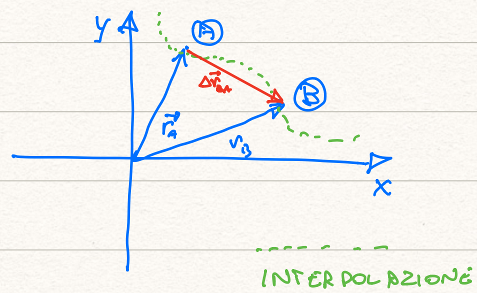
ARGOMENTO #4

- Moto in due dimensioni
- Vettori spostamento, velocità, accelerazione
- Moto dei proiettili
- Moto circolare
- Velocità e accelerazione relative

—— o —— o ——

Moto in 2D:



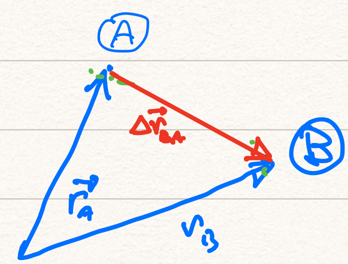
Nota, grafico x,y, non t,x come nel caso 1D. Il tempo non può essere rappresentato

POSIZIONE : individuata da un vettore : $\vec{r}_A, \vec{r}_B, \dots$

SPOSTAMENTO TRA (A) E (B) : $\Delta\vec{r}_{BA} \equiv \vec{r}_B - \vec{r}_A$ è un vettore

Dimensioni → $[\Delta\vec{r}] = [\vec{r}] = L$

Nota che $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \Delta\vec{r}_{BA}$



Avendo definito lo spostamento vettoriale, possiamo ora definire la VELOCITÀ MEDIA, che sarà anch'essa un vettore:

$$\vec{v}_{BA} = \frac{\Delta \vec{r}_{BA}}{t_B - t_A} \qquad [\vec{v}] = L \cdot T^{-1}$$

La velocità media è data dal rapporto tra un vettore ($\Delta \vec{r}_{BA}$) e uno SCALARE ($t_B - t_A$). Quindi è a sua volta un VETTORE.

Se consideriamo il limite in cui l'intervallo temporale va a zero, abbiamo la VELOCITÀ ISTANTANEA

$$\vec{v}_A = \vec{v}(t_A) = \lim_{t' \to t_A} \frac{\vec{r}(t') - \vec{r}(t_A)}{t' - t_A} = \left. \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \right|_{t = t_A},$$ che è ancora un vettore.

$\boxed{\text{Quindi la velocità istantanea è la derivata prima del vettore posizione fatta rispetto al tempo.}}$

A questo punto è chiaro come definire i vettori "accelerazione media" e "accelerazione istantanea":

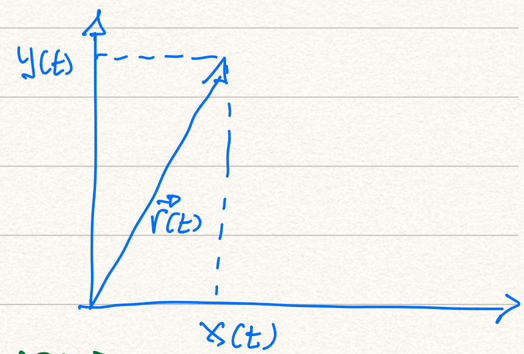
$$\vec{a}_{BA} = \frac{\vec{v}(t_B) - \vec{v}(t_A)}{t_B - t_A} \quad \text{accelerazione media}$$

$$\vec{a}(t_A) = \lim_{t' \to t} \frac{\vec{v}(t') - \vec{v}(t_A)}{t' - t_A} = \left. \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \right|_{t = t_A} \quad \text{accelerazione istantanea.}$$

COME SI FA LA DERIVATA DI UN VETTORE?

$\rightarrow$ SI DERIVANO LE SUE COMPONENTI!

