE_1}}{V_T + V_{BE_2}}$$

nb: il generatore di corrente I_o limita I_{c_1} e I_{c_2} , che sono complementari



$$V_i > V_{REF} \Rightarrow I_{c_1} = I_o \quad e \quad I_{c_2} = 0$$

$$V_i = V_{REF} \Rightarrow I_{c_1} = I_{c_2} = I_o / 2$$

$$V_i < V_{REF} \Rightarrow I_{c_1} = 0 \quad e \quad I_{c_2} = I_o$$

$$\text{con } V_o = V_{cc} - R_C I_{c_1}$$

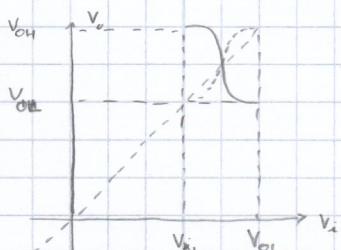
la caratteristica
è determinata
solo potere T1 e T2
in SAT!

VINCOLI DI PROGETTO: i due transistori non devono mai entrare SAT e l'esecuzione logica deve essere massima (per un buon noise margin)

I vincoli di progetto

Sovrappongo la caratteristica statica con lo stesso richiamo rispetto alla bisettrice del I quadrante per trovare i valori V_H e V_L

$\Rightarrow V_L = V_{OL}$ e $V_{OH} = V_{UL}$ perché le porte sono complementari



I vincoli: il quadrato che racchiude la caratteristica ha bisettrice sulle bisettrici e le tocce con i angoli

II vincolo di progetto

$V_{CE_1} > V_{CESAT}$ e $V_{CE_2} > V_{CESAT}$ perché T1 e T2 noni SAT

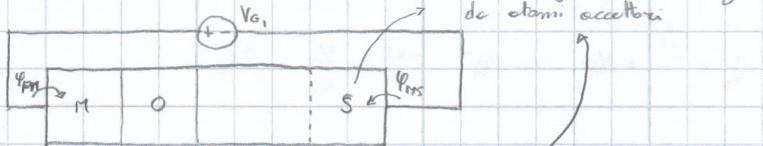
$$\begin{cases} V_{CE_1} = V_o - (V_i - V_{BE_1}) \\ V_{BE_1} = V_T \end{cases}$$

\Rightarrow II vincolo:

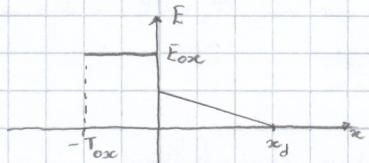
$$V_o > V_i - V_T + V_{CESAT}$$

Se vengono rispettati i vincoli di progetto abbiamo tempo di propagazione basso e N_H ridotto

6: GRANDEZZE FONDAMENTALI MOS

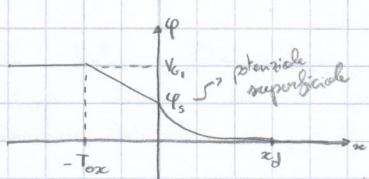
Silicio uniformemente drogato
da atomi accettori

CAMPO ELETTRICO E POTENZIALE:



$\rightarrow x \geq x_d$ (regione sufficientemente lontana dalla giunzione O-S da non essere perturbata)

$$\frac{p(x)}{m_{(x)}} = N_A \quad \rightarrow \varphi(x) \quad \rightarrow E = -\frac{d\varphi}{dx} = 0$$

 φ_{ns} = potenziale di contatto tra il semiconduttore e il metallo

$$\hookrightarrow \varphi = \text{const} = -\varphi_{ns} + V_G + \varphi_{fn} = -\varphi_{ns} + V_G \stackrel{!}{=} V_G$$

\hookrightarrow potenziale di contatto filo-metallo nullo perché i componenti sono dello stesso materiale

$\rightarrow -T_{ox} \leq x \leq 0$ (nella cosidd.)

$$\left\{ \begin{array}{l} p = q(\lambda_b - \lambda_n + p - n) \\ E = -\frac{d\varphi}{dx} \\ \frac{d(EE)}{dx} = g \end{array} \right.$$

H_p: all'interno dell'onda non c'è corica $\rightarrow Q_{ox} = 0$

$$p = 0 \rightarrow \frac{d(E_{ox} E)}{dx} = 0 \rightarrow E = \text{const} = E_{ox}$$

$$E_{ox} = -\frac{d\varphi}{dx} \Rightarrow \int_{-T_{ox}}^0 d\varphi = - \int_{-T_{ox}}^0 E_{ox} dx \Rightarrow \varphi(0) - \varphi(-T_{ox}) = -E_{ox} \cdot (0 + T_{ox})$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\Rightarrow E_{ox} = \frac{V_G - \varphi_s}{T_{ox}}$$

$$E_{ox} = -\frac{d\varphi}{dx} \Rightarrow \int_x^0 d\varphi = - \int_x^0 E_{ox} dx \Rightarrow \varphi(x) = \varphi_s - E_{ox} \cdot x$$

$\rightarrow 0 \leq x \leq x_d$ (nel semiconduttore)

H_p: $J_m = 0$ perché non circola corrente

$$\hookrightarrow J_m = q \mu_m n E + q b_m \frac{dm}{dx} = \text{contributo dinamico} + \text{contributo diffusivo}$$

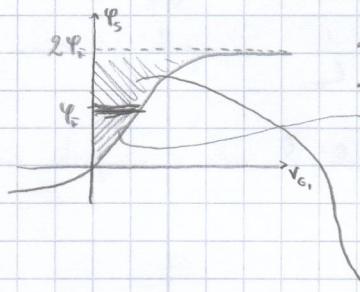
rispondere che $E = \frac{d\varphi}{dx}$ e che $b_m = \frac{kT}{q} \mu_m = -q \mu_m \frac{d\varphi}{dx} + \frac{kT}{q} \mu_m \frac{dm}{dx} = 0$

$$\Rightarrow \int_{x_d}^x d\varphi = \int_{x_d}^x \frac{kT}{q \mu_m} dm \Rightarrow \varphi(x) - \varphi(x_d) = \frac{kT}{q} \ln \frac{n(x)}{n(x_d)}$$

\rightarrow valore di $E(0^+)$:

$$\frac{d(EE)}{dx} = g \Rightarrow \int_{0^-}^{0^+} dEE = \int_{0^-}^{0^+} g dx \Rightarrow E(0^+) \cdot E(0^+) - E(0^-) \cdot E(0^-) = g \cdot 0 \Rightarrow E(0^+) = \frac{E(0^-) \cdot E(0^-)}{E(0^-)} \hookrightarrow E_S$$

