Campi dipendenti dal tempo

LEGGE DI AMPERE: MANCA QUALCOSA

LEGGE DI AMPÈRE

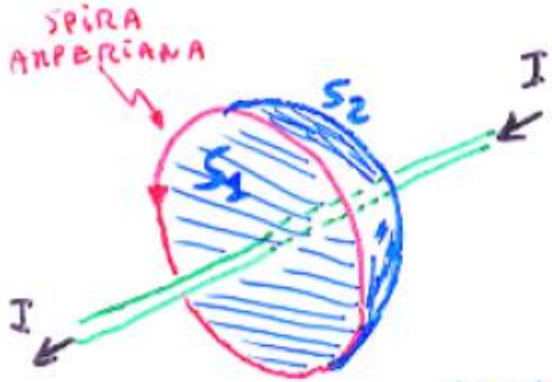
L'INTEGRALE DI LINEA $\vec{B} \cdot \vec{d\ell}$ ESTESO AD UN QUALSIASI PERCORSO CHIUSO È SEMPRE UGUALE A $\mu_0 I_{conc}$ DOVE I_{conc} RAPPRESENTA LA CORRENTE TOTALE CONCATENATA CON IL PERCORSO CHIUSO

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = \mu_0 I_{conc}}$$

UNA CORRENTE È CONCATENATA AD UN PERCORSO CHIUSO QUANDO ATTRAVERSA UNA $\boxed{\text{QUALSIASI}}$ SUPERFICIE CHE SI APPOGGI AL PERCORSO DATO (OSSIA CHE ABBIA COME FRONTIERA IL PERCORSO DATO)

La legge e’ stata formulata nell’ipotesi di correnti (e <u>dunque campi elettrici</u>) costanti nel tempo

RICORDIAMO INOLTRE CHE NEL VALUTARE I_{conc} LA SCELTA DELLA SUPERFICIE AVENTE COME CONFINE LA CURVA LUNGO CUI SI CALCOLA LA CIRCUITAZIONE $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ DEL CAMPO MAGNETICO È <u>ARBITRARIA</u>

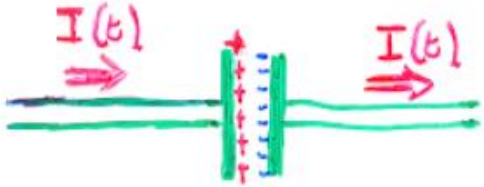


SIA S_1 CHE S_2 SONO ATTRAVERSATE DALLA CORRENTE I

SE COSÌ NON FOSSE VIOLEREI LA VALIDITÀ DELLA LEGGE DI AMPÈRE

INOLTRE AVREI UN ACCUMULO DI CARICA TRA S_1 E S_2

UNA SITUAZIONE DIVERSA SI HA SE CONSIDERIAMO LA PRESENZA DI UN CONDENSATORE



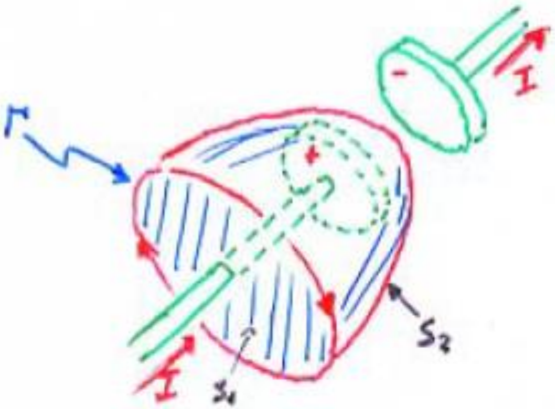
DURANTE AD ESEMPIO UN PROCESSO DI CARICA DEL CONDENSATORE UNA CORRENTE $I(t)$ PUÒ CIRCOLARE NEL CIRCUITO

SU CIASCUNA ARMATURA DEL CONDENSATORE SI HA UNA VARIAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA NEL TEMPO PARI IN MODULO A $\dfrac{dQ}{dt}$

NEL CIRCUITO SCORRE UNA CORRENTE, MA NESSUNA CORRENTE DI CONDUZIONE ATTRAVERSA LO SPAZIO FRA LE DUE ARMATURE

POSSIAMO CALCOLARE LA LEGGE DI AMPÈRE

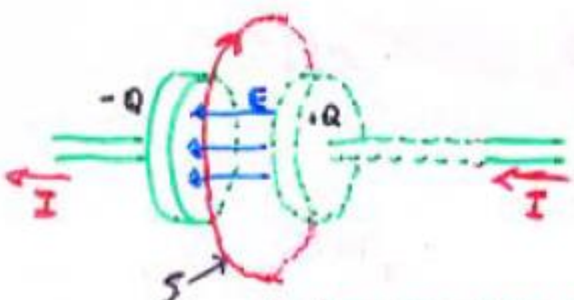
PER IL PERCORSO CHIUSO Γ



$$\oint_{\Gamma} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \begin{cases} \mu_0 I & \text{SE CONSIDERO } S_1 \\ 0 & \text{SE CONSIDERO } S_2 \end{cases}$$

SIAMO DI FRONTE AD UNA CONTRADDIZIONE!!!

MAXWELL (JAMES CLERCK 1831-1879) PROPOSE UNA "ESTENSIONE" DEL CONCETTO DI INTENSITÀ DI CORRENTE



E ≠ 0 SOLO FRA LE ARMATURE

IL CAMPO ELETTRICO FRA LE ARMATURE DEL CONDENSATORE È DATO DA

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

A → AREA ARMATURE

POSSO CALCOLARE IL FLUSSO ϕ_E DEL CAMPO ELETTRICO ATTRAVERSO LA SUPERFICIE S

$$\phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = E A \quad \Rightarrow \quad \phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cancel{A}} \cancel{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

MA NEL PROCESSO DI CARICA LA CORRENTE I CHE ATTRAVERSA S_1

È DATA DA $I = \dfrac{dQ}{dt}$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{dQ}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$\Rightarrow$ FRA LE ARMATURE ABBIAMO INDIVIDUATO UNA "CORRENTE EFFICACE" CHE ATTRAVERSA S_2 UGUALE ALLA CORRENTE I CHE ATTRAVERSA S_1

QUESTA CORRENTE PRENDE IL NOME DI

CORRENTE DI SPOSTAMENTO $I_d \equiv \varepsilon_0 \dfrac{d\Phi_E}{dt}$

AI FINI DEL CALCOLO È TRATTATA COME UNA CORRENTE VERA E PROPRIA;

CI GARANTISCE LA CONTINUITÀ DELLA CORRENTE POICHÉ NELL'ESEMPIO

CONSIDERATO $I = I_d$

$\Rightarrow$

L'A LEGGE DI AMPÈRE RISULTA COSÌ MODIFICATA NELLA SUA FORMA

GENERALIZZATA

LEGGE DI AMPÈRE - MAXWELL

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 (I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}}$$

