

Magnetostatica

La piu' grande biblioteca del mondo

The Library of Congress, Washington DC
Fondata nel 1800



<https://www.loc.gov/about/fascinating-facts/>

~ **40 M** libri, oltre **1000 km** di scaffali.

The Library of Congress, Washington DC



<https://www.loc.gov/about/fascinating-facts/>

~ 40 M libri, oltre 1000 km di scaffali.

300 parole/pagina

300 pagine/libro

~ 10^5 parole per libro

~ 5 caratteri/parola

1 carattere/ 1 byte.

$$40 \times 10^6 \times 5 \times 10^5 = 20 \times 10^{12} \sim 20 \text{ Tb.}$$

The Library of Congress, Washington DC



La biblioteca magnetica

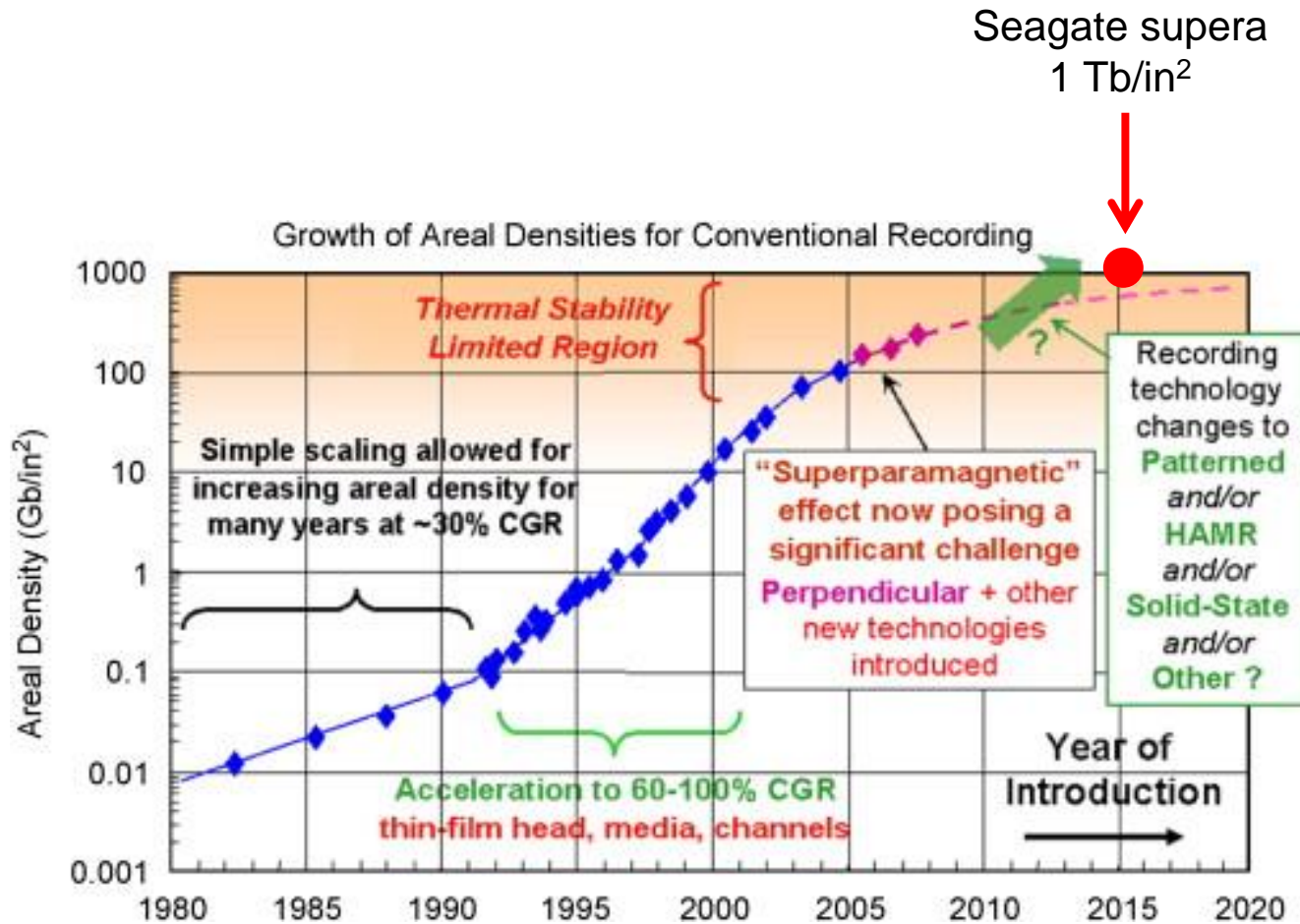
Height 26.1 mm
Width 101.6 mm
Depth 146.99 mm



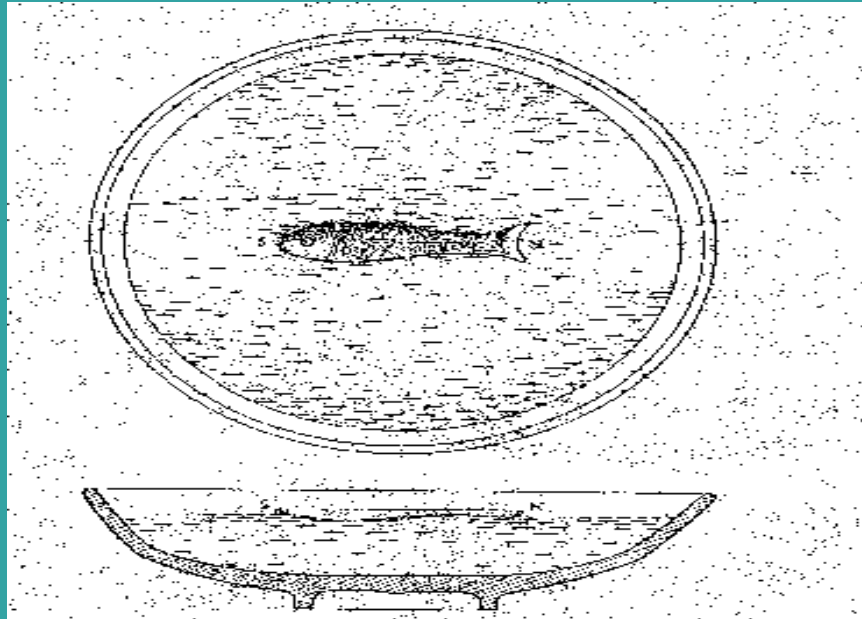
Seagate Archive HDD Review (8TB)

Il magnetismo ha rivoluzionato l'archiviazione dati

Densita' di informazione negli hard disk in funzione del tempo



La prima applicazione del magnetismo: la bussola

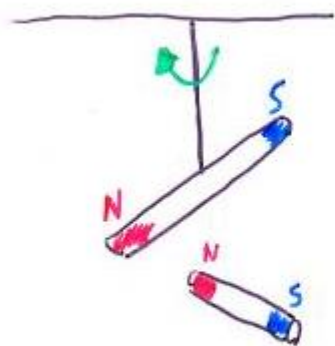


Una delle prime bussole: descritta nel 1040 nel Wu Ching Tsung Yao, un trattato di tecniche militari

IL FENOMENO DEL MAGNETISMO ERA GIÀ NOTO IN GRECIA FIN DALL' 800 A.C.

MAGNETITE (Fe_3O_4) [MAGNESIA-GRECIA] MINERALE DI CUI ERA NOTA LA PROPRIETÀ DI ESERCITARE FORZE SU MINERALI SIMILI E SU PEZZI DI FERRO

OGNI MAGNETE, INDIPENDENTEMENTE DALLA SUA FORMA, MOSTRA LA PRESENZA DI DUE POLI, OSSIA DI DUE PARTI IN CUI SI LOCALIZZANO LE PROPRIETÀ DI ATTRAZIONE SONO DETTI POLO NORD E POLO SUD



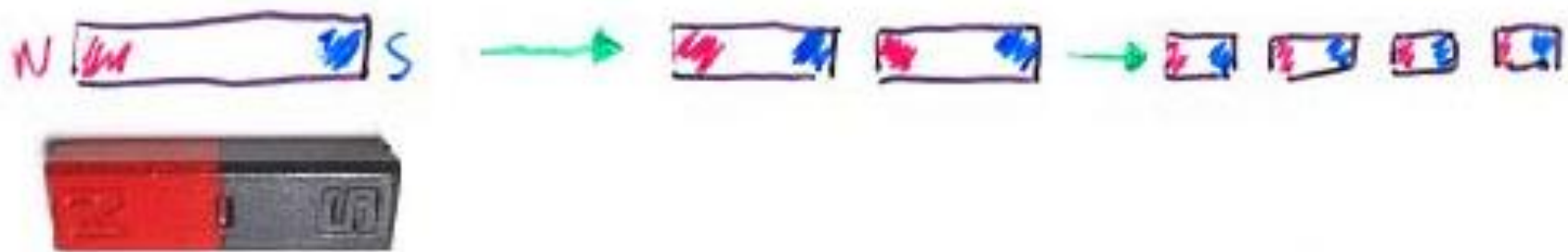
● LA FORZA È ATTRATTIVA O REPULSIVA A SECONDA CHE I POLI SIANO OPPOSTI O UGUALI

● IN UN MAGNETE I POLI SONO SEMPRE DI SEGNO OPPOSTO

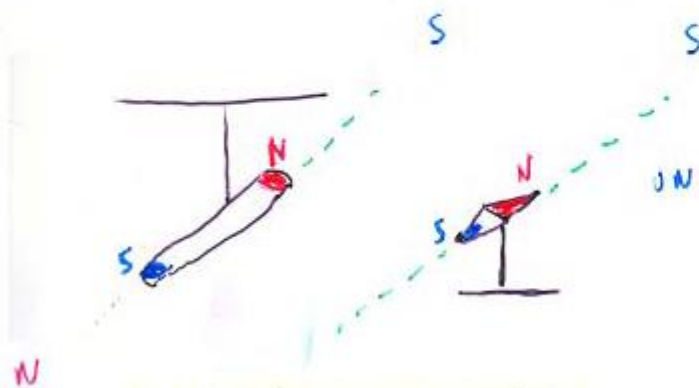


NON È POSSIBILE OTTENERE UN POLO MAGNETICO ISOLATO → ESISTONO SOLO COME DIPOLI MAGNETICI

ES SE SPEZZIAMO UN MAGNETE



- UN MAGNETE IN FORMA DI SBARRETTA SOTTILE (AGO MAGNETICO) SOSPESO E LIBERO DI RUOTARE IN UN PIANO ORIZZONTALE TENDE AD ALLINEARSI PARALLELAMENTE AL MERIDIANO TERRESTRE



LA TERRA È
UN MAGNETE PERMANENTE
W. GILBERT (1604)

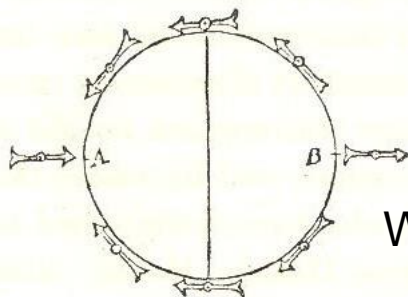
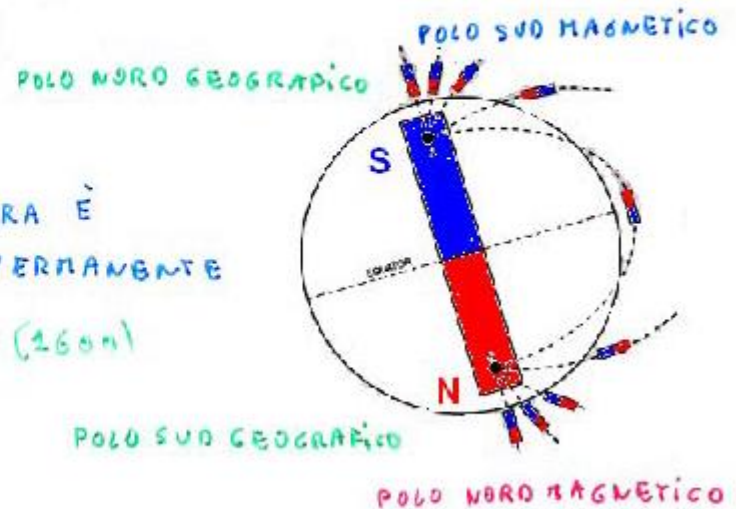


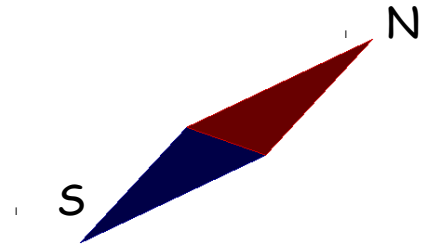
Fig. I. GILBERT'S TERRELLA.