ES: $\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j}$



$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\,\hat{i} + \frac{dy(t)}{dt}\,\hat{j}$$

"Le componenti del vettore $\frac{d\vec{r}}{dt}$ sono

le derivate delle componenti del vettore $\vec{r}(t)$"

Possiamo a questo punto riprendere i 3 moti semplici visti nella lezione sulla cinematica 1D:

a) $v_0 = 0,\ a_0 = 0$ CORPO FERMO (IN x_0)

b) $v_0 \neq 0,\ a_0 = 0$ MOTO RETTILINEO

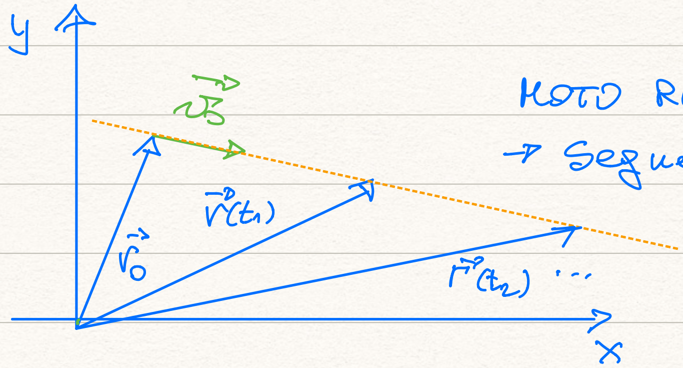
c) $v_0 \neq 0\ \ a_0 \neq 0$ (costanti) MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO.

Nel caso 2D (e 3D), x_0, v_0, a_0 vengono sostituiti da vettori $\rightarrow$ $\vec{r}_0$, $\vec{v}_0$, $\vec{a}_0$

Quindi avremo: a) $\vec{v}_0 = \vec{a}_0 = 0 \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0$ costante

b) $\vec{v}_0 \neq 0$ (costante), $\vec{a}_0 = 0$

$\Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + (t - t_0)\,\vec{v}_0$



MOTO RETTILINEO UNIFORME

→ segue la direzione di $\vec{v}_0$

→ velocità costante

c) $\vec{v}_0 \neq 0$ (costante)

$\vec{a}_0 \neq 0$ (costante)

$$\Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + (t-t_0)\,\vec{v}_0 + \frac{1}{2}(t-t_0)^2\,\vec{a}_0$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + (t-t_0)\,\vec{a}_0$$

$$\Rightarrow \vec{a}(t) = \vec{a}_0$$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

NOTA BENE!!

$$\vec{r}_0 = x_0\,\hat{i} + y_0\,\hat{j} \qquad \left(\vec{r}_0 = (x_0, y_0)\right.$$

$$\vec{v}_0 = v_{0,x}\,\hat{i} + v_{0,y}\,\hat{j} \qquad \vec{v}_0 = (v_{0,x}, v_{0,y})$$

$$\vec{a}_0 = a_{0,x}\,\hat{i} + a_{0,y}\,\hat{j} \qquad \left.\vec{a}_0 = (a_{0,x}, a_{0,y})\right)$$

Inoltre

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j} \qquad (\vec{r}(t) = (x(t), y(t)))$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\,\hat{i} + v_y(t)\,\hat{j} \qquad \vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$$

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\,\hat{i} + a_y(t)\,\hat{j} \qquad \vec{a}(t) = (a_x(t), a_y(t))$$

Ogni equazione tra quantità vettoriali corrisponde a 2 equazioni tra scalari (3 nel caso 3-Dimensionale):

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_0 \Rightarrow a_x(t)\,\hat{i} + a_y(t)\,\hat{j} = a_{0,x}\,\hat{i} + a_{0,y}\,\hat{j}$$

eguagliando i coefficienti di $\hat{i}$ e $\hat{j}$ separatamente, otteniamo

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_0 \Longleftrightarrow \begin{cases} a_x(t) = a_{0,x} \\ a_y(t) = a_{0,y} \end{cases}$$

Inoltre: $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}_0 (t - t_0)$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0,x} + a_{0,x}(t - t_0) \\ v_y(t) = v_{0,y} + a_{0,y}(t - t_0) \end{cases}$$

e $$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 (t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}_0 (t - t_0)^2$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0,x}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_{0,x} (t - t_0)^2 \\ y(t) = y_0 + v_{0,y}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_{0,y} (t - t_0)^2 \end{cases}$$

(Nel caso 3D avremmo pure $z(t)$, $v_z(t)$, $a_z(t)$ ...)

Quindi possiamo risolvere le equazioni del moto lungo la direzione x e la direzione y indipendentemente.

ESEMPIO: Un punto materiale parte dall'origine al tempo $t = 0\,s$, con una velocità iniziale $\vec{v}_0 = (20, -15)\ m/s$. Il punto materiale si muove nel piano xy con una accelerazione costante $\vec{a}_0 = (4.0, 0)\ m/s^2$.

A) Determinare $\vec{v}(t)$.