\rightarrow studio di φ_s : al crescere di V_G , φ_s tende a saturazione



- $V_G \approx 0$ ($V_G = \varphi_{ns}$) $\rightarrow \varphi_s = 0$ e $n_s = n_0 = n_c$
- $V_G > 0$ $\rightarrow \varphi_s$ cresce e si possono avere le zone:
 - una in cui prende lo sviluppo, fintanto che sulla superficie la concentrazione di lacune è pari a quella degli elettroni
 - $\left\{ \begin{array}{l} n_s = n_0 e^{-\frac{q\varphi_s}{kT}} \\ p_s = p_0 e^{-\frac{q\varphi_s}{kT}} \end{array} \right.$
 - $\Rightarrow n_s(\varphi) = p_s(\varphi) \Rightarrow \varphi_F = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right)$

quindi $0 < \varphi < \varphi_F \rightarrow$ prende sviluppo

una in cui si invertono i min/magg

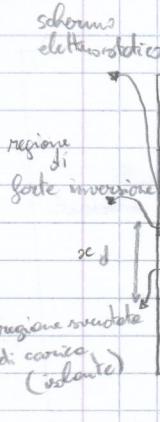
\hookrightarrow continua

quindi per $\varphi_s > \varphi_F$ avremo n_s in aumento e p_s in calo, finché $n_s = N_A$

$$\varphi_s^* \text{ per cui } n_s(\varphi_s^*) = N_A \Rightarrow n_s = \frac{n_s^*}{N_A} e^{\frac{q(\varphi_s^*)}{kT}} = N_A \Rightarrow \varphi_s^* = \frac{2kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_s} = 2\varphi_F = \varphi_F^*$$

CAPACITÀ VARIABILE NEI MOS:

Il transistor può essere visto come un particolare condensatore. Il valore V_T , per cui $\varphi_s = 2\varphi_F$ si chiama V_T
 $\Rightarrow V_T = V_G - \varphi_{MS}$ $\rightarrow V_T + \varphi_{MS} = V_G$
 L'intervallo di soglia, oltre il quale il mosfet ha una forte inversione

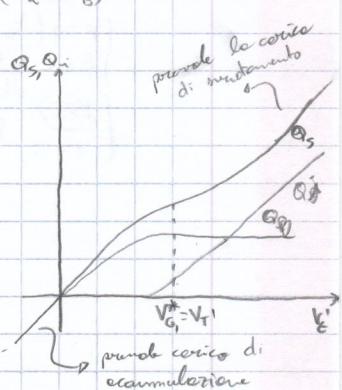


Il condensatore mos ha una faccia metallica e una faccia semiconduttiva.

- sulla faccia metallica c'è una carica Q_n
- sulla faccia semiconduttiva c'è una carica negativa $\rightarrow Q_i$ mobile dovuta ai minoritari accumulati durante l'inversione e una carica negativa Q_B fissa data dagli ioni vettori $\rightarrow Q_B = Q_u + Q_g$ \rightarrow carica del semiconduttore

La struttura deve essere globalmente neutra, quindi $Q_n = -(Q_i + Q_B)$

Quando $V_G = V_T$, φ_s saturo



↪ andamenti di Q_i e Q_B :

- $V_G < V_T$ \rightarrow non si è creato il canale (debole inversione o vuoto)
- abbiamo 2 capacità: una dell'ossido C_{ox} e una di riempimento C_d
- la carica Q_B aumenta sempre meno all'aumentare di V_G (perché più aumenta V_G , più bisogna spostare elettroni lontani dalla giunzione O-S)

$V_G \approx V_T$ \rightarrow forte inversione (ioni mobili inferiori rispetto agli ioni liberi)

- si crea un canale fortemente conduttivo (perché n è alto)
- si crea uno schermo elettrostatico che intercetta le linee di campo che provengono dall'aumentare di V_D $\Rightarrow Q_i$ costante
- il transistore è diventato un condensatore a facce parallele

$V_G > V_T$ \rightarrow il canale di conduzione è isolato dallo svuotamento

$V_G < 0$ \rightarrow come per $V_G \geq V_T$, il transistore è un condensatore, ma non esistono zone di svuotamento prima, comincia ad accumulare i maggioritari Q_B da subito

↪ andamento della capacità equivalente: definisco la capacità locale come $C = \frac{dQ}{dV_G}$

$$C_{ox} \text{ la capacità lineare è} \quad C'_{ox} = \epsilon_{ox} \cdot \frac{S}{L_{ox}} \quad \rightarrow C_{ox} = \epsilon_{ox} \cdot \frac{1}{L_{ox}} \Rightarrow \text{capacità per sezione unitaria}$$

$V_G^* = V_G$ $V_G < 0$ e $V_G > V_T$, C costante perché il mos si comporta come un condensatore

Lo calcolo della tensione di soglia $V_{G_i}^* = V_T$
 $V_{G_i}^*$ è importante perché per $V_G > V_{G_i}^*$, la carica Q_B è costante, mentre Q_i varia linearmente
 $\begin{cases} Q_u = C_{ox} (V_{G_i} - V_{G_i}^*) & \text{per } V_{G_i} \geq V_{G_i}^* \\ Q_i = 0 & \text{per } V_{G_i} < V_{G_i}^* \end{cases}$, con $V_{G_i}^* \rightarrow \varphi_s = 2\varphi_F$

Lo $Q_B \geq 0$ e $Q_i = 0$ per $V_{G_i} = V_{G_i}^*$ \rightarrow
 \hookrightarrow quasi costante $\rightarrow Q_B = -qN_A \cdot s \cdot x_D$ $\xrightarrow{s=1} Q_B = -qN_A \cdot x_D$ $\xrightarrow{\text{con}} x_D = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s \varphi_s}{qN_A}}$

$$\Rightarrow Q_B = -qN_A \sqrt{\frac{2\varepsilon_s \varphi_s}{qN_A}} = -\sqrt{qN_A 2\varepsilon_s} \cdot \sqrt{2\varphi_F}$$

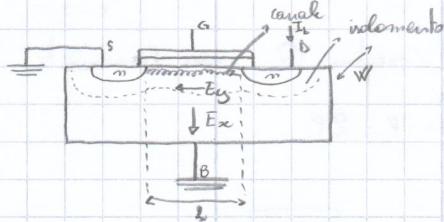
-ma all'equilibrio $\begin{cases} Q_u = -Q_s = -(Q_B + Q_i) \\ Q_i = 0 \end{cases} = -Q_B = \sqrt{qN_A 2\varepsilon_s} \sqrt{2\varphi_F}$

\rightarrow del grafico di φ $\begin{cases} Q_u = C_{ox} \cdot \Delta V = C_{ox} (V_{G_i}^* - \varphi_s) = C_{ox} (V_{G_i}^* - 2\varphi_F) \end{cases}$

$$\Rightarrow V_{G_i}^* = 2\varphi_F + \left(\frac{\sqrt{2\varepsilon_s q N_A}}{C_{ox}} \right) \cdot \sqrt{2\varphi_F} \quad \rightarrow V_T = \varphi_{HS} + 2\varphi_F + \gamma \sqrt{2\varphi_F}$$

tensione d. controllo HS tensione di inversione tensione di riadattamento

7: CALCOLO DELLA CORRENTE NEI MOS $I_D(V_{GS}, V_{DS})$



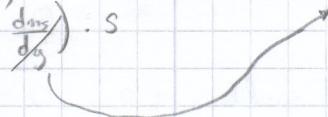
- con $V_G > V_T$ ($V_G - V_T \geq V_F$) si forma il canale e Q_i cresce
- con $V_D > V_S$ nasce un campo elettrico $E_y \leq 0$, quindi una $I_D > 0$
 - \rightarrow se aumenta V_G , aumenta I_D
 - \rightarrow se $V_D - V_S$ aumenta, aumenta I_D

$$V_G = V_{GB} = V_{GS} = V_G - V_S = V_G$$

$I_D > 0$ se il canale è formato (forte inversione): $\Psi_S = 2\Psi_F$, $n_s \propto \Psi_S \geq n_s$ costante

$$\hookrightarrow I_D = (J_m + J_p) \cdot S = J_m \cdot S = \left(q\mu_n n_s E_y + qD_m \frac{dn_s}{dx} \right) \cdot S$$