W. Gilbert (1544 - 1603): la Terra e' come un magnete

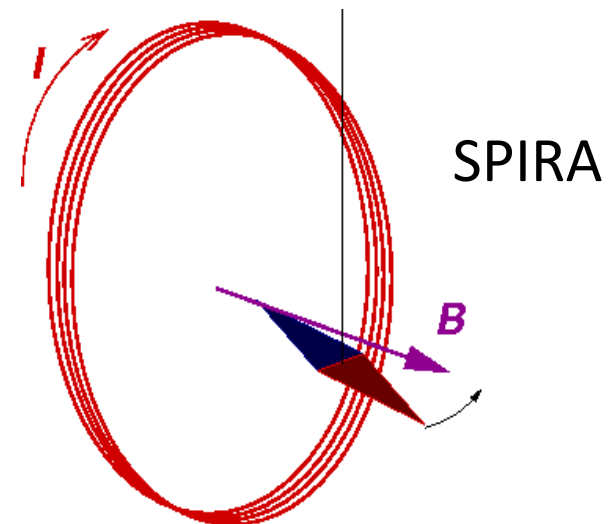
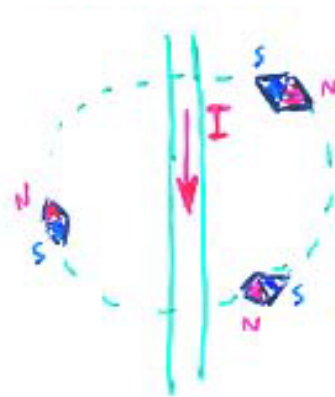
UN FATTO: la corrente che passa in un filo devia l'ago della bussola

L'ago e' un piccolo magnete

se l'ago e' vicino ad una corrente esso si allinea lungo una definita direzione di equilibrio



FILO



IN ELETTROSTATICA PER DESCRIVERE LE "AZIONI ELETTRICHE" FRA CARICHE STAZIONARIE O IN MOVIMENTO SI ERA INTRODOTTTO IL CONCETTO DI CAMPO ELETTRICO NEI PUNTI DELLO SPAZIO

ORA DOBBIAMO INTRODURRE UN "ANALOGO" MAGNETICO PER POTER DESCRIVERE LE AZIONI MAGNETICHE

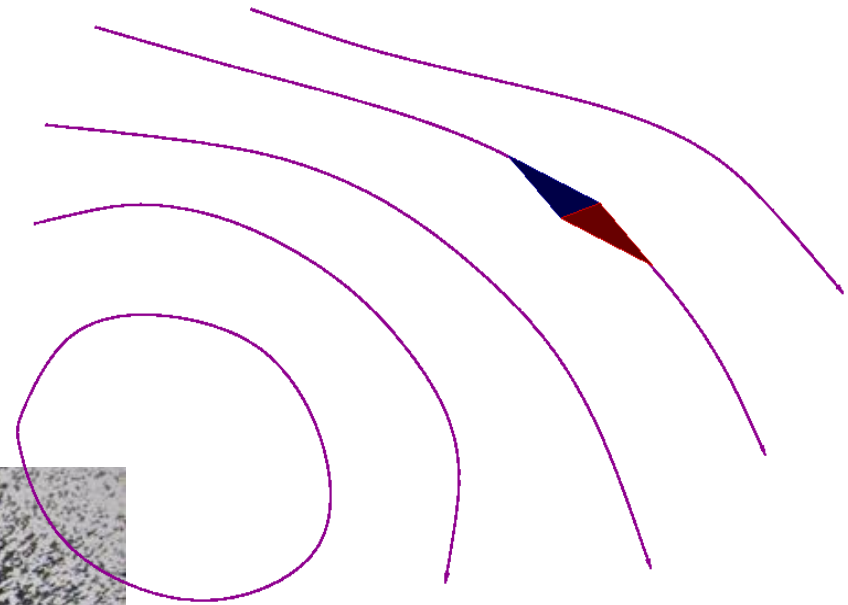
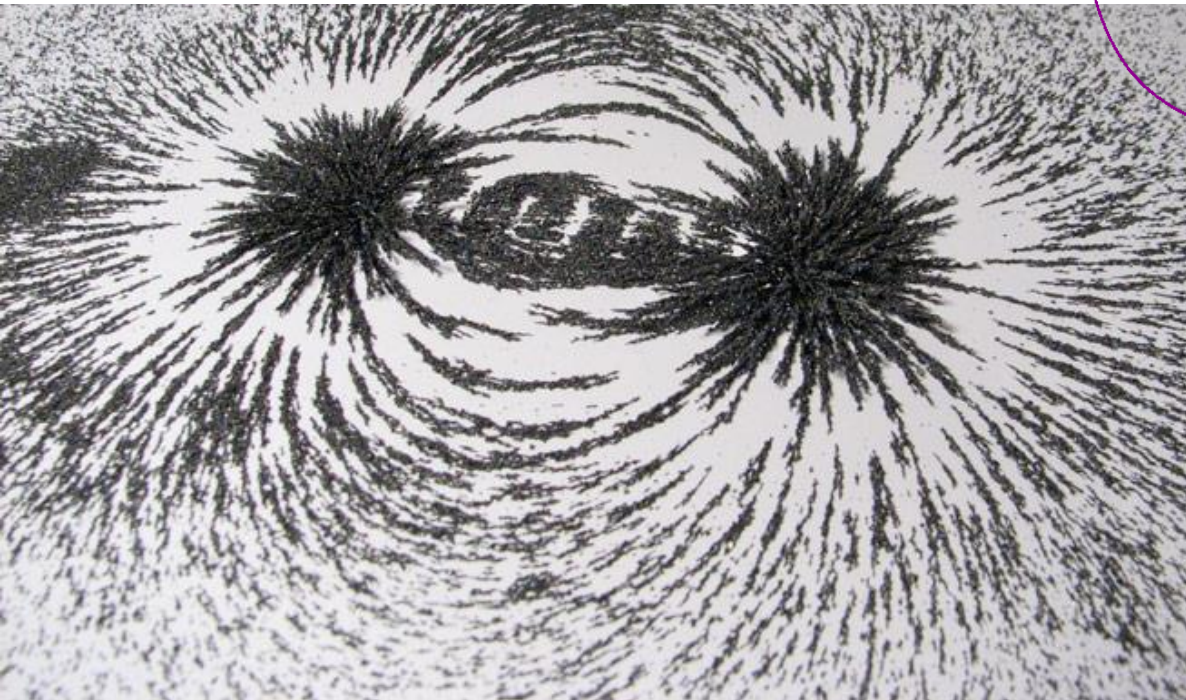
IL CAMPO MAGNETICO \vec{B}

PER DESCRIVERE LO SPAZIO CIRCOSTANTE UNA SOSTANZA MAGNETIZZATA INTRODUCIAMO UN VETTORE \vec{B} PER RAPPRESENTARE INTENSITÀ E ORIENTAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO

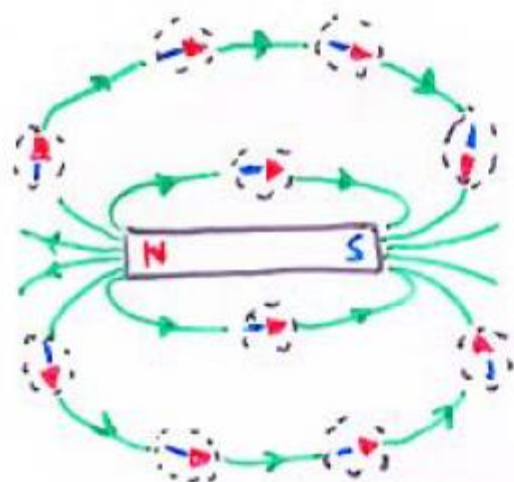
ANALOGAMENTE A QUANTO VISTO PER IL CAMPO ELETTRICO RAPPRESENTIAMO IL CAMPO MAGNETICO PER VIA GRAFICA ATTRAVERSO LE LINEE DEL CAMPO MAGNETICO

Cosa è il campo magnetico?

le curve immaginarie (linee di forza)
lungo cui si allineano
gli aghi magnetici



Limatura: piccoli aghetti



- IN OGNI SUO PUNTO UNA LINEA DI FORZA È TANGENTE E CONCORDE AL CAMPO \vec{B} IN QUEL PUNTO
- SI ADDENSANO DOVE L'INTENSITÀ DEL CAMPO È MAGGIORE
- NON SI INCROCIANO MAI
- HANNO ORIGINE DAL POLO **NORD** E TERMINANO IN QUELLO **SUD**

• L'ORIENTAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO IN UN PUNTO DELLO SPAZIO COINCIDE CON L'ORIENTAZIONE DI UN AGO MAGNETICO POSTO IN QUEL PUNTO

COME DEFINIAMO \vec{B} ?

COME PER IL CAMPO ELETTRICO SI PARTE DALLA MISURA DI UNA FORZA AGENTE SU UN OPPORTUNO "OGGETTO DI PROVA"

$\Rightarrow F_B$ FORZA MAGNETICA

\Rightarrow "OGGETTO DI PROVA": PARTICELLA DI CARICA q E VELOCITÀ \vec{v}

LA FORZA MAGNETICA AGENTE SU UNA PARTICELLA CARICA DI CARICA q E VELOCITÀ \vec{v} SI CHIAMA FORZA DI LORENTZ

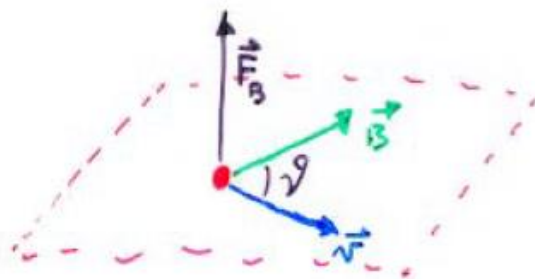
$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

\Rightarrow IN MODULO $F_B = qvB \sin \vartheta$

\Rightarrow NEL S.I. $[B] \rightarrow$ TESLA (T)

$$1T = 1 \frac{N}{C \cdot m/s} = 1 \frac{N}{A \cdot m}$$

$$1T = 10^4 \text{ Gauss} \quad 1 \text{ TESLA} = 10^4 \text{ GAUSS}$$

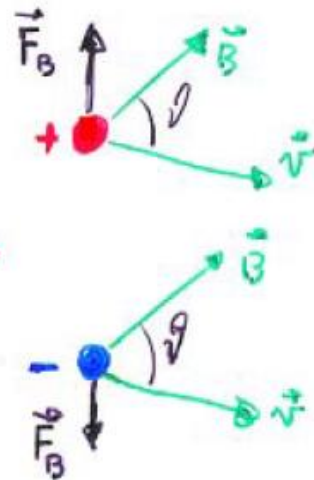


$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

- IN PRESENZA DI UN CAMPO MAGNETICO B LA FORZA MAGNETICA AGENTE SU UNA PARTICELLA È PROPORZIONALE ALLA CARICA q E ALLA VELOCITÀ v
- È UN PRODOTTO VETTORIALE!!!