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}_0\, t$$

$t_0 = 0$

$v_{0,x} = 20\ m/s \quad v_{0,y} = -15\ m/s$

$a_{0,x} = 4.0\ m/s^2 \quad a_{0,y} = 0$

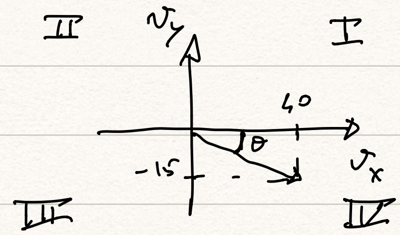
$$v_x(t) = v_{0,x} + a_{0,x}\, t = (20 + 4.0 \cdot t)\ m/s$$

$$v_y(t) = v_{0,y} + a_{0,y} \cdot t = -15\ m/s$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) = \left((20 + 4.0 \cdot t)\,\hat{i} - 15\,\hat{j}\right)\ m/s$$

B) Calcola il vettore velocità al tempo $t = 5.0\,s$ e l'angolo di questo con l'asse x

$$t_1 = 5.0\,s \Rightarrow \vec{v}(t_1) = [(20+4.0\cdot 5.0)\hat{i} - 15\hat{j}]\,m/s$$
$$= (40\hat{i} - 15\hat{j})\,m/s$$



$$\theta = \arctan\frac{-15}{40} = \arctan(-0.375) = -21^\circ$$

IV quadrante

Modulo: $|\vec{v}(t_1)| = \sqrt{v_x(t_1)^2 + v_y(t_1)^2} =$
$$= \sqrt{(40)^2 + (15)^2}\;m/s = 43\;m/s$$

MOTO DEI PROIETTILI: Abbiamo già visto nel caso 1D che il moto di un punto materiale nel campo gravitazionale terrestre, in assenza di attrito dell'aria e su distanze << del raggio della Terra è un moto UNIFORMEMENTE ACCELERATO. Ora studiamo la stessa situazione ma consideriamo anche moti non unidimensionali. La legge del moto è:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t-t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t-t_0)^2,$$

dove $\vec{g} = 0\cdot\hat{i} - g\cdot\hat{j}$ (oppure $\vec{g} = (0,-g)$) con $g = 9.80\,m/s^2$, è l'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ.

Inoltre, $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}(t-t_0)$
$\vec{a}(t) = \vec{g}$ COSTANTE.

Studiando separatamente le componenti x e y (o $\hat{i}$ e $\hat{j}$) di ogni equazione, abbiamo:

Componente x:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0,x}(t-t_0) \\ v_x(t) = v_{0x} \\ a_x(t) = 0 \end{cases}$$

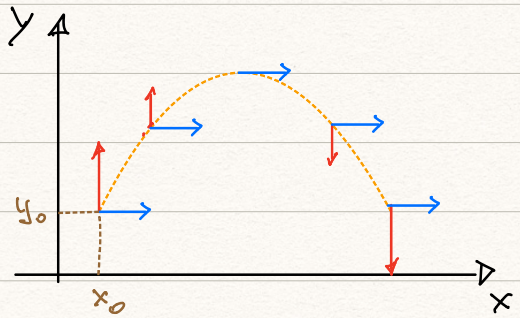
MOTO RETTILINEO UNIFORME

Componente y:

$$\begin{cases} y(t) = y_0 + v_{0,y}(t-t_0) - \frac{1}{2}g(t-t_0)^2 \\ v_y(t) = v_{0,y} - g\cdot(t-t_0) \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Quindi il moto di un proiettile è la COMPOSIZIONE DI UN MOTO RETTILINEO UNIFORME LUNGO LA DIREZIONE x, E DI UN MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO LUNGO LA DIREZIONE y.



LA TRAIETTORIA nel piano (x,y) è SEMPRE UNA PARABOLA.

$$x(t) = x_0 + v_{0,x}(t-t_0) \Rightarrow (t-t_0) = \frac{x-x_0}{v_{0,x}}$$

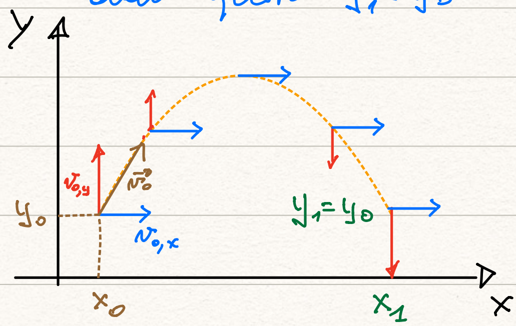
$$y(t) = y_0 + v_{0,y}(t-t_0) - \frac{1}{2}g(t-t_0)^2 = y_0 + \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}}(x-x_0) - \frac{1}{2}g\frac{(x-x_0)^2}{v_{0,x}^2} = y(x)$$

$$y(x) = y_0 + \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}}(x-x_0) - \frac{1}{2}g\frac{(x-x_0)^2}{v_{0,x}^2} = -Ax^2 + Bx + C$$

