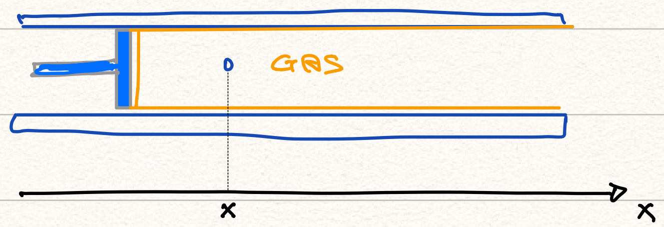
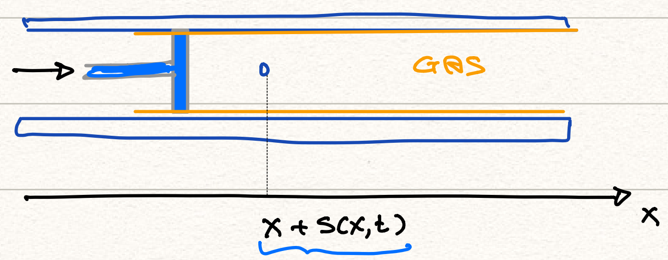
Argomento #18

Onde acustiche (o sonore)

Consideriamo la propagazione di un'onda di pressione (longitudinale) in un tubo. A un'estremità del tubo si trova un pistone che permette di variare la pressione nel tubo



Posizione di equilibrio dell'elemento di fluido

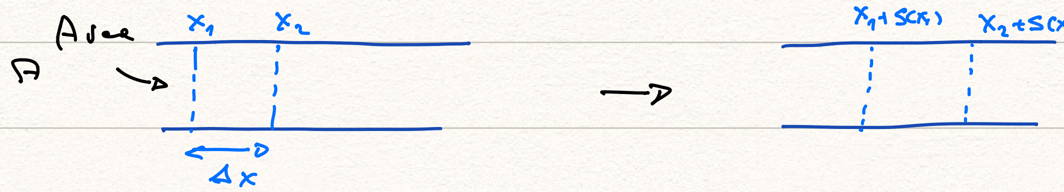


Posizione dell'elemento di fluido perturbato

Immaginiamo di muovere il pistone in avanti e indietro con moto armonico di pulsazione ω. Allora un generico elemento di fluido verrà spostato dalla sua posizione di equilibrio, x, di una quantità

$$s(x,t) = s_{max}\cos(kx-\omega t),$$

La pressione nel fluido varierà con la stessa pulsazione.
Infatti il gas subirà compressioni e rarefazioni.



Volume imperturbato: $V_i = A\Delta x$ $\rightarrow$ Volume perturbato:

$$V_p = A\left(x_2+s(x_2)-x_1-s(x_1)\right)$$
$$= A(x_2-x_1)+A(s(x_2)-s(x_1))$$
$$= A\Delta x + A\Delta s$$

Quindi $\Delta V = V_p - V_i = A\Delta s$

La variazione di volume implica una variazione di pressione data da:

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V_i} = -B\frac{\Delta s}{\Delta x}$$

B = modulo di comprimibilità (dipende dalle caratteristiche del fluido)

Compressione $\rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow \Delta P > 0$

Considerando distanze e variazioni di posizione infinitesime:

$$\Delta P = -B\frac{\partial s}{\partial x} = B\, s_{MAX}\, k \sin(kx-\omega t)$$

$s(x,t) = s_{MAX}\cos(kx-\omega t)$

Nota che ΔP max dove $s(x,t)=0$, e $\Delta P = 0$ dove $s = s_{MAX}$

Il modulo di compressibilità B è legato alla velocità dell'onda acustica e alla densità del mezzo da

$$\underset{\text{velocità dell'onda}}{v} = \sqrt{\frac{B}{\underset{\text{densità}}{\rho}}}$$

Quindi possiamo scrivere:

$$B = v^2 \rho \qquad k = \omega / v$$

$$\Delta P = B s_{MAX} k \sin(kx - \omega t) =$$

$$= v^2 \rho s_{MAX} \frac{\omega}{v} \sin(kx - \omega t)$$

$$= \rho v \omega s_{MAX} \sin(kx - \omega t)$$

e, in particolare:

$$\boxed{\Delta P_{MAX} = \rho v \omega s_{MAX}} .$$

Intensità delle onde acustiche periodiche

Un'onda acustica trasporta energia, a cui è associata una potenza. Questa è data da

$$Pot. = \vec{F} \cdot \vec{v}_x .$$

La forza è data dalla differenza di pressione che si esercita sull'area A, la velocità è la variazione della posizione degli elementi di fluido nel tempo:

$\vec{F} = \Delta P \cdot A\, \hat{z}$, $\vec{v}_x = \frac{\partial s(x,t)}{\partial t}\,\hat{z}$. Quindi

$$\text{Pot.} = \Delta P A \frac{\partial s(x,t)}{\partial t}$$
$$= A \rho v \omega s_{max} \sin(kx-\omega t) \frac{\partial}{\partial t}\left[s_{max} \cos(kx-\omega t) \right] =$$
$$= A \rho v \omega^2 s_{max}^2 \sin^2(kx-\omega t).$$

La potenza dipende sia da x che da t. Mettiamoci in $x=0$ e calcoliamo la potenza media su un periodo T:

$$\text{Pot}\big|_{\substack{(x=0)\\ MEDIA}} = A \rho v \omega^2 s_{max}^2 \frac{1}{T}\int_0^T dt \sin^2(0-\omega t)$$

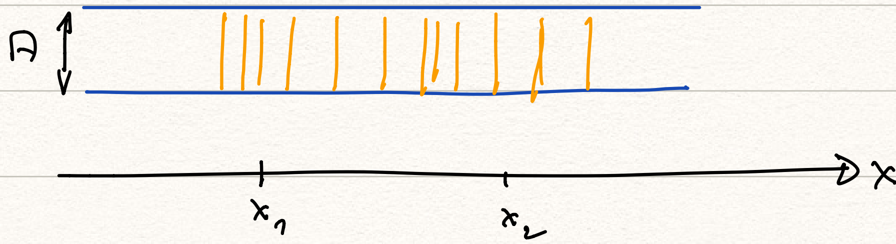
$$\left[\frac{1}{T}\int_0^T dt \sin^2(\omega t) = \frac{1}{T}\left[\frac{t}{2} + \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega} \Big|_0^T \right] = \frac{1}{2} \right.$$
$$\left. \left(\sin(2\omega T) \underset{\substack{\uparrow\\ T=\frac{2\pi}{\omega}}}{=} \sin(4\pi) = 0 \right) \right]$$

Quindi $\text{Pot.}\big|_{\substack{(x=0)\\ MEDIA}} = \frac{1}{2} A \rho v \omega^2 s_{max}^2$.

Si definisce Intensità di un'onda, l'energia per unità di tempo che attraversa una superficie unitaria perpendicolare alla propagazione dell'onda:

$$\boxed{I = \frac{\text{Pot}\big|_{MEDIA}}{A} = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_{max}^2 = \frac{1}{2}\frac{(\Delta P_{max})^2}{\rho v}}$$

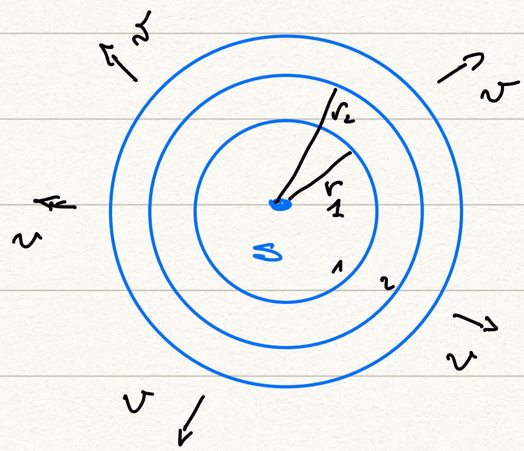
Se l'onda si muove in un tubo, l'intensità rimane costante (trascurando la dissipazione) in ~~tutti~~ i punti:



$$Pot|_{MEDIA}(x_1) = Pot|_{MEDIA}(x_2) \Longrightarrow I(x_1) = \frac{Pot|_{MEDIA}(x_1)}{A} = \frac{Pot|_{MEDIA}(x_2)}{A} = I(x_2)$$

$$I(x_1) = I(x_2) \Longleftarrow$$ Moto dell'onda in una dimensione

Diversamente, per un'onda sonora che si propaga in ~~tutte~~ le direzioni, abbiamo onde sferiche:



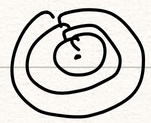
La potenza distribuita sulla superficie sferica a distanza r_1 deve essere uguale a quella distribuita su r_2:

$$\Rightarrow I(r_1) = \frac{Pot|_{MEDIA}(r_1)}{4\pi r_1^2}, \qquad I(r_2) = \frac{Pot|_{MEDIA}(r_2)}{4\pi r_2^2}$$

$$Pot|_{MEDIA}(r_1) = Pot|_{MEDIA}(r_2) \Rightarrow \boxed{I(r_1) = I(r_2)\,\frac{r_2^2}{r_1^2}}$$

Onda sferica in 3 dimensioni

[Per un'onda che si muove su una superficie bidimensionale:



$$I(r_1) = I(r_2)\,\frac{r_2}{r_1}$$]

Es: Limiti uditivi: I suoni più deboli percepibili dall'orecchio umano a una frequenza di 1000 Hz corrispondono a un'intensità $I_{MIN} \simeq 1.00\cdot 10^{-12}\ W/m^2$. Quelli più intensi tollerabili alla stessa frequenza sono di $I_{MAX} = 1.00\ W/m^2$, la SOGLIA DEL DOLORE.

Quali sono le ampiezze di pressione e di spostamento in questi casi limite? [$v = 343\ m/s$ in aria a $T = 20°C$

$\rho = 1.20\ kg/m^3$ " "]

Usiamo $\Delta P = \sqrt{2\rho v I}$, $\quad s = \dfrac{\Delta P}{\rho v \omega}$

Per il minimo suono percepibile, $I_{MIN} = 1.00\cdot 10^{-12}\ W/m^2$, troviamo,

$$\Delta P = 2.87 \cdot 10^{-5}\ N/m^2 \ , \quad S = 1.11 \cdot 10^{-11}\ m = 1.11 \cdot 10^{-2}\ mm$$

minima variazione di pressione e spostamento percepibili dall'orecchio umano.

Noto che la pressione atmosferica è $P_0 \sim 10^5\ N/m^2$

$\Rightarrow \dfrac{\Delta P}{P_0} \sim 3 \cdot 10^{-10}$! Il nostro orecchio può percepire variazioni di 3 parti su 10^{10}!

Anche il minimo S è piccolissimo, $O(10^{-2}\ mm)$! Una molecola ha dimensioni tipiche $\sim 10^{-1}\ mm$!

Le intensità corrispondenti alla soglia del dolore sono 12 ordini di grandezza più grandi delle minime. Dato che sia ΔP che S sono proporzionali a $\sqrt{I}$, i valori corrispondenti sono 6 ordini di grandezza superiori a quelli minimi:

$$\Delta P\big|_{dolore} \simeq 10^6\ \Delta P|_{MIN} = 28.7\ N/m^2$$

$$S|_{dolore} \simeq 10^6\ S|_{MIN} = 1.11 \cdot 10^{-5}\ m.$$

Livelli del suono in Decibel

Dall'esempio precedente impariamo che il range di valori di intensità udibili è molto vasto.
Conviene definire una misura di intensità in scala logaritmica, anziché in W/m^2:

LIVELLO DI INTENSITÀ

$$\beta \equiv 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}, \quad \text{dove } I_0 = 1.00 \cdot 10^{-12}\ W/m^2$$

Intensità di riferimento (soglia dell'udibilità)

β si misura in decibel (dB).

Per esempio: 1) soglia dell'udibilità: $I = I_0 \Rightarrow \beta = 10 \log \frac{I_0}{I_0} = 0\ dB$

2) Soglia del dolore: $I = 1.00\ W/m^2 \Rightarrow \beta = 10 \log_{10} \frac{1}{10^{-12}} = 120\ dB$

Quiz: Se aumento l'intensità di un suono di un fattore 100, di quanto aumenta il livello di intensità?

a) 100 dB, b) 20 dB, c) 10 dB, d) 2 dB

$I_2 = I_1 \cdot 100$ $\qquad$ $\beta_1 = 10 \log_{10} \frac{I_1}{I_0}$

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} =$$

$$= 10 \log \frac{100 \cdot I_1}{I_2} = 10\left(\log \frac{I_1}{I_2} + \underbrace{\log_{10} 100}_{2}\right) = \beta_1 + \underline{\underline{20}}$$ risposta b).

ESEMPIO: Due macchine identiche si trovano alla stessa distanza da un operaio, che dalla sua postazione di lavoro riceve da ciascuna macchina un suono di intensità $I = 2.0 \cdot 10^{-7}\ W/m^2$.