- LA FORZA \vec{F}_B SI INVERTE SE CAMBIAMO IL SEGNO DELLA CARICA

- SE $\vec{B} \parallel \vec{v}$ LA FORZA MAGNETICA È NULLA $F_B = q v B \sin \vartheta$



VERSO OPPOSTO
SE $q < 0$

FORZA ELETTRICA

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

- È SEMPRE || AD \vec{E}
- È INDIPENDENTE DALLA VELOCITÀ v DELLA PARTICELLA
- COMPIE LAVORO QUANDO AGISCE SULLA PARTICELLA

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = q (V_A - V_B)$$

FORZA MAGNETICA

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

- È SEMPRE \perp A \vec{B}
- DIPENDE DALLA VELOCITÀ DELLA PARTICELLA
- NON COMPIE LAVORO SU UNA PARTICELLA CHE SI SPOSTA (\vec{B} statico)



LA FORZA MAGNETICA \vec{F}_B È INFATTI SEMPRE \perp

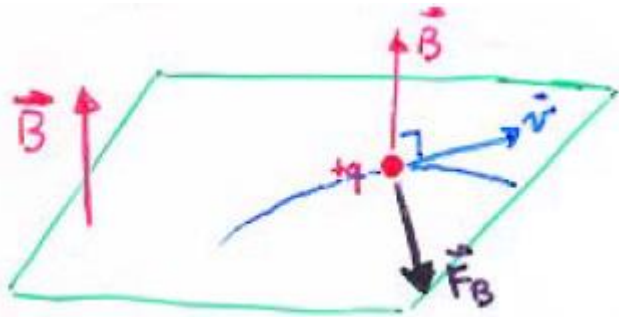
ALLA VELOCITÀ \vec{v} $\Rightarrow W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \int_A^B \underbrace{(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}}_{\perp d\vec{s}} = 0$

- \Rightarrow LA VELOCITÀ PER EFFETTO DELLA FORZA MAGNETICA CAMBIERÀ SOLO IN DIREZIONE E NON IN MODULO \Rightarrow L'ENERGIA CINETICA NON CAMBIA
- \Rightarrow NON ABBIAMO ACCELERAZIONE TANGENZIALE MA SOLO CENTRIPETA

ESEMPI

UNA PARTICELLA CARICA (+q) SI MUOVE IN UN CAMPO UNIFORME \vec{B} CON $\vec{B} \perp \vec{v}$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{v}{c} \Rightarrow \sin \gamma = 1$$



$$F_B = qvB = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{mv}{qB} \quad \text{RAGGIO DI CURVATURA}$$

Accelerazione perpendicolare a \vec{v} perciò solo direzione cambia, non modulo

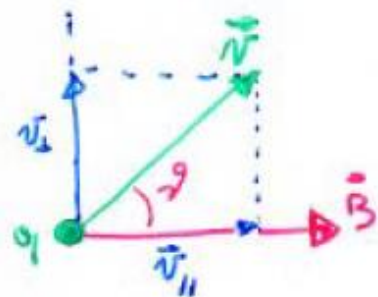
\Rightarrow LA TRAIETTORIA È UN ARCO DI CIRCONFERENZA

SE B UNIFORME $\rightarrow r = \text{COSTANTE}$ $\Rightarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$ VELOCITÀ ANGOLARE DEL MOTO

LA FREQUENZA CORRISPONDENTE $\gamma = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$ FREQUENZA DI CICLOTRONE

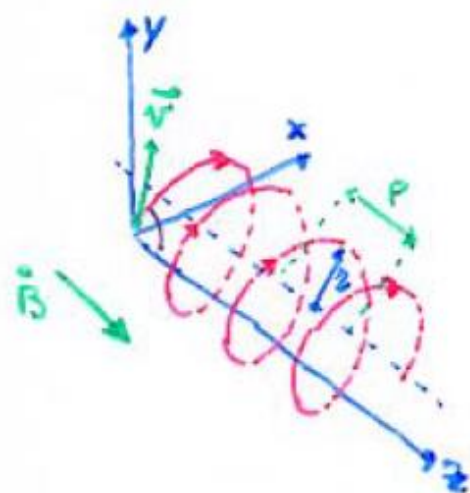
LA FREQUENZA DI RIVOLUZIONE NON DIPENDE DAL RAGGIO E DALLA VELOCITÀ DELLA PARTICELLA

SE \vec{v} GENERICO (\vec{B} UNIFORME)



$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel} \Rightarrow \vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B} = q (\vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}) \times \vec{B} =$$

$$= \boxed{q \vec{v}_{\perp} \times \vec{B}} + q \vec{v}_{\parallel} \times \vec{B} = 0$$



$$r = \frac{m v_{\perp}}{q B}$$

IL MOTO È ELICOIDALE

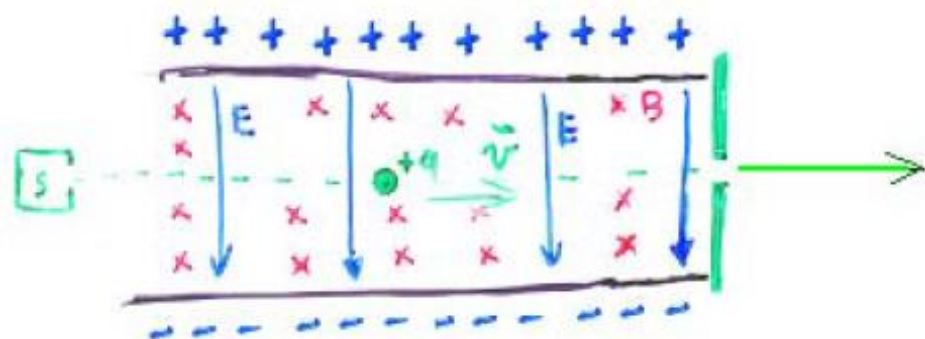
P PASSO DELL'ELICA

$$P = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{1}{\gamma} = v_{\parallel} \frac{2\pi m}{q B} = 2\pi r \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}}$$

① SE NELLO SPAZIO SONO PRESENTI CONTEMPORANEAMENTE UN CAMPO ELETTRICO \vec{E} ED UN CAMPO MAGNETICO \vec{B}

$$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{SOMMA VETTORIALE}$$

UNA APPLICAZIONE TIPICA SI HA CON $\vec{E} \perp \vec{B}$ (E $\vec{v} \perp \vec{E}, \vec{B}$)

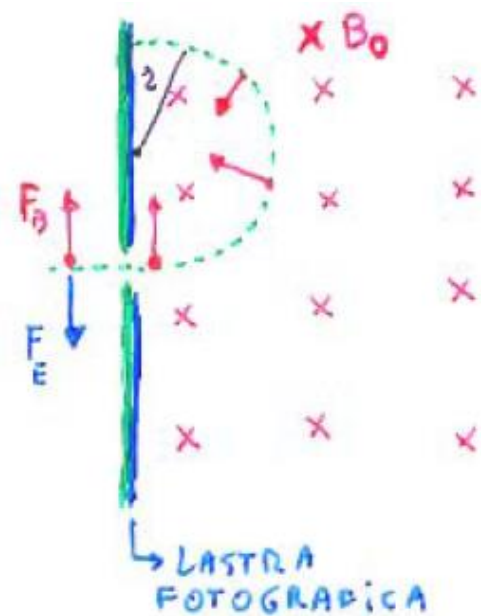


$$\begin{aligned} \vec{F}_B &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ \vec{F}_E &= q\vec{E} \end{aligned}$$

LA DEPLESSIONE DELLA PARTICELLA È NULLA QUANDO È NULLA LA FORZA CHE AGISCE SU DI ESSA $\Rightarrow qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$

IN QUESTO MODO SI PUÒ REALIZZARE UN SELETTORE DI VELOCITÀ

SE IL FASCIO JOSI OTTENUTO VENISSE IMMESSO IN UNA REGIONE DI SPAZIO IN CUI SIA PRESENTE IL SOLO CAMPO MAGNETICO



$$r = \frac{mv}{qB_0} \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{rB_0}{v}$$

SI REALIZZA UNO SPETTROMETRO DI MASSA

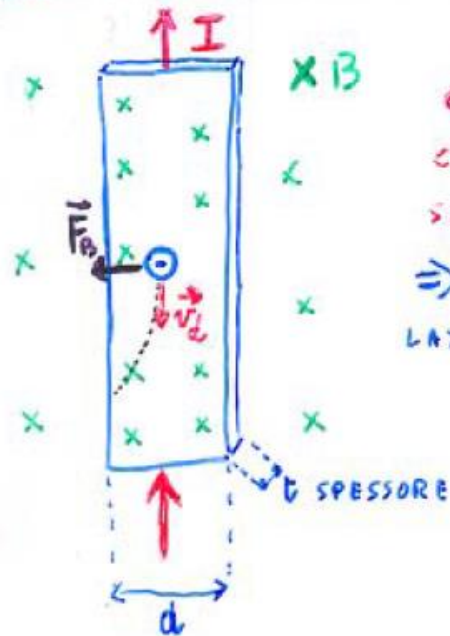
IONI ISODENERGETICI DI UNO STESSO ELEMENTO
SEGUIRANNO TRAIETTORIE DIVERSE IN BASE

ALLA MASSA $m \Rightarrow$ RIVELAZIONE DEGLI ISOTOPI

EFFETTO HALL

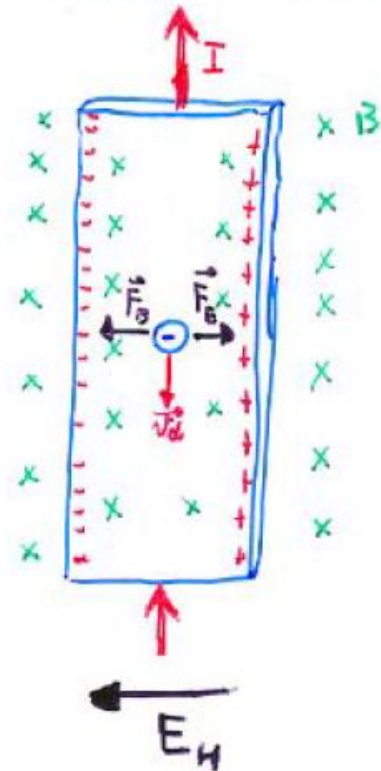
LA FORZA DI LORENTZ PUÒ DEPLETTERE ANCHE I PORTATORI DI CARICA ALL'INTERNO DI UN MATERIALE CONDUTTORE

SI CONSIDERI UNA LAMINA DI UN MATERIALE CONDUTTORE - PERCORSO DA CORRENTE - IMMERSA IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME



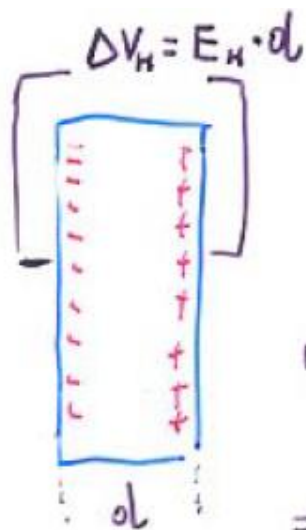
GLI ELETTRONI DI CONDUZIONE SONO SOGGETTI ALLA FORZA F_B
 \Rightarrow SI ACCUMULERANNO SUL LATO DELLA LAMINA FINCHÉ

$$F_B = F_E$$



IL CAMPO ELETTRICO CHE SI INSTAURA TRASVERSALMENTE ALLA DIREZIONE DELLA CORRENTE È DETTO CAMPO DI HALL E_H

LA DIFFERENZA DI POTENZIALE È DETTA TENSIONE DI HALL



DALLA CONDIZIONE DI EQUILIBRIO

$$F_B = F_{E_H} \Rightarrow \cancel{e} v_d B = \cancel{e} E_H \Rightarrow E_H = v_d B$$