ALLA CORRENTE DI SPOSTAMENTO I_d NON CORRISPONDE UN REALE MOTO DI

CARICHE, MA LA LEGGE DI AMPÈRE - MAXWELL ATTRIBUISCE GLI STESSI

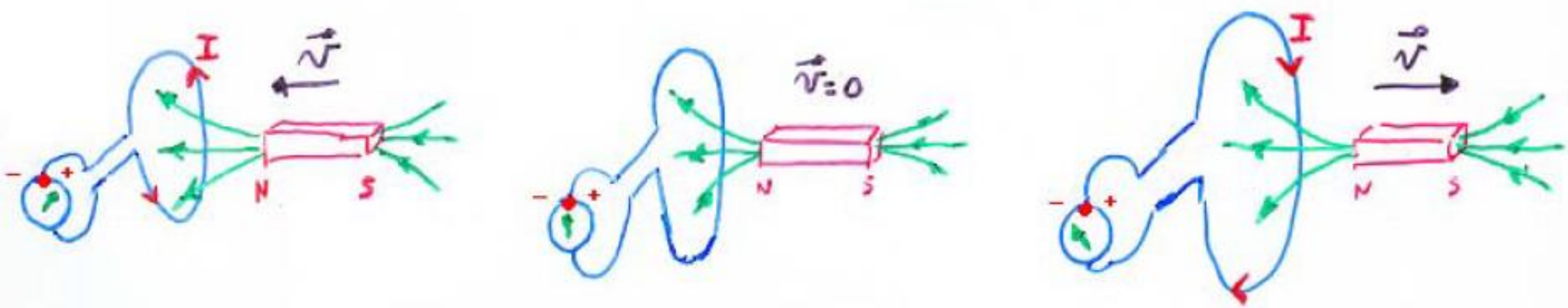
EFFETTI DI UNA CORRENTE DI CONDUZIONE ALLE <u>VARIAZIONI</u>

<u>TEMPORALI</u> DEL <u>CAMPO</u> <u>ELETTRICO</u>

Fenomeni di induzione magnetica: la legge di Faraday

ESPERIMENTI CONDOTTI DA FARADAY IN INGHILTERRA ED HENRY NEGLI STATI UNITI NEL 1821 MISERO IN EVIDENZA COME MAGNETISMO ED ELETTRICITÀ FOSSERO STRETTAMENTE CONNESSI: UN CAMPO MAGNETICO VARIABILE NEL TEMPO È IN GRADO DI GENERARE UN CAMPO ELETTRICO.

L'OSSERVAZIONE DI CORRENTI MAGNETICAMENTE INDOTTE PUÒ ESSERE EFFETTUATA PRENDENDO UNA SPIRA E UN MAGNETE (ED UN AMPEROMETRO)



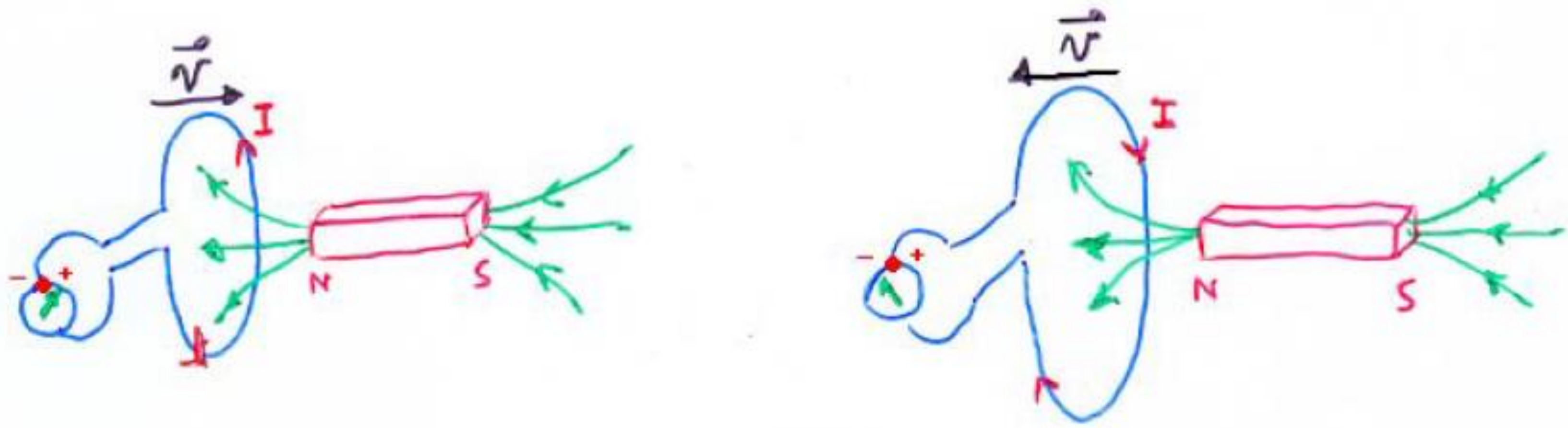
SI REGISTRA UNA CORRENTE NEL CIRCUITO OGNI VOLTA CHE IL MAGNETE È POSTO IN MOVIMENTO NELLE VICINANZE DELLA SPIRA

IL VERSO DELLA CORRENTE CAMBIA A SECONDA CHE IL MAGNETE VENGA AVVICINATO OD ALLONTANATO

IL VERSO DELLA CORRENTE S'INVERTE ANCHE CAMBIANDO LA POLARITÀ DEL MAGNETE

GLI EFFETTI SULLA SPIRA NON CAMBIANO SE INVECE DI MUOVERE IL MAGNETE

È LA SPIRA A MUOVERSI



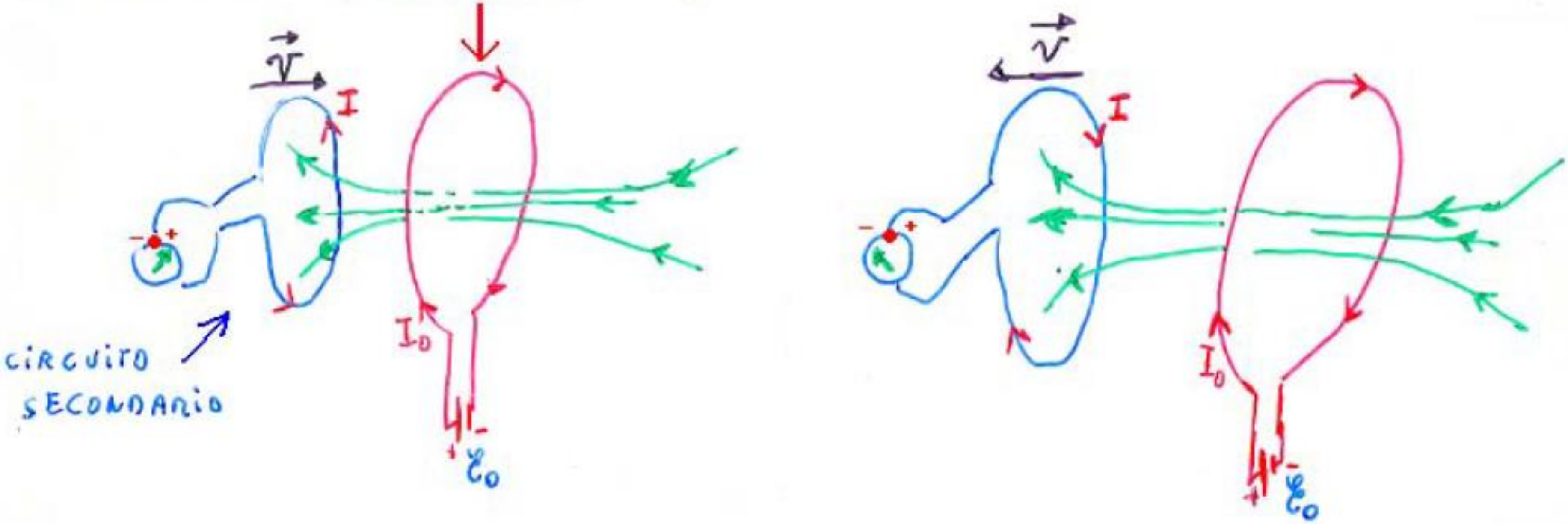
OGNI VOLTA CHE SI HA UN MOTO RELATIVO TRA SPIRA E MAGNETE

SI OSSERVA LA COMPARSA DI UNA CORRENTE I INDOTTA NEL CIRCUITO

L'INTENSITÀ DELLA CORRENTE CHE SI OSSERVA È PROPORZIONALE ALLA

RAPIDITÀ DELLA VARIAZIONE

EFFETTI ANALOGHI SI OSSERVANO QUALORA IL MAGNETE VENGA SOSTITUITO DA UNA SORGENTE DI CAMPO MAGNETICO QUALE UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE (CIRCUITO PRIMARIO)



LE CORRENTI MISURATE SI INVERTONO INVERTENDO LA POLARITÀ DELLA BATTERIA

ANCORA UNA VOLTA CIÒ CHE "SEMBRA CONTARE" È IL MOTO RELATIVO DI UNA SPIRA RISPETTO ALL'ALTRA

IN NESSUNO DEI CASI DESCRITTI IL CIRCUITO (SECONDARIO) È CONNESSO AD ALCUNA BATTERIA!!!

