Le leggi del Moto / La Dinamica

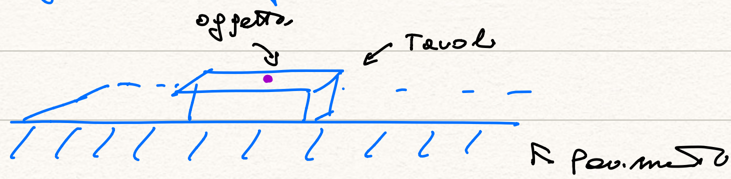
- Il concetto di forza
- La prima legge di Newton e i sistemi inerziali
- La massa
- La seconda legge di Newton
- La forza gravitazionale e il peso
- La terza legge di Newton
- Le forze di attrito.

—— o —— o ——

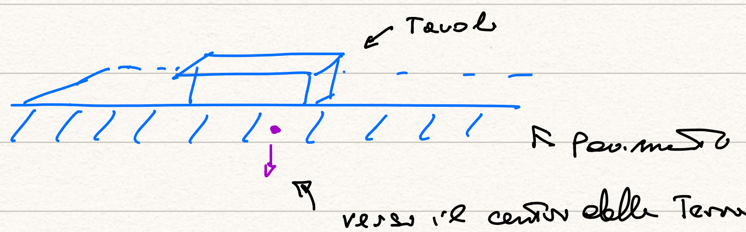
Fino ad ora abbiamo studiato la CINEMATICA, ossia la descrizione dei moti, senza prendere in considerazione le interazioni di questi corpi.
Tutti gli oggetti di cui si occupa la Fisica hanno INTERAZIONI, altrimenti non potremmo vederli, toccarli, pesarli, misurarli, ecc. ecc.
Tutte le interazioni che sperimentiamo abitualmente sono riconducibili a due INTERAZIONI FONDAMENTALI: l'interazione GRAVITAZIONALE, che coinvolge tutti i corpi dotati di massa/energia ($E = mc^2$), cioè tutti i corpi noti, e l'interazione ELETTROMAGNETICA, che coinvolge tutti i corpi dotati di CARICA ELETTRICA: elettroni (−), protoni (+), ma anche altre particelle elementari esistenti in natura.
Esistono poi altre due interazioni fondamentali,

(INT. FORTI e INT. DEBOLI) che però riguardano il mondo subatomico, di cui non ci occuperemo.
La durezza degli oggetti, la loro elasticità, densità, ecc. sono proprietà MACROSCOPICHE, che dipendono da come sono disposti gli atomi e le molecole che lui compongono. Questo è determinato dall'interazione elettromagnetica. Ad esempio la durezza del diamante rispetto all'acqua è un effetto della diversa struttura molecolare dei due materiali.
Per descrivere il comportamento di oggetti macroscopici (p. es: il libro sul tavolo, il pallone da calcio, una molla) è spesso troppo complicato, e inutile, studiare nel dettaglio la struttura molecolare degli oggetti. Quindi li descriveremo tramite le loro proprietà macroscopiche: densità, elasticità (rigidezza) fluidità, ...
MA ricordiamo sempre che queste proprietà sono la conseguenza di interazioni tra corpi!

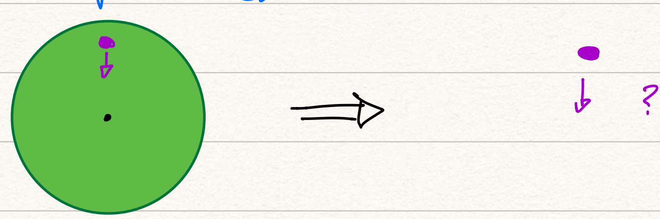
Prima di studiare l'effetto delle interazioni sul moto dei corpi (= DINAMICA) facciamo un esperimento mentale. Consideriamo un corpo, per semplicità il "solito" punto materiale, e immaginiamo di "spegnere" tutte le sue interazioni col resto del mondo. Facciamolo per gradi. Cominciamo dall'appoggiare l'oggetto su un tavolo:



L'oggetto rimane fermo sul tavolo perché il tavolo è "duro". Cioè perché le sue molecole impediscono a quelle dell'oggetto di penetrarlo. Immaginiamo di "spegnere" le interazioni tra molecole:



A questo punto non ci sarà più resistenza da parte dei materiali (spenta la forza elettromagnetica) e l'oggetto precipita verso il centro della Terra, da cui è attratto a causa della forza di Gravità. Ma se ora spegniamo anche la forza di Gravità cosa succede? Immaginiamo che la Terra, il Sole e tutti i pianeti scompaiano all'istante:

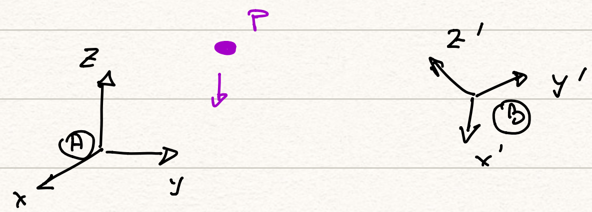


Come si muove il punto materiale in assenza di forze di qualunque tipo agenti su di esso?

In presenza della Terra, abbiamo visto, il corpo viene accelerato verso il centro. Ma se la Terra sparisce non c'è più nulla verso cui venir accelerati.
Quindi si ferma? NO! Perché mai dovrebbe decelerare? Non c'è nessun motivo (l'attrito non esiste più, anche lui è causato dalla struttura dell'aria).
Quindi devia la sua traiettoria? NO! Verso quale direzione dovrebbe farlo?

L'unica possibilità logica è che il corpo prosegua in un moto rettilineo e uniforme, con la velocità che aveva al momento in cui è stata "spenta" la forza di gravità!

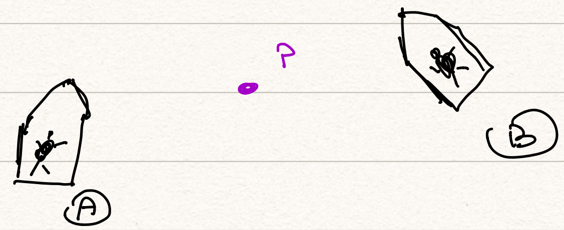
Dato che abbiamo imparato che per descrivere un moto devo specificare un sistema di riferimento, devo dire in quale riferimento vale l'affermazione precedente (in rosso).



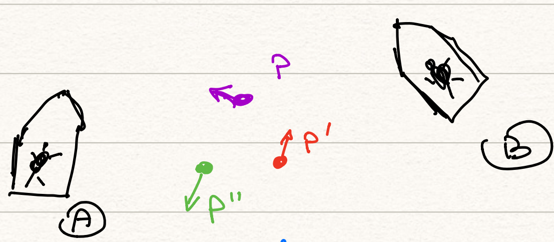
RICORDIAMO CHE $\quad \vec{a}_{PB} = \vec{a}_{PA} + \vec{a}_{AB}$

Quindi, se P si muove di moto rettilineo e uniforme rispetto ad (A), cioè se $\vec{a}_{PA} = 0$, esso si muove di moto rettilineo uniforme rispetto a B solo se l'accelerazione relativa tra (A) e (B) è nulla, $\vec{a}_{AB} = 0$, cioè se (A) e (B) si muovono di moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro.

ES:

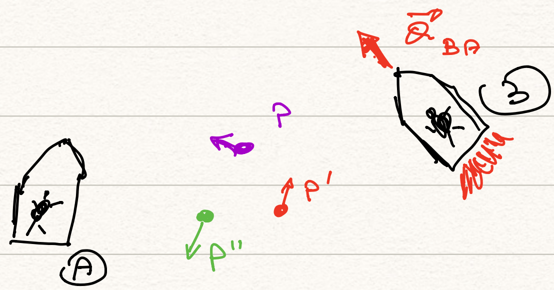


Nello spazio profondo, le navicelle (A) e (B) coi RAZZI SPENTI, si muovono di moto rettilineo e uniforme l'una rispetto all'altra, $\vec{a}_{AB} = 0$, e entrambi vedono P muoversi di moto rettilineo uniforme, $\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} = 0$, con velocità in generale diverse $\vec{v}_{PA} \neq \vec{v}_{PB}$, ma entrambe costanti.



Questo vale anche per il moto di tutti gli altri corpi NON SOGGETTI A INTERAZIONI.