RICORDANDO CHE $J = n e v_d$ E CHE $J = I/A = I/dt$

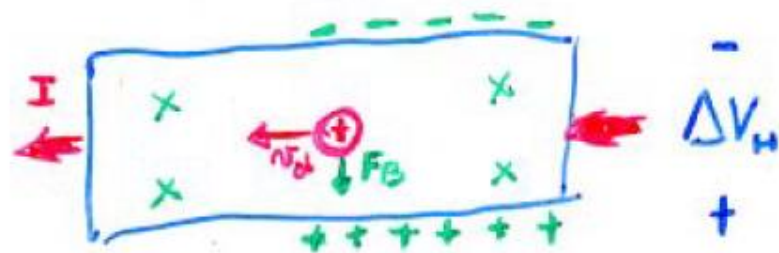
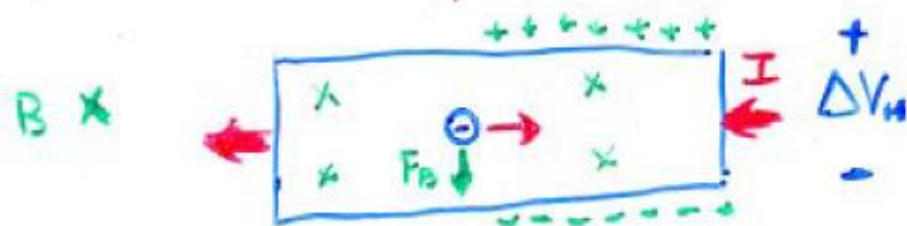
$$\Rightarrow v_d = \frac{J}{n e} = \frac{I}{n e d t} \Rightarrow E_H = \frac{I}{n e d t} B \Rightarrow \frac{\Delta V_H}{\cancel{d}} = \frac{I}{n e d t} B$$

$$\Rightarrow \Delta V_H = \frac{I B}{n e t} = R_H \frac{I B}{t}$$

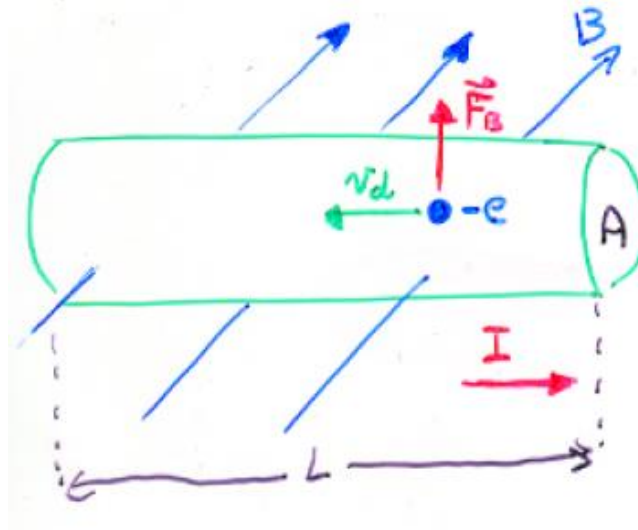
R_H COEFFICIENTE DI HALL

1) POSSIBILITÀ DI MISURARE SPERIMENTALMENTE B (SONDA DI HALL)

2) IL SEGNO DI R_H FORNISCE IL SEGNO DEI PORTATORI DI CARICA + DENSITÀ n



FORZA MAGNETICA SU UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE STAZIONARIA



IN UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE
GLI ELETTRONI SI MUOVONO CON VELOCITÀ v_d

$$\Rightarrow \vec{F}_B = -e \vec{v}_d \times \vec{B} \quad \text{PER CIASCUN ELETTRONE}$$

SE n È LA DENSITÀ DEGLI ELETTRONI (NUMERO DI
PORTATORI PER UNITÀ DI VOLUME)

\Rightarrow NEL TRATTO CONSIDERATO ABBIAMO nAL ELETTRONI

\Rightarrow LA FORZA MAGNETICA TOTALE SUL TRATTO DI FILO È $\vec{F}_B = -e \vec{v}_d \times \vec{B} nAL$

MA IN UN FILO $\vec{J} = -ne\vec{v}_d \Rightarrow \vec{F}_B = \vec{J} \times \vec{B} AL$

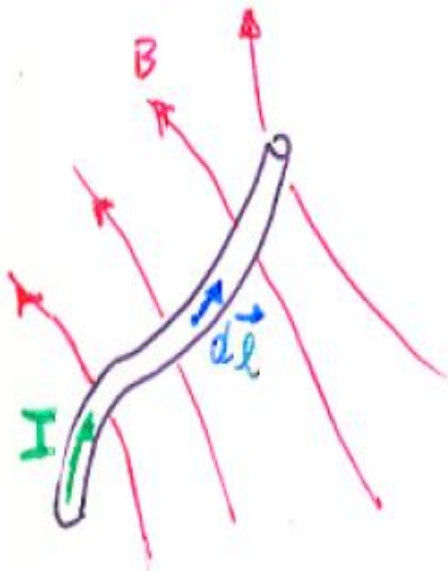
CON L'INTRODUZIONE DELLA DENSITÀ DI CORRENTE \vec{J} SI VEDE CHE \vec{F}_B NON DIPENDE DAL SEGNO DEI PORTATORI, MA SOLO DAL VERSO DELLA CORRENTE

ESSENDO $J = \frac{I}{A}$ PER UN FILO RETTILINEO POSSIAMO SCRIVERE

$$\vec{F}_B = I \vec{L} \times \vec{B}$$

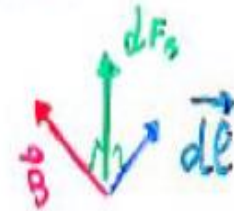
DOVE \vec{L} VETTORE CON MODULO L E DIREZIONE E VERSO DI \vec{J}

GENERALIZZAZIONE PER UN FILO DI FORMA ARBITRARIA



- PERCORSO DA UNA CORRENTE I
- IN UN CAMPO MAGNETICO \vec{B}

$$d\vec{F}_B = I d\vec{l} \times \vec{B}$$



LA FORZA SU UN TRATTO INFINITESIMO È ORTOGONALE
AL CAMPO MAGNETICO E AL FILO

(È UNO STRUMENTO DI
CALCOLO)

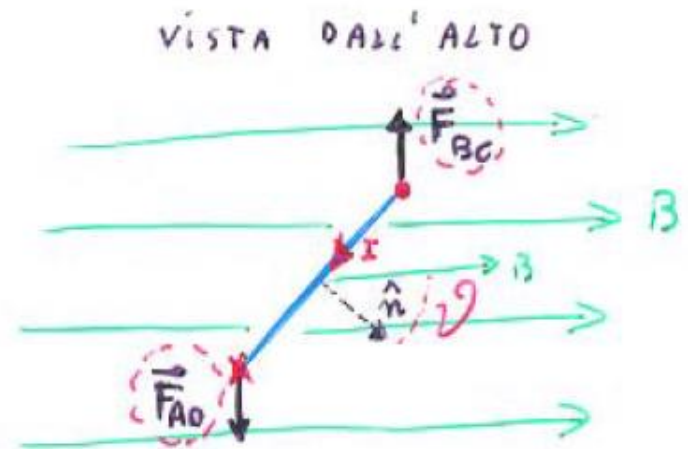
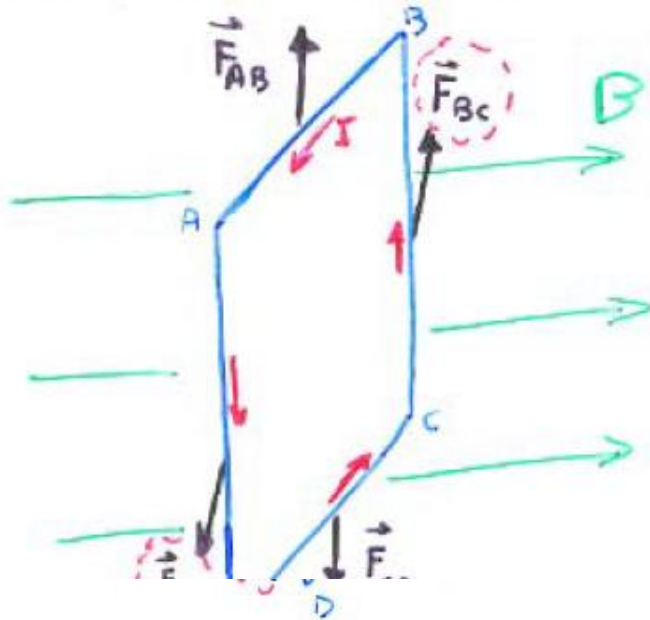
PER OTTENERE LA FORZA TOTALE

$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{l} \times \vec{B}$$

È SEMPRE UN PRODOTTO VETTORIALE!!!

MOMENTO MECCANICO DI UNA SPIRA PIANA

CONSIDERIAMO UNA SPIRA PIANA (RETTANGOLARE) PERCORSO DA UNA CORRENTE E IMMERSA IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME



SU CIASCUN LATO AGISCE UNA FORZA MAGNETICA $\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$

CHE PER FILI RETTILINEI IN CAMPO UNIFORME DIVENTA $\vec{F}_B = I \vec{L} \times \vec{B}$

$$F_{AB} = I \overline{AB} B \sin(90^\circ + \vartheta)$$

$$F_{CD} = I \overline{CD} B \sin(90^\circ - \vartheta)$$

UGUALI IN MODULO E GIACENTI SULLA STESSA RETTA DI AZIONE

L e B perpendicolari non diamo un simbolo per l'angolo

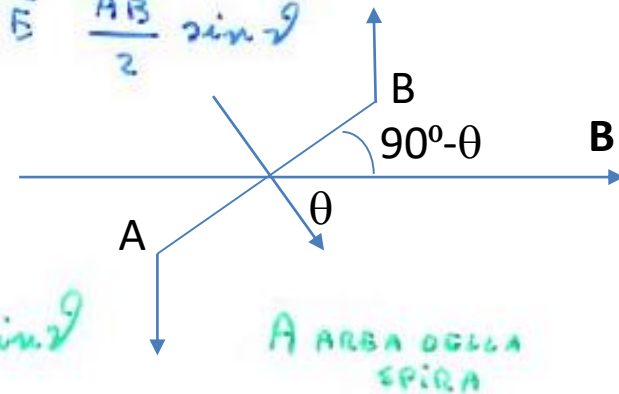
$$F_{BC} = I \overline{BC} B$$

$$F_{AD} = I \overline{AD} B$$

UGUALI IN MODULO MA NON GIACENTI SULLA STESSA RETTA DI AZIONE

⇒ COSTITUISCONO UNA COPPIA DI FORZE

IL BRACCIO DI CIASCUNA FORZA È $\frac{\overline{AB}}{2} \sin \vartheta$



⇒ IL MOMENTO TORCENTE τ È DATO DA

$$\tau = F_{BC} \frac{\overline{AB}}{2} \sin \vartheta + F_{AD} \frac{\overline{AB}}{2} \sin \vartheta = I A B \sin \vartheta$$

SE DEFINIAMO $\vec{A} = A \hat{n}$



$$\Rightarrow \tau = I \vec{A} \times \vec{B}$$

E CHIAMANDO $\vec{\mu} = I \vec{A}$ MOMENTO DI DIPOLLO MAGNETICO

$$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

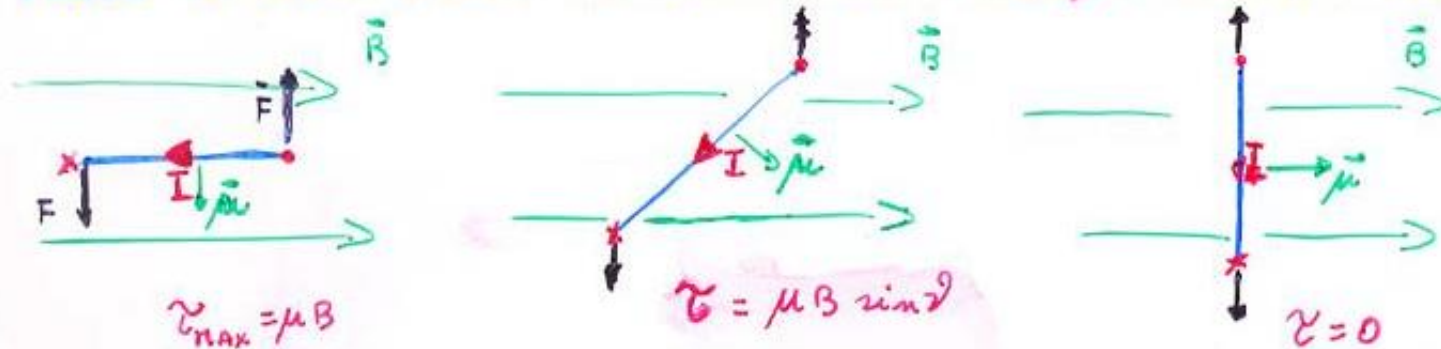
LA RELAZIONE

$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ VALE PER SPIRE DI FORMA QUALSIASI