EQUAZIONE DI UNA PARABOLA

con $A = \frac{1}{2}\frac{g}{v_{0,x}^2}$, $B = \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}} + \frac{g x_0}{v_{0,x}^2}$, $C = y_0 - \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}}x_0 - \frac{1}{2}\frac{g x_0^2}{v_{0,x}^2}$

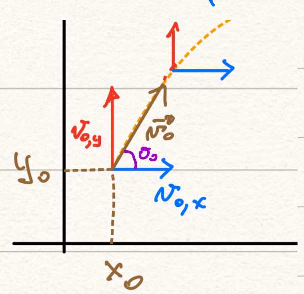
GITTATA: Sparando un proiettile da (x_0, y_0) con $\vec{v}_0 = (v_{0,x}, v_{0,y})$, a che distanza x_1 ripassa dalla quota $y_1 = y_0$?



$$y(x_1) = \cancel{y_0} + \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}}(x_1 - x_0) - \frac{1}{2} g \frac{(x_1-x_0)^2}{v_{0,x}^2} = \cancel{y_0}$$

$$\Rightarrow (x_1 - x_0) = \frac{2 v_{0,y}}{v_{0,x}} \frac{v_{0,x}^2}{g} = \frac{2 v_{0,x} v_{0,y}}{g} \qquad \underline{\underline{\text{GITTATA}}}$$

In coordinate polari, $\begin{cases} v_{0,x} = v_0 \cos\vartheta_0 \\ v_{0,y} = v_0 \sin\vartheta_0 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{2 v_{0,x} v_{0,y}}{g} = \dfrac{2 v_0^2 \cos\vartheta_0 \sin\vartheta_0}{g}$



$$= \frac{v_0^2 \sin(2\vartheta_0)}{g}$$

$[\sin 2\vartheta = 2 \sin\vartheta \cos\vartheta]$

$\rightarrow$ GITTATA: $R(v_0, \vartheta_0) = \dfrac{v_0^2 \sin(2\vartheta_0)}{g}$

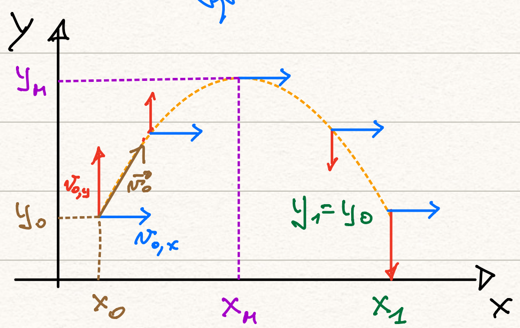
DOMANDA: A parità di velocità (modulo) v_0, quale l'angolo di lancio che garantisce la massima gittata?

$$\operatorname{Max}\left(\sin(2\vartheta_0)\right) = 1 \quad \text{per} \quad 2\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \vartheta_0 = \frac{\pi}{4} \quad (=45^\circ)$$

Gittata massima: $R_{MAX}(v_0) = R\left(v_0, \vartheta_0 = \frac{\pi}{4}\right) = \frac{v_0^2}{g}$

Altezza massima raggiunta:



$$y(x) = y_0 + \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}}(x - x_0) - \frac{1}{2} g \frac{(x-x_0)^2}{v_{0,x}^2}$$

$$\boxed{\text{MASSIMA PER } x \text{ TALE CHE: } \quad \frac{dy}{dx} = 0}$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 + \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}} - g\frac{(x-x_0)}{v_{0,x}^2} = 0$$

$$\Rightarrow x_M - x_0 = \frac{v_{0,x} v_{0,y}}{g}$$

$\left(= \frac{x_1 - x_0}{2}\right.$: Massimo a metà strada tra x_0 e x_1)