$\Rightarrow$ LA CORRENTE INDOTTA È GENERATA DA UNA

FORZA ELETTROMOTRICE $\mathcal{E}$ (f.e.m.) INDOTTA

LA f.e.m. $\mathcal{E}$ (VOLT) COME NELL'ANALOGO DELLA BATTERIA È L'ENERGIA PER UNITÀ DI CARICA CHE DEVE ESSERE FORNITA AI PORTATORI DI CARICA CHE COSTITUISCONO LA CORRENTE

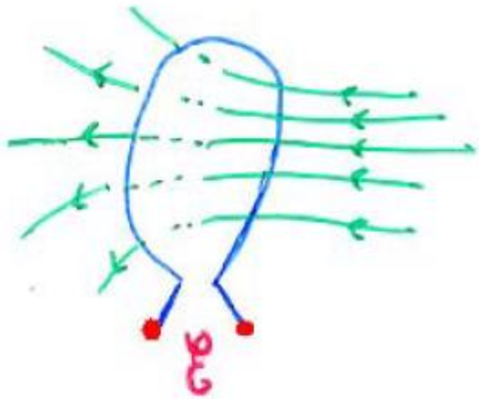
- SE CON R INDICHIAMO LA RESISTENZA COMPLESSIVA DEL CIRCUITO

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow$$

I DIPENDE DA R MENTRE LA f.e.m. $\mathcal{E}$ È L'EFFETTO PRINCIPALE DEL FENOMENO CHE STIAMO DISCUTENDO

SE OHMICO

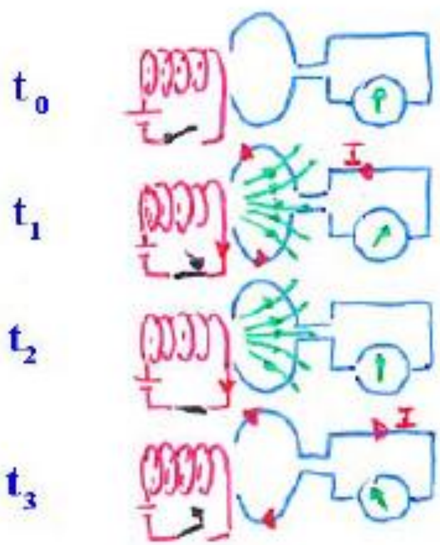
INFATTI SE INTERROMPIAMO IL CIRCUITO IN UN PUNTO $(R=\infty)$



$I=0$ MA $\mathcal{E} \neq 0$

SI MISURA UNA f.e.m. $\mathcal{E}$ IN TUTTO SIMILE A QUELLA CHE SI HA AI CAPI DI UN GENERATORE DI TENSIONE (LA POLARITÀ DIPENDE DAL MOTO RELATIVO!!)

- PER OSSERVARE UNA $\mathcal{E}$ (E QUINDI UNA I) PUÒ NON ESSERE NECESSARIA UNA CONDIZIONE DI MOTO



SI OSSERVA UNA CORRENTE INDOTTA ALLA CHIUSURA DEL CIRCUITO $\Rightarrow$ PER TUTTO IL TEMPO IN CUI LA CORRENTE NEL PRIMARIO SI PORTA DA Ø AD UN VALORE DI REGIME

SI OSSERVA NUOVAMENTE UNA CORRENTE INDOTTA ALL'APERTURA DEL CIRCUITO

⇒ SI OSSERVA UNA CORRENTE INDOTTA NEGLI INTERVALLI DI TEMPO IN CUI IL CAMPO MAGNETICO CONCATENATO CON IL CIRCUITO VARIA NEL TEMPO

QUESTE OSSERVAZIONI PERMISERO A FARADAY DI FORMULARE UNA LEGGE GENERALE PER

IL FENOMENO DELL' INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

FARADAY INTUÌ CHE LA f.e.m. INDOTTA È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE NEL TEMPO **delle linee di forza che attraversano il circuito secondario**

$\Rightarrow$ LA f.e.m. INDOTTA È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA DERIVATA TEMPORALE DEL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO CHE ATTRAVERSA IL CIRCUITO

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \text{CON } \Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

ATTRAVERSO LA SUPERFICIE RACCHIUSA DALLA SPIRA

È NOTA COME LA

LEGGE DI FARADAY (-NEUMANN-LENZ) DELL'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

IN S.I. $1\frac{Wb}{s} = 1V$

LA LEGGE DI FARADAY MOSTRA CHE SI OSSERVA UNA f.e.m. INDOTTA OGNI QUALVOLTA SI HA UNA VARIAZIONE DEL FLUSSO DI $\vec{B}$ CONCATENATO CON LA SPIRA

$\Rightarrow$

Queste variazioni possono essere ricondotti ai casi in cui:

- VARIA LA SUPERFICIE DEL CIRCUITO (DEFORMAZIONE DEL CIRCUITO NEL TEMPO)
  - IL CAMPO $\vec{B}$ PUÒ ESSERE SIA UNIFORME CHE NON UNIFORME
- IL CAMPO $\vec{B}$ (CONCATENATO CON LA SPIRA) VARIA NEL TEMPO
  - CIRCUITO FISSO E SORGENTE IN MOTO (AD ECCEZIONE DEL CASO DI UN MOTO TRASLATORIO IN UN CAMPO UNIFORME)
  - CIRCUITO IN MOTO E SORGENTE FISSA (AD ECCEZIONE DEL CASO DI UN MOTO TRASLATORIO IN UN CAMPO UNIFORME)
  - ASSENZA DI MOTO RELATIVO MA CON VARIAZIONI DELLA CORRENTE NEL TEMPO CHE GENERA $\vec{B}$ O PER PRESENZA DI VARIAZIONI LOCALI DELLA PERMEABILITÀ MAGNETICA
- VARIA L'ANGOLO $\boxed{\vartheta}$ FRA $\vec{B}$ E LA NORMALE $d\vec{A}$ ALLA SUPERFICIE DEL CIRCUITO ($\Rightarrow$ ES. ROTAZIONE)