Se invece uno dei due osservatori accende i motori, comincia ad accelerare rispetto ad Ⓐ e



rispetto a tutte le altre particelle, che avranno, dal suo punto di vista, tutte la stessa accelerazione:

$$\vec{a}_{PB} = \vec{a}_{PA} + \vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AB} \qquad (\vec{a}_{PA} = 0)$$

$$\vec{a}_{P'B} = \vec{a}_{P'A} + \vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AB}$$

$$\vdots$$

$$\vec{a}_{PB} = \vec{a}_{P'B} = \dots = \vec{a}_{AB} .$$

In questo caso Ⓐ si dice "OSSERVATORE INERZIALE", mentre Ⓑ è un "OSSERVATORE NON INERZIALE".
Nel caso precedente (motori di Ⓑ spenti) anche Ⓑ è un osservatore inerziale, perché si muove di moto rettilineo uniforme rispetto all'osservatore Ⓐ.

Possiamo riassumere tutto quanto visto finora così:

" In assenza di interazioni tutti i corpi si muovono l'uno rispetto all'altro di MOTO RETTILINEO UNIFORME "

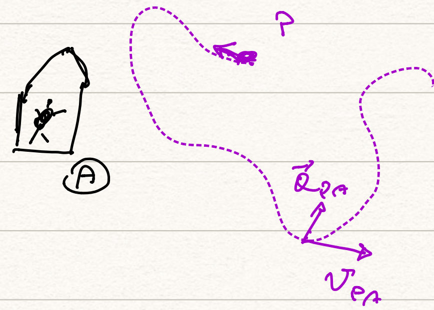
Notiamo che anche la spinta dei motori è un'interazione, che rende l'osservatore (B), a motori accesi, non inerziale.

La frase in rosso è un enunciato della prima legge di Newton della DINAMICA.

Detto in altri termini, la risposta alla domanda "PERCHÉ I CORPI SI MUOVONO?" è semplicemente: "E PERCHÉ NON DOVREBBERO MUOVERSI?". Lo "stato naturale" in assenza di interazioni, è il moto rettilineo uniforme, un moto eterno con velocità sempre costante!

Per modificare lo stato di moto rettilineo uniforme, cioè per cambiare $\vec{v}$, e dare quindi un'accelerazione al corpo ($\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$), è necessario accendere le interazioni. Se, come osservatore inerziale, misuro un'accelerazione di un corpo P, vuol dire che questo interagisce con qualcos'altro e quindi su di lui AGISCE UNA FORZA.

Quindi, la FORZA NON CAUSA IL MOTO, LA FORZA CAUSA I CAMBIAMENTI DI MOTO → ACCELERAZIONI



L'accelerazione è dovuta a una FORZA!

$$\vec{a}_P \propto \vec{F}_P$$

Forza Totale agente su P.

$\vec{F}_P = 0 \Rightarrow \vec{a}_P = 0 \Rightarrow$ MOTO RETTILINEO UNIFORME

- Notiamo che $\vec{a}_P$ è un vettore, e quindi deve esserlo anche $\vec{F}_P$.
- La costante di proporzionalità si chiama MASSA INERZIALE del corpo P (o meglio, la sua inversa):

$$\vec{F}_P = m_P \, \vec{a}_P$$ dove $\vec{a}_P$ è misurata da un osservatore inerziale.

Questo è il <u>SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA DI NEWTON</u>: "Misurata in un sistema di riferimento inerziale, l'accelerazione di un corpo P è data dalla somma vettoriale di tutte le forze applicate al corpo P, divisa per la massa del corpo stesso:

$$\vec{a}_P = \frac{\vec{F}_P}{m_P}$$ "

(N.B. $\vec{F}_P = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_P^{\,i} = \vec{F}_P^{\,1} + \dots \vec{F}_P^{\,N}$, è la somma vettoriale di tutte le N forze agenti su P).

(NB: L'equazione di Newton è un'eq. vettoriale, corrisponde a tre equazioni scalari, una per ogni componente:

$$a_{Px} = \frac{F_{Px}}{m_P},$$

$$a_{Py} = \frac{F_{Py}}{m_P},$$

$$a_{Pz} = \frac{F_{Pz}}{m_P}$$)

Chiaramente, l'enunciato della seconda legge della dinamica lascia due punti interrogativi:

1) Che cos'è la FORZA?
2) Che cos'è la MASSA INERZIALE?

