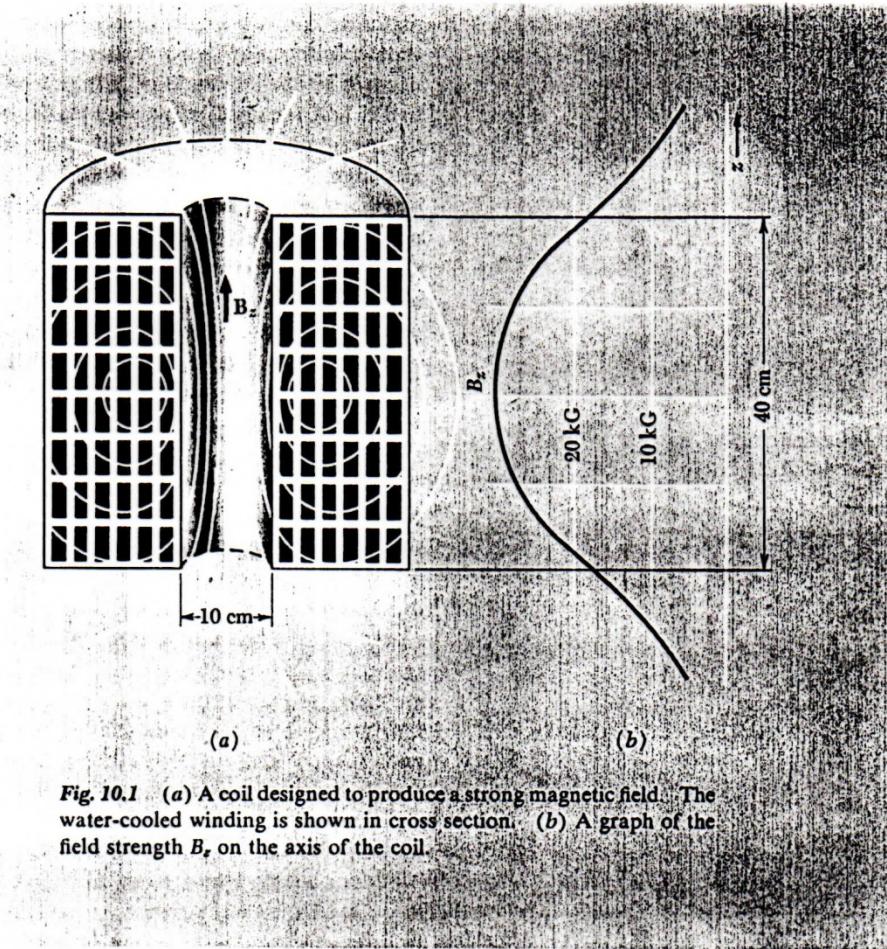


Magnetismo nella materia
(Magnetostatica dei mezzi materiali)

Fenomenologia: effetto del campo B su vari tipi materiali
(ovvero classificazione dei materiali in base al loro comportamento in un campo B)

Dato un campo magnetico INTENSO e NON UNIFORME generato da un solenoide



Poi immaginiamo di avvicinare campioni di vari materiali vicino al bordo dove il Gradiente dB_z/dz è grande.

Fig. 10.1 (a) A coil designed to produce a strong magnetic field. The water-cooled winding is shown in cross section. (b) A graph of the field strength B_z on the axis of the coil.

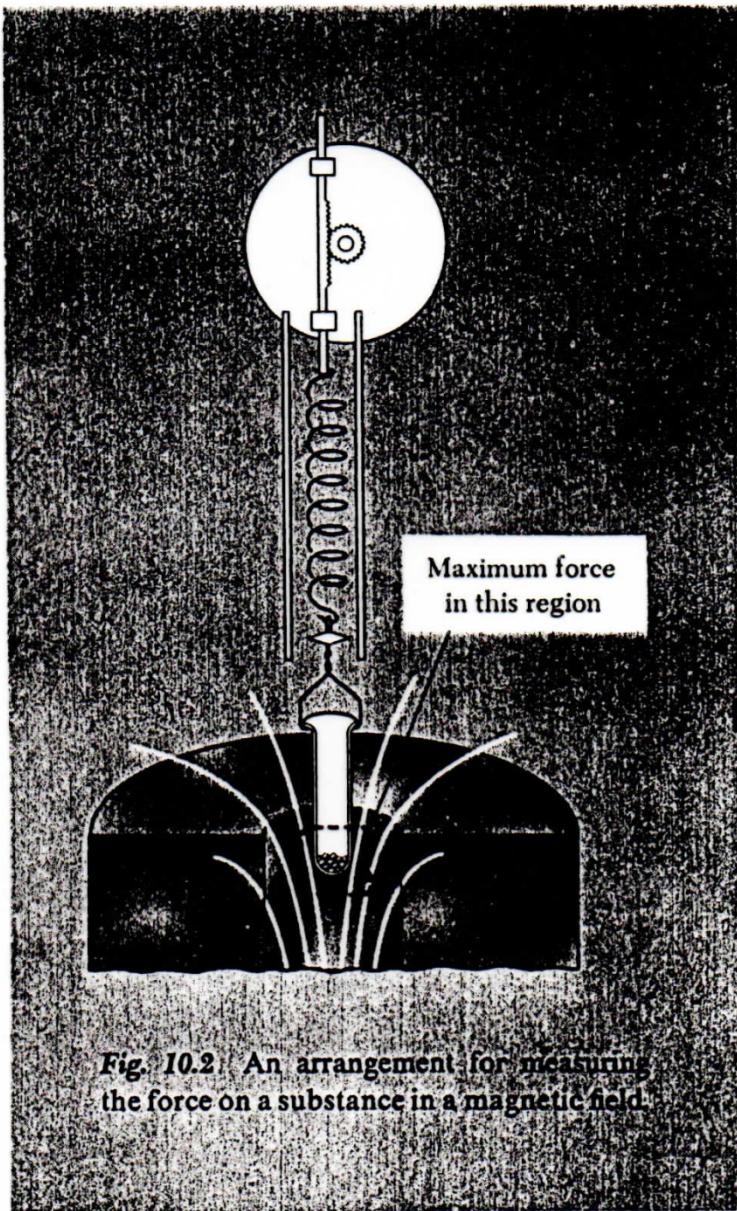


Fig. 10.2 An arrangement for measuring the force on a substance in a magnetic field.