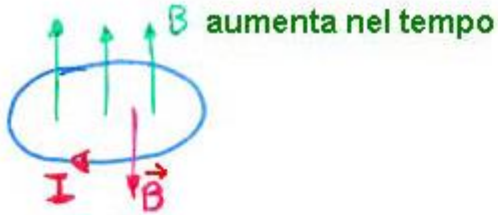
NELLA LEGGE DI FARADAY È CONTENUTO ANCHE UN SEGNO NEGATIVO

$\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$ IL SUO SIGNIFICATO È ESPRESSO DA UNA LEGGE NOTA COME

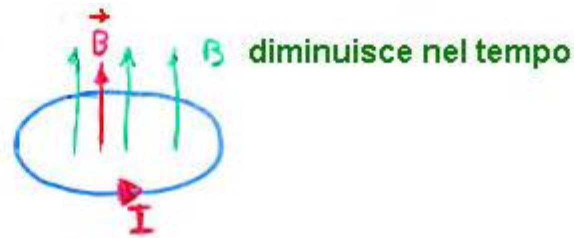
LEGGE DI LENZ SECONDO LA QUALE

LA CORRENTE INDOTTA IN UNA SPIRA (⇒ LA POLARITÀ DELLA f.e.m. INDOTTA) CHIUSA CONDUTTRICE È SEMPRE TALE DA OPPORSI ALLA VARIAZIONE DI FLUSSO MAGNETICO CHE LA HA GENERATA

esempi



$\dfrac{d\Phi_B}{dt} > 0$ $\mathcal{E} < 0$



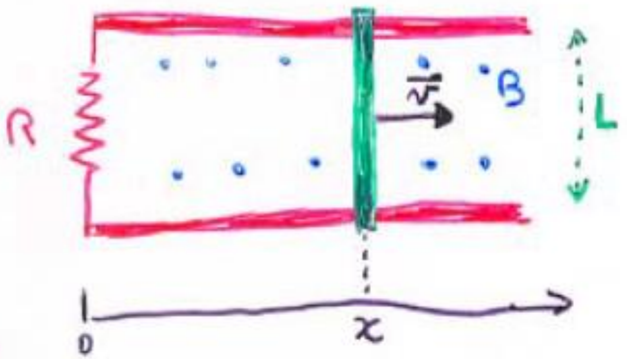
$\dfrac{d\Phi_B}{dt} < 0$ $\mathcal{E} > 0$

LA CORRENTE INDOTTA CIRCOLERÀ IN MODO DA GENERARE UN CAMPO $\vec{B}$ IL CUI CONTRIBUTO AL FLUSSO CONCATENATO SARÀ IN OPPOSIZIONE ALLA VARIAZIONE CHE LO HA GENERATO

LA LEGGE DI LENZ TRADUCE IL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA: SE LA CORRENTE INDOTTA CONCORRESSE AD AUMENTARE UN FLUSSO GIÀ DI PER SÉ CRESCENTE SI ANDREBBE NEL SENSO DI UN AUMENTO ILLIMITATO DI CORRENTE E QUINDI UN GENERATORE $\mathcal{E}$ DI TENSIONE IN GRADO DI EROGARE UNA POTENZA ELETTRICA CRESCENTE NON FORNITA DALL'ESTERNO

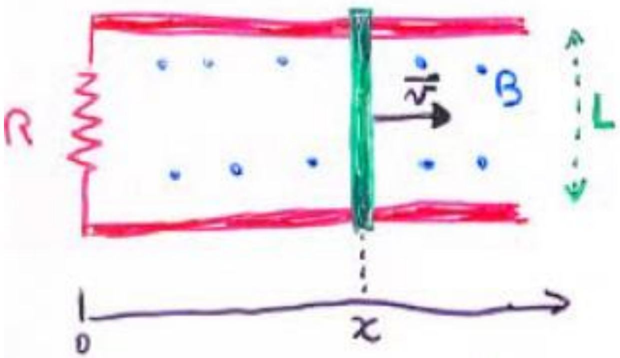
ATTRAVERSO UN ESEMPIO ESAMINIAMO UNA ORIGINE FISICA DELLA LEGGE DI FARADAY

$\vec{B}$ UNIFORME



CIRCUITO RETTANGOLARE METALLICO CHIUSO A SINISTRA DA UNA SBARRETTA MOBILE CON VELOCITÀ $\vec{v}$ = COSTANTE

$\vec{B}$ UNIFORME

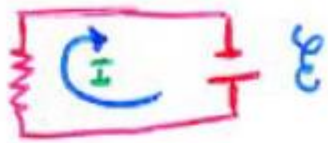


i) PER LA LEGGE DI FARADAY

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \int ds = BLx$$

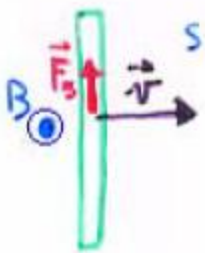
$$\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d(BLx)}{dt} = BL\frac{dx}{dt} = BLv$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = BLv$$



VERSO DI I DALLA LEGGE DI LENZ

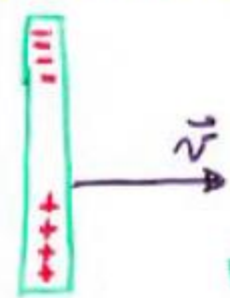
ii)



SU CIASCUN ELETTRONE DELLA SBARRETTA AGIRÀ UNA FORZA

$$\vec{F}_B = -e\,\vec{v} \times \vec{B}$$

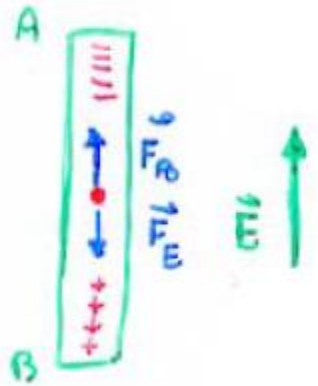
⇒ NEL MOTO



SI AVRÀ UN ACCUMULO DI CARICHE ALLE ESTREMITÀ DELLA SBARRETTA

IL PROCESSO PROSEGUIRÀ FINO ALL'EQUILIBRIO

All' equilibrio



$$\Rightarrow F_E = F_B \Rightarrow -eE = -evB \Rightarrow E = vB$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = \int_A^B E\,dl = E\int_A^B dl = EL$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = EL = vBL \equiv \mathcal{E}$$

IL FENOMENO DELLA INDUZIONE ELETTROMAGNETICA È QUINDI RICONDUCIBILE IN QUESTO ESEMPIO ALLA FORZA DI LORENTZ

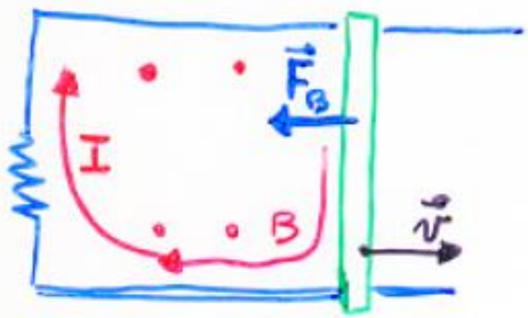
IL RISULTATO È GENERALIZZABILE A TUTTI I CASI IN CUI UN CIRCUITO È IN MOTO IN UN CAMPO MAGNETICO

UNA ULTERIORE CONSIDERAZIONE SULL'ESEMPIO APPENA TRATTATO

SE NELLA SBARRETTA CIRCOLA UNA CORRENTE $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow I = \frac{BLv}{R}$ ALLORA SULLA SBARRETTA AGIRÀ UNA FORZA

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow F_B = \frac{BLv}{R} L B = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$



LA VARIAZIONE DEL FLUSSO MAGNETICO DA UN LATO GENERA LA CORRENTE I, DALL'ALTRO ORIGINA UNA FORZA RESISTENTE RISPETTO AL MOTO DELLA SBARRETTA

SI PARLA DI ATTRITO ELETTROMAGNETICO

⇒ PER MANTENERE LA SBARRETTA IN MOTO CON UNA VELOCITÀ $\vec{v}$ = COSTANTE OCCORRE APPLICARE UNA FORZA ESTERNA $\vec{F} = -\vec{F}_B$

SPENDENDO UNA POTENZA $$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

MA ESSENDO $B l v = \mathcal{E} = RI$ ⇒ $$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = RI^2 = \mathcal{E} I$$