Trovare: a) il livello sonoro udito dall'operaio quando una sola macchina è in funzione;

b) il livello percepito quando lavorano entrambe.

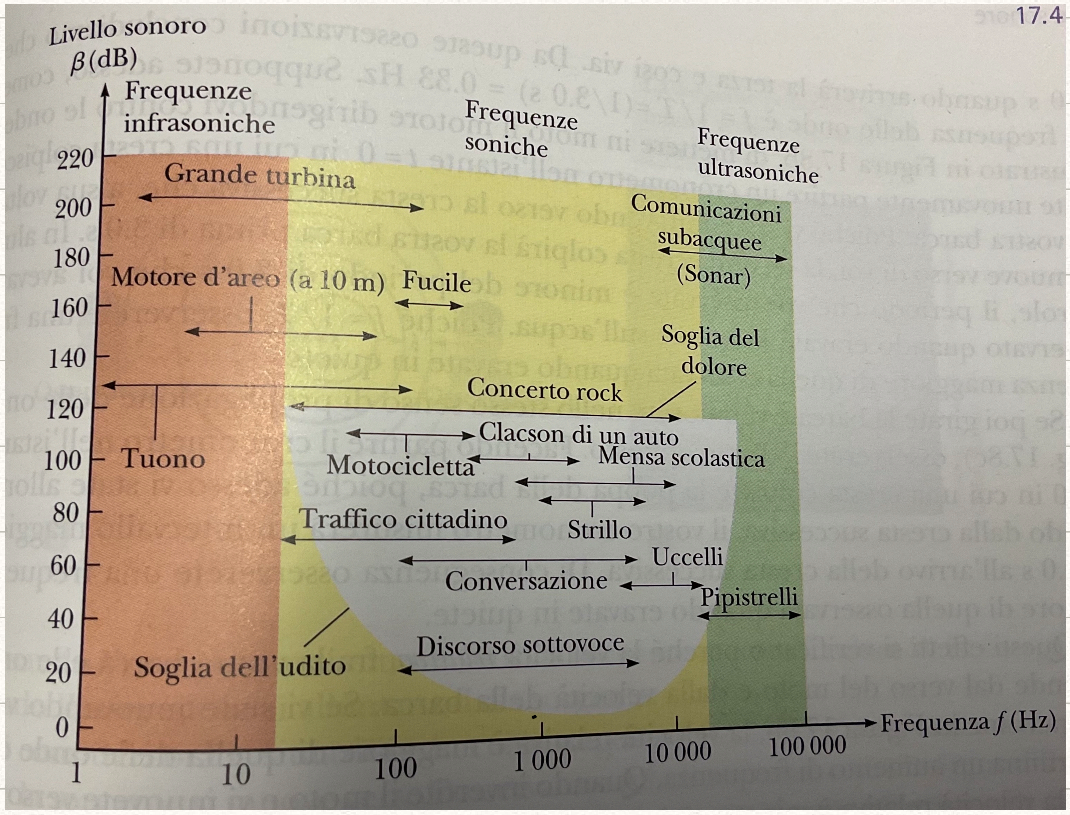
a) $$\beta_1 = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{2 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log_{10} 2 \cdot 10^5 = 53\,dB$$

b) $$\beta_2 = 10 \log_{10} \frac{2I}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} + 10 \log_{10} 2 = \beta_1 + 3\,dB = 56\,dB$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

La soglia uditiva in generale dipende dalla frequenza del suono. A 1000 Hz come abbiamo visto questa corrisponde a 0 dB, cioè a $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$. A 100 Hz invece questa vale ~ 30 dB cioè a $I = 10^3 I_0$.

LIVELLO SONORO IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA



da Serway - Jewett
"Fisica" EdiSES

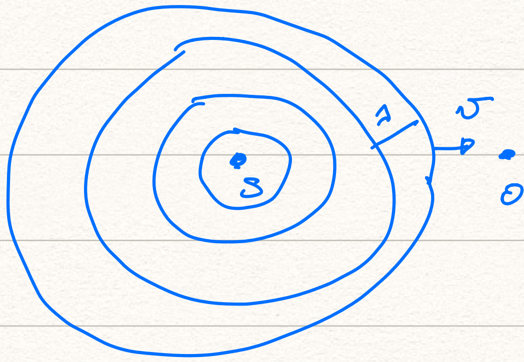
Effetto Doppler

Quando tra sorgente sonora e ricevitore c'è una velocità relativa la frequenza ricevuta cambia rispetto al caso in quiete. Questo fenomeno prende il nome di "Effetto Doppler".