*Force on 1-gm sample in magnetic field, with
 $B_z = 18,000$ gauss, $dB_z/dz = 1700$ gauss/cm*

Substance	Formula	Force†
<i>Diamagnetic</i>		
Water	H_2O	-22 dynes
Copper	Cu	-2.6
Lead	Pb	-37
Sodium chloride	NaCl	-15
Quartz	SiO_2	-16
Sulfur	S	-16
Diamond	C	-16
Graphite	C	-110
Liquid nitrogen	N_2	-10 ($78^{\circ}K$)
<i>Paramagnetic</i>		
Sodium	Na	+20 dynes
Aluminum	Al	+17
Copper chloride	$CuCl_2$	+280
Nickel sulfate	$NiSO_4$	+830
Liquid oxygen	O_2	+7,500 ($90^{\circ}K$)
<i>Ferromagnetic</i>		
Iron	Fe	+400,000 dynes
Magnetite	Fe_3O_4	+120,000

† Direction of force: downward +, upward -. All measurements made at temperature of $20^{\circ}C$ except as noted.

Osserveremo che tutti materiali si possono classificare secondo tre categorie

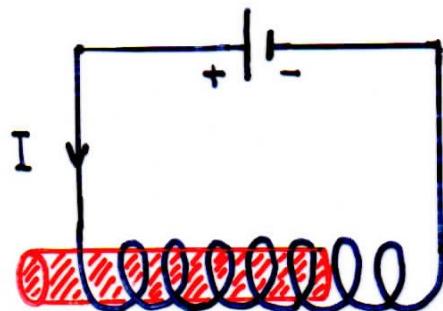
- a) sostanze che vengono respinte : diamagnetiche
(forza di poche dime/gm)
- b) sostanze che vengono attratte : paramagnetiche
con una forza di poche dime/gm
- c) sostanze che vengono attratte : ferromagnetiche
con forze molto più intense
(anche 4×10^5 dime/gm per Fe)

N.B. :

- la forza è proporzionale alla massa del campione e abbastanza indipendente dalla forma se il campione è piccolo
- la forza va come il quadrato della corrente nel solenoido nei casi a) e b). È circa proporzionale alla corrente nel caso -c).
- la forza dipende dalla temperatura in modo diverso nei tre casi.

La permeabilità magnetica

Consideriamo un solenoide indefinito che genera un campo B come in figura



Inseriamo un materiale omogeneo e isotropo

Prima dell'inserimento del materiale :

$$|\vec{B}_{\text{ol}}| = \mu_0 I n$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

dopo:

$$|\vec{B}| = \mu I n$$

permeabilità magnetica assoluta

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

permeabilità magnetica assoluta

$$\mu_r \geq 1$$

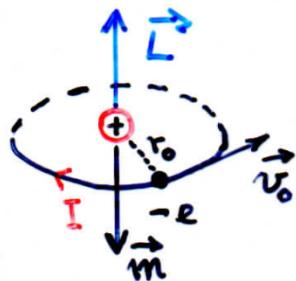
permeabilità magnetica relativa

$\mu_r > 1$: sostanze para- e ferromagnetiche (per queste ultime in generale dipende da B ed $e \gg 1$)

$\mu_r = 1$: nel vuoto

$\mu_r < 1$: sostanze diamagnetiche

- Interpretazione microscopica: polarizzazione magnetica
- Aspetti atomici del magnetismo



possiamo associare ad un'orbita elettronica
un momento magnetico:

$$I = \frac{e}{T} = e \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{e v_0}{2\pi r_0}$$

$$|\vec{m}| = I S = I \pi r_0^2 = \frac{e v_0}{2\pi r_0} \pi r_0^2 = \frac{1}{2} e v_0 r_0$$

Essendo:

$$|\vec{L}| = m_e v_0 r_0$$

rapporto giromagnetico per
il moto orbitale dell'elettrone

$$\vec{m} = - \frac{e}{2m_e} \vec{L}$$

$$g_o = - \frac{e}{2m_e}$$

Se si tien conto del moto di spin si ha :

$$\vec{m} = g_0 (\vec{L} + \gamma \vec{s})$$

$$\gamma = 2.0023$$

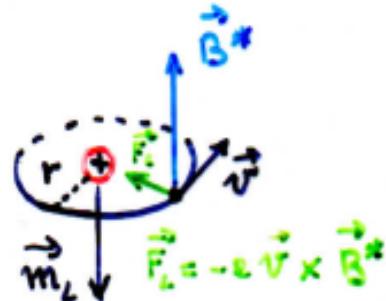
per il moto elettronico
in un atomo

N.B. In un atomo complesso il momento magnetico è nullo quando la distribuzione spaziale della carica elettronica ha simmetria sferica. Vi sono però atomi dotati di un momento magnetico proprio diverso da zero.

N.B. In natura esistono atomi e molecole dotati o meno di momento proprio. Anche nel primo caso, in assenza di campo esterno, il momento totale di un pezzo di materiale è in generale nullo data la distribuzione casuale dei singoli momenti.

• Precessione di Larmor (diamagnetismo)

Trattiamo il caso semplice di un elettrone in un'orbita circolare perpendicolare al campo magnetico esterno \vec{B}^*



In assenza di campo :

$$\vec{F}_\text{el} = m_e \vec{a}_c$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m_e \frac{v_0^2}{r} \equiv m_e \omega_0^2 r$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e r^3}}$$

In presenza del campo \vec{B}^* :

$$\vec{F}_{el} + \vec{F}_L = m_e \vec{\omega}_c$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} + e v B^* = m_e \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} + e \omega r B^* = m_e \omega^2 r$$

$$\underbrace{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r^3}}_{\omega_0^2} + \frac{e B^*}{m_e} \omega = \omega^2 \Rightarrow \omega^2 - \frac{e B^*}{m_e} \omega - \omega_0^2 = 0$$