La MASSA INERZIALE di un corpo corrisponde alla "quantità di materia" contenuta nel corpo, cioè al numero di ATOMI o di MOLECOLE che la formano moltiplicati per la massa di ogni atomo o molecola.

Nel SISTEMA INTERNAZIONALE la massa si misura in Kg.

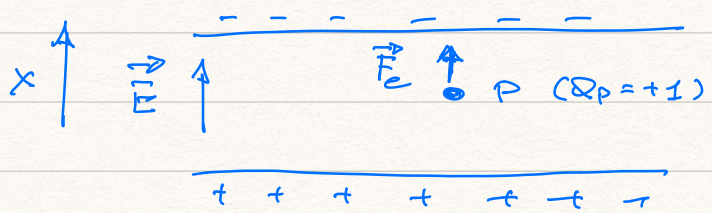
ES: Un protone ha una massa di $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ Kg.

Una molecola di H_2O $\rightarrow 3{,}0 \cdot 10^{-26}$ Kg.

$$(2p + 8p + 8n \underset{m_n \simeq m_p}{\simeq} 18\, m_p)$$

La Forza è l'effetto di una interazione. La sua espressione viene data caso per caso.

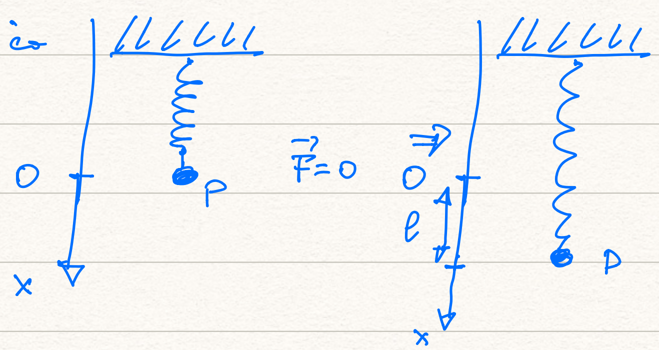
ES: Forza elettrica: agisce sulle particelle cariche



$$\vec{F}_e = Q_p \cdot \vec{E}_e$$

Coulomb   Volt/m

ES: Forza elastica



$$\vec{F} = -k\ell\,\hat{x}$$

$\Rightarrow$ Calcola l'accelerazione nei due casi:

1) Campo elettrico: $\vec{a}_p = \dfrac{\vec{F}_e}{m_p} = \dfrac{Q_p \vec{E}}{m_p} = \dfrac{Q_p E}{m_p} \hat{x}$

2) Forza elastica: $\vec{a}_p = \dfrac{\vec{F}_{el}}{m_p} = -\dfrac{k\ell}{m_p} \hat{x}$

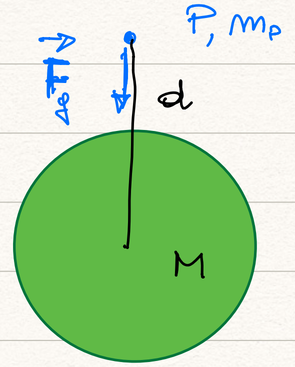
In entrambi i casi l'accelerazione è inversamente proporzionale alla massa.

DIMENSIONI DELLA FORZA: $[F] = [m a] =$
$= M L T^{-2}$

Si misura in $kg \cdot m/s^2$. Questa combinazione ha un nome: NEWTON.

$$\boxed{1\ N_e = 1\ kg \cdot m/s^2}$$

Forza gravitazionale e peso:



La Forza gravitazionale agente su P vale

$$\vec F_g = -G_N \frac{m_P M}{d^2}\hat r$$

LEGGE DI NEWTON DELLA GRAVITAZIONE

Questo è un risultato SPERIMENTALE!

In questo caso l'accelerazione NON DIPENDE DALLA MASSA!!!

$$m_P \vec a_P = \vec F_g = -G_N \frac{m_P M}{d^2}\hat r$$

(G_N = cost. di Newton)

$$\Rightarrow \vec a_P = -G_N \frac{M}{d^2}\hat r$$

DIPENDE DA M, MA NON DIPENDE DA m_P!!

