

Argomento #13

Equilibrio Statico

Condizioni d'equilibrio di un corpo rigido.

Affinché un corpo rigido non abbia accelerazioni d'urto in tiro, né traslazionali né rotazionali, devono verificarsi due condizioni:

1) La risultante delle forze esterne è nulla:

$$\sum_i \vec{F}_{ext}^i = 0$$

2) La risultante dei momenti esterni calcolati

rispetto qualunque ore deve essere nulla:

$$\sum_i \vec{\tau}_{ext}^i = 0 \quad \text{per ogni ora.}$$

Se si realizzano entrambe le condizioni, e il corpo è inizialmente fermo in un dato sistema di riferimento, rimarrà fermo in quel sistema di riferimento.

In generale, le condizioni vettoriali 1) e 2) corrispondono a 6 condizioni scalari, 3 per ogni ora (x, y, z) per ogni condizione.

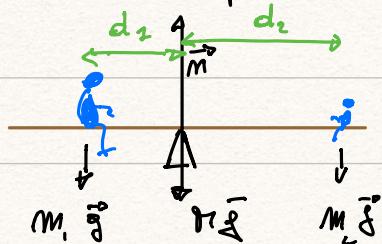
Nel caso in cui tutte le forze agiscono sullo stesso piano (forze copiane) le condizioni indipendentemente si riducono a 3: se il piano in questione e' il piano (x,y) abbiamo infatti:

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum \tau_z^{\text{ext}} = 0,$$

l'ultima perche' il momento di una forza nel piano (x,y) rispetto a un asse // all'asse z e' diretto lungo l'asse z .

Ricordiamo che per un corpo rigido la forza di gravità puo' essere pensata come applicata nel centro di massa e avendo modulo Mg .

ESEMPIO: Ancore sull'elioleme a due persone. La sbarra pesa M_0 .



L'elioleme e' in equilibrio. Trovare

- 1) La reazione \vec{M} del fulcro sulle sbarre
- 2) Il rapporto d_1/d_2 .

$$\vec{F}_{g_1} + \vec{F}_{g_2} + \vec{F}_{g_0} + \vec{M} = 0$$

condizione di equilibrio

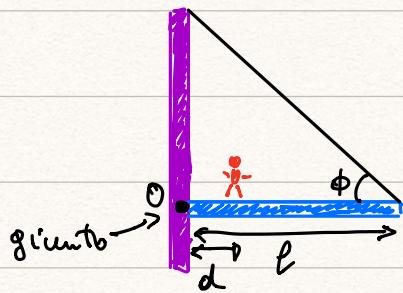
$$\vec{d}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{d}_2 \times \vec{F}_2 = 0$$

condizione d. equilibrio
rispetto alle del fulcro

$$\Rightarrow (M_1 + M_2 + M) g = m$$

$$\Rightarrow d_1 M_2 g - d_2 M_1 g = 0 \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{M_1}{M_2}$$

ESEMPIO (DIFFICILE!) In piedi su una trave orizzontale



Una trave orizzontale omogenea di lunghezza

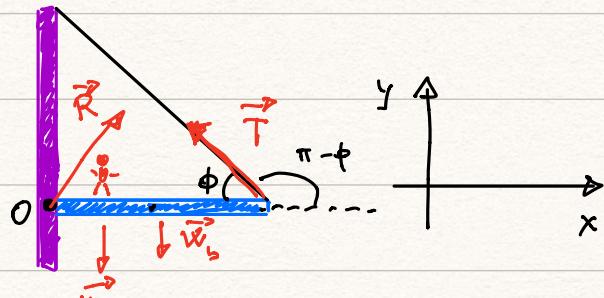
$l = 8.00 \text{ m}$ e pesante $W_b = 200 \text{ N}$, e' incannulata
ad una parete con un giunto smodato.

L'altra estremita' e sorretta da un cavo che

forma un angolo $\phi = 53.0^\circ$ con la trave.

Se una persona di peso $W_p = 600 \text{ N}$ e' in
piedi sulla trave a $d = 2.00 \text{ m}$ dalla parete
si trovino la tensione del cavo e la
forza esercitata dalla parete sulla trave.

Forze in gioco:



La tensione \vec{T} e' diretta lungo il cavo. Dato che le forze

Possono essere dirette lungo l'asse y , la reazione del giunto, \vec{R} , deve bilanciare la componente x di \vec{T} , per cui deve avere la direzione indicata in figura.

Condizioni di equilibrio per le forze:

$$\text{Axe } x: R_x - T \cos \phi = 0$$

$$\text{Axe } y: R_y + T \sin \phi - W_p - W_b = 0$$

Condizione che eq. per i momenti rispetto a O ,

$$Z_z = -W_p d - W_b \frac{l}{2} + l T \sin(\pi - \phi) = 0$$

$$-W_p d - W_b \frac{l}{2} + l T \sin \phi = 0 \quad \hookrightarrow = \sin \phi$$

3 equazioni; 3 incognite: T, R_x, R_y

$$T = \frac{W_p d + W_b \frac{l}{2}}{l \sin \phi} = \frac{(600 \cdot 2.00 + 200 \cdot \frac{2.00}{2}) \text{ N} \cdot \text{m}}{8.00 \sin 53^\circ \text{ m}} = \\ = 313 \text{ N}$$

$$R_x = T \cos \phi = 313 \cdot \cos 53^\circ \text{ N} = 188.5 \text{ N}$$

$$R_y = -T \sin \phi + W_p + W_b = -313 \cdot 0.8 + 200 + 600 = 550 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 581.4 \text{ N}$$

$$\phi = \arctan \frac{R_y}{R_x} = 71.1^\circ$$