Poniamo:

$$\boxed{\omega_L = \frac{e B^*}{2 m_e}}$$

velocità angolare o "frequenza"
di Larmor

$$\omega^2 - 2\omega_L \omega - \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \omega = \omega_L \pm \sqrt{\omega_L^2 + \omega_0^2} \simeq \omega_L \pm \omega_0$$

Nel caso in figura : $\omega = \omega_0 + \omega_L$

All'extra velocità angolare ω_L è associata una corrente :

$$I_L = e \frac{\omega_L}{2\pi}$$

e quindi un momento magnetico indotto dal campo :

$$m_L = I_L S = e \frac{\omega_L}{2\pi} S = \frac{e^2 S}{4\pi m_e} \vec{B}^*$$

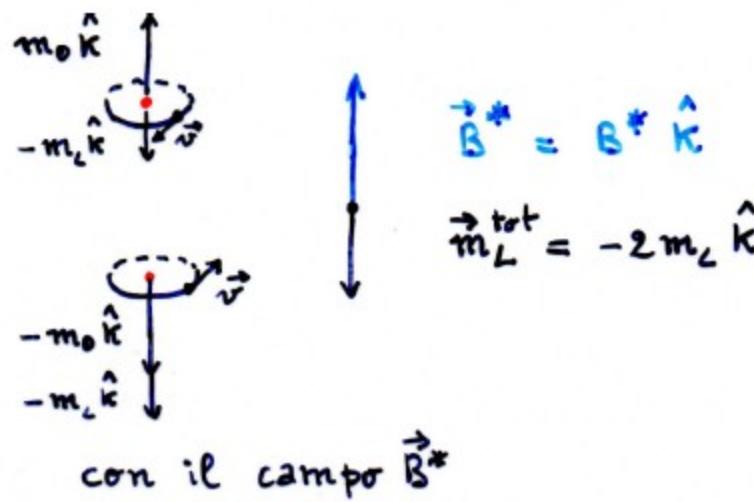
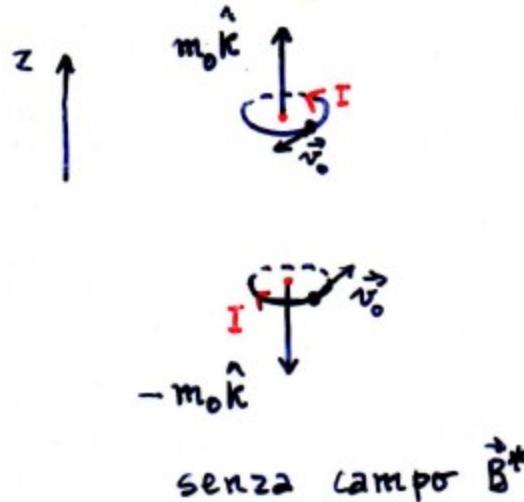
diretto in verso opposto al campo inducente.

In definitiva :

$$\vec{m}_L = -\frac{e^2 S}{4\pi m_e} \vec{B}^*$$

N.B. Anziché $S = \pi r^2$, se teniamo conto delle orbite non perpendicolari a \vec{B}^* , compare il valore medio della proiezione della superficie dell'orbita sul piano normale al campo: $\langle S_n \rangle = \pi \langle s^2 \rangle = \frac{2}{3} \pi \langle r^2 \rangle$, dove $\langle r^2 \rangle$ è il raggio quadratico medio delle orbite elettroniche e $\langle s^2 \rangle$ la sua componente nel piano.

N.B. Poiché anche gli elettroni che circolano in verso contrario danno un momento indotto opposto al campo, c'è un momento risultante non nullo dovuto alla presenza dei vari elettroni in un atomo anche quando i momenti propri dei singoli elettroni si compensano:



N.B. Ordini di grandezza: $v_0 \approx 2 \times 10^6 \text{ m/sec}$, $r \approx 0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$
 $\omega_0 \approx 4 \times 10^{16} \text{ sec}^{-1} \Rightarrow I_0 = 10^{-3} \text{ A} \Rightarrow m_0 = I_0 \pi r^2 \approx 0.8 \times 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2$

$$m_L = \frac{r^2 e^2}{4 m_e} B^* \approx 0.32 \times 10^{-28} \text{ A} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{con } B^* = 1.8 \text{ T})$$

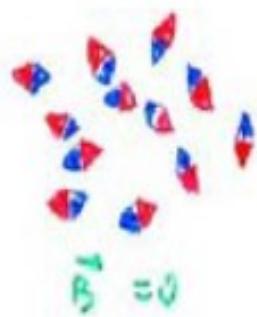
$$\omega_L = 1.6 \times 10^{11} \text{ sec}^{-1} \Rightarrow I_L = 4 \times 10^{-9} \text{ A}$$

$$\frac{\omega_L}{\omega_0} = \frac{I_L}{I_0} = \frac{m_L}{m_0} = 4 \times 10^{-6}$$

- Polarizzazione per orientamento (paramagnetismo)

Atomi e molecole dotati di momento proprio si orientano in presenza di un campo magnetico. L'agitazione termica tende però a disorientarli, per cui ne risulta un momento medio orientato nella direzione del campo \vec{B}

IN ASSENZA DI
UN CAMPO ESTERNO

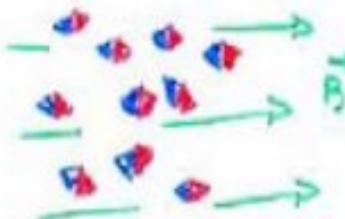


$$\sum_i \vec{m}_i = 0$$

$$\Rightarrow \vec{M} = 0$$

$$\vec{B} = 0$$

IN PRESENZA DI UN CAMPO \vec{B} I DIPOLI RUOTANO E TENDONO AD ALLINEARSI CON IL CAMPO \vec{B}



$$\sum_i \vec{m}_i \neq 0$$

$$\Rightarrow \vec{M} \neq 0$$

$$\langle \vec{m} \rangle = \frac{\sum_i \vec{m}_i}{N}$$

N numero di atomi su cui si media

- Vettore intensità di magnetizzazione (o "di polarizzazione magnetica")