$\begin{cases} \text{non ha} \\ \text{lucine} \end{cases}$ perché la componente J_{px} è nulla



1. $H_p = \frac{dn_s}{dx} = 0 \rightarrow$ no corrente diffusiva

delle W e L rispettivamente le larghezza e la lunghezza del canale:

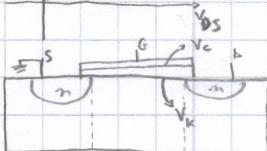
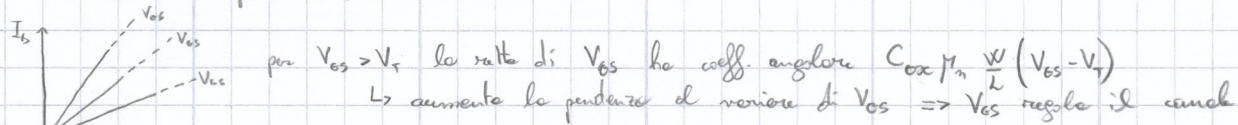
2. H_p : se E_y costante $\Rightarrow E_y \cdot L = -V_{DS} \Rightarrow E_y = -\frac{V_{DS}}{L}$

$$\hookrightarrow I_D = \int_S q\mu_n n E_y dS = \int_0^{+\infty} q\mu_n n(x) \frac{E_y}{L} \cdot W dx = \frac{W\mu_n V_{DS}}{L} \int_0^{+\infty} q n(x) dx$$

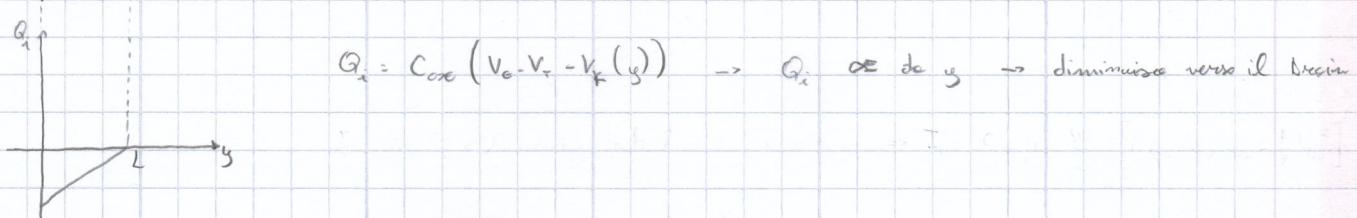
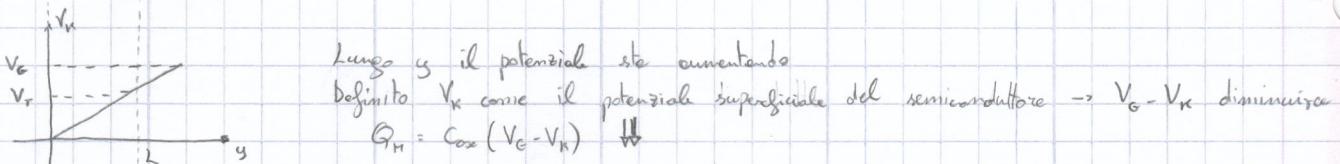
3. H_p : se $V_{GS} > V_T \Rightarrow Q_i = C_{ox} \cdot (V_{GS} - V_T)$ $\rightarrow Q_i$ dipende solo dalla coordinate x

$$\hookrightarrow I_D = C_{ox} \mu_n \frac{W}{L} V_{DS} (V_{GS} - V_T)$$

Considerate le ipotesi 1, 2, 3:



E_y non è costante, perché dipende da $V_{DS} > 0$ (che non è costante)



Sfruttando l'ipotesi per cui E_y e E_x non dipendono tra di loro e l'ipotesi per cui i due campi hanno un profilo graduale (ogni sezione infinitesima è indipendente dall'altra), calcolo la corrente I_D :

\rightarrow se E_y è il valore di E_y in corrispondenza di y \rightarrow $E_y = E_y(y)$

$$\begin{cases} I = \int_s J ds = W \int_0^{+\infty} J dx \\ I_b = -I \end{cases} \Rightarrow I_b = W \int_0^{+\infty} q \mu_m \frac{d\varphi_s}{dy} dx = W \mu_m \int_0^{+\infty} q m dy$$

carica per unità di superficie Q_i

$$= C_{ox} W \mu_m (V_{GS} - \varphi_s(y) - V_T) \frac{d\varphi_s}{dy} \rightarrow \text{integro da } 0 \text{ a } L$$

$$\Rightarrow \int_0^L I_b dy = \int_0^L C_{ox} W \mu_m (V_{GS} - \varphi_s(y) - V_T) \frac{d\varphi_s}{dy} dy$$

$$\rightarrow L I_b = C_{ox} W \mu_m \int_0^L (V_{GS} - \varphi_s(y) - V_T) \frac{d\varphi_s}{dy} dy$$

$$\Rightarrow I_b = C_{ox} \mu_m \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_T) \frac{V_{GS}}{2} - \frac{V_{GS}^2}{2} \right]$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\beta_m \quad A \quad B$

I_b LIN

calcolo di V_{BS}^* , cioè del punto in cui la corrente diventa costante:

$$\frac{dI_b}{dV_{BS}} = 0 \Rightarrow C_{ox} \mu_m \frac{W}{L} [(V_{GS} - V_T) - V_{BS}^*] = 0 \Rightarrow V_{BS}^* = V_{GS} - V_T \Rightarrow V_B - V_S = V_G - V_S - V_T$$

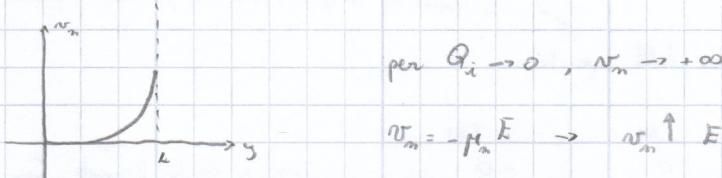
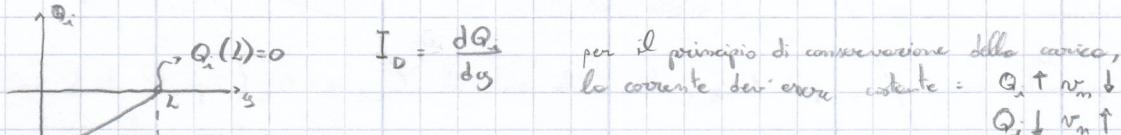
$\Rightarrow V_{BS} = V_T$ condizione di massimo

per $V_B \geq V_T$ si dice il canale, quindi per $y=L$:

$$Q_i = C_{ox} (V_G - V_k(L)) = C_{ox} V_{GS}$$

$$Q_i = C_{ox} (V_G - V_T - V_k(L)) = C_{ox} (V_{GS} - V_T) = 0 \Rightarrow V_{GS} = V_T$$