↳ POTENZA EROGATA DA UN GENERATORE ELETTRICO

L'ENERGIA MECCANICA CHE SI SPENDE PER MANTENERE IN MOTO LA SBARRETTA È INTEGRALMENTE TRASFERITA AL CIRCUITO COME ENERGIA ELETTRICA

IL SIGNIFICATO ENERGETICO DELLA LEGGE DI LENZ È SODDISFATTO

POTENZA MECCANICA → POTENZA ELETTRICA

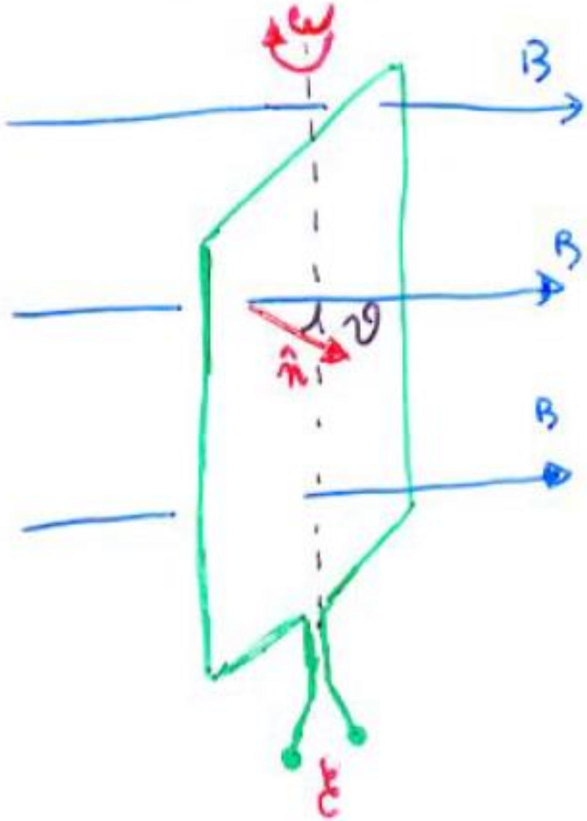
ABBIAMO REALIZZATO UN GENERATORE DI CORRENTE

IL PROCESSO INVERSO

POTENZA ELETTRICA → POTENZA MECCANICA

È ALLA BASE DEL FUNZIONAMENTO DEI MOTORI ELETTRICI

SPIRA IN MOTO IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME



$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cos\vartheta \int ds = B A \cos\vartheta$$

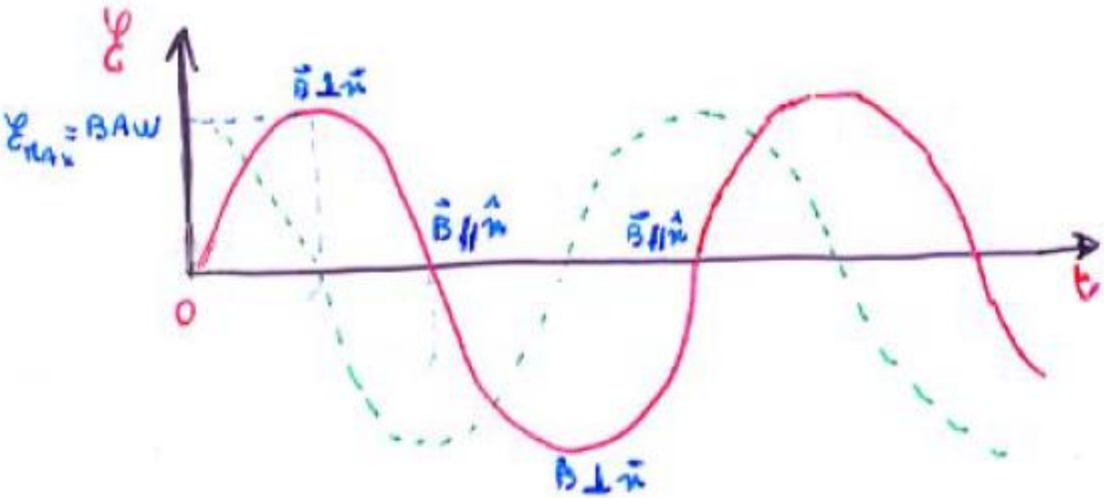
MA SE UN AGENTE ESTERNO STA FACENDO RUOTARE LA SPIRA INTORNO AD UN ASSE CON UNA VELOCITÀ ANGOLARE ω COSTANTE

$$\Rightarrow \vartheta = \vartheta(t) = \omega t$$

$$\Rightarrow \phi_B = B A \cos \omega t$$

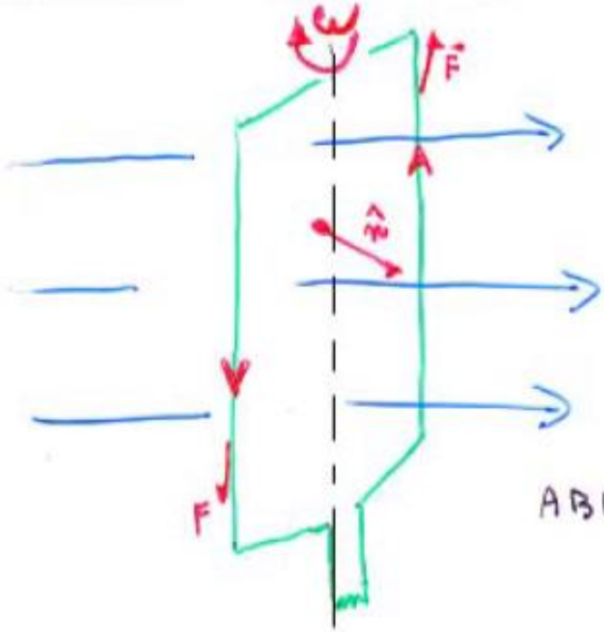
IL FLUSSO ϕ_B VARIERÀ NEL TEMPO $\Rightarrow$ ANCHE LA ~~f~~e.m. INDOTTA

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = BA\omega \sin\omega t$$



TRATTEGGIATO È L'ANDAMENTO DI ϕ_B

SE NELLA SPIRA CIRCOLA UNA CORRENTE I ⇒ AGIRÀ SULLA SPIRA UN MOMENTO TORCENTE $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = I\vec{A} \times \vec{B}$



$\uparrow \tau$

IL MOMENTO TENDEREBBE A PRODURRE UNA ROTAZIONE NEL VERSO OPPOSTO ALLA ROTAZIONE DELLA SPIRA

⇒ OCCORRE COMPIERE UN LAVORO MECCANICO PER MANTENERE IN MOTO LA SPIRA

ABBIAMO REALIZZATO

UN GENERATORE DI CORRENTE ALTERNATA

LA FORZA DI LORENTZ È RESPONSABILE DELLA LEGGE DI FARADAY SE IL CONDUTTORE È IN MOTO

SE IL CONDUTTORE **e la sorgente sono** FERMI NON POSSIAMO RICORRERE ALLA FORZA DI LORENTZ

EPPURE LA PRESENZA DI UNA CORRENTE IN UNA SPIRA AL VARIARE DEL FLUSSO CONCATENATO IMPLICA LA PRESENZA DI UNA FORZA AGENTE E QUINDI DI UN CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$ NEL CONDUTTORE.