Consideriamo un volumetto $d\tau$ contenente un numero di atomi (o di molecole) dN statisticamente significativo, ma piccolo rispetto alla scala di variazione macroscopica delle grandezze magnetiche:

$$\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{m}_i}{d\tau} = \langle \vec{m} \rangle \frac{dN}{d\tau} = \langle \vec{m} \rangle n$$

\uparrow
numero di atomi o molecole
per unità di volume
(in generale è funzione
dei punti dello spazio)

$$\boxed{\vec{M} = n \langle \vec{m} \rangle}$$

vettore intensità di magnetizzazione
[Ampère / metro]

ha il significato di momento di dipolo magnetico per unità di volume, nel senso che ogni volumetto di materiale $d\tau$ possiede il momento:

$$d\vec{m} = \vec{M} d\tau .$$

Si trova:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{B} / \mu$$

ovvero:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

con

$$\chi_m$$

suscettività magnetica di
volume [adimensionata]

e

$$H = B / \mu$$

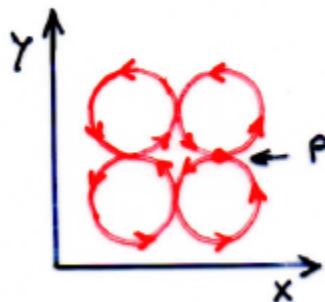
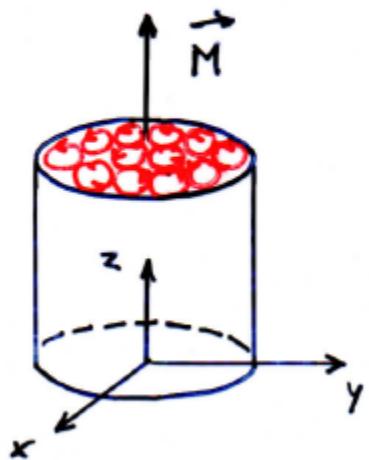
L'andamento di χ_m con la temperatura è del tipo:

$$\chi_m = A + \frac{C}{T}$$

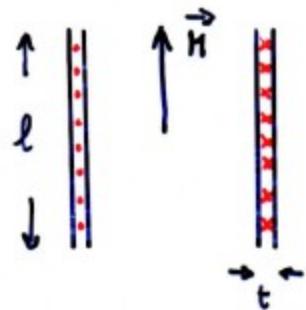
con A e C costanti.

Legge di Curie

- Relazione tra \vec{M} e la densità di corrente amperiana



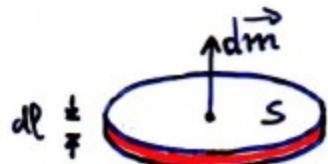
Consideriamo un cilindro di materiale uniformemente magnetizzato. Assimilando i dipoli atomici a spire microscopiche percorse da corrente, è evidente che tali spire si dispongono in piani perpendicolari a \vec{M} e che le correnti, cosiddette **amperiane**, si compensano esattamente in tutti i punti interni al materiale. Resta una corrente non nulla solo sulla superficie laterale del cilindro:



$$I_m = \frac{dQ_m}{dt} = J_m t l = J_{ms} l$$

$J_{ms} = J_m t$ densità di corrente di superficie
[Ampère / metro]

Osserriamo che una "fetta" di materiale magnetizzato tagliata perpendicolarmente a \vec{M} e di spessore dl si comporta come una spira percorsa dalla corrente $dI_m = J_{ms} dl$



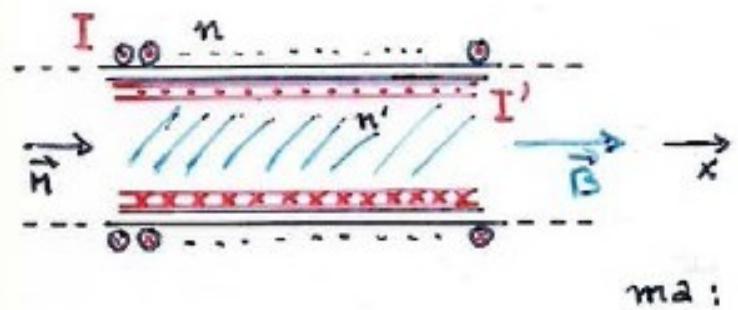
$$dm = dI_m S \Rightarrow M dl S = J_{ms} dl S$$



$$J_{ms} = |\vec{M}|$$

- Relazione tra quantità microscopiche e macroscopiche

Torniamo al nostro solenoide indefinito :



$$|\vec{B}| = |\vec{B}_0| + |\vec{B}_m| = \mu_0 I n + \mu_0 I' n'$$

avvolgimento
 fittizio

ma:

$I' n' = J_{ms}$

per cui :

$$|\vec{B}| = \mu_0 I n + \mu_0 M$$

$$\Downarrow$$

$$M = \frac{B}{\mu_0} - I n = \frac{\mu}{\mu_0} I n - I n = (\mu_r - 1) I n$$

Definiamo per un materiale omogeneo e isotropo il campo \vec{H} come

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}.$$

Si ha in questo caso particolare : per cui :

$$\vec{H} = \vec{H}_0 = I n \hat{x},$$

$$\vec{M} = (\mu_r - 1) \vec{H} \quad (*)$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (**)$$

Confrontando la (*) con la (**) si ha :

$$\mu_r - 1 = \chi_m$$

quantità
macroscopica

legata alla polarizzabilità
microscopica

- Forza agente su un dipolo magnetico

Dall'espressione dell'energia di un dipolo in un campo magnetico:

$$\mathcal{E} = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

si ha:

$$\vec{F} = -\vec{\text{grad}} \mathcal{E} = \vec{\text{grad}} (\vec{m} \cdot \vec{B})$$

Nel caso particolare dell'esperimento iniziale un pezzetto di materiale magnetizzato (a causa del campo stesso o per sua natura) si può assimilare a un dipolo magnetico di momento:

$$\vec{m} = m \hat{k},$$

Si ha allora:

$$\vec{F} = \vec{\text{grad}} (m B_z) = m \frac{\partial B_z}{\partial z} \hat{k}$$

essendo $\frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{\partial B_z}{\partial y} = 0$.