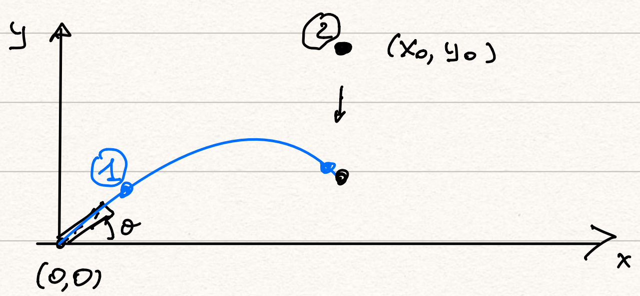
Altezza massima raggiunta: $y(x_M) = y_0 + \frac{v_{0,y}^2}{g} - \frac{1}{2} \cancel{g} \frac{v_{0,y}^2}{g^{\cancel{2}}} =$

$$y(x_M) = y_0 + \frac{1}{2}\frac{v_{0,y}^2}{g} = y_0 + \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{g}$$

MASSIMA ELEVAZIONE RISPETTO ALLA QUOTA DI PARTENZA

(Nota: dipende solo da $v_{0,y}$, NON da $v_{0,x}$.
Ce lo aspettavamo, il moto verticale NON DIPENDE da quello orizzontale).

ESEMPIO:



Cannoncino puntato verso (x_0, y_0). A $t=0$, lascio cadere il corpo ② e CONTEMPORANEAMENTE sparo il corpo ①.
Dimostrare che i due si colpiscono sempre, cioè per ogni valore di (x_0, y_0).

Leggi del moto di ①: $y_1(x) = 0 + \frac{v_y^1}{v_x^1}\,x - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{(v_x^1)^2}$

Imponiamo che il cannoncino sia puntato verso (x_0, y_0):

$$\Rightarrow \frac{v_y^1}{v_x^1} = \frac{y_0}{x_0}$$

A quale quota ① raggiunge la verticale di ②, $x = x_0$

$$v_y^1 = v_x^1 \frac{y_0}{x_0}$$

$$y_1(x = x_0) = \frac{v_y^1}{v_x^1} x_0 - \frac{1}{2} g \frac{x_0^2}{(v_x^1)^2} = y_0 - \frac{1}{2} g \left(\frac{y_0}{v_y^1}\right)^2$$

Questo avviene al tempo $\bar{t}$ dato da $x_1(\bar{t}) = v_x^1 \bar{t} = x_0$

$$\Rightarrow \bar{t} = \frac{x_0}{v_x^1} = \frac{y_0}{v_y^1}$$

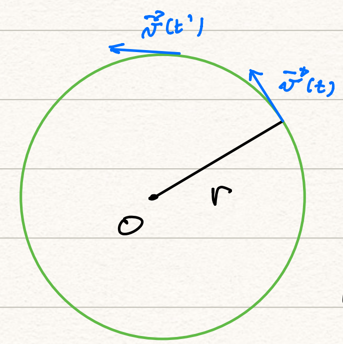
A quale quota si trova ② al tempo $\bar{t}$?

$$y_2(\bar{t}) = y_0 - \frac{1}{2} g \bar{t}^2 = y_0 - \frac{1}{2} g \left(\frac{y_0}{v_y^1}\right)^2$$

① e ② si trovano allo stesso istante nello stesso punto di coordinate $\left(x_0, y_0 - \frac{1}{2} g \left(\frac{y_0}{v_y^1}\right)^2\right)$. Quindi si scontrano!!

[Nota che questo è dovuto alla richiesta che il cannone sia puntato verso il punto da cui viene lasciato cadere ②, che implica la condizione $\frac{v_y^1}{v_x^1} = \frac{y_0}{x_0}$, che abbiamo usato più volte].

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

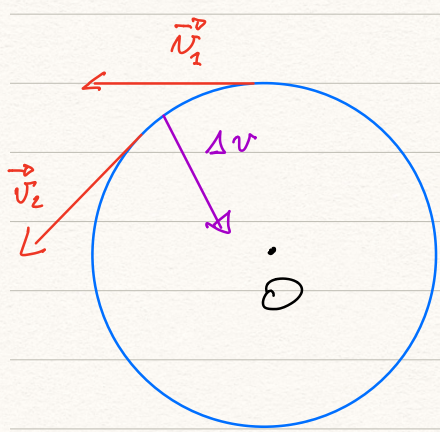


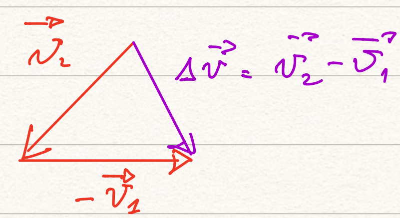
È il moto di un punto materiale che descrive una circonferenza con <u>MODULO DELLA VELOCITÀ</u> <u>COSTANTE</u>

Nota bene!! È un moto accelerato!