"tutti i corpi subiscono la medesima accelerazione in un campo gravitazionale, indipendentemente dalla propria massa o composizione chimica"

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Sulla superficie della terra: $d = R_T$

$$\vec{a}_p = -\frac{G_N M_T}{R_T^2}\,\hat{r} = -\underbrace{g}_{9.80\ m/s^2}\,\hat{r}$$

Su Marte $\quad M_T \to M_M \simeq 1/_{10}\, M_T$

$\qquad\qquad\quad R_T \to R_M \simeq 0.53\, R_T$

$$g_M = \frac{G_N M_M}{R_M^2} = G_N \frac{1/_{10}\, M_T}{(0.53)^2 R_T^2} =$$

$$= \underbrace{\frac{G_N M_T}{R_T^2}}_{g} \frac{1}{10(0.53)^2} = 0.36\, g$$

L'accelerazione di gravità sulla superficie di Marte è $\sim$ 0.36 volte quella sulla Terra.

Per PESO si intende la forza di gravità.
Una stessa MASSA ha PESO diverso sulla Terra e su Marte: ES $m = 1\ kg$.

PESO SULLA TERRA: $F_{g,T} = m g = 1 \cdot 9.80\ kg \cdot m/s^2$
$\qquad = 9.80\ N$

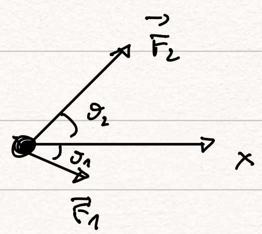
PESO SU MARTE: $F_{g,M} = m g_M = 0.36\, m g = 3.53\ N$

Storicamente la forza gravitazionale agente sulla Terra su una massa di un kg, viene chiamata kgp (chilogrammo-peso). Ma è una misura di FORZA, non di MASSA:

$$\boxed{1 \text{ kgp} = 1 \cdot \text{kg} \cdot g = 9.80 \text{ Nw}}$$

ES: Voi e un vostro amico che vive su Marte avete entrambi un lingotto d'oro. Li pesate e trovate entrambi il risultato di 10 Nw. Chi è più ricco?
E se avete entrambi un lingotto da 1 kg?

ES: Disco da Hockey di $m = 0.30$ kg scivola sul ghiaccio senza attrito. Viene colpito simultaneamente da due mazze, che esercitano due forze come in figura.



$\vartheta_1 = -20°$
$\vartheta_2 = +60°$
$F_1 = 5.0$ Nw, $F_2 = 8.0$ Nw

Determinare l'accelerazione del disco:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m} \quad \begin{array}{l} \nearrow a_x = \dfrac{F_{1,x} + F_{2,x}}{m} \\ \searrow a_y = \dfrac{F_{1,y} + F_{2,y}}{m} \end{array}$$

$F_{1x} = F_1 \cos\theta_1 \; , \; F_{1y} = F_1 \sin\theta_1$

$F_{2x} = F_2 \cos\theta_2 \; , \; F_{2y} = F_2 \sin\theta_2$ $\qquad \cos\theta_1 = 0.94 \quad \sin\theta_1 = -0.34$

$\qquad \cos\theta_2 = \frac{1}{2} \quad \sin\theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$F_{1x} + F_{2x} = 5.0 \cdot 0.94 + 8.0 \cdot \frac{1}{2} = 8.7 \text{ N}$

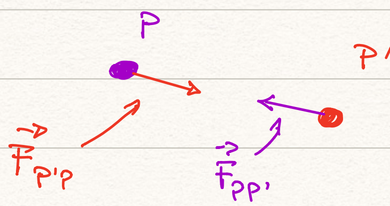
$F_{1y} + F_{2y} = 5.0 \cdot (-0.34) + 8.0 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5.2 \text{ N}$

$$\Rightarrow a_x = \frac{8.7 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 29 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{5.2 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 17 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 34 \text{ m/s}^2 , \quad \theta = \text{arctg} \frac{17}{29} = 30^\circ$$