Sia f_s la frequenza della sorgente, λ la lunghezza d'onda e v la velocità del suono.

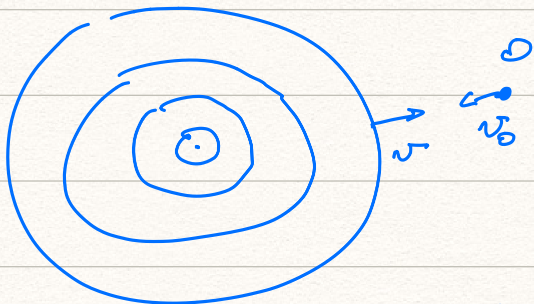
Se sia il ricevitore che la sorgente sono a riposo, $v_0 = v_S = 0$ (ricevitore: v_0; sorgente: v_S)

il ricevitore misura una frequenza $f_0 = \frac{v}{\lambda} = f_s$.



Arrivano $\frac{v}{\lambda}$ fronti d'onda al secondo. $\frac{v}{\lambda} = f_s = f_0$

Se invece il ricevitore si muove verso la sorgente con velocità v_0 la velocità relativa rispetto ai fronti d'onda aumenta



e O ne misura $\frac{v+v_0}{\lambda}$ al secondo. Quindi la frequenza misurata è

$$f' = \frac{v+v_0}{\lambda} = \frac{v+v_0}{v} \underbrace{\frac{v}{\lambda}}_{\frac{v}{\lambda}=f} = \left(\frac{v+v_0}{v}\right) f$$

Quindi $f' > f$, la frequenza aumenta muovendosi verso la sorgente. Se invece O si allontana da S, si ha

$$f' = \frac{v-v_0}{v} f < f$$

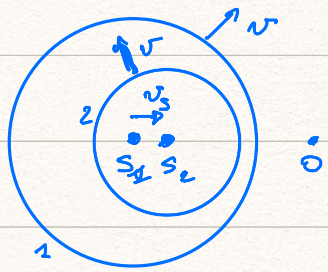
, e la frequenza diminuisce.

Quindi possiamo raggruppare le due situazioni scrivendo

$$f' = \frac{v+v_0}{v}\, f$$

con $v_0>0$ se O si muove verso S, e $v_0<0$ se O si allontana da S,

Ora supponiamo che sia la sorgente a muoversi verso O. La velocità del suono rispetto al mezzo, v, è sempre la stessa, ma i fronti d'onda vengono emessi in posizioni diverse della sorgente.



Quindi O riceverà fronti d'onda a distanza $\lambda' = \lambda - \Delta\lambda$

dove $\Delta\lambda = v_s T = \frac{v_s}{f}$

La frequenza misurata da O è quindi:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda-\Delta\lambda} = \frac{v}{v-v_s}\, f > f \quad \text{se } v_s>0$$

$\lambda = \frac{v}{f}$

$\Delta\lambda = \frac{v_s}{f}$

Se $v_s<0$, cioè se la sorgente si allontana da O, avrò $f'<f$.
Combinando le due situazioni, cioè ammettendo che sia v_0 che v_s possano essere diverse da zero, si ha l'espressione dell'effetto Doppler:

$$\boxed{f' = \frac{v+v_o}{v-v_s} f}$$

v = velocità suono nel mezzo

v_o = velocità ricevitore

v_s = velocità sorgente

Effetto Doppler

$v_o, v_s > 0 \to$ avvicinamento

$v_o, v_s < 0 \to$ allontanamento.

NB: v, v_s e v_o sono le velocità rispetto al riferimento in cui il fluido (aria...) è a riposo!

Vale non solamente per le onde sonore, ma per tutti i tipi di onde. Per quelle elettromagnetiche vale una versione modificata dai principi della teoria della relatività speciale

$$\Rightarrow \boxed{f' = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}\, f}$$

dove c = velocità della luce

effetto Doppler relativistico

v = velocità relativa tra S e O.

Misurando il red-shift ($f' < f$) o il blue-shift ($f' > f$) dei corpi celesti lontani è possibile risalire alla loro velocità di allontanamento o avvicinamento rispetto alla Terra.

ES: Effetto Doppler nei sottomarini.