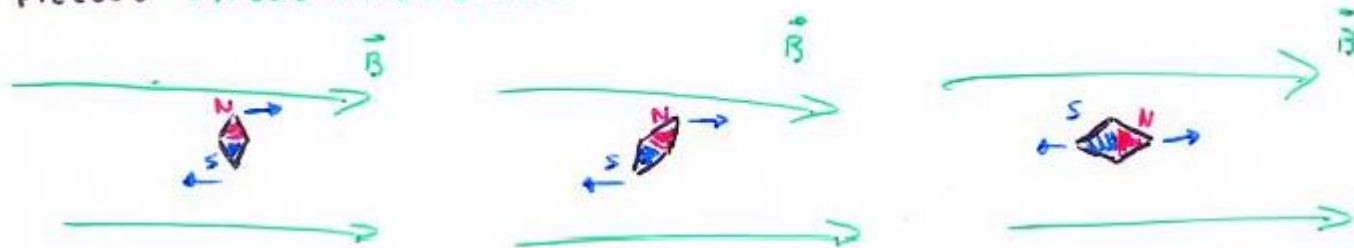
• OGNI SPIRA PERCORSA DA CORRENTE È CARATTERIZZATA DA UN VETTORE

$\vec{\mu} = I \vec{A}$ MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO

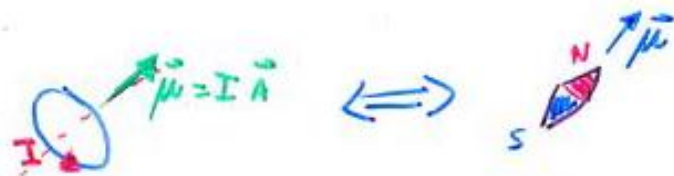
IL VERSO DI ROTAZIONE TENDE AD ALLINEARE $\vec{\mu}$ CON IL CAMPO \vec{B}



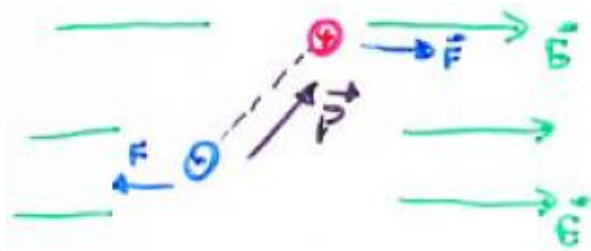
SIAMO IN ANALOGIA CON IL COMPORTAMENTO DI UN AGO MAGNETICO OSSIA DI UN PICCOLO DIPOLO MAGNETICO



AGLI EFFETTI MAGNETICI UNA SPIRA PIANA DI AREA A E PERCORSA DA UNA CORRENTE I EQUIVALE AD UN DIPOLO MAGNETICO DI MOMENTO MAGNETICO DI DIPOLO $\vec{\mu} = I \vec{A}$



È IMMEDIATA L'ANALOGIA CON IL CASO ELETTRICO RICORDANDO IL MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO



$$\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$$

SEMPRE PER L'ANALOGIA FORNALE

$$U = -\vec{P} \cdot \vec{E}$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

CONCETTI GIÀ SVILUPPATI PER I DIPOLI ELETTRICI POTRANNO ESSERE APPLICATI A SITUAZIONI MAGNETICHE

Dopo avere studiato gli effetti di un campo magnetico su una carica in movimento o su conduttori percorsi da corrente ci concentriamo sulle sorgenti di campo magnetico (consideriamo fili percorsi da corrente) e sul campo \vec{B} da esse generato.

In elettrostatica avevamo la possibilità di calcolare \vec{E} in due modi

LEGGE DI COULOMB

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq q_0}{r^2} \hat{r} \quad \text{e} \quad d\vec{E} = \frac{d\vec{F}}{q_0}$$

LEGGE DI GAUSS

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

E poi sommavo (integrando) tutti i contributi

In magnetostatica seguiremo un percorso analogo attraverso

un metodo diretto (LEGGE di BIOT-SAVART)

ed un altro basato su argomenti di simmetria (LEGGE di AMPÈRE)

LEGGE DI BIOT-SAVART

LA LEGGE DI BIOT-SAVART NASCE DAI RISULTATI Sperimentali OTTENUTI STUDIANDO IL CAMPO MAGNETICO GENERATO DA CONDUTTORI FILIFORMI PERCORSI DA UNA CORRENTE I

LA LEGGE ESPRIME

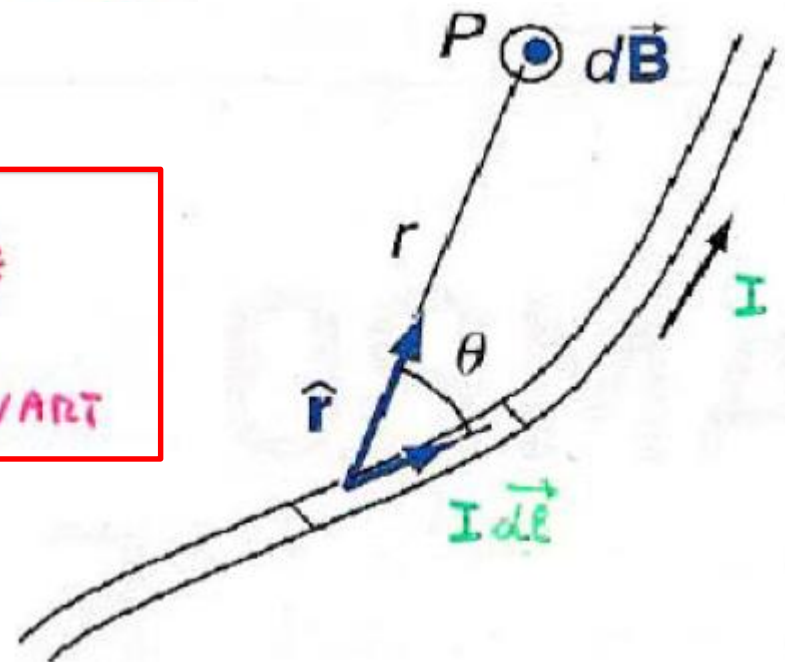
IL CAMPO MAGNETICO ELEMENTARE $d\vec{B}$
GENERATO DA UN TRATTO INFINITESIMO $d\vec{el}$
E PERCORSO DA UNA CORRENTE I

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{el} \times \hat{r}}{r^2}$$

LEGGE
DI
BIOT-SAVART

$$\text{CON } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL VUOTO



PER CALCOLARE IL CAMPO \vec{B} OCCO dl E SOMMARE VETTORIALMENTE TUTTI I CONTRIBUTI $d\vec{B}$ GENERATI DAI TRATTI $d\vec{s}$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

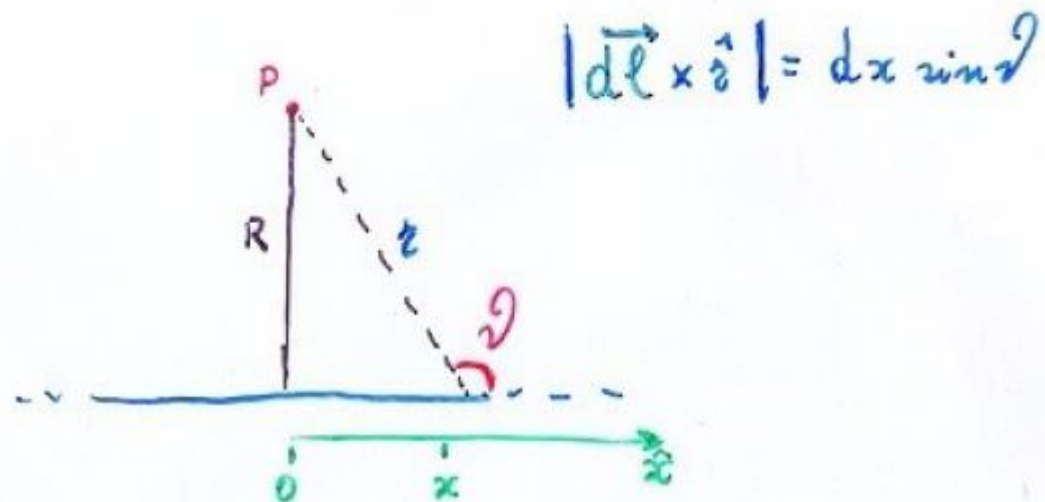
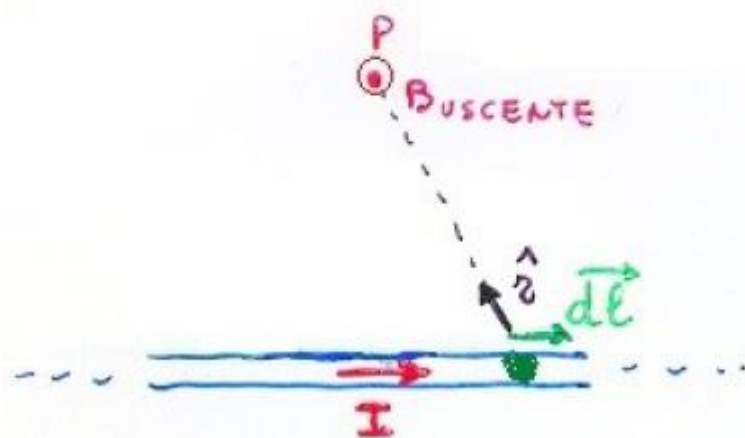
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

COME PER \vec{E} • DIPENDE DA $\frac{1}{r^2}$

MA LA DIREZIONE • SEGUE UN PRODOTTO VETTORIALE

È POSSIBILE APPLICARLA A QUALSIASI CONDUTTORE E IL FORME PERCORSO DA CORRENTE

● FILO RETTILINEO (INDEFINITO)



$$|d\vec{l} \times \hat{r}| = dx \sin \theta$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{r^2}$$

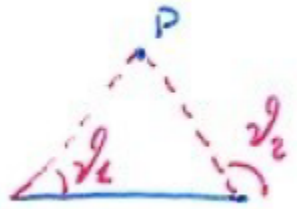
PER INTEGRARE

$$r = \frac{R}{\sin(\theta - \theta_0)} = \frac{R}{\sin \theta}$$

$$x = \frac{R}{\tan(\theta - \theta_0)} = \frac{R}{\tan \theta} \Rightarrow dx = \frac{R}{\sin^2 \theta} d\theta$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{\sin^2 \theta} \frac{\sin^3 \theta}{R^2} d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin \theta}{R} d\theta$$

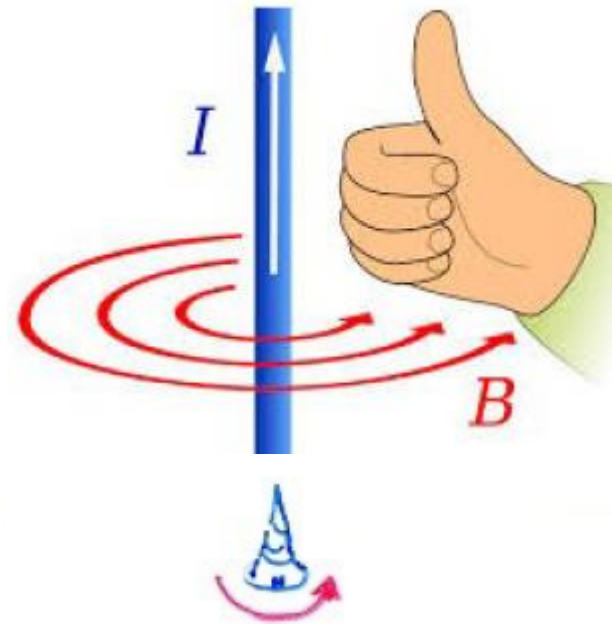
$$\Rightarrow B = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin\varphi}{R} d\varphi = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$