ESSENDO LA f.e.m. $\mathcal{E}$ IL LAVORO PER UNITÀ DI CARICA COMPIUTO DALLA FORZA ELETTRICA AGENTE SUI PORTATORI DI CARICA

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} = \oint \frac{\vec{F} \cdot \vec{dl}}{q} = \oint \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

LA f.e.m. INDOTTA È LEGATA ALL'INSORGERE NEL CONDUTTORE DI UN CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$ INDOTTO

⇒ È UN CAMPO ELETTRICO NON CONSERVATIVO ⇒ NON È IL RISULTATO DI UNA DISTRIBUZIONE STATICA DI CARICHE PER LE QUALI $\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0$

SE AL POSTO DELLA SPIRA CONDUTTRICE SI SOSTITUISCE UN PERCORSO CHIUSO

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

⇒ LA VARIAZIONE DEL FLUSSO DI CAMPO MAGNETICO È ESSA STESSA SORGENTE DI UN CAMPO ELETTRICO NELLO SPAZIO

DIVIENE EVIDENTE L'ANALOGIA CON LA LEGGE DI AMPÈRE MAXWELL (IN ASSENZA DI CORRENTI DI CONDUZIONE CONCATENATE)

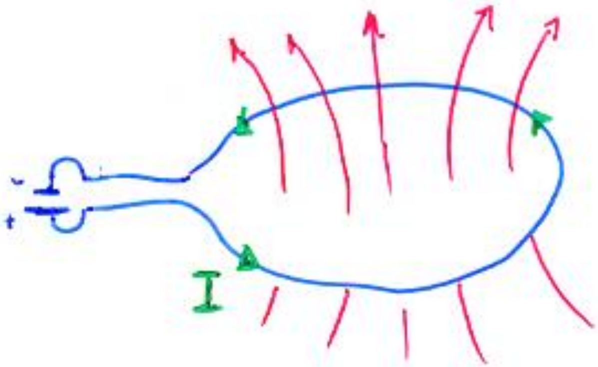
$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \qquad \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI VARIABILI NEL TEMPO SI GENERANO RECIPROCAMENTE

LA SINTESI SARÀ COMPLETATA NELLA NOZIONE DI CAMPO ELETTROMAGNETICO

LA LEGGE DI FARADAY $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ È STATA FINO AD ORA UTILIZZATA PER VALUTARE LA f.e.m. INDOTTA A SEGUITO DI VARIAZIONI NEL TEMPO DEL FLUSSO ϕ_B CONCATENATO CON UNA SPIRA CONDUTTRICE: IL CAMPO MAGNETICO ERA GENERATO DA UNA SORGENTE ESTERNA

⇒ ANCHE LA SPIRA STESSA PERCORSA DA CORRENTE È ESSA STESSA SORGENTE DI UN CAMPO MAGNETICO CONCATENATO CON LA SPIRA



⇒ IL CAMPO MAGNETICO GENERATO DALLA SPIRA STESSA PRODUCE UN FLUSSO ANCHE ATTRAVERSO LA SPIRA

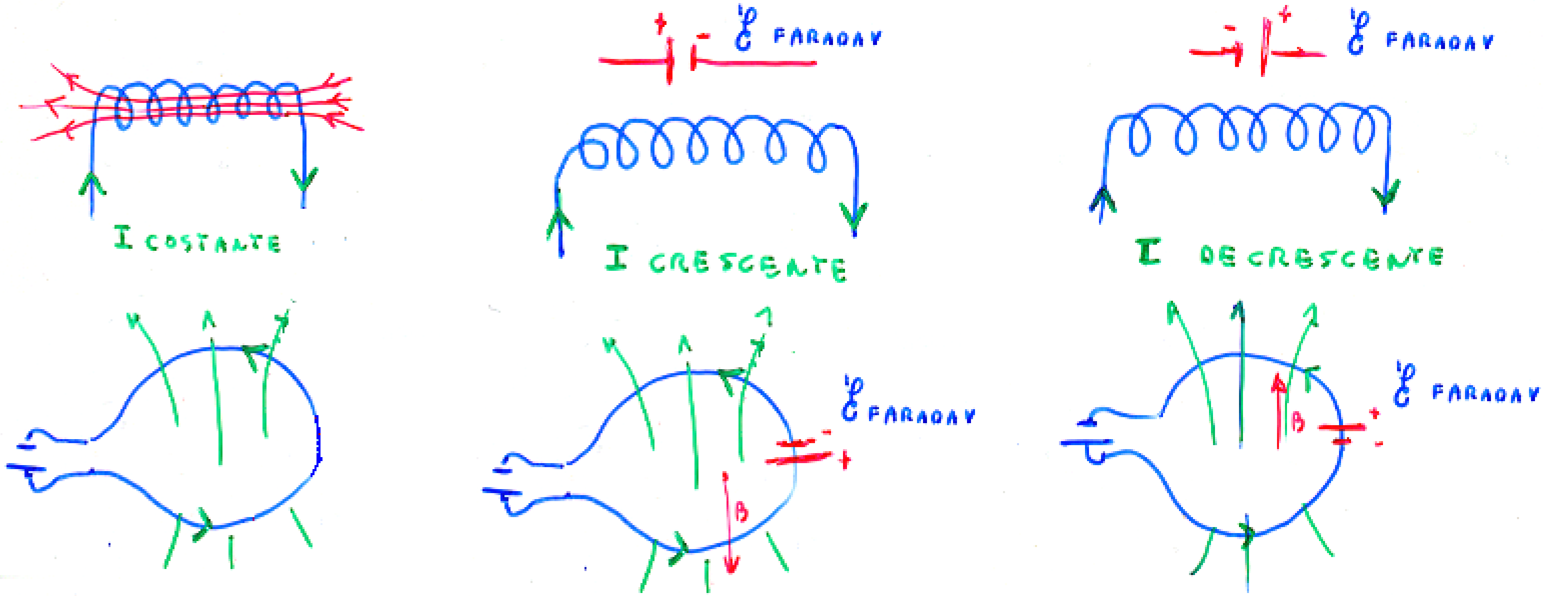
Biot-Savart

$$\Rightarrow \phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2} \cdot d\vec{s} = LI$$

$\Rightarrow \phi_B = LI$ L'AUTOFLUSSO DIPENDE DALLA CORRENTE I E DALLE CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DEL CIRCUITO

L È DETTO COEFFICIENTE DI AUTOINDUZIONE O INDUTTANZA

⇒ PER LA LEGGE DI FARADAY $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$



LA f.e.m. INDOTTA SARÀ IN ACCORDO CON LA LEGGE DI LENZ

SI PARLA DI AUTOINDUZIONE : LA VARIAZIONE DEL FLUSSO CONCATENATO È ORIGINATO DAL CIRCUITO STESSO

ℰ È DETTA f.e.m. AUTOINDOTTA O FORZA CONTROELETTROMOTRICE

NEL S.I. L'INDUTTANZA SI MISURA IN HENRY (H)

$$1\,H = 1\,\frac{V \cdot s}{A} \qquad \Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{T \cdot m}{A} = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{H}{m}$$

INDUTTANZA L DI UN SOLENOIDE

ALL'INTERNO DEL SOLENOIDE IL CAMPO MAGNETICO È UNIFORME E PARALLELO ALL'ASSE DEL SOLENOIDE E PARI A $B = \mu_0 n I$ IN MODULO

$\Rightarrow$ OGNI AVVOLGIMENTO È APPROSSIMABILE AD UNA SPIRA PIANA DI AREA A ATTRAVERSO LA QUALE È CONCATENATO IL FLUSSO $BA = \mu_0 n I A$

$\Rightarrow$ SE l È LA LUNGHEZZA DEL SOLENOIDE IL NUMERO DEGLI AVVOLGIMENTI È nl

IL FLUSSO TOTALE CONCATENATO È $\Phi_B = nl\,\mu_0 n I A$

$\Rightarrow \Phi_B = \mu_0 n^2 l A I \qquad \Rightarrow$ L'INDUTTANZA $L = \mu_0 n^2 l A = \mu_0 n^2 V$