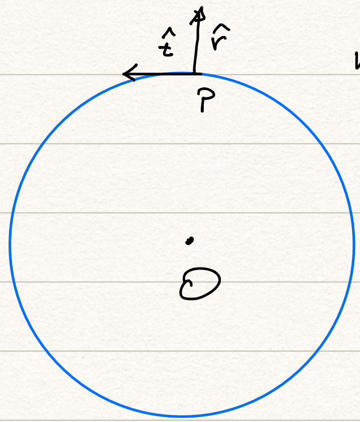
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0$$

perché il VETTORE velocità cambia nel tempo: MODULO COSTANTE <u>MA DIREZIONE VARIABILE</u>





Prendendo intervalli sempre più piccoli → accelerazione istantanea
→ costante
→ diretta verso il centro



Vettori unitari tangenziale ($\hat{t}$) e radiale ($\hat{r}$) alla circonferenza in P.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = a_t \hat{t} + a_r \hat{r}$$

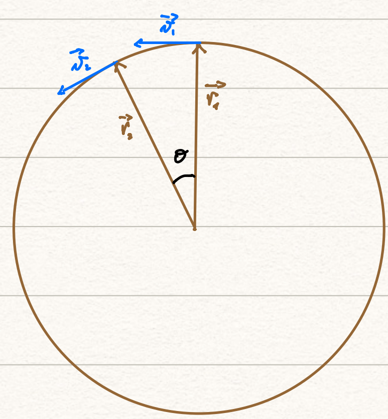
$$\vec{v} = v_t \hat{t} + v_r \hat{r}$$

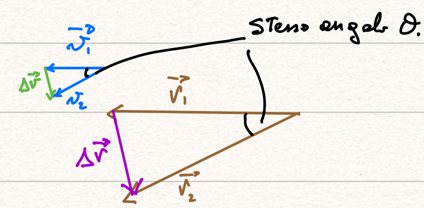
$$\Rightarrow a_t = \frac{dv_t}{dt} = 0$$ perché la velocità tangenziale è costante

Quindi $\vec{a} = a_r \hat{r}$ ha solo componente radiale, cioè è diretta verso il centro in ogni istante.

NOTA BENE! Questo è dovuto al fatto che stiamo considerando un moto circolare UNIFORME $\left(\frac{dv_t}{dt} = 0\right)$

Quanto vale a_r? Calcoliamo prima l'accelerazione media, poi quella istantanea.





$$\Rightarrow \frac{|\Delta\vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{r}$$

$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$

$\Rightarrow$ accelerazione media: $|\vec{a}_M| = \dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \dfrac{v\,|\Delta\vec{r}|}{r\,\Delta t}$

con v, r costanti, ma $\vec{v}, \vec{r}$ dipendenti dal tempo.

Ora possiamo calcolare l'accelerazione istantanea, prendendo il limite per $\Delta t \to 0$

Per un moto circolare uniforme:

$$|\vec{a}(t)| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{v}(t)|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v}{r} \frac{|\Delta \vec{r}(t)|}{\Delta t} =$$

$$= \frac{v}{r} \cdot \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}(t)|}{\Delta t}}_{|\vec{v}(t)| = v} = \frac{v^2}{r}$$

costante (perché v, r sono costanti)

Abbiamo già visto che la direzione di $\vec{a}$ è radiale e diretta verso il centro. Questa accelerazione si chiama CENTRIPETA:

$$\boxed{\vec{a} = -a_c \, \hat{r} \qquad \text{con} \quad a_c = \frac{v^2}{r}}$$

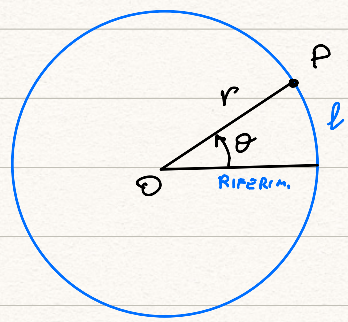
PERIODO: $\boxed{T = \frac{2\pi r}{v}}$ (= tempo impiegato a percorrere un giro completo)

Si misura in secondi

FREQUENZA $f = \frac{1}{T}$ è l'inverso del periodo

si misura in $s^{-1} = Hz$ (Hertz)

VELOCITÀ ANGOLARE: Possiamo indicare la posizione del punto sulla circonferenza tramite l'angolo fra il raggio che unisce il punto al centro e un raggio di riferimento:



Ricordiamo la definizione di radiante: $\boxed{\theta(\text{rad}) = \frac{l}{r}}$

(per esempio, dopo un giro, $l = 2\pi r$, quindi
$$\theta_{GIRO}(\text{rad}) = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{)}$$

In un moto circolare θ è una funzione del tempo: $\theta(t)$
Possiamo definire la velocità angolare come la derivata di θ rispetto al tempo:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

VELOCITÀ ANGOLARE (DEFINIZIONE GENERALE)

Con θ espresso in radianti!