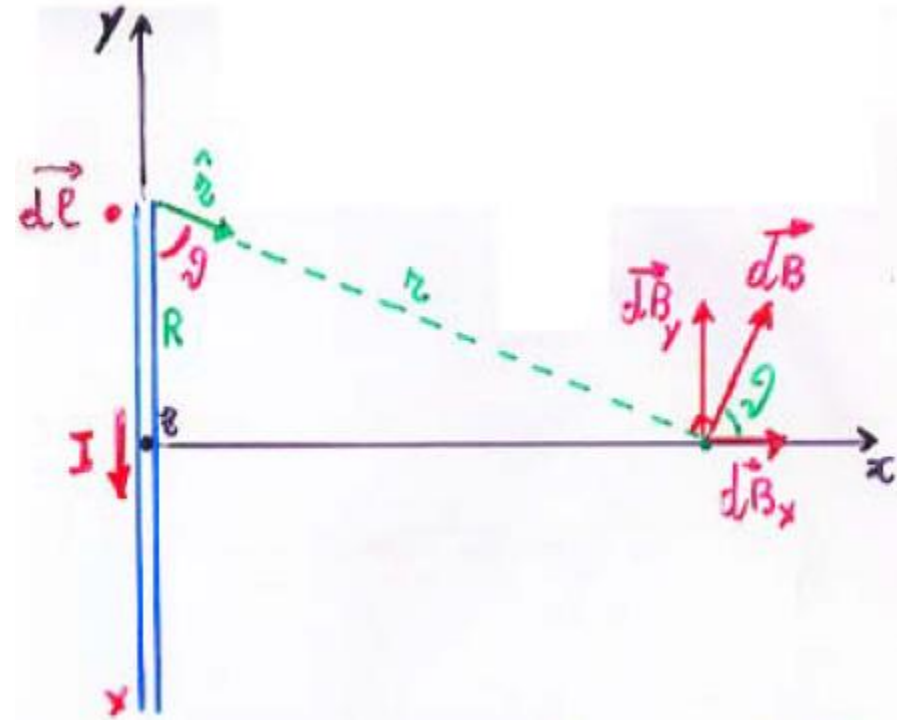
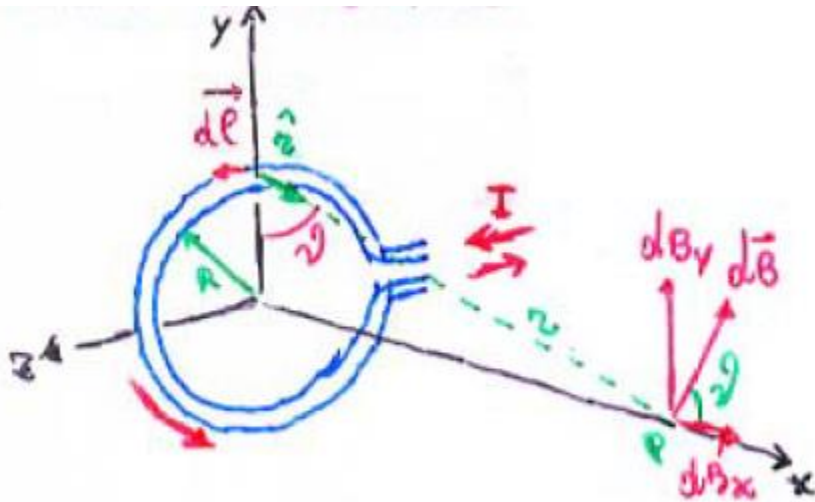
SE IL FILO È INDEFINITO $\varphi_1 = 0$ E $\varphi_2 = \pi$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

DISTANZA DI UN GENERICO
PUNTO DELLO SPAZIO DAL FILO



CAMPO LUNGO L'ASSE DI UNA SPIRA CIRCOLARE



$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|\vec{dl} \times \hat{r}|}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{R^2 + x^2}$$

$\vec{dl} \perp \hat{r}$

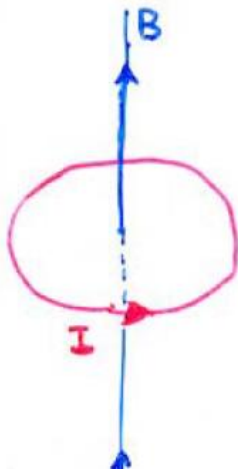
Per simmetria solo la componente x non si annulla:

$$\Rightarrow dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{R^2+x^2} \cos\vartheta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{R^2+x^2} \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2+x^2)^{3/2}} dl$$

$R = z \cos\vartheta$

Integrando su tutta la spira:

$$B_x = \oint \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2+x^2)^{3/2}} dl = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2+x^2)^{3/2}} \oint dl = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2+x^2)^{3/2}} 2\pi R = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$



SULL'ASSE IL CAMPO \vec{B} È PARALLELO
ALL'ASSE STESSO



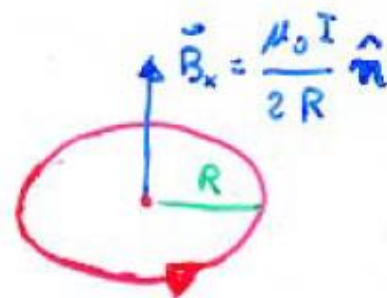
● NEL CENTRO DELLA SPIRA

$$B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

DOVE $x=0$

\Rightarrow

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



● A GRANDE DISTANZA

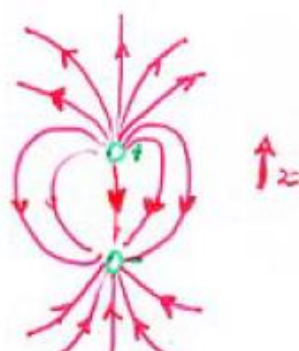
$x \gg R$

$$B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2 x^3} = \frac{\mu_0 I \overbrace{2\pi R^2}^A}{2 x^3 2\pi} = \frac{\mu_0 2 I A}{4\pi x^3}$$

RICORDANDO CHE $\vec{\mu} = I A \hat{n}$

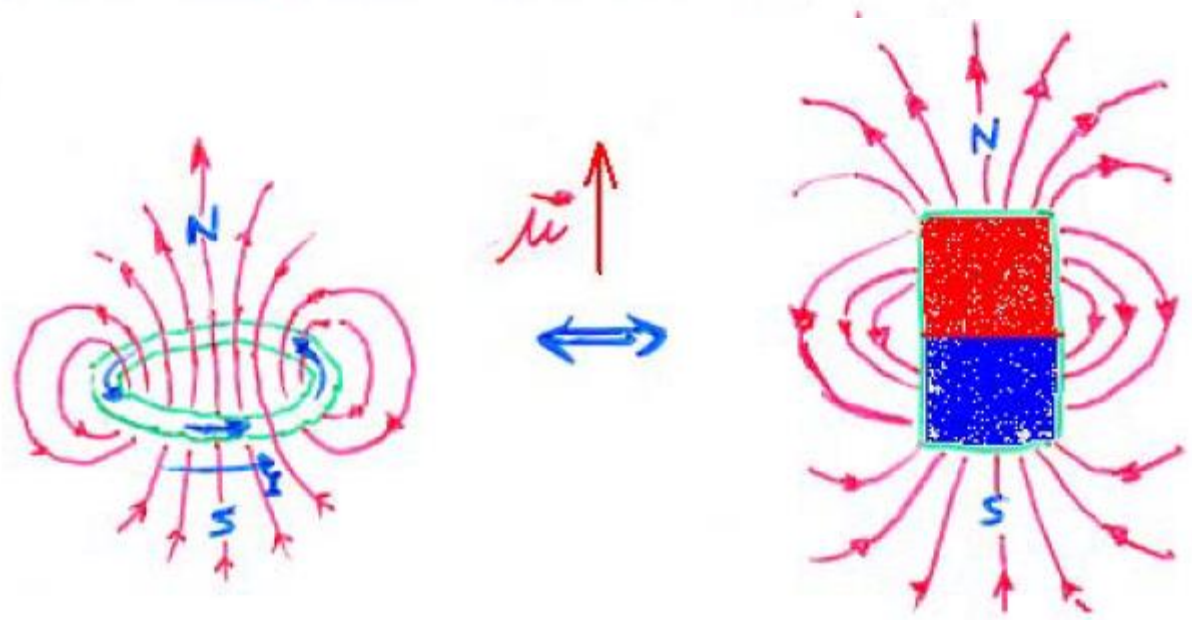
$$\vec{B}_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{\mu}}{x^3}$$

IN ANALOGIA (FORNITA) AL CASO DEL DIPOLLO ELETTRICO $\vec{E}_{ASSE} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{P}}{x^3}$



IN GENERALE

LE LINEE DI CAMPO MAGNETICO GENERATE DA UNA SPIRA CIRCOLARE PERCORSA DA UNA CORRENTE I SONO FORMALMENTE ANALOGHE A QUELLE GENERATE DA UN DIPOLO MAGNETICO



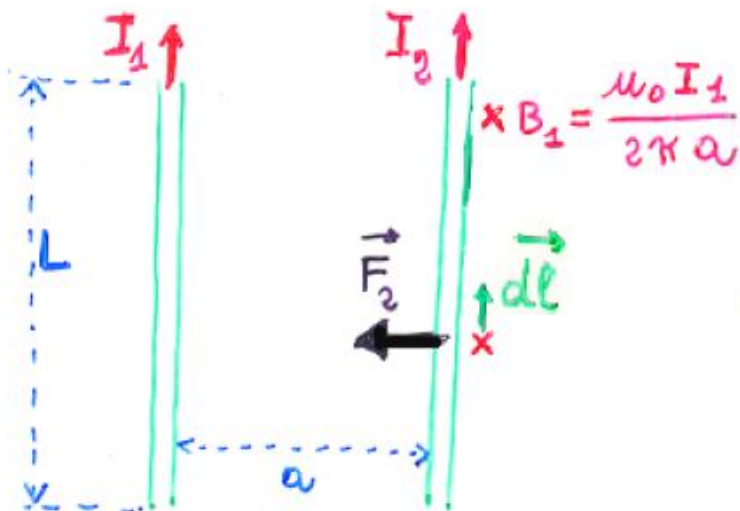
COME IL COMPORTAMENTO ELETTRICO DI MOLTE MOLECOLE È DESCRIVIBILE IN TERMINI DI DIPOLO ELETTRICO COSÌ ANCHE IL COMPORTAMENTO MAGNETICO DI ATOMI POTRÀ ESSERE DESCRITTO IN TERMINI DI DIPOLO MAGNETICI
CORRENTE I GENERATA DAL MOTTO DEGLI ELETTRONI INTORNO AI NUCLEI

SE UN FILO PERCORSO DA UNA CORRENTE I_1 È SORGENTE DI UN CAMPO MAGNETICO $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$ ALLORA DEVE ESSERE IN GRADO DI

ESERCITARE UNA FORZA MAGNETICA $\vec{F}_2 = I_2 \int d\vec{\ell} \times \vec{B}_1$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = I_2 \int d\vec{\ell} \times \underbrace{\left(\frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell}' \times \hat{r}}{r^2} \right)}_{\vec{B}_1}$$

PER SEMPLIFICARE CONSIDERIAMO DUE FILI RETTILINEI MOLTO LUNGI E PARALLELI



$$\vec{F}_2 = I_2 \vec{L} \times \vec{B}_1 \Rightarrow F_2 = I_2 L \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

$$\Downarrow$$

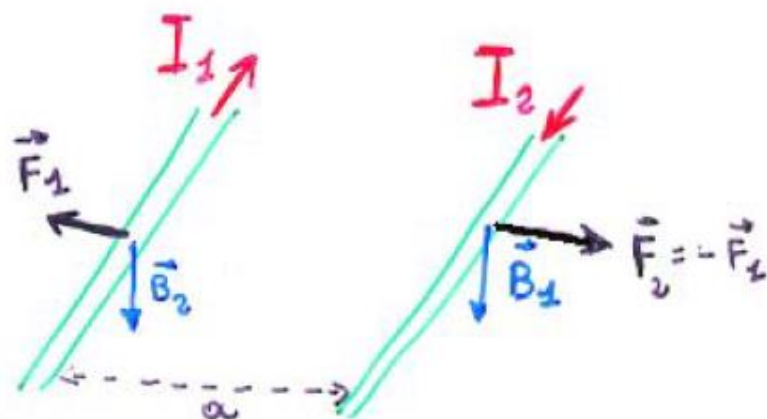
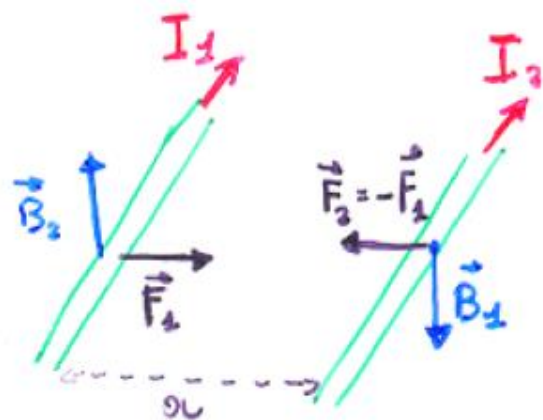
$$F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} L$$