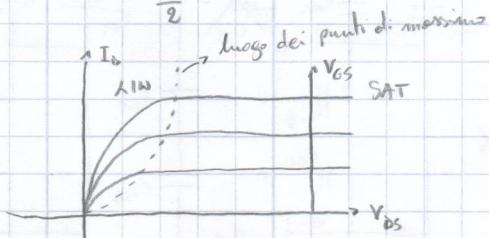
→ studio del motivo per cui I_b costante per $V_{GS} \geq V_{BS}^*$, cioè $V_{BS} \geq V_{GS} - V_T$



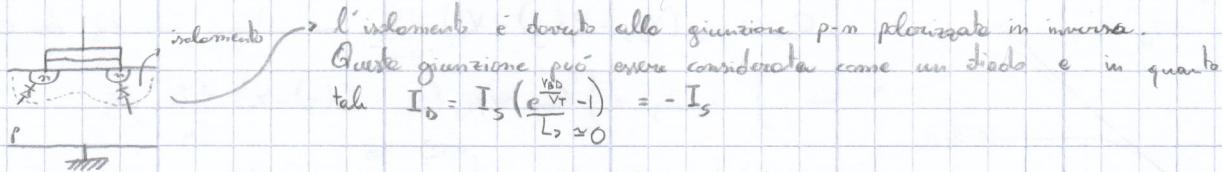
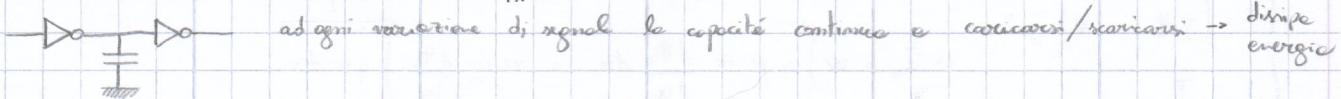
Avericinandosi sul drain:

- I_b non è puramente ohmico
- non vi sono più modifiche grosse di E → non è più un condensatore elementare monodimensionale
- il canale bloccato in L (cioè nel drain) è infinitesimamente piccolo

$$I_b = \frac{\beta_m}{2} (V_{GS} - V_T)^2 \quad I_b \text{ SAT}$$



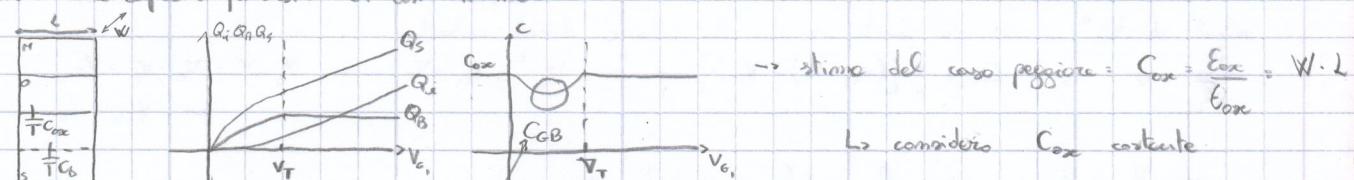
8: STUDIO CIRCUITO DINAMICO CMOS E CAPACITÀ PARASSITE



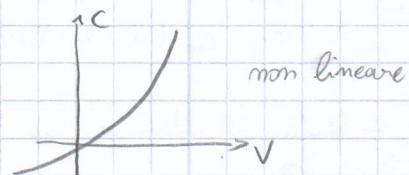
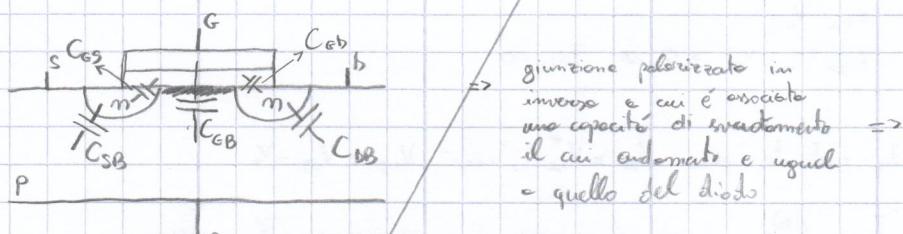
\rightarrow Potenza dinamica non nulla

\rightarrow Potenza statica tende a 0 per piccoli circuiti, ma è > 0 se ci sono molti transistori

• studio delle capacità parassite di un m-mos:



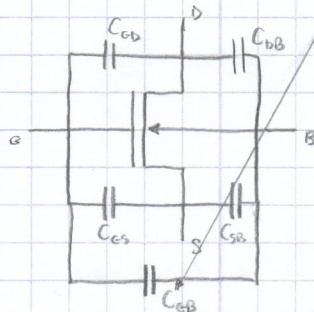
\hookrightarrow considero C_{ox} costante



Le capacità parassite sono C_{GS} , più C_{GB} , che è la serie di C_{ox} e C_B (capacità strato sottostante)

m-mos dinamico:

\hookrightarrow non considero C_{BS} e C_{SS} perché sono le capacità di giunzioni n-p come quelle del diodo



Stima dei valori delle capacità:

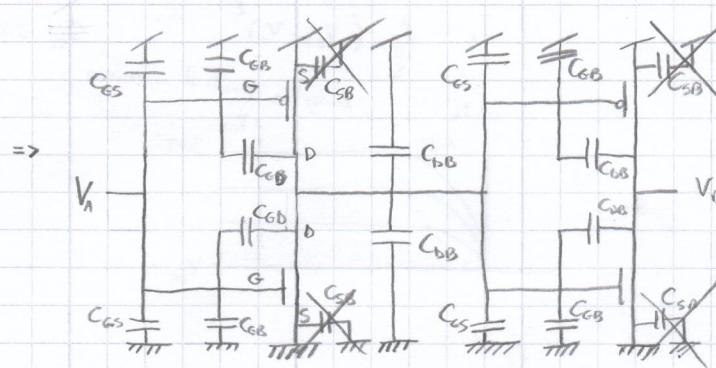
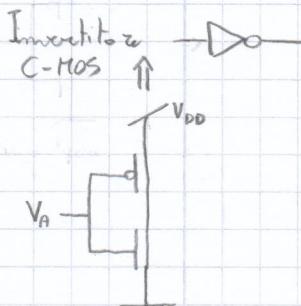
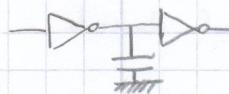
	OFF	LIN	SAT
C_{GS}	$\approx C_{ox}$	≈ 0	≈ 0
C_{GS}	$C_{ovup} + C_{ox}/2$	$> C_{ovup} + C_{ox}/2$	$> C_{ovup} + C_{ox}/2$
C_{GS}	$C_{ovup} + C_{ox}/2$	$> C_{ovup} + C_{ox}/2$	$> C_{ovup} + C_{ox}/2$