Per un moto circolare uniforme $\omega(t)$ è costante nel tempo, quindi è uguale alla velocità angolare media:

$$\omega = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

ANGOLO GIRO

VELOCITÀ ANGOLARE PER UN MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Usando $T = \frac{2\pi r}{v}$ troviamo la relazione tra la velocità angolare ω e la velocità tangenziale v:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{2\pi r} = \frac{v}{r}, \quad v = \omega r}$$

Infine, possiamo esprimere l'accelerazione centripeta come

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r}$$

ESEMPIO: Approssimando l'orbita della Terra attorno al Sole con una circonferenza (in realtà è un ellisse), calcolare il valore dell'accelerazione centripeta.

Sappiamo che $r = 1.496 \cdot 10^{11}\, m$ (149 milioni di km)

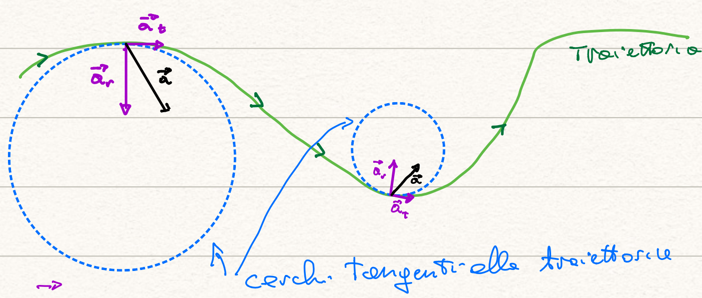
e inoltre $T = 360$ giorni $\simeq 3.16 \cdot 10^7\, s$

$$a_c = \omega^2 \cdot r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = \frac{4\pi^2 \cdot 1.496 \cdot 10^{11}\, m}{(3.16 \cdot 10^7)^2\, s^2}$$

$$= 5.93 \cdot 10^{-3}\, m/s^2$$

ACCELERAZIONE TANGENZIALE E RADIALE

Consideriamo ora un moto più generale su una traiettoria curva:

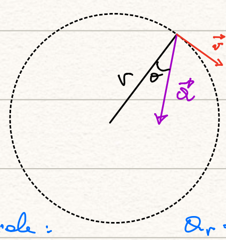


$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

L'accelerazione non è più puramente radiale, $\vec{a}_t \neq 0$

$|\vec{a}_t| = \left|\frac{dv}{dt}\right|$ $\qquad a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r}$ dove v è il modulo della velocità istantanea.

ESEMPIO:



$a = 15.0\ m/s^2$
$\theta = 30°$
$r = 2.50\ m$

TROVARE

1) Accelerazione radiale: $\quad a_r = -a\cos\theta = -15.0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\ m/s^2 = -13.0\ m/s^2$

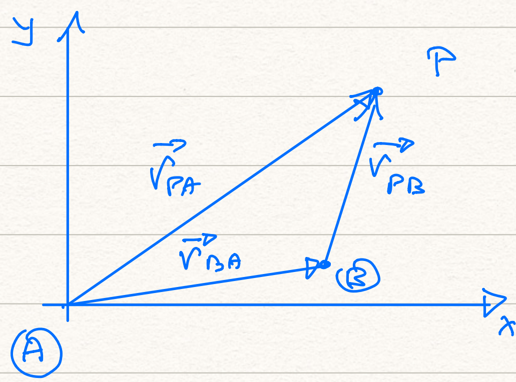
2) modulo della velocità: $\quad a_c = -a_r = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{-r \cdot a_r}$
$= 5.70\ m/s$

3) Accelerazione tangenziale: $\quad a_t = a \sin\theta = 15.0 \cdot \frac{1}{2}\ m/s^2$
$= 7.50\ m/s^2$

Velocità e accelerazioni relative:

Esempio:

Due osservatori A e B sono in moto l'uno rispetto all'altro con velocità $\vec{v}_{BA}$. Entrambi osservano un punto P in moto. Trovare la relazione tra i vettori posizione, velocità e accelerazione di P misurati da A e B rispettivamente.