Essendo m proporzionale a B_z attraverso la suscettività $\chi_m = \mu_r - 1$ nelle sostanze dia- e paramagnetiche si ha:

sostanze diamagnetiche: $\mu_r - 1 < 0 \Rightarrow m < 0 \Rightarrow F_z > 0$: repulsione

sostanze paramagnetiche: $\mu_r - 1 > 0 \Rightarrow m > 0 \Rightarrow F_z < 0$: attrazione

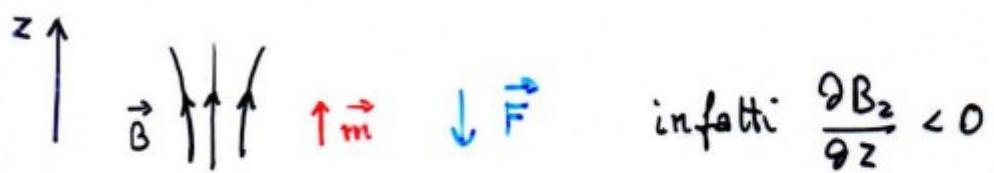
(abbiamo tenuto conto che nel nostro caso $\frac{\partial B_z}{\partial z} < 0$).

N.B. Risulta $F_z \propto B_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \propto I^2$, essendo I la corrente nel magnete.

Per le sostanze ferromagnetiche $\mu_r > 1$ e si ha attrazione, ma essendo la permeabilità dipendente dal campo la dipendenza della forza dal campo è più complicata. Se si può pensare che il campione sia già magnetizzato in assenza di campo, la $F_z(I)$ è lineare.

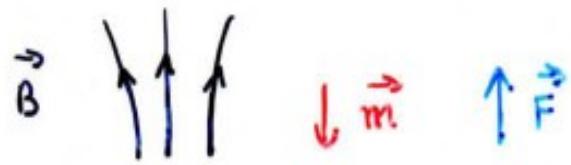
- \vec{m} equiverso a \vec{B}

$$F_z = m \frac{\partial B_z}{\partial z}$$



la forza è sempre nel verso del campo crescente
(sostanze para- e ferromagnetiche)

- \vec{m} orientato in verso opposto a \vec{B}



$$\frac{\partial B_z}{\partial z} < 0$$



$$\frac{\partial B_z}{\partial z} > 0$$

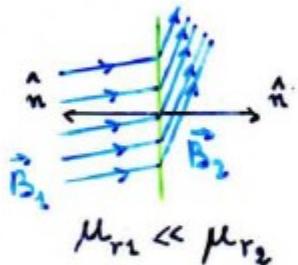
la forza è sempre nel verso del campo decrescente
 (sostanze diamagnetiche)

- Sostanze ferromagnetiche

Caratteristiche principali :

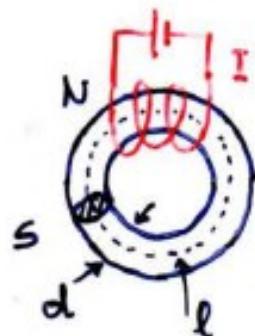
- \vec{M} è molto grande e non proporzionale ad \vec{H}
- \vec{M} può raggiungere un valore di saturazione in cui tutte le molecole sono orientate come il campo
- La relazione tra \vec{B} o \vec{M} e \vec{H} non solo non è lineare, ma non è nemmeno univoca (**isteresi**)
- Le linee di forza di \vec{B} e \vec{H} si addensano all'interno dei materiali ferromagnetici

Quest'ultima proprietà è legata alla legge di rifrazione delle linee di forza :



Internamente al materiale \vec{B} è praticamente parallelo alla superficie di separazione e molto più intenso che fuori.

Per studiare le relazioni tra i vettori \vec{B} , \vec{H} e \vec{M} possiamo prendere un anello (toro) di materiale ferromagnetico con avvolte N spire percorse dalla corrente I :



$$\int_{\text{e}}^{\text{l}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI \Rightarrow Hl = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l}$$

Se l'anello è sottile ($l \gg d$) \vec{B} , \vec{H} e \vec{M} sono uniformi e paralleli (materiale isotropo). Al variare di H si può misurare $B(H)$ e quindi $M(H)$ dalla relazione che lega i tre vettori:

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$$

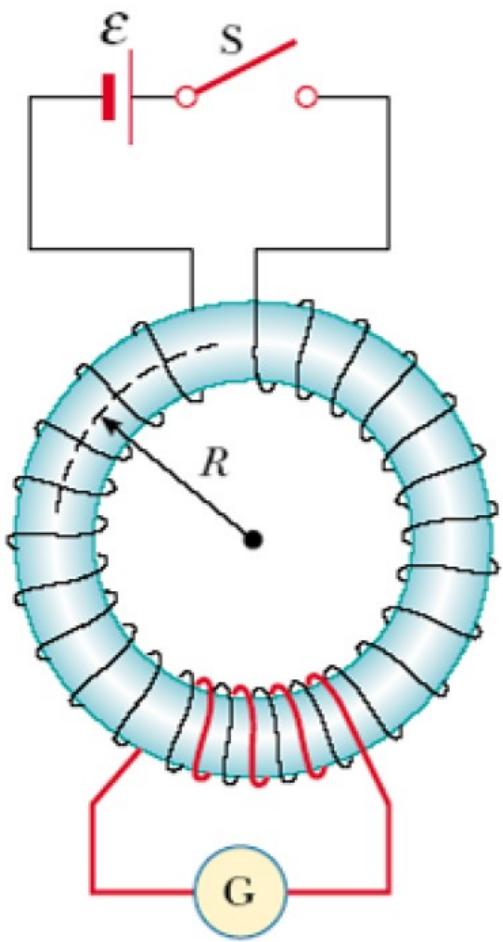
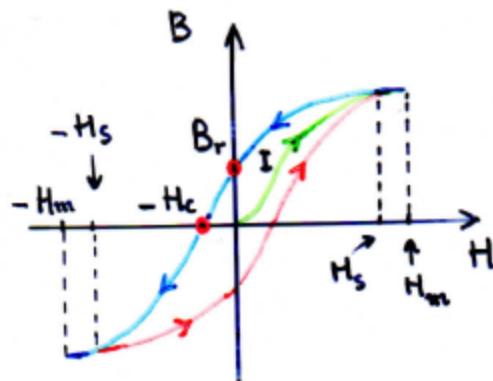


Figure 30.29 A toroidal winding arrangement used to measure the magnetic properties of a material. The torus is made of the material under study, and the circuit containing the galvanometer measures the magnetic flux.

