

L'argomento # 20

Temperatura

Cominciamo a definire il concetto di equilibrio termico tra due corpi. Due corpi A e B si dicono in equilibrio termico, posti in contatto, non scambiano energia né sotto forma di calore né come reazione elettromagnetica.

Questo si realizza, idealmente, ponendo in contatto, in un ambiente isolato dall'esterno, i due corpi per un tempo $t \rightarrow \infty$.

Se adesso consideriamo un terzo corpo, C, vale una sorta di proprietà transitiva dell'equilibrio termico, nota come

PRINCIPIO ZERO DELLA TERMODINAMICA: "Se A è in equilibrio con C e anche B è in equilibrio con C, allora A è in equilibrio con B".

In questo caso, diremo che A, B, e C hanno la stessa TEMPERATURA: due corpi in equilibrio termico hanno la stessa temperatura.

Nell'esempio sopra, C può essere considerato come un TERMOMETRO, che misura le temperature di A e B e le trova uguali. (C non scambia energia né con A né con B?).

SCALA CELSIUS DELLE TEMPERATURE

Definita a partire da due sistemi fisici che hanno temperature costanti e riproducibili,

1) Miscela d'acqua e ghiaccio in equilibrio termico a pressione $P_0 = 1 \text{ atm}$.

$$\rightarrow T_c \equiv 0^\circ\text{C} \quad \begin{array}{l} \text{definizione d. } 0^\circ\text{C} \\ \text{= punto d. congelamento dell'acqua} \end{array}$$

2) Miscela d'acqua e del suo vapore in equilibrio termico a $P_0 = 1 \text{ atm}$

$$\rightarrow T_e \equiv 100^\circ\text{C} \quad \begin{array}{l} \text{definizione d. } 100^\circ\text{C} \\ \text{= punto d. ebollizione dell'acqua} \end{array}$$

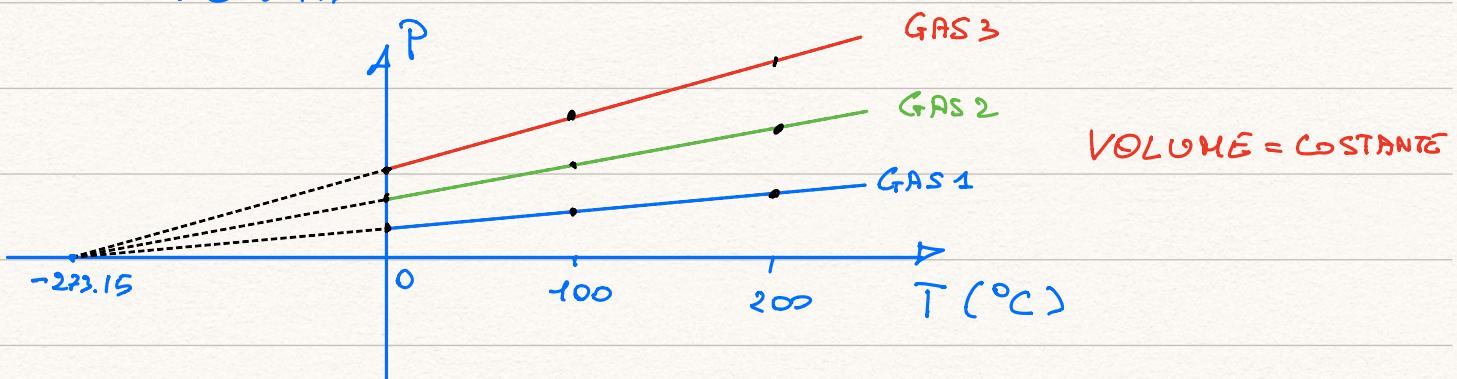
$$1 \text{ grado Celsius è definito come } 1^\circ\text{C} = \frac{T_e - T_c}{100}.$$

SCALA ASSOLUTA (KELVIN) DELLE TEMPERATURE

Le scale Celsius, così come la Fahrenheit ($T_F = \frac{9}{5} T_{\text{Celsius}} + 32^\circ\text{F}$) sono basate sulle proprietà dell'acqua a $P_0 = 1 \text{ atm}$.

Studiando i gas rarefatti (cioè a pressioni non troppo alte) si è trovato che tutti questi hanno una caratteristica

Stato comune, che porta alla definizione di uno "zero assoluto" delle temperature, e quindi alla scala Kelvin.



Mantenendo costante il volume del gas al variaz. delle temp., esistono misure una variazione di pressione, caratteristica del gas. Questo può essere utilizzato per costruire dei "termometri" a gas e volume costante". Si nota che prolungando le rette che cresceva gas e pressione e temperature inferiori, esse si incontrano nel punto

$$(T, P) = (-273.15 \text{ } ^\circ\text{C}, 0).$$

Vediamo più bene: al T corrisponderebbero pressioni negative che non ha senso. Questa temperatura viene quindi chiamata lo zero assoluto: $T = -273.15 \text{ } ^\circ\text{C}$. Questo valore è alla base della scala Kelvin:

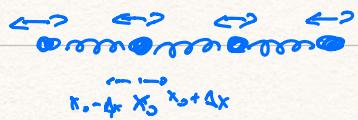
$$T_k = T_{\text{celsius}} + 273.15$$

Notiamo che per i gas sferetici a volume costante vale la relazione

$$P \propto T_K$$

dove T_K è espresso in gradi Kelvin, non in gradi Celsius!!