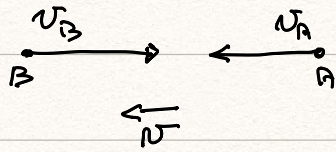
Il sottomarino A viaggia in acqua a $v_A = 8.00\ m/s$ emettendo un'onda sonora di $f = 1400\,Hz$. La velocità del suono in acqua è $v = 1533\,m/s$. Il sottomarino B viaggia verso A, a $v_B = 9.00\,m/s$.

1) Trovare la frequenza misurata da B;

2) B incrocia A. Quando si allontana, quale frequenza misura B?

3) Mentre si stanno ancora avvicinando, parte del suono emesso da A viene riflesso da B e torna verso A. Qual frequenza riceve A?

1)



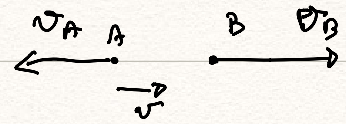
$f = 1400\,Hz$ A: sorgente, B: ricevitore

$$f_B^{1)} = \frac{v + v_B}{v - v_A} f \qquad \text{con } v_B = +9.\,m/s$$

$v_A = +8\,m/s$ ↑ A si allontana da B

$$\Rightarrow f' = \frac{(1533 + 9.0)\,m/s}{(1533 - 8.0)\,m/s}\,\underset{\substack{\uparrow\\ 1400\,Hz}}{f} = 1416\,Hz$$

2)

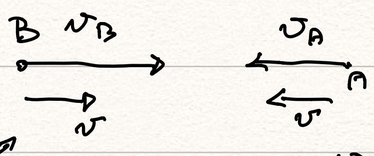


$$f_B^{2)} = \frac{v + v_B}{v - v_A} f \qquad \text{ma ora}$$

$v_B = -9.00\,m/s$

$$\Rightarrow f_B = 1385\,Hz \qquad v_A = -8\,m/s$$

3)



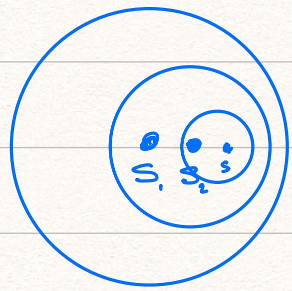
onda di frequenza $f_B^{1)}$ riflessa da una sorgente a velocità v_B

$$f_A = \frac{v + v_A}{v - v_B}\,\underset{\substack{\downarrow\\ 1416\,Hz}}{f_B^{1)}} \qquad v_A = +8\,m/s \qquad v_B = +9\,m/s$$

$$= 1432\,Hz$$

Onde d'urto.

Consideriamo una sorgente in moto a velocità $v_s < v$:

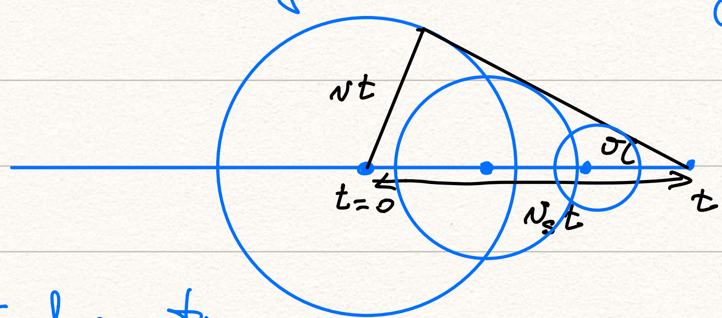


Per $v_s \to v$

velocità del suono

tutti i fronti d'onda si accumulano davanti alla sorgente in moto, perché essi hanno velocità $v - v_s \to 0$ rispetto a essa.

Per $v_s > v$ la sorgente si lascia i fronti d'onda alle spalle.



L'angolo θ formato dall'inviluppo dei fronti d'onda con la direzione del moto è dato da: $v_s t \cdot \sin\theta = v t$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{v}{v_s}} \quad \left(\leq 1 \text{ perché } v_s > v\right)$$

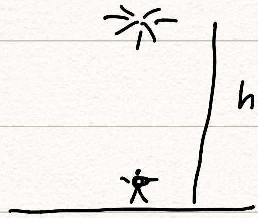
$$= \frac{1}{N_M} \leftarrow \text{NUMERO DI MACH} \quad \left(N_M = \frac{v_s}{v}\right)$$