\hookrightarrow cover up

mb: a canale fornito $C_{ox} \rightarrow 0$
tra G e B perché si
equidistribuisce

\rightarrow definizioni capacità parassite

• studio delle capacità parassite del circuito

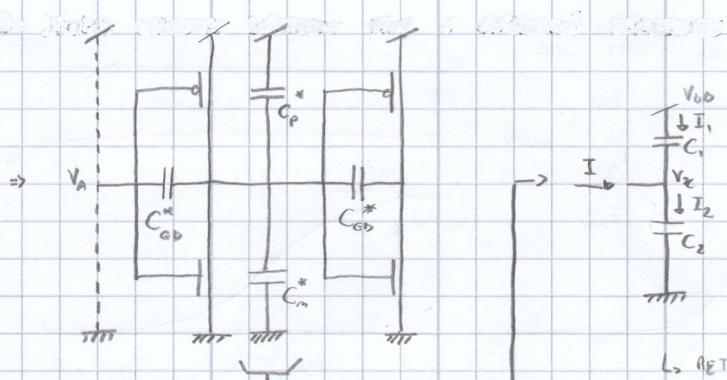


C_{SS} è inattile:
 $C_S - C_B = V_{BS} - V_{BD} = 0$

$$C_{BB_{NP}} + C_{GS_{NP}} + C_{GB_{NP}} = C_m^*/\rho$$

$$C_{GB_{NP}} + C_{GD_{NP}} = C_{SD}^*$$

\Rightarrow



$$\text{con } I_1 = C_1 \frac{d(V_{bb} - V_x)}{dt} = -C_1 \frac{dV_x}{dt}$$

$$I_2 = C_2 \frac{dV_x}{dt}$$

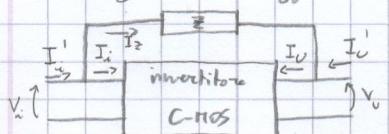
$$I = I_2 - I_1 = (C_1 + C_2) \frac{dV_x}{dt}$$

\Rightarrow RETE EQUIVALENTE



$$\Rightarrow C_{GD}^{**} = C_{GD1}^{**} + C_{GD2}^{**}$$

caso generale e effetto dell'impedenza



cerco la relazione tra I_o e I'_o

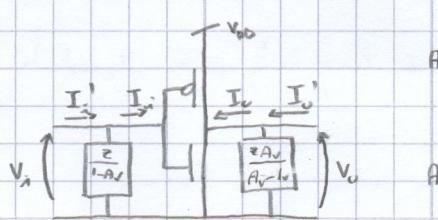
$$\text{approssimazioni: } V_o = A_v V_i \quad \text{vero per ogni punto perché } A_v = \frac{dV_o}{dV_i}$$

\hookrightarrow considero ogni punto della caratteristica con la sua tangente
 \hookrightarrow comportamento nato lineare

$$I'_o = I_o + I_2, \text{ con } I_2 = \frac{V_i - V_o}{Z} = \frac{V_i - A_v V_i}{Z} =$$

$$\hookrightarrow I'_o = I_o + V_i \cdot \frac{1}{Z} \frac{1}{1 - A_v} \quad \Rightarrow \text{ragionando allo stesso modo per l'uscita: } I'_o = I_o + V_o \cdot \frac{1}{Z} \frac{1}{1 - A_v}$$

il circuito diventa

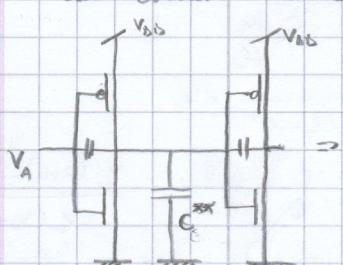


$$A_v \rightarrow 0 : \begin{cases} \text{impedenza ingresso} \\ \text{impedenza uscita} \end{cases} \frac{Z}{1 - A_v} \rightarrow Z$$

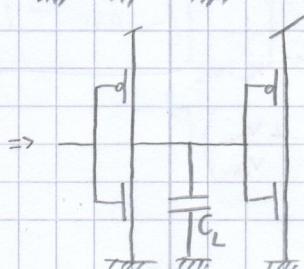
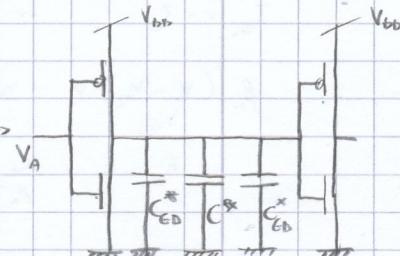
$$A_v \rightarrow +\infty : \begin{cases} \text{impedenza ingresso} \\ \text{impedenza uscita} \end{cases} \frac{Z}{A_v - 1} \rightarrow 0$$

EFFETTO MILLER

Dal circuito ricaviamo:

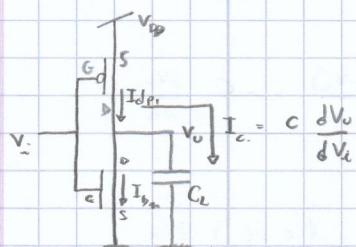


EFFETTO MILLER: puoi dividere la capacità
tra ingresso e uscita in 2 contributi equivalenti:

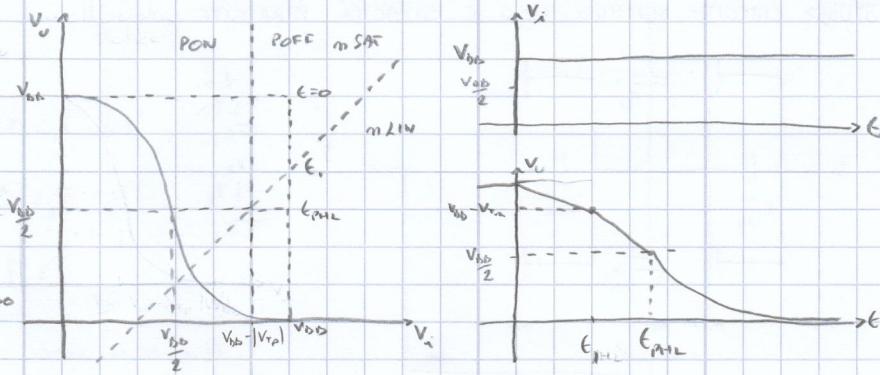


$$\text{con } C_L = C_{GD}^{**} + C^{**} + C_{ED}^{**} \approx C_{GD} \cdot W \cdot L$$