ANALOGAMENTE SUL FILO 1 AGIRÀ UNA FORZA \vec{F}_1 CON MODULO UGUALE A \vec{F}_2
MA VERSO OPPOSTO

Coppie di Newton - III Principio della dinamica

\Rightarrow I DUE FILI SI ATTRAGGONO SE LE CORRENTI SONO CONCORDI

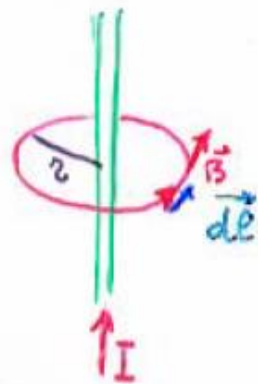
SE LE CORRENTI SONO DISCORDI LA FORZA È REPULSIVA



$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \quad \text{FORZA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA}$$

LA LEGGE DI AMPÈRE

CONSIDERIAMO UN FILO RETTILINEO PERCORSO DA CORRENTE



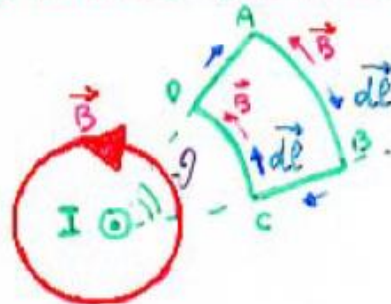
POSSIAMO CALCOLARE LA CIRCVITAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO
LUNGO UN PERCORSO CIRCOLARE CHE RACCHIUDE IL FILO

IN OGNI PUNTO $\vec{B} \parallel d\vec{\ell}$

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint B d\ell = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} d\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint d\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r$$

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

SE IN VECE CONSIDERIAMO UNA CURVA CHE NON RACCHIUDA IL FILO



$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{A \rightarrow B} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{B \rightarrow C} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C \rightarrow D} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{D \rightarrow A} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \\ &= 0 \quad \vec{B} \perp d\vec{\ell} \quad = 0 \quad \vec{B} \perp d\vec{\ell} \\ &= -\frac{\mu_0 I}{2\pi r_A} 2\pi r_A + \frac{\mu_0 I}{2\pi r_D} 2\pi r_D = 0 \quad \parallel \end{aligned}$$

IL RISULTATO È GENERALIZZABILE A DISTRIBUZIONI DI CORRENTI CONTINUE
QUALSIASI E PERCORSI CHIUSI QUALSIASI

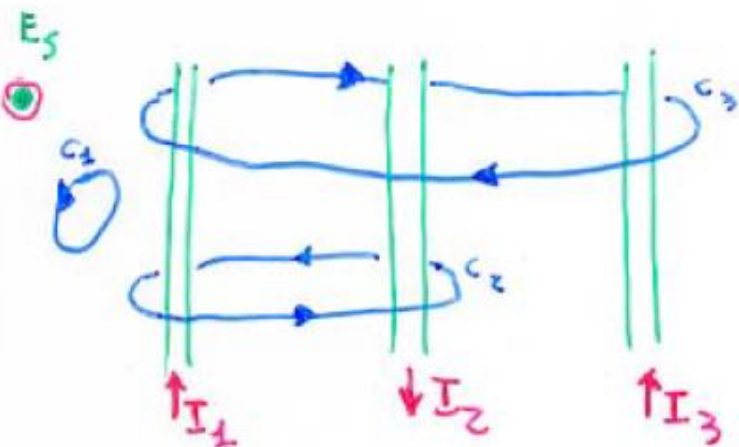
LEGGE DI AMPÈRE

L'INTEGRALE DI LINEA $\vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ ESTESO AD UN QUALSIASI PERCORSO
CHIUSO È SEMPRE UGUALE A $\mu_0 I_{\text{conc}}$ DOVE I_{conc} RAPPRESENTA
LA CORRENTE TOTALE CONCATENATA CON IL PERCORSO CHIUSO

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{conc}}$$

UNA CORRENTE È CONCATENATA AD UN PERCORSO CHIUSO QUANDO
ATTRAVERSA UNA QUALSIASI SUPERFICIE CHE SI APPOGGI AL
PERCORSO DATO (OSSIA CHE ABBA COME FRONTIERA IL PERCORSO DATO)

UNA VOLTA FISSATO IL VERSO DI PERCORRENZA DELL'INTEGRALE DI LINEA
 IL SEGNO DELLA CORRENTE È DETERMINATO CON LA REGOLA DELLA MANO DESTRA

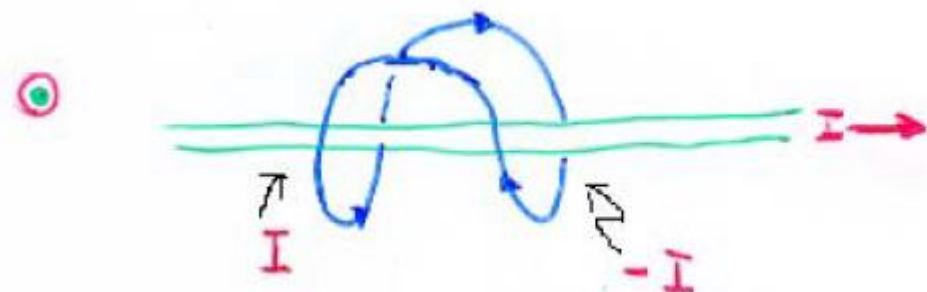


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{conc}}$$

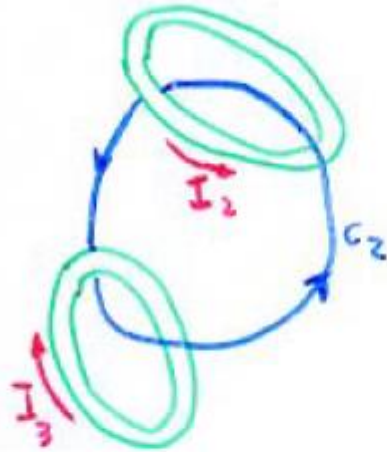
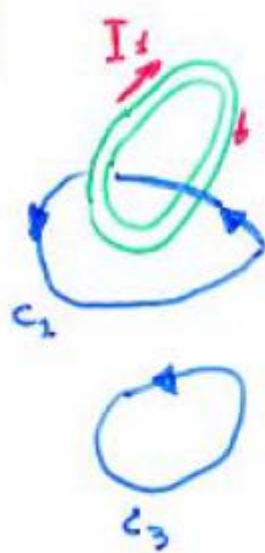
CURVA C_1 $I_{\text{conc}} = 0$

CURVA C_2 $I_{\text{conc}} = I_1 - I_2$

CURVA C_3 $I_{\text{conc}} = -I_1 + I_2 - I_3$



$$I_{\text{conc}} = I - I = 0$$



$$C_1 \quad I_{\text{conc}} = I_1$$

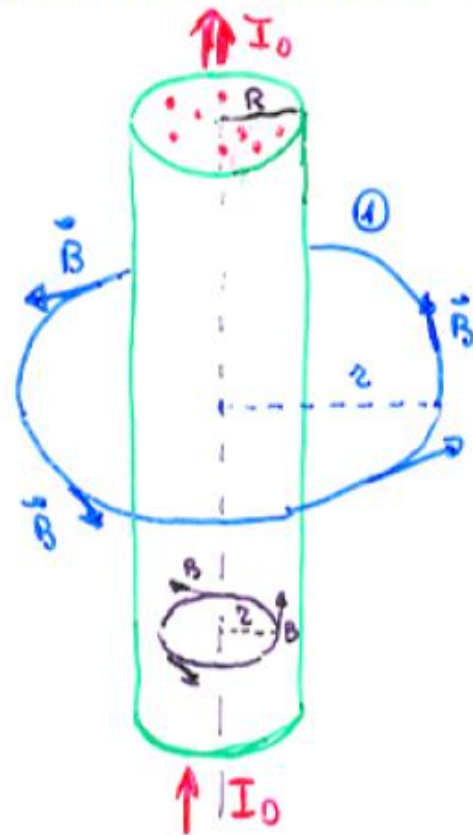
$$C_2 \quad I_{\text{conc}} = -I_2 - I_3$$

$$C_3 \quad I_{\text{conc}} = 0$$

NEL CALCOLO DELLA CIRCVITAZIONE $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ \vec{B} È IL CAMPO MAGNETICO
GENERATO DA TUTTE LE CORRENTI; IL RISULTATO DELL'INTEGRALE DIPENDE
SOLO DALLE CORRENTI CONCATENATE AL PERCORSO CHIUSO

LA LEGGE DI AMPÈRE PUÒ ESSERE UTILIZZATA PER DETERMINARE IL
CAMPO MAGNETICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE DI CORRENTE AVEGATE
UNA DETERMINATA SIMMETRIA

2) CAMPO MAGNETICO \vec{B} GENERATO DA UN FILO RETTILINEO DI RAGGIO R PERCORSO DA UNA CORRENTE I_0 DISTRIBUITA UNIFORMEMENTE SU TUTTA LA SEZIONE



ABBIAMO DUE CASI $z \geq R$ E $z < R$

$$z \geq R$$

APPLICHIAMO LA LEGGE DI AMPÈRE ALLA CURVA ①
CIRCONFERENZA CON CENTRO NELL'ASSE DEL FILO
PER SIMMETRIA $\vec{B} \parallel d\vec{s}$ E $|\vec{B}|$ COSTANTE

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \oint B \, de = B \oint de = B 2\pi z$$

↓
AMPÈRE

$$\hookrightarrow = \mu_0 I_{conc} = \mu_0 I_0$$

PER $z < R$

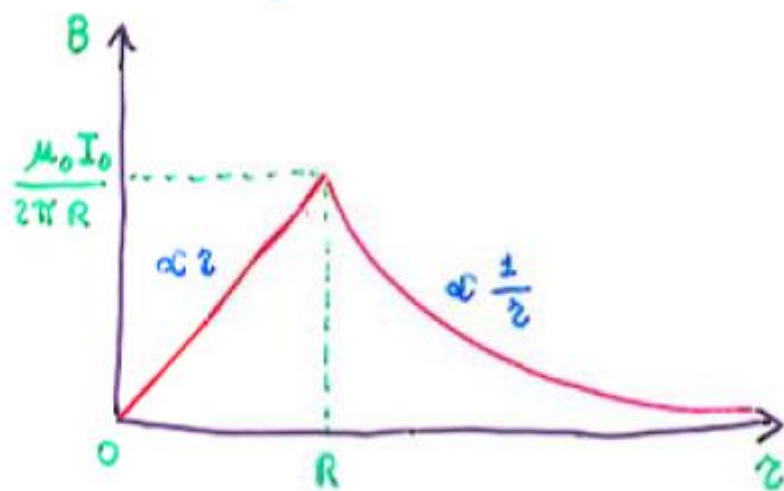
$$I_{conc} = \underbrace{\frac{I_0}{\pi R^2}}_J \cdot \pi z^2$$

\Rightarrow

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2} z$$

$$\Rightarrow \text{PER } z \geq R \quad B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi z}$$