Posizione:

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

Pos. misurata da B

Pos. misurata da A

Posizione relativa (= posizione di B misurata da A)

Velocità:

$$\frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} \Rightarrow \vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$

Vel. misurata da A

Vel misurata da B

Vel relativa

ACCELERAZIONE: $\frac{d\vec{v}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{BA}}{dt}$

$$\Rightarrow \vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{BA}$$

accelerazione di P misurata da A; accelerazione di P misurata da B; accelerazione relativa

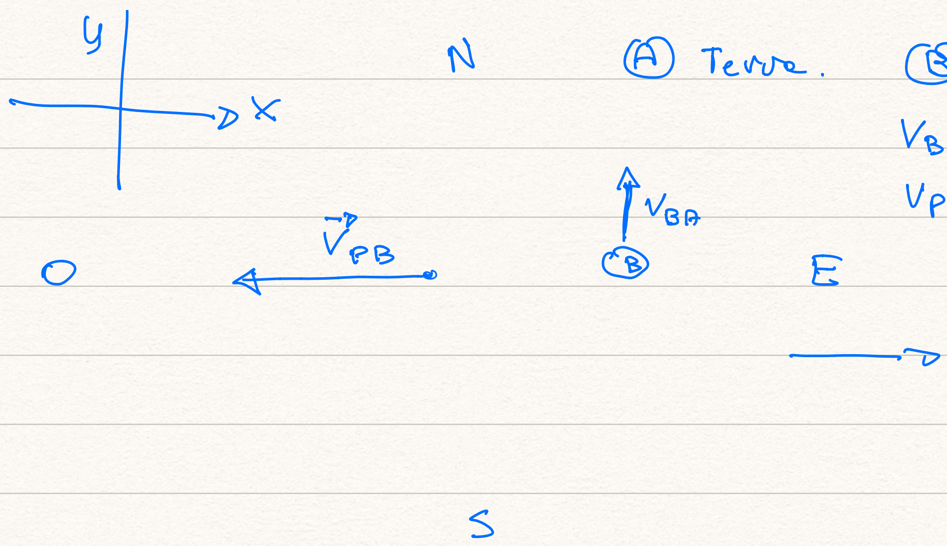
Nel caso speciale in cui i due osservatori (A) e (B) si muovono uno rispetto all'altro di moto rettilineo uniforme abbiamo le <u>TRASFORMAZIONI DI GALILEO</u>:

Moto rettilineo uniforme $\rightarrow$ $\vec{a}_{BA} = 0$, $\vec{v}_{BA}(t) = \vec{v}_{BA}$ costante

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_{PA}(t) = \vec{a}_{PB}(t) \\ \vec{v}_{PA}(t) = \vec{v}_{PB}(t) + \vec{v}_{BA} \\ \vec{r}_{PA}(t) = \vec{r}_{PB}(t) + \vec{v}_{BA} \cdot (t - t_0) \end{cases}$$

stesso accelerazione

<u>Esempio</u>: Un pilota di aeroplano osserva che la bussola indica la direzione OVEST. La velocità dell'aeroplano relativamente all'aria è di 150 km/h. È presente un vento di 30 km/h in direzione NORD. Calcolare la velocità dell'aeroplano rispetto al suolo.



(B) ARIA

$V_{BA} = 30\ km/h$

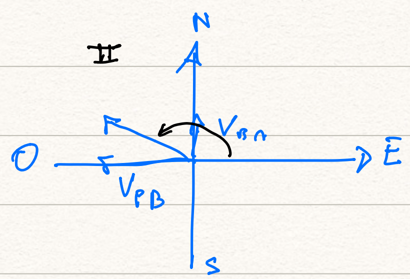
$V_{PB} = 150\ km/h$

Trovare $\vec{V}_{PA}$: $\vec{V}_{PA} = \vec{V}_{PB} + \vec{V}_{BA}$

$\vec{V}_{BA} = (0, +30)\ km/h$ $\quad$ $\vec{V}_{PB} = (-150, 0)\ km/h$

$\vec{V}_{PA} = (-150, +30)\ km/h$

$|\vec{V}_{PA}| = \sqrt{30^2 + 150^2}\ km/h = 153\ km/h$



$\theta = \arctg \frac{30}{-150} + \pi = 2.94\ rad = 169°$

L'aereo sta viaggiando a $153\ km/h$ in direzione Nord Ovest $(169° - 90° = 79°$ rispetto al NORD$)$.