9: CALCOLO DI t_{PHL} :



$$\begin{aligned} t < 0 \rightarrow V_u = 0 \quad \text{e} \quad V_v = V_{DD} \\ t \rightarrow +\infty \rightarrow V_u = V_{DD} \quad \text{e} \quad V_v = 0 \end{aligned}$$



t_{PHL} : tempo impiegato tra la metà dell'escursione di V_v ($\frac{V_{DD}}{2}$) e la metà dell'escursione di V_u

$$\rightarrow t \rightarrow 0^+: V_v = V_{DD}, V_u = V_c(0^+) = V_c(0^-) = V_{DD}$$

$$V_{GS_P} = V_{DD} - V_i = 0 \quad \text{POFF}$$

$$V_{GS_N} = V_i - V_{DD} > V_{Tn} \quad \text{mLIN}$$

$$\rightarrow \text{per } V_{DD} - V_{Tn} < V_u < V_{DD} \quad \text{mSAT, POFF}$$

$$\rightarrow I_{bP} = I_{bN} + I_c$$

$$I_{bN} + I_c = 0 \rightarrow I_{bN} = -I_c = \frac{\beta_n}{2} (V_{GS} - V_{Tn})^2, \text{ con } V_{GS} = V_i = V_{DD}$$

$$I_c = C_L \frac{dV_u}{dt}$$

$$= V_{DD} - V_{Tn}$$

$$\therefore 0 < t < t_1 \Rightarrow I_{bN} = -I_c$$

$$\frac{\beta_n}{2} (V_{DD} - V_{Tn})^2 = -C_L \frac{dV_u}{dt} \Rightarrow \int_0^{t_1} dt = \int_{V_{DD}}^{V_u(t)} -\frac{2C_L}{\beta_n (V_{DD} - V_{Tn})^2} dV_u \Rightarrow t_1 = \frac{2C_L}{\beta_n (V_{DD} - V_{Tn})^2} \cdot (V_u(t) - V_{DD})$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2C_L V_{Tn}}{\beta_n (V_{DD} - V_{Tn})^2}$$

$$\Rightarrow V_u(t) = V_{DD} - \frac{\beta_n (V_{DD} - V_{Tn})^2}{2C_L} t \quad \Rightarrow \text{C}_L \text{ si varia linearmente poiché } I_c \text{ costante}$$

$$\therefore t_1 < t < t_{PHL}$$

$$t = t_1 \rightarrow t_{PHL}$$

$$V_u = V_{DD} - V_{Tn} \rightarrow \frac{V_{DD}}{2}$$

$$\rightarrow \text{per } V_u < V_{DD} - V_{Tn} \quad \text{mLIN, PGFF}$$

$$I_{bP} = I_{bN} + I_c = 0$$

$$I_{bN} = -I_c \rightarrow I_{bN} = \beta_n \left[(V_i - V_{Tn}) V_u - \frac{V_u^2}{2} \right] \quad \text{e} \quad I_c = C_L \frac{dV_u}{dt}$$

$$\beta_n \left[(V_i - V_{Tn}) V_u - \frac{V_u^2}{2} \right] = -C_L \frac{dV_u}{dt} \Rightarrow \int_{t_1}^{t_{PHL}} dt = \int_{V_{DD}/2}^{V_{DD}/2} -\frac{C_L}{\beta_n [(V_i - V_{Tn}) 2V_u - V_u^2]} dV_u$$

$$\Rightarrow t_{PHL} - t_1 = \frac{C_L}{\beta_n} \int_{V_{DD}-V_{Tn}}^{V_{DD}/2} \frac{dV_u}{V_u (V_u - 2(V_{DD} - V_{Tn}))} \Rightarrow \frac{1}{V_u (V_u - a)} = \frac{A}{V_u} + \frac{B}{V_u - a} = \frac{V_u (A+B) - aA}{V_u (V_u - a)}$$

$$\Rightarrow t_{PHL} - t_1 = \frac{2C_L}{\beta_n} \int_{V_{DD}-V_{Tn}}^{V_{DD}/2} \left(-\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{V_u} + \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{V_u - a} \right) dV_u = \frac{1}{a} \left[\ln \left| \frac{V_u - a}{V_u} \right| \right]_{V_{DD}-V_{Tn}}^{V_{DD}/2} \quad \left\{ \begin{array}{l} A+B=0 \\ -aA=1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A=-\frac{1}{a} \\ B=\frac{1}{a} \end{array} \right.$$

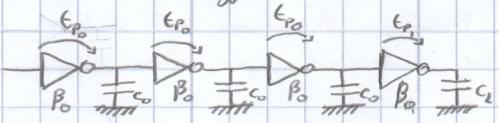
$$\rightarrow t_{PHL} = \frac{2C_L}{\beta_n (V_{DD} - V_{Tn})} \left[\frac{V_{Tn}}{V_{DD} - V_{Tn}} + \frac{1}{2} \ln \left(3 - \frac{4V_{Tn}}{V_{DD}} \right) \right]$$

per t_{PHL} cancello V_{Tn} con $V_{Tn} = \beta_n$ con β_p

$$\text{SE } V_{DD} \gg V_{Tn} \Rightarrow t_{PHL} = \frac{C_L}{\beta_n \cdot V_{DD}}$$

10: BUFFER

① circuito senza buffer: cascata di invertitori con le capacità delle stesse β_0



C_0 è la capacità dominante dalla capacità d'ingresso dei transistori, essendo le interconnessioni brevi
 C_L è la capacità di connessione con un piedino

$$\beta_0 = Cox \mu_n \frac{W}{L_{MIN}}, \quad C_0 = Cox \cdot W \cdot L_{MIN}, \quad C_L = RC_0 \quad \text{con } R \gg 1 \text{ e } C_L \gg C_0$$

tempo di propagazione t_{P_i} :

$$t_{P_i} = \frac{C_0}{\beta_0 V_{DD}}$$

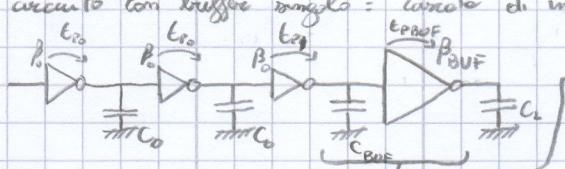
$$t_{P_i} = \frac{C_0}{\beta_0 V_{DD}} = \frac{RC_0}{\beta_0 V_{DD}} = R t_{P_0} \rightarrow \text{il tempo di propagazione è proporzionale alla capacità}$$

↳ problema! Devo ottimizzare il tempo di propagazione

$$\rightarrow \text{so che } C_0 = Cox \cdot \frac{W}{L} \xrightarrow{\text{area}} \text{e che } \beta_0 = Cox \cdot \mu_n \frac{W}{L} \xrightarrow{\text{capacità}} \Rightarrow t_{P_i} = \frac{\alpha C_{0,i} W L}{C_0 \beta_0 \mu_n \frac{W}{L} V_{DD}} = \frac{\alpha (L)}{\mu_n V_{DD}} \xrightarrow{\text{vogliamo } L = L_{MIN}}$$

\Rightarrow posso lavorare sui fattori di forma per ottimizzare il tempo di propagazione

② circuito con buffer singolo: cascata di invertitori, ma l'ultimo stadio ha dimensioni differenti
(STADIO DI BUFFER)



il circuito di buffer è usato per pilotare una capacità elevata
↳ va realizzato con $W_{BUF} > W_0$ in modo da non
varificare la varianza della rete precedente
 $\Rightarrow W_{BUF} = k W_0, k > 1$

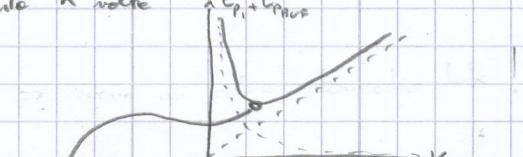
$$\text{quindi } \beta_0 = Cox \mu_n \frac{W_0}{L_0} \quad \text{e} \quad \beta_{BUF} = Cox \mu_n \frac{W_{BUF}}{L_{BUF}} = Cox \mu_n \frac{k W_0}{L_{BUF}} = K \beta_0$$

$$\text{e } t_{P_{BUF}} = \frac{C_L}{C_{0,BUF} V_{DD}} = \frac{R C_0}{K \beta_0 V_{DD}} = \frac{R}{K} t_{P_0} \rightarrow \text{l'ultimo tranzistor è il più veloce}$$

$$t_{P_i} = \frac{C_{0,BUF}}{\beta_0 V_{DD}} = \frac{K C_0}{\beta_0 V_{DD}} = K t_{P_0} \rightarrow \text{il penultimo stadio è il più lento poiché } t_p \text{ aumenta } K \text{ volte}$$