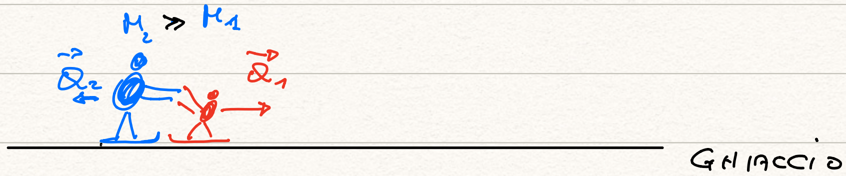
La Terza legge di Newton (= principio di azione e reazione)



$$\boxed{\vec{F}_{PP'} + \vec{F}_{P'P} = 0}$$

Se due corpi interagiscono tra di loro, la forza esercitata dal primo sul secondo e' uguale e contraria alla forza esercitata dal secondo sul primo.

ES:



$$\vec{F}_{21} = M_1 \vec{a}_1$$
$$\vec{F}_{12} = M_2 \vec{a}_2$$

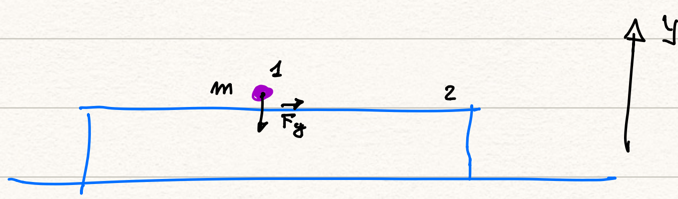
$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0 \Rightarrow M_1 \vec{a}_1 = - M_2 \vec{a}_2$$

$$\vec{a}_1 = - \frac{M_2}{M_1} \vec{a}_2$$ direzioni opposte

$$|\vec{a}_1| = \frac{M_2}{M_1} |\vec{a}_2| \gg |\vec{a}_2|$$

→ il più leggero viene accelerato maggiormente e quindi acquisterà velocità maggiore

ES: Corpo appoggiato a un tavolo:

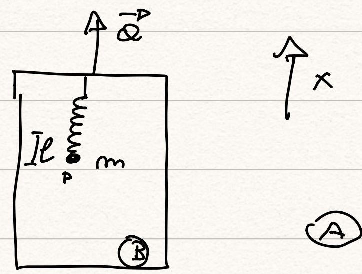


$\vec{F}_{12} = -m g \hat{y}$ perché il corpo non cade?

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = m g \hat{y}$ Forza di REAZIONE (dovuta alla resistenza del tavolo)

Se m è troppo grande, il tavolo non è in grado di esercitare la forza $\vec{F}_{21}$ richiesta, e si rompe.

ES: <u>Peso sull'ascensore</u>



Quanto si allunga la molla
se l'ascensore accelera verso l'alto con accelerazione $\vec{a}$?

(A) è un sistema inerziale → vale la seconda legge
(B) non è un sistema inerziale

(A) : $m_p \vec{a}_{PA} = k\ell \hat{x} - m_p g \hat{x}$

P è in equilibrio rispetto a (B) : $\vec{a}_{PB} = 0$

Usando $\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{BA} \rightarrow \vec{a}_{PA} = \vec{a}_{BA} = \vec{a}$

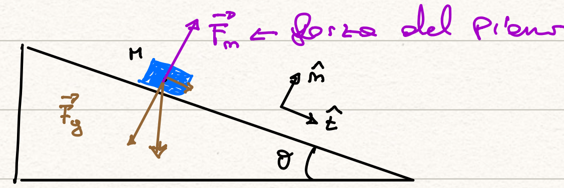
$$\Rightarrow \quad m_p a = k\ell - m_p g \quad \Rightarrow \boxed{\ell = \frac{m_p (g+a)}{k}}$$

Se l'ascensore non accelerasse $\xrightarrow[a=0]{} \ell_0 = \frac{m_p g}{k}$

Quindi la molla / bilancia segna un peso apparente maggiore di quello reale, $\rightarrow \boxed{m_p(g+a)}$

$m_p a$ va sotto il nome di FORZA APPARENTE, dovuta al fatto che non è misurata in un sistema di riferimento inerziale.