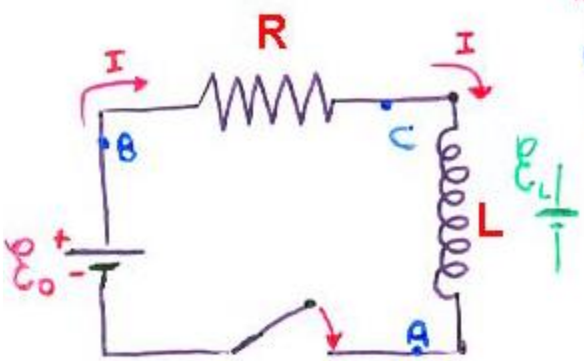
↳ VOLUME SOLENOIDE

CIRCUITI LR

CONSIDERIAMO UN CIRCUITO CHE CONTENGA UN ELEMENTO INDUTTIVO (ES UN SOLENOIDE) [È DETTO INDUTTORE E SARÀ RAPPRESENTATO DA UNA INDUTTANZA L GRAFICAMENTE] IN SERIE CON UNA RESISTENZA R

PER LA LEGGE DI FARADAY AD OGNI VARIAZIONE DI CORRENTE CIRCOLANTE NEL CIRCUITO L'INDUTTORE SI OPPONE PRODUCENDO UNA f.e.m. AUTOINDOTTA

- IN PRESENZA DI UNA CORRENTE CONTINUA UN INDUTTORE È "SOLO" UN FILO (SE IDEALE $R=0$)



A $t=0$ IL CIRCUITO VIENE CHIUSO

LA CORRENTE NEL SOLENOIDE DA $I=0$ INIZIERÀ AD AUMENTARE $\Rightarrow I(t)$

$\Rightarrow$ NELL'INDUTTANZA SI GENERERÀ UNA f.e.m. AUTOINDOTTA CHE SI OPPONE ALL'AUMENTO DELLA CORRENTE I

⇒ LA f.e.m. INDOTTA IMPEDISCE ALLA I DI AUMENTARE BRUSCAMENTE

⇒ LA CORRENTE NEL CIRCUITO È QUINDI CONTROLLATA DA DUE f.e.m.: UNA COSTANTE $\mathcal{E}_0$ DELLA BATTERIA ED UNA VARIABILE $\mathcal{E}_L = -L\frac{dI}{dt}$, DI SEGNO OPPOSTO,

⇒ FINCHÈ $\mathcal{E}_L$ NON SI ANNULLA LA CORRENTE NEL CIRCUITO SARÀ MINORE DI $\mathcal{E}_0/R$

APPLICANDO LA LEGGE DELLE MAGLIE

$$(V_B - V_A) + (V_C - V_B) + (V_A - V_C) = 0$$

$$\mathcal{E}_0 \quad -IR \quad -L\frac{dI}{dt} = 0$$

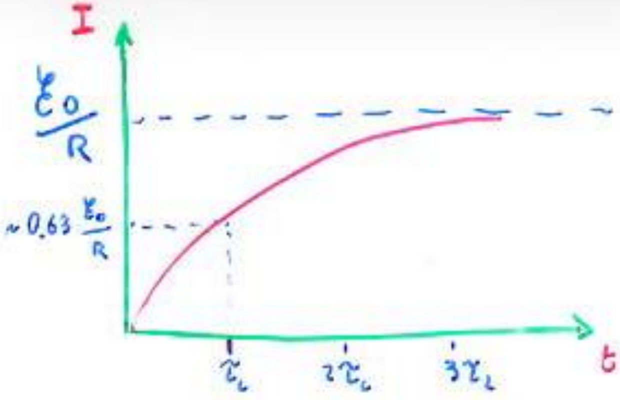
RISOLVENDO

$$L\frac{dI}{dt} + RI = \mathcal{E}_0 \Rightarrow L\,dI = -R\left(I - \frac{\mathcal{E}_0}{R}\right)dt$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{I - \mathcal{E}_0/R} = -\frac{R}{L}dt \quad \underset{\text{INTEGRANDO}}{\Rightarrow} \quad \int_0^I \frac{dI}{I - \mathcal{E}_0/R} = \int_0^t -\frac{R}{L}dt$$

$$\ln\left(I - \frac{\mathcal{E}_0}{R}\right) - \ln\left(-\frac{\mathcal{E}_0}{R}\right) = -\frac{R}{L}t \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau_L}\right)$$

DOVE $\tau_L = \frac{L}{R}$



$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau_L}\right)$$

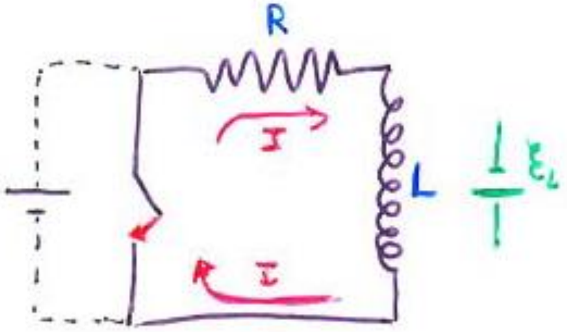
$t=0 \quad I=0 \Rightarrow \mathcal{E}_L = -\mathcal{E}_0$

$t \to \infty \quad I \to \frac{\mathcal{E}_0}{R}$ VALORE DI REGIME

$\tau_L = \frac{L}{R}$ È LA COSTANTE DI TEMPO DEL CIRCUITO

LA CORRENTE NON AUMENTA ISTANTANEAMENTE MA ESPONENZIALMENTE FINO AL VALORE DI REGIME PER LA PRESENZA DI UNA CORRENTE INDOTTA $I_L = I(t) - I_\infty = \frac{-\mathcal{E}_0 e^{-t/\tau}}{R} = \frac{-\mathcal{E}_L}{R}$

ANALOGAMENTE SE ESCLUDIAMO LA BATTERIA



LA CORRENTE DAL VALORE DI REGIME I_0 DIMINUIRÀ $\Rightarrow$ NELL'INDUTTANZA SI GENERERÀ UNA f.e.m. $\mathcal{E}_L$ AUTOINDOTTA CHE SI OPPONE ALLA DIMINUZIONE DELLA CORRENTE I

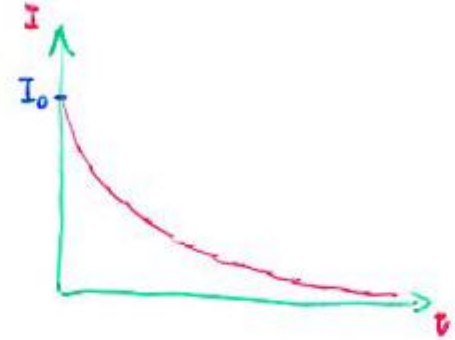
$\Rightarrow$ IMPEDISCE ALLA I DI DIMINUIRE BRUSCAMENTE

I CONTINUA A CIRCOLARE SOSTENUTA DA $\mathcal{E}_L$

$$-IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\,dt \Rightarrow \int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I} = \int_0^t -\frac{R}{L}\,dt \Rightarrow \ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}\,t$$

$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$



$t=0 \quad I=I_0 \Rightarrow \mathcal{E}_L = RI_0$ ANCHE SE LA BATTERIA È ESCLUSA

$t \to \infty \quad I \to 0$

SE ESCLUSA LA BATTERIA CIRCOLA UNA CORRENTE I

$\Rightarrow$ NELLA RESISTENZA I PORTATORI DI CARICA PERDERANNO ENERGIA PER EFFETTO JOULE DISSIPANDO UNA POTENZA $P = RI^2$

DA DOVE PROVIENE QUESTA ENERGIA?