\rightarrow valore migliore di K :

- per $K \rightarrow 0 \Rightarrow t_p \rightarrow 0$ ma $t_{P_{BUF}} \rightarrow +\infty$
- per $K \rightarrow +\infty \Rightarrow t_p \rightarrow +\infty$ ma $t_{P_{BUF}} \rightarrow 0$



Il valore migliore di K è quello che rende minima la somma $t_{P_i} + t_{P_{BUF}} = (k + \frac{R}{K}) t_{P_0}$
quindi $\frac{d(t_{P_i} + t_{P_{BUF}})}{dK} = \left(1 - \frac{R}{K^2}\right) = 0 \Rightarrow K = \sqrt{R}$

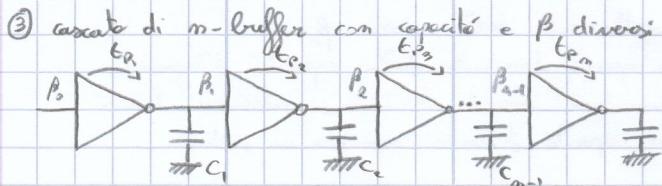
\rightarrow confronto circuiti con e senza buffer:

$$\text{con buffer} = t_{P_0} + t_{P_{BUF}} = \left(\sqrt{R} + \frac{R}{\sqrt{R}}\right) t_{P_0} = 2\sqrt{R} t_{P_0}$$

$$\text{senza buffer} = t_{P_0} + t_{P_i} = t_{P_0} + R t_{P_0} = (R+1) t_{P_0}$$

\rightarrow molto più veloce, ma occupa spazio e dipende dipende

\Rightarrow ③



Bisogna trovare il numero degli stadi m e le loro dimensioni, per avere massime velocità

La migliore condizione è avere i tempi di propagazione uguali per ogni coppia di invertitori:

$$\frac{C_{i+1}}{C_i} = \frac{C_i}{C_{i-1}} \Rightarrow \frac{C_i}{C_{i-1}} = \frac{C_{i+1}}{C_i} = k \Rightarrow \frac{\beta_i}{\beta_{i-1}} = \frac{\beta_{i+1}}{\beta_i} = K$$

$$\Rightarrow t_{p_i} = \frac{C_i}{\beta_i V_{DD}}, \quad C_i = K \Rightarrow t_{p_i} = \frac{K C_0}{\beta_0 V_{DD}} = K t_{p_0}$$

↳ tempo di propagazione interno

Sappiamo che C_i è media proporzionale tra C_{i-1} e C_{i+1} , quindi i tempi sono uguali, quindi:

$$t_{p_{tot}} = m K t_{p_0}$$

$$R = \frac{C_2}{C_0} = \frac{C_2}{C_{1-1}} \cdot \frac{C_{m-1}}{C_{m-2}} \cdot \dots \cdot \frac{C_n}{C_{n-1}} \cdot \frac{C_1}{C_0} = k^n \Rightarrow m \ln K = \ln R \Rightarrow m = \frac{\ln R}{\ln K}$$

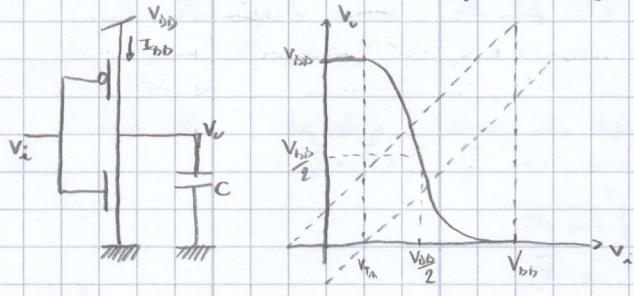
$$\rightarrow t_{p_{tot}} = \frac{\ln R}{\ln K} K t_{p_0} \Rightarrow \frac{dt_{p_{tot}}}{dk} = \ln R \cdot \frac{\ln(K-1)}{\ln^2 K} t_{p_0} = 0 \Rightarrow \ln K = 1 \rightarrow K = e$$

$$K = \frac{C_i}{C_{i-1}} = e$$

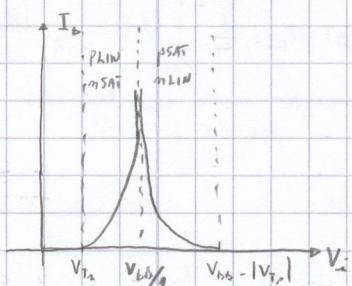
$$\rightarrow t_{p_{tot}} = \frac{1}{\ln R} e t_{p_0}$$

II: POTENZA CIRCOLA IN REGIME DINAMICO

Consideriamo un inverter con una capacità collegata all'uscita e un segnale d'ingresso variabile nel tempo

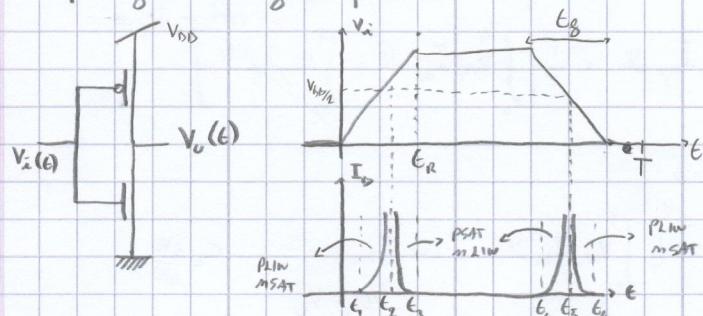


$$\begin{aligned} P_b &= V_{bb} \cdot I_{bb} \\ I_{bb} &= I_{bp} = I_{b_{on}} + I_c \\ I_{bb} > 0 &\Rightarrow I_{b_{on}} > 0 \end{aligned}$$



Calcolo \bar{P}_{cc} :

H_p : segnale d'ingresso periodico



→ considero la rate complementare, con $\beta_m = \beta_p = \beta$ e

$$\bar{P}_{cc} = \frac{1}{T} \int_T V_{bb} \cdot I_{bb}(t) dt = \frac{V_{bb}}{T} \int_T I_{bb}(t) dt = \frac{V_{bb}}{T} \cdot \left[\int_{E_1}^{E_2} I_{b_{MSAT}}(t) dt + \int_{E_2}^{E_3} I_{b_{PSAT}}(t) dt + \int_{E_3}^{E_4} I_{b_{MSAT}}(t) dt + \int_{E_4}^{E_5} I_{b_{PLIN}}(t) dt \right]$$

$$\hookrightarrow \text{con } I_{b_{MSAT}}(t) = \frac{\beta}{2} (V_i(t) - V_T)^2 \quad \text{e} \quad I_{b_{PSAT}}(t) = \frac{\beta}{2} (V_{bb} - V_i(t) - V_T)^2$$