ES: Piano inclinato. Senza attrito



$$\vec{F}_g = \vec{F}_{g\perp} + \vec{F}_{g\parallel}$$

direzione $\hat{n}$: $F_n - F_{g\perp} = 0$ $\qquad F_{g\perp} = F_g \cos\theta = Mg\cos\theta$

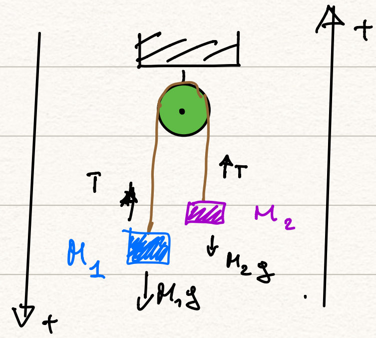
direzione $\hat{t}$: $Ma_t = F_{g\parallel} = F_g \sin\theta = Mg\sin\theta$

$\rightarrow$ il corpo accelera lungo la direzione $\hat{t}$ con accelerazione

$$\boxed{a_t = g\sin\theta}$$

moto uniformemente accelerato.

ES: <u>MACCHINA DI ATWOOD</u>



Puleggia senza massa e senza attrito. $M_1 > M_2$. Determinare l'accelerazione dei due corpi e la tensione della corda (di massa trascurabile)

Forze su M_1: $\quad M_1 g - T = M_1 a$

" " M_2 $\quad -M_2 g + T = M_2 a$

stessa accelerazione

Prendo la somma delle due eq. $\Rightarrow (M_1 - M_2) g = (M_1 + M_2) a$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} g}$$

se $M_1 > M_2 \Rightarrow a > 0$

se $M_1 = M_2 \Rightarrow a = 0$

se $M_2 > M_1 \Rightarrow a < 0$

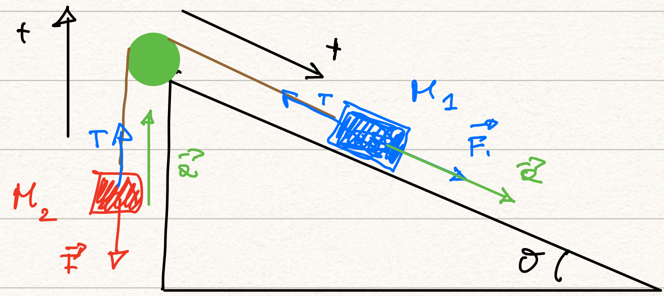
OK!

Trovo T: $\quad T = M_1 (g - a)$ dalla prima eq.

$$= M_1 g - M_1 \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} g =$$

$$\boxed{T = \frac{2 M_1 M_2}{M_1 + M_2} g}$$

ES: Piano inclinato e due corpi collegati da una fune.



Forze su 1 : $M_1 g \sin\theta - T = M_1 a$

" " 2 : $-M_2 g + T = M_2 a$

Somma le equazioni: $\Rightarrow g(M_1 \sin\theta - M_2) = a(M_1 + M_2)$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{M_1 \sin\theta - M_2}{M_1 + M_2}}$$

$$\Rightarrow T = M_2 a + M_2 g = \left(\frac{M_2}{M_1 + M_2}(M_1 \sin\theta - M_2) + M_2\right) g$$

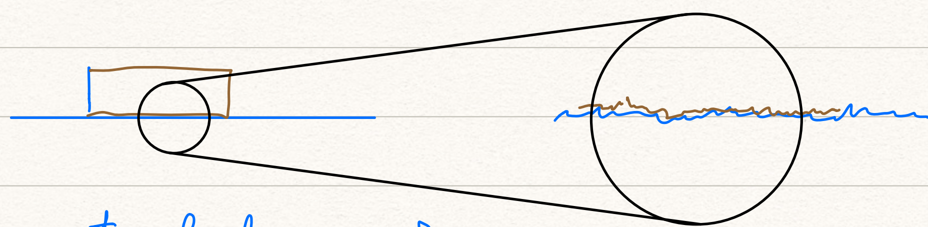
$$= \frac{M_1 M_2 (\sin\theta + 1)}{M_1 + M_2}\, g$$

Nota che per $\theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow$ Macchina di Atwood.