- Ciclo d'isteresi : $B = B(H)$ o $H = H(B)$

N.B. Essendo $\mu_0 M = B - \mu_0 H$ con $\mu_0 H \ll B$, il ciclo per B e per $\mu_0 M$ è molto simile.



I : curva di prima magnetizzazione

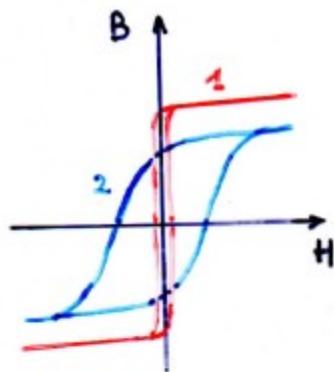
B_r : induzione magnetica residua
(M_r : magnetizzazione residua)

H_c : campo coercitivo

H_m : campo per cui $H = M_s$ (saturation)
e B varia proporzionalmente a $\mu_0 H$:

$$B = \mu_0 M_s + \mu_0 H = \text{cost} + \mu_0 H$$

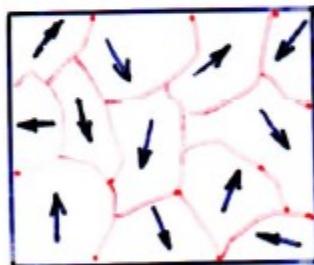
(valori tipici : $H_m = 10^5 \text{ As/m}$, $M_s \mu_0 \approx 1 \div 2 \text{ T}$)



1.: materiale dolce : alta M_r , alta μ_r , basso H_c , alta M_s
(applicazioni elettroniche)

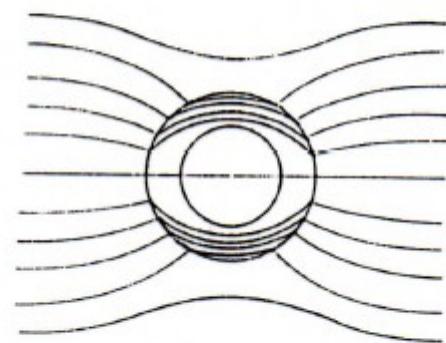
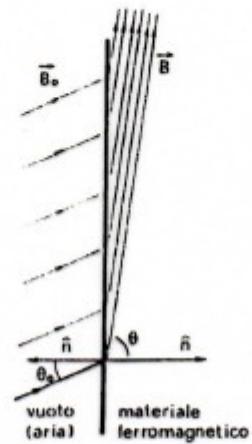
2.: materiale duro : bassa M_r , bassa μ_r , alto H_c , bassa M_s
(magneti permanenti)

(vedere tabella valori caratteristici dei vari parametri pag. 252 Mencuccini e Silvestrini)



Domini di Weiss : i materiali ferromagnetici sono costituiti da domini all'interno dei quali esiste una magnetizzazione spontanea prossima al valore di saturazione. Normalmente i domini sono orientati in modo casuale.

Il campo esterno fa crescere il volume dei domini orientati parallellamente ad esso a spese degli altri, fino a raggiungere la saturazione. Il processo non è reversibile. L'origine della magnetizzazione spontanea all'interno dei singoli domini è di natura quantistica.



Materiale	Composizione (%)	μ_{air}	μ_{dm}	H_c (As/m)	$\mu_0 M_s$ (Tesla)	w_h (Joule/m ³)	T_c K
Fe (commerciale)	Fe (99,8%)	200	$5 \cdot 10^3$	80	2,16	250	1040
Fe (purificato)	Fe (99,95%)	$10 \cdot 10^3$	$200 \cdot 10^3$	4,0	2,16	30	1040
FeSi	0,5 Si	280	$3 \cdot 10^3$	72	2,14	230	1035
FeSi	3,25 Si	290	$8 \cdot 10^3$	56	2,02	160	1010
FeSi	6,5 Si	1390	$67 \cdot 10^3$	16	1,81	—	960
Mumetal	77 Ni; 5 Cu; 2 Cr; 16 Fe	$25 \cdot 10^3$	$150 \cdot 10^3$	1,2	0,75	200	670
Permalloy 45	45 Ni; 55 Fe	$3,5 \cdot 10^3$	$50 \cdot 10^3$	5,6	1,60	120	710
Permalloy 65	65 Ni; 35 Fe	$30 \cdot 10^3$	10^6	0,8	1,40	—	880
Permalloy 78	78 Ni; 22 Fe	$8 \cdot 10^3$	10^5	4,0	1,08	20	850
Supermalloy	79 Ni; 5 Mo; 16 Fe	$100 \cdot 10^3$	10^6	0,3	0,79	2	670

Sostanze dolci

	μ_r		M_s (A/m)	M_r (A/m)	H_c (A/m)	ϕ_{HdB} (J/m³)	T_c (°C)	β_c ($10^{-8} \Omega m$)	Applic.
Ferro	300	$(5-10) \times 10^3$	17×10^5	10×10^5	81	500	777	10	Armature
Nichel	400	1100	4.9×10^5	2.9×10^5	272	30	358	7	apparec.
Cobalto	10	175	15×10^5	4.0×10^5	800	200	1130	10	trasform.
Ferrosilicio (Stalloy)	$(1.5-7) \times 10^3$	$(7-50) \times 10^3$	16×10^5	9.5×10^5	40	350	730-740	55	schermi
Mumetal	18000	90000	6.8×10^5	4.8×10^5	4	20	430	—	elettrom.
Supermalloy	10^5	10^6	6.4×10^5	—	0.1	—	400	—	etc.

Leghe magnetiche permanenti

Acciaio al carbonio	—	8.0×10^5	6.4×10^5	4800	20000	—	—	Strumen.
Acciaio al cobalto	—	8.0×10^5	7.6×10^5	13000	—	—	—	bobina m.
Ticonal	—	12×10^5	10×10^5	44000	—	—	—	microfon.