→ cerca $V_i(t)$:

$$\frac{E_1 - 0}{E_R - 0} = \frac{V_i(t) - 0}{V_{bb} - 0} \Rightarrow V_i(t) = \frac{V_{bb}}{E_R} \cdot t$$

$$\text{quindi } \bar{P}_{cc} = \frac{4V_{bb}}{T} \frac{\beta}{2} \int_{E_1}^{E_2} \left(\frac{t}{E_R} V_{bb} - V_T^2 \right) dt$$

tutti gli intervalli sono equivalenti

$$\Rightarrow \bar{P}_{cc} = \frac{2V_{bb}\beta}{2} \int_{\frac{V_{bb}E_1}{V_{bb}}}^{\frac{E_2}{E_R}} \left(\frac{V_{bb}t}{E_R} - V_T \right)^2 dt = \frac{2}{3} \frac{V_{bb}\beta}{T} \cdot \frac{E_R}{V_{bb}} \left| \left(\frac{V_{bb}t}{E_R} - V_T \right)^3 \right|_{\frac{V_T E_R}{V_{bb}}}^{\frac{E_R}{2}}$$

$$= \frac{2}{3} \beta \frac{E_R}{T} \cdot \frac{V_{bb}^3}{8} \left(1 - \frac{2V_T}{V_{bb}} \right)^3$$

↳ calcolo \bar{P}_L

$$\bar{P}_b = \frac{1}{C} \int_0^T P_b dt = \frac{1}{T} \int_T (P_{cc} + P_L) dt = \frac{1}{T} \int_T P_{cc} dt + \int_T P_L dt$$

$$\Rightarrow \bar{P}_b = \bar{P}_{cc} + \bar{P}_L$$

\bar{P}_{cc} = potenza di cortocircuito generata da I_{bb}
 \bar{P}_L = P_{load} = potenza di carico

$$\bar{P}_{cc} = \frac{1}{T} \int_T (V_{bb} - I_{bb}) dt, \text{ con } I_{bb} = I_p = I_n$$

$I_{bb} > 0$ per $V_{T_m} < V_i < V_{bb} - |V_{T_p}|$, con V_i che varia nel tempo

$$V_i = V_{OS_m} - V_{T_m} = m_{OFF}$$

$$I_{bb} = 0 \Rightarrow I_{bb} = 0$$

$$V_{bb} - V_i = V_{SE_p} < |V_{T_p}| \Rightarrow V_i > V_{bb} - |V_{T_p}| = p_{OFF}$$

$$I_{bb} = 0 \Rightarrow I_{bb} = 0$$

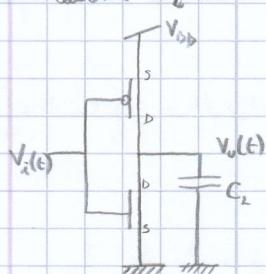
$$V_{T_m} = |V_{T_p}| = V_T \quad \text{e} \quad \text{raggio logico} \frac{V_{bb}}{2} \cdot \left[\int_{E_1}^{E_2} I_{b_{MSAT}}(t) dt + \int_{E_2}^{E_3} I_{b_{PSAT}}(t) dt + \int_{E_3}^{E_4} I_{b_{MSAT}}(t) dt + \int_{E_4}^{E_5} I_{b_{PLIN}}(t) dt \right]$$

$$\begin{cases} E_1 = V_U(t_1) = V_T \\ E_2 = V_U(t_2) = \frac{V_{bb}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{V_T}{V_{bb}} E_R \\ E_2 = \frac{E_R}{2} \end{cases}$$

$$= \frac{2B}{3} \frac{E_R}{T} \left[\left(\frac{V_{bb} \cdot E_R}{2} - V_T \right)^3 \right]_{\frac{V_T E_R}{V_{bb}}}^{\frac{E_R}{2}}$$

$$= \frac{1}{12} \beta \frac{E_R}{T} V_{bb}^3 \left(\frac{V_{bb}}{E_R} \frac{V_T E_R}{V_{bb}} - V_T \right)^3$$

calcolo \bar{P}_c



Sarebbe considerata una $V_i(t)$ tale che non si ottenga delle P_{ac} , cioè per cui $P_{ac} = 0 \Rightarrow V_i < V_{T_m}$ o $V_i > V_{bb} - |V_{T_p}|$

Siccome la potenza media dei generatori è disgiunta dalla capacità, del p-niss e dell' n-mos $\Rightarrow \bar{P}_{bb} = \bar{P}_c + \bar{P}_m + \bar{P}_p$

$$\therefore \bar{P}_c = \bar{P}_{bb} - \frac{1}{T} \int_0^T P_{bb} dt$$

calcolo \bar{P}_c , \bar{P}_m e \bar{P}_p

$$\bar{P}_c = \frac{1}{T} \int_0^T V_o(t) \cdot I_c(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V_o(t) \cdot C_L \frac{dV_o(t)}{dt} dt = \frac{C_L}{T} \int_0^T V_o(t) dV_o(t) = 0$$

L'energia media scambiata dal condensatore nell'arco di un periodo è nulla

$$\bar{P}_m = \frac{1}{T} \int_0^T V_{bsm} I_{b_m} dt \Rightarrow \text{possiamo considerare l'n-mos come un bipolo orzando un trispolo con } I_c = 0$$

$$\Rightarrow \bar{P}_m = \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} V_{bs_m} I_{b_m} dt + \int_{T/2}^T V_{bs_m} I_{b_m} dt \right] \quad \text{e } \left| \begin{array}{l} \downarrow I_{b_m} \\ \uparrow V_{bs_m} \end{array} \right. = V_o$$

$$\bar{P}_p = \frac{1}{T} \int_0^T V_{sbp} I_{b_p} dt = \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} V_{sb_p} I_{b_p} dt + \int_{T/2}^T V_{sb_p} I_{b_p} dt \right] \quad \text{e } \left| \begin{array}{l} \uparrow I_{b_p} \\ \downarrow V_{sb_p} \end{array} \right. = V_o$$

Quindi $\bar{P}_c = 0$

$$\bar{P}_m = \frac{1}{T} \int_{T/2}^T V_{bs_m} I_{b_m} dt, \text{ con } I_{b_m} = -I_c = -C_L \frac{dV_o}{dt}$$

$$= \frac{1}{T} \int_{T/2}^T V_o \left(-C_L \frac{dV_o}{dt} \right) dt = \frac{C_L V_{bb}^2}{2T}$$

$$\bar{P}_p = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_{sb_p} I_{b_p} dt, \text{ con } I_{b_p} = I_{b_m} + I_c = C_L \frac{dV_o}{dt}$$

$$\text{e } V_{sb_p} = V_{bb} - V_o$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^{T/2} (V_{bb} - V_o) \left(C_L \frac{dV_o}{dt} \right) dt = \frac{C_L V_{bb}^2}{2T}$$

$$\bar{P}_L = \bar{P}_c + \bar{P}_m + \bar{P}_p = \frac{V_{bb}^2 C_L}{T} = V_{bb}^2 C_L \gamma = \bar{P}_{2OWD}$$