ES: Un fuoco d'artificio esplode a 100 m di altezza.
Un osservatore a terra sotto l'esplosione registra un suono di intensità $I = 7.00 \cdot 10^{-2}\ W/m^2$ per $0.200\ s$.

a) Qual è l'energia totale emessa nell'esplosione?

b) Qual è il livello sonoro (in dB) udito dall'osservatore?

a):



$\Delta t = 0.200\ s$

$$E_{TOT} = I \cdot \Delta t \cdot 4\pi h^2 = 7 \cdot 10^{-2}\ W/m^2 \cdot 0.200\ s \cdot 4\pi (100\ m)^2$$

$$= 1.760\ J$$

b) $$\beta = 10 \operatorname{Log}_{10} \frac{I}{I_0} = 10 \operatorname{Log} \frac{7 \cdot 10^{-2}}{10^{-12}}\ dB = 108\ dB$$

— o — o —

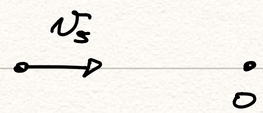
ES: Autovelox acustico:

A) Ambulanza in avvicinamento (ricevitore fermo) $\rightarrow f_A = 560\ Hz$

B) " " allontanamento (" ") $\rightarrow f_B = 480\ Hz$.

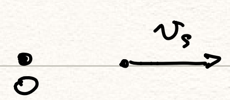
Trovare la velocità dell'ambulanza.

A)



$$f_A = \frac{v}{v - v_s} f$$

B



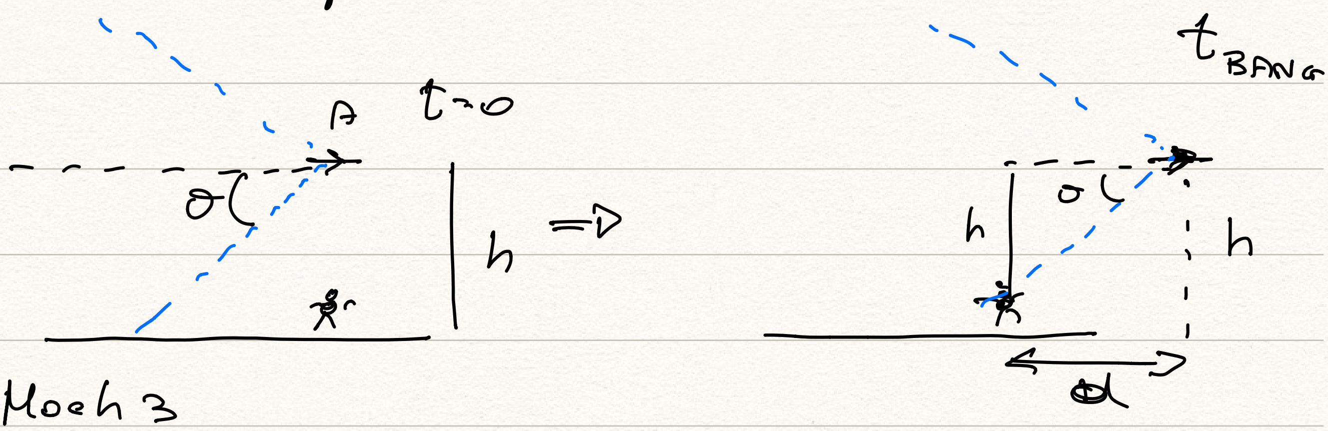
$$f_B = \frac{v}{v + v_s} f$$

$$\Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{v + v_s}{v - v_s} \qquad v\left(\frac{f_A}{f_B} - 1\right) = v_s\left(1 + \frac{f_A}{f_B}\right)$$

$$\Rightarrow \quad v_s = \frac{f_A - f_B}{f_A + f_B} \underbrace{v}_{343\ m/s} = 26.4\ m/s$$

— o — o —

ES: BANG supersonico:



v_A = Mach 3

$h = 20000\ m$

Trovare t_{BANG} e d. (Usare $v_{SUONO} = 335\ m/s$)

$$v_A = 3 \cdot v_{SUONO}$$

$$\sin\theta = \frac{v_{SUONO}}{v_A} = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta = 0.34\ rad$$

$$d \tan\theta = h \qquad d = \frac{h}{\tan\theta} = \frac{20000\ m}{\tan(0.34)} = 56570\ m$$

$$t_{BANG} = \frac{d}{v_A} = \frac{56570\ m}{3 \cdot 335\ m/s} = 56.29\ s$$

— o — o —