DILATAZIONE TERMICA DI SOLIDI E LIQUIDI



MODELLO A "MOLLE RIGIDE" DI UN CORPO (SOLIDO O LIQUIDO)

Le masse sono in oscillazione con un'energia media

per oscillatore $E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x-x_0)^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k \Delta x^2$,
 spostamento
 dall'equilibrio

Inoltre, per un oscillatore $\langle k \rangle = \langle U \rangle \Rightarrow \langle E \rangle = 2 \langle U \rangle = k \langle \Delta x^2 \rangle$

Aumentando le temperature, aumenta l'energia degli oscillatori, e quindi aumenta $\langle \Delta x^2 \rangle$. Questo aumenta l'ampiezza delle oscillazioni e quindi la dimensione del corpo.

Se consideriamo un corpo monodimensionale (es. un filo metallico, una barretta lunga e stretta...)

possiamo definire un COEFFICIENTE MEDIO DI DILATAZIONE LINEARE α , tale ch.

$$\frac{\text{Variaz. d. lunghezza}}{\text{lunghezza iniziale}} \rightarrow \frac{\Delta L}{L_{\text{in}}} = \alpha \Delta T \quad \xrightarrow{\text{variaz. d. temperatura}}$$

Questa espressione vale per "piccoli" ΔT , tali che $\frac{\Delta L}{L_{\text{in}}} \ll 1$.

Per ΔT maggiori ci aspettiamo correzioni proporzionali a $(\Delta T)^2$ e via via.

Quindi, per un corpo d. lunghezza L_i , si ha una variaz. d. lunghezza

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T,$$

in seguito a una variaz. ΔT d. temperatura.

Se si considera un corpo con 3 dimensioni, per ognuna d. cui si ha una variaz. relativa $\alpha \Delta T$. Quindi,

il Volume $V_i = L_1^i \cdot L_2^i \cdot L_3^i$.



var. nel seguente modo $\frac{\Delta V}{V_i} = \frac{\Delta(L_1 L_2 L_3)}{L_1^i L_2^i L_3^i} = \frac{\Delta L_1}{L_1^i} + \frac{\Delta L_2}{L_2^i} + \frac{\Delta L_3}{L_3^i} = 3\alpha \Delta T$

$\Delta V = 3\alpha V_i \Delta T$

Diversi materiali hanno diversi coeff. d. dilatazione lineare. (Vedi tabelle nel libro).

Generalmente tutti i solidi e i liquidi aumentano il volume all'aumentare della temperatura, e quindi diminuisce densità. L'acqua fa eccezione tra gli 0°C e 4°C ; in questo intervallo la densità aumenta.



Per questo motivo il ghiaccio galleggia!

GAS PERFETTI

Nel caso di un gas, il volume V del recipiente ed è collegato alla pressione P e alla temperatura T . La relazione fra queste quantità si chiama "equazione di stato".

Nel caso di pressioni non troppo elevate vale l'eq. d.

stato del "GAS PERFETTI":

$$P V = m R T$$

dove P : pressione in $P_a = 1 N/m^2$

V : Volume in m^3

m = numero di molli.

(1 mole = $6.022 \cdot 10^{23}$ atomo/molcola)

= $\frac{m}{M}$ ← molo

M ← massa molare
delle sostanze

$N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$

T = Temperatura in $^{\circ}K$.

$$R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K}) = 0.082 \text{ L} \cdot \text{atm/(mol} \cdot \text{K})$$

costante del gas perfetti.

Possiamo esprimere anche in termini del numero totale di costituenti elementari.

$$N = m \cdot N_A$$

$$\Rightarrow P V = N k_B T \quad \text{dove } k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

e' la costante di

BOLTZMANN

ESEMPIO: Bombola spray contiene gas e

$P = 2 P_0 = 202 \text{ kPa}$ in un volume $V = 125 \text{ cm}^3$ e alla temperatura $T = 22^\circ\text{C}$. La riscaldiamo fino alla temperatura $T' = 136^\circ\text{C}$. Quale pressione raggiunge? (Trascurare la variazione del Volume).

$$PV = mRT \Rightarrow P' = \frac{T'}{T} P$$

$$P'V = mRT'$$

dove T e T' sono espressi in Kelvin

$$\Rightarrow P' = \frac{195 + 273.15}{22 + 273.15} 202 \text{ kPa} = 320 \text{ kPa}.$$

Considerare ora anche l'effetto dell'espansione termica delle bombole che accadrà. Di quanto varia il risultato?

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V' - V}{V} = \beta \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 5.7 \cdot 10^{-3}$$

$$\alpha = 11 \cdot 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P'V' &= mRT' \\ PV &= mRT \Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{V}{V'} \frac{T'}{T} = \frac{V}{V + \Delta V} \frac{T'}{T} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{\Delta V}{V}} \frac{T'}{T} = \frac{1}{1 + 5.7 \cdot 10^{-3}} \frac{T'}{T} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P' = 0.984 \cdot 320 \text{ kPa} = 318 \text{ kPa}$$

0.984