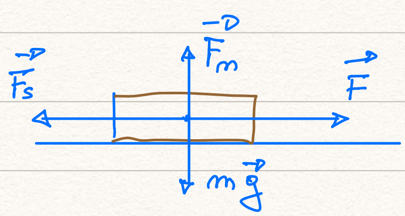
Forze di attrito

Sono forze che si sviluppano a causa dell'interazione (elettrica) fra superfici reali, o fra superfici e fluidi, come l'acqua e l'aria.

Consideriamo due superfici solide a contatto. A livello microscopico ci sono delle rugosità che si oppongono allo scorrimento di una sull'altra.



L'adesione tra le due superfici cresce all'aumentare della forza "normale" (= perpendicolare) alla superficie.



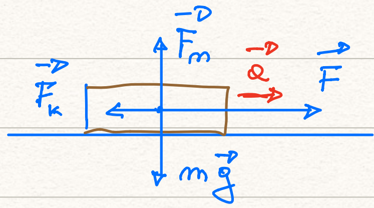
$$|\vec{F}_n| = mg$$

Se il corpo è fermo rispetto alla superficie, la "forza di attrito statico", $\vec{F}_s$ si oppone al moto e mantiene il corpo fermo se la forza di trazione, $\vec{F}$ è

$$\boxed{|\vec{F}| \le \mu_s |\vec{F}_n|},$$ con μ_s coefficiente di attrito statico

μ_s dipende dalle caratteristiche del materiale. Finché $|\vec{F}| \leq \mu_s |\vec{F}_n|$, $\vec{F}_s$ controbilancia esattamente $\vec{F}$, $\vec{F}_s + \vec{F} = 0$, e il corpo rimane fermo.

Quando $|\vec{F}| > \mu_s |\vec{F}_n|$ l'attrito non è più in grado di opporsi al moto e il corpo si mette in movimento. Anche in questa situazione però c'è una forza di attrito, che viene chiamata attrito dinamico, che si oppone al movimento:



$$|\vec{F}_k| = \mu_k |\vec{F}_n|$$

dove μ_k: coefficiente di attrito dinamico

$\boxed{\text{COEFFICIENTI DI ATTRITO}}$

	μ_s	μ_k
GOMMA SU CEMENTO	1.0	0.8
ACCIAIO SU ACCIAIO	0.74	0.57
VETRO SU VETRO	0.94	0.4
GHIACCIO SU GHIACCIO	0.1	0.03
...	...	...

determinati sperimentalmente

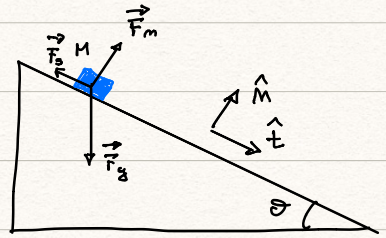
Nota che $\mu_k < \mu_s$

Una volta in movimento, la forza risultante nella direzione del moto ($\hat{x}$) è

$$F - F_k = F - \mu_k F_n$$ e quindi il corpo si muove di moto accelerato. Se F è costante,

$$a = \frac{F - \mu_k F_n}{m}.$$

Esempio: Determinazione sperimentale di μ_s e μ_k.



1) Aumentare θ fino a quando il blocco si mette in movimento. $\theta = \theta_c$ (se $\theta \leq \theta_c$ il blocco non si muove)

θ_c è l'angolo minimo per cui si ha $\vec{F}_n + \vec{F}_g + \vec{F}_s = 0$ e il blocco è fermo.

Lungo la direzione $\hat{t}$: $-F_s + F_g \sin\theta_c = 0$ 1)

" " " $\hat{n}$: $F_n - F_g \cos\theta_c = 0$ 2)

$F_s = \mu_s F_n \Rightarrow$ 1) $\mu_s F_n = mg \sin\theta_c$

2) $F_n = mg \cos\theta_c$

Rapporto 1)/2) $\Rightarrow$ $$\boxed{\mu_s = \frac{mg \sin\theta_c}{mg \cos\theta_c} = tg\, \theta_c}$$

Per $\theta > \theta_c$ il corpo si mette in movimento $\rightarrow$ attrito dinamico. Riduco l'angolo fino a quando il moto da accelerato diventa rettilineo uniforme per un angolo θ_c'. $\Rightarrow \vec{F}_k + \vec{F}_g + \vec{F}_n = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_k = tg\, \theta_c'}$$