TABELLA 11-5 Proprietà di alcuni materiali ferromagnetici. Composizioni: ferrosilicio (Si 4%), mumetal (Ni 74%, Cu 5%, Mn 1%), supermalloy (Ni 1 Mo 5%, Mn 0.3%), acciaio al carbonio (Mn 1%, C 0.9%), acciaio al cobalto (Co 17%, Cr 2.5%, W 8%, C 0.75%), ticonal (Co 24%, Ni 14%, Al 8%, C 0.9%).

- Magneti permanenti



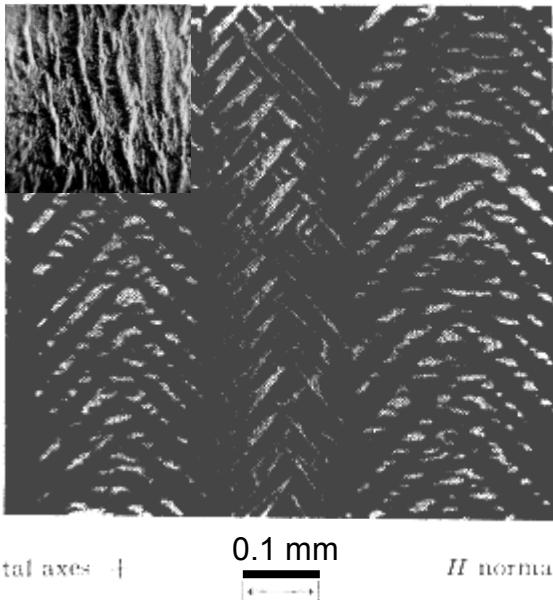
...GRAN
ATI

- **Registrazione magnetica: la spina dorsale di internet e della rivoluzione elettronica**



Progress in magnetic imaging

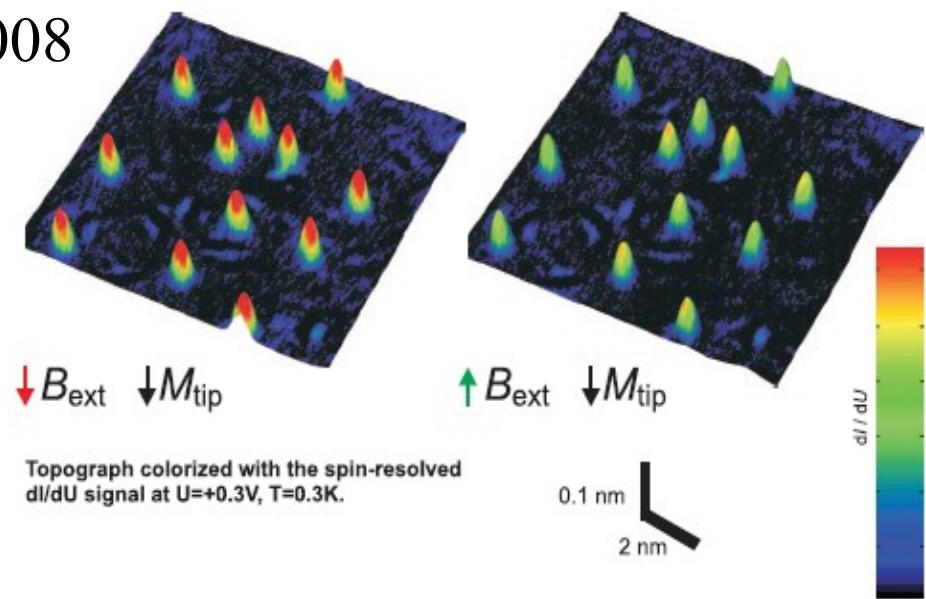
Domain patterns in FeSi



F. Bitter, Phys. Rev., **38** (1931) 1903
H. J. Williams, R. M. Bozorth, and W.
Shockley, Phys. Rev., **75** (1949) 155

Magnetization of individual Co atoms on Pt (111)

2008



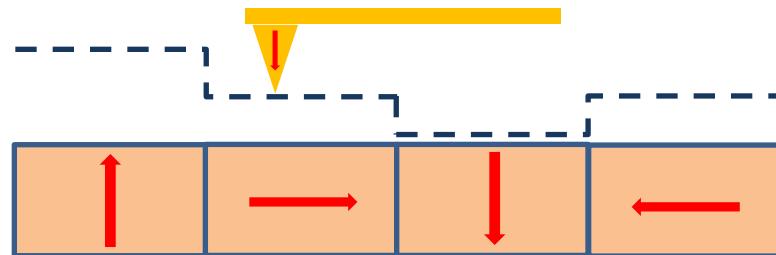
F. Meier, L. Zhou, J. Wiebe, and R. Wiesendanger,
Science **320**, (2008), 32

Bitter powder method

Spin Polarised Scanning Tunneling Microscopy
(SP STM)

Microscopio a Forza Magnetica

Risoluzione: 10 - 100 nm



Forze magnetiche sono molto piccole ($\sim 1 \text{ nN}$), per usarle bisogna eliminare le altre forze in gioco con questo trucco:

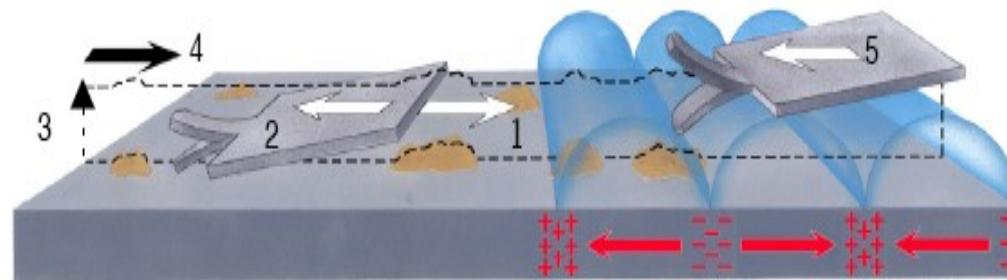


Immagine al Microscopio a Forza Atomica / Forza Magnetica

20 μm = 0.02 mm

Stessa regione

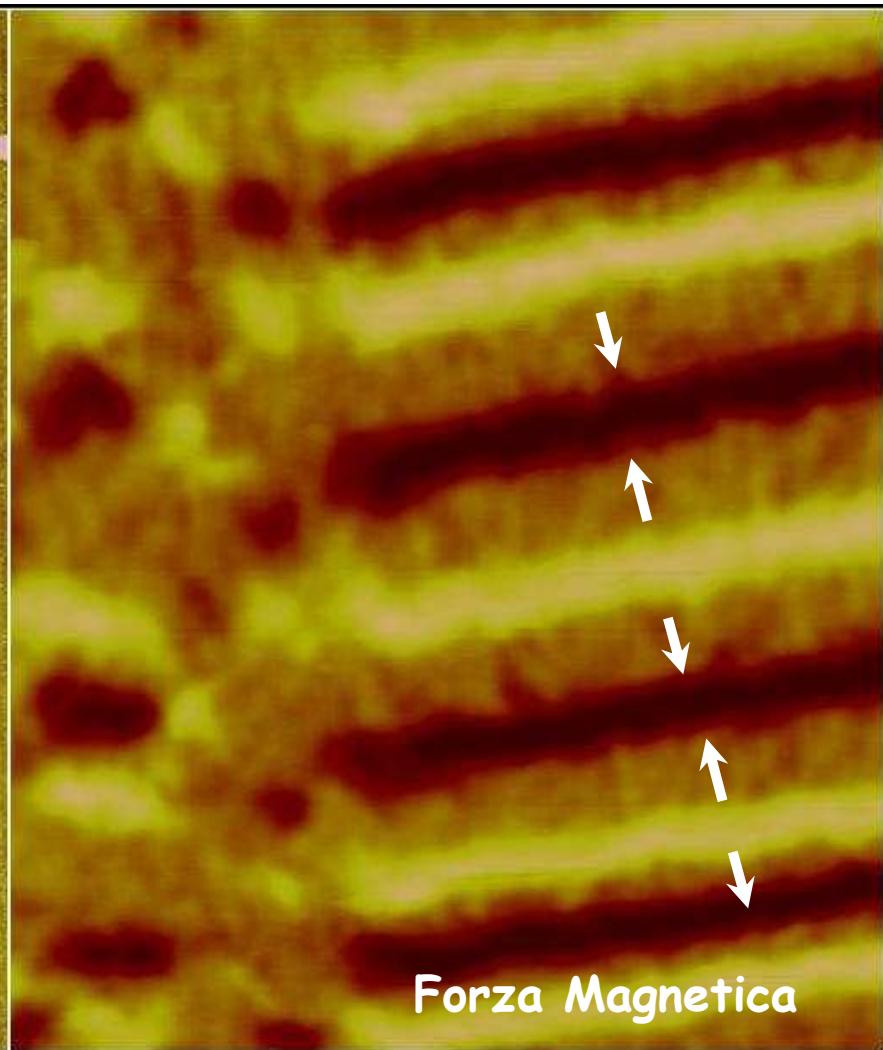
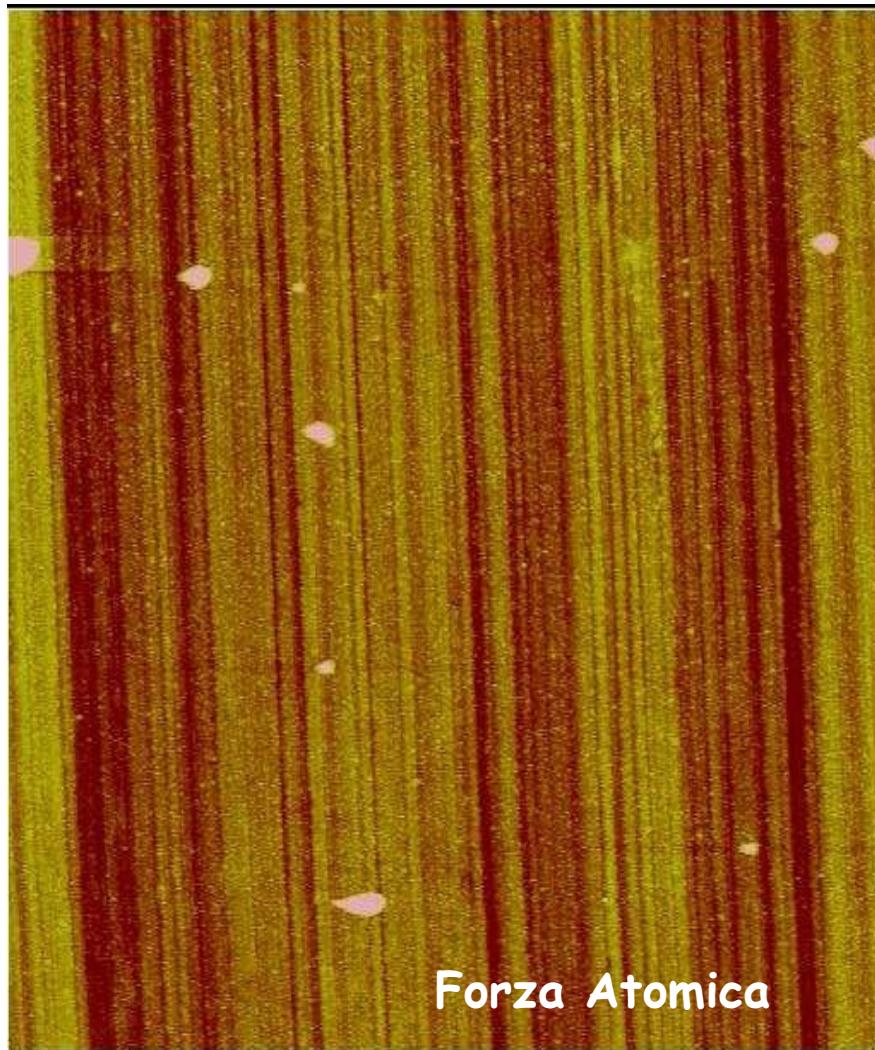


Immagine con Microscopio a Forza Magnetica

← 40 $\mu\text{m} = 0.04 \text{ mm}$ → ← 80 $\mu\text{m} = 0.08 \text{ mm}$ →