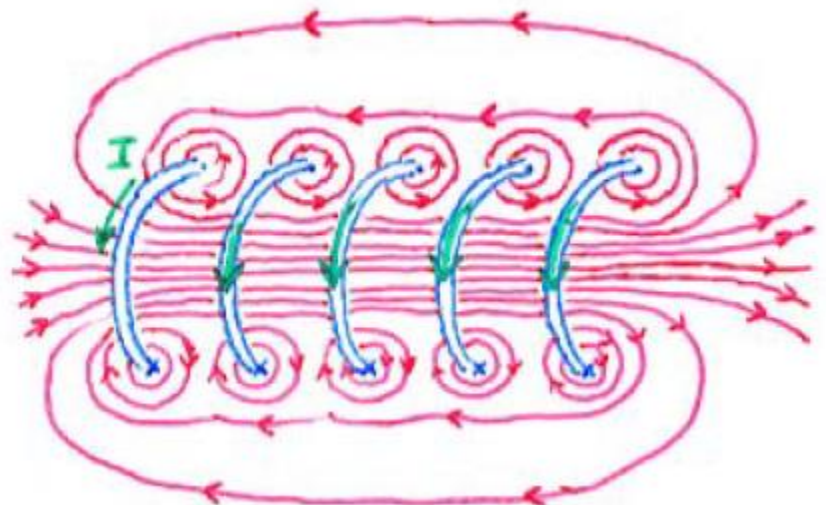
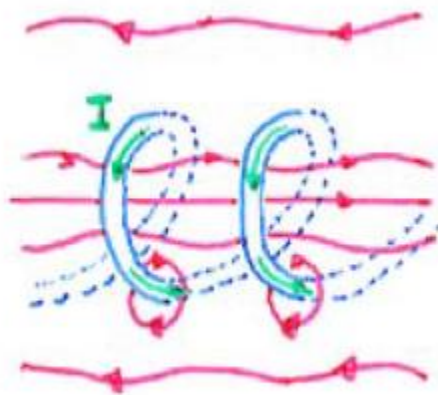
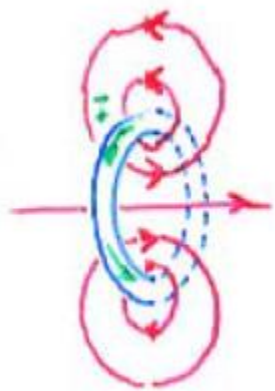
$$\text{PER } z < R \quad I_{\text{conc}} = \frac{I_0}{\underbrace{\pi R^2}_J} \cdot \cancel{\pi} z^2 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2} z$$

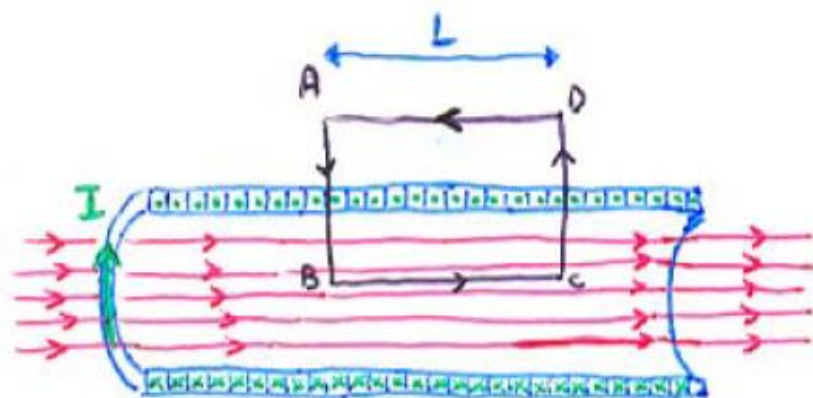


◉ CAMPO MAGNETICO IN UN SOLENOIDE

UN SOLENOIDE È UN LUNGO FILO AVVOLTO A FORMA DI ELICA CILINDRICA (CON AVVOLGIMENTI MOLTO FITTI)

IL CAMPO GENERATO È DATO DALLA SOMMA VETTORIALE DI TUTTE LE SPIRE CHE LO COMpongono





NEL CASO "IDEALE" IL SOLENOIDE
È EQUIVALENTE AD UNA
SUPERFICIE CILINDRICA
PERCORSA DA CORRENTE

LONTANO DALLE ESTREMITÀ IL CAMPO È UOLLO ALL'ESTERNO E ALL'INTERNO
È UNIFORME E COASSIALE ALL'ASSE DEL CILINDRO

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = BL$$

$=0$ $=0$ $=0$

LEGGE
DI AMPÈRE

$$= \mu_0 I_{\text{conc}} = \mu_0 NI$$

N NUMERO DI SPIRE PRESENTI NEL TRATTO L

$$\Rightarrow BL = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$B = \mu_0 n I$$

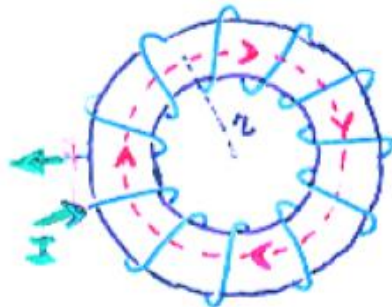
PER UN SOLENOIDE IDEALE INDEFINITO IL CAMPO MAGNETICO INTERNO È
OVUNQUE UNIFORME, PARALLELO ALL'ASSE DEL SOLENOIDE, ORIENTATO RISPETTO
ALLA CORRENTE SECONDO LA REGOLA DELLA VITE E IN MODULO PROPORZIONALE
ALLA CORRENTE I ED ALLA DENSITÀ n DELLE SPIRE



CAMPO MAGNETICO IN UN TOROIDE (SOLENOIDE TOROIDALE)

↳ "A CIAMBELLA"

LA SIMMETRIA CI SUGGERISCE CHE LE LINEE DI CAMPO MAGNETICO ALL'INTERNO DEL TOROIDE SIANO CIRCONFERENZE CON CENTRO SULL'ASSE DEL TOROIDE



APPLICANDO LA LEGGE DI AMPÈRE AD UNA DI QUESTE CIRCONFERENZE

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint B d\ell = B \oint d\ell = B 2\pi r$$

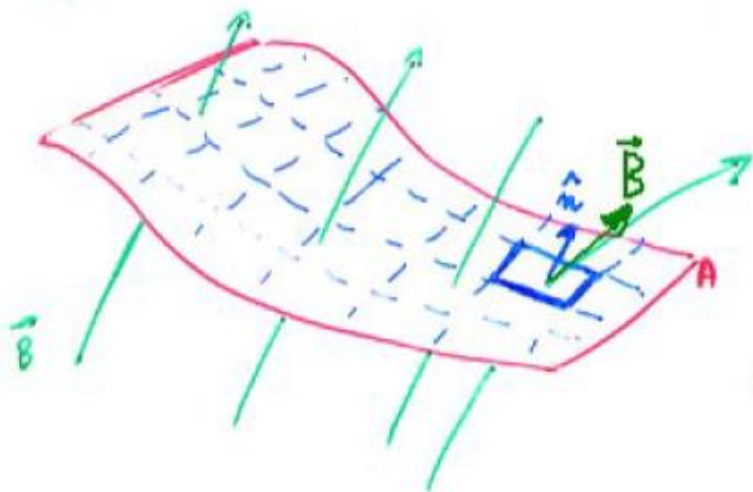
$$\hookrightarrow = \mu_0 N I$$

↳ NUMERO TOTALE DI SPINE

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

FLUSSO MAGNETICO E LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

COME PER IL CAMPO ELETTRICO \vec{E} ANCHE PER IL CAMPO MAGNETICO \vec{B} È POSSIBILE
DEFINIRE IL FLUSSO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE



$$d\phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad \text{con } d\vec{s} = ds \hat{n}$$

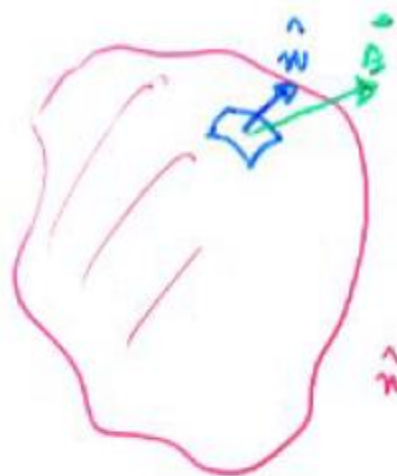
$$\Rightarrow \int_A \vec{B} \cdot d\vec{s} = \phi_B$$

FLUSSO DI \vec{B} ATTRAVERSO
LA SUPERFICIE CONSIDERATA

RISULTA ESSERE UNA "MISURA" PROPORTIONALE AL NUMERO DI
LINEE DI CAMPO MAGNETICO \vec{B} CHE INTERSECANO LA SUPERFICIE

L'UNITÀ DI MISURA È $T \cdot m^2$ DEFINITA COME WEBER $1W_b = 1T \cdot m^2$

LA SUPERFICIE PUÒ ESSERE CHIUSA



$$\phi_{B_{\text{chiusa}}} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

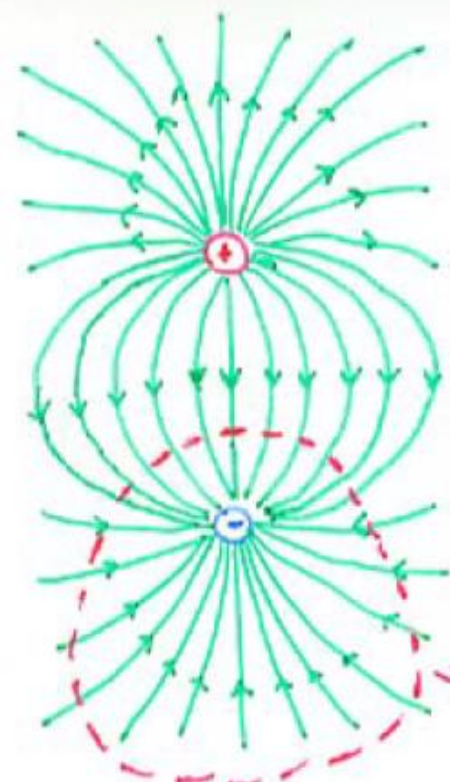
\hat{n} USCE DALLA SUPERFICIE

\Rightarrow SE $\vec{B} \cdot d\vec{s} > 0$ IL FLUSSO DI \vec{B} IN QUEL PUNTO È USCENTE

SE $\vec{B} \cdot d\vec{s} < 0$ IL FLUSSO DI \vec{B} IN QUEL PUNTO È ENTRANTE

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ RAPPRESENTA IL FLUSSO NETTO DEL CAMPO MAGNETICO

\vec{B} ATTRAVERSO LA SUPERFICIE CHIUSA

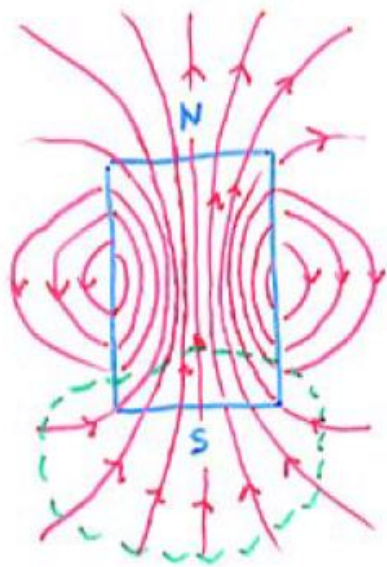


NEL CASO ELETTRICO IL FLUSSO DI \vec{E} ATTRAVERSO
UNA SUPERFICIE GAUSSIANA

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{INT}}{\epsilon_0}$$

TRADE L'ESISTENZA ALL'INTERNO DELLA
SUPERFICIE DI UNA O PIÙ SORGENTI DEL
CAMPO ELETTRICO

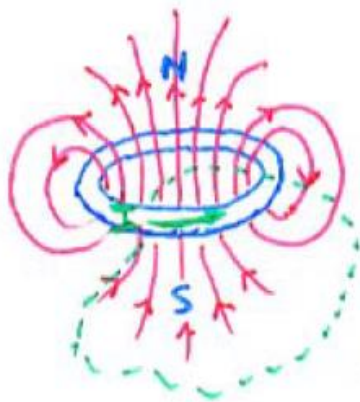
DA CUI HANNO ORIGINE O SU CUI
TERMINANO LE LINEE DI FORZA



PER IL CAMPO MAGNETICO \vec{B} LE LINEE DI FORZA SONO SEMPRE **CONTINUE E CHIUSE**

\Rightarrow NON INIZIANO O FINISCONO IN UN DETERMINATO PUNTO

\Rightarrow ATTRAVERSO UNA QUALSIASI SUPERFICIE CHIUSA IL NUMERO DI LINEE DI FORZA ENTRANTI EGUAGLIA QUELLO DELLE LINEE USCENTI



\Rightarrow

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

LEGGE DI GAUSS PER I CAMPI MAGNETICI

TRADUCE IL FATTO Sperimentale CHE NON SONO STATI MAI OSSERVATI **POLI MAGNETICI ISOLATI (MONOPOLI)** MA SOLO **DIPOLI MAGNETICI** COME SORGENTI ELEMENTARI DI CAMPO MAGNETICO