L'ENERGIA DEVE ESSERE IMMAGAZZINATA NELL'INDUTTORE

NEL CIRCUITO LR CONNESSO ALLA BATTERIA

$$\mathcal{E}_0 = RI + L\frac{dI}{dt}$$

E MOLTIPLICANDO PER I AMBO I MEMBRI

$$\underbrace{\mathcal{E}_0 I}_{\Downarrow} = RI^2 + LI\frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dU_B}{dt}$$

LAVORO PER UNITÀ DI TEMPO CONTRO LA f.e.m. INDOTTA

POTENZA EROGATA DALLA BATTERIA

RI^2: POTENZA DISSIPATA PER EFFETTO JOULE NELLA RESISTENZA

PER LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA U_B DEVE ESSERE

L'ENERGIA IMMAGAZZINATA NELL'INDUTTORE

$$\frac{dU_B}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \Rightarrow \int_0^{U_B} dU_B = \int_0^I LI\,dI \Rightarrow \boxed{U_B = \frac{1}{2}LI^2}$$

UNA SITUAZIONE ANALOGA ERA STATA OSSERVATA NEL CORSO DEL PROCESSO DI CARICA (E SCARICA) DI UN CONDENSATORE $\left(U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\right)$

SE L'INDUTTORE È UN SOLENOIDE DI AREA A E LUNGHEZZA ℓ

$$L = \mu_0 n^2 A\ell$$

E

$$B = \mu_0 n I \Rightarrow I = \frac{B}{\mu_0 n}$$

$$\Rightarrow U_B = \frac{1}{2}LI^2 = \mu_0 n^2 A\ell\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}A\ell$$

SE INTRODUCIAMO LA DENSITÀ DI ENERGIA $u_B = \frac{U_B}{A\ell}$ → VOLUME SOLENOIDE

$$\Rightarrow \boxed{u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}}$$

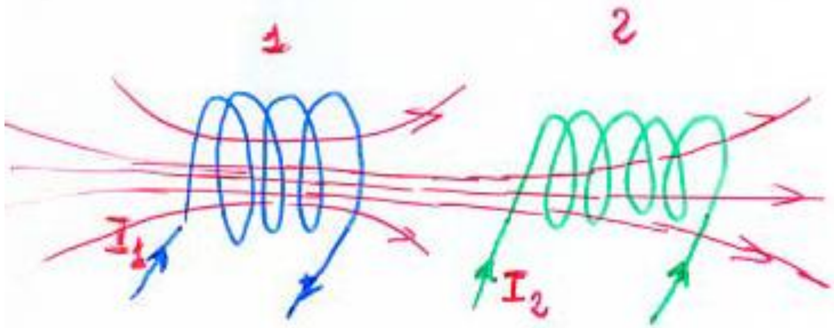
L'ENERGIA È IMMAGAZZINATA NEL CAMPO MAGNETICO

HA VALIDITÀ GENERALE

È VALIDA PER OGNI REGIONE DELLO SPAZIO IN CUI ESISTE UN CAMPO MAGNETICO

ANALOGAMENTE A QUANTO OSSERVATO PER IL CAMPO ELETTRICO DOVE $u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

UNA VARIAZIONE NELL'INTENSITÀ DELLA CORRENTE CIRCOLANTE IN UNA BOBINA PUÒ FAR VARIARE IL FLUSSO CONCATENATO CON UN CIRCUITO PRESENTE NELLE VICINANZE (E VICEVERSA) $\Rightarrow$ SI PARLA DI MUTUA INDUZIONE



SE INDICHIAMO CON Φ_{21} IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DALLA BOBINA 1 E CONCATENATO CON LA BOBINA 2

$$\Rightarrow \quad \Phi_{21} \propto I_1$$

LA COSTANTE DI PROPORZIONALITÀ È DETTA COEFFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE

$$\Rightarrow \quad \Phi_{21} = M_{21} I_1 \quad \text{E ANALOGAMENTE} \quad \Phi_{12} = M_{12} I_2$$

PER LA LEGGE DI FARADAY

$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \quad \text{E ANALOGAMENTE} \quad \mathcal{E}_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

IL COEFFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE DIPENDE DALLE CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLE BOBINE E DALLA LORO POSIZIONE RELATIVA

SI PUÒ DIMOSTRARE CHE $M_{21} = M_{12} = M$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \qquad \text{E} \qquad \mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

$\Rightarrow$ LA f.e.m. INDOTTA IN UN CIRCUITO È SEMPRE PROPORZIONALE ALLA VELOCITÀ DI VARIAZIONE DELLA CORRENTE NELL'ALTRO CIRCUITO

IL TRASFORMATORE

Utilizza la mutua induzione per trasformare la tensione da un circuito ad un altro

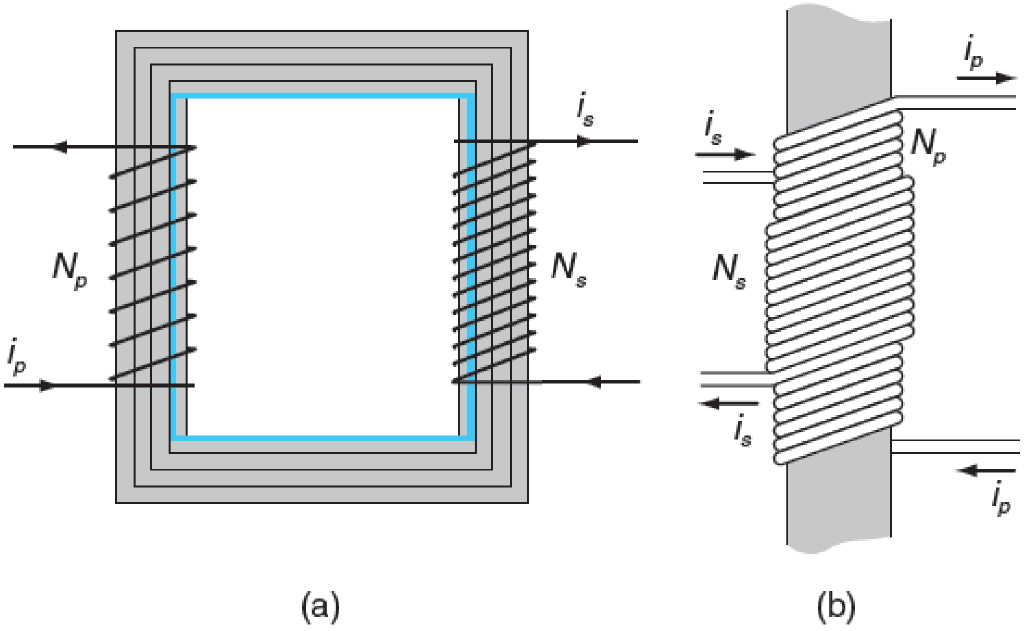


Figura 10.11
Due possibili disposizioni degli avvolgimenti primario e secondario di un trasformatore.
(a) Il campo magnetico è prevalentemente confinato nel nucleo di ferro laminato.
(b) L'avvolgimento secondario è avvolto sul primario.

Il campo magnetico generato dalle correnti si trova concentrato nel nucleo di ferro.

N_p : numero di spire dell'avvolgimento primario

N_s : numero di spire dell'avvolgimento secondario

Il nucleo di ferro assicura che il flusso Φ concatenato con ciascuna spira sia del primario che del secondario sia sostanzialmente identico.

Pertanto se il flusso varia nel tempo, su ciascuna spira sara' indotta la stessa f.e.m.:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Quindi la f.e.m. Indotta nel secondario che ha N_s spire vale: $$V_s = N_s\varepsilon = -N_s\frac{d\Phi}{dt}$$

La f.e.m. indotta nel primario che ha N_p spire vale: $$V_p = N_p\varepsilon = -N_p\frac{d\Phi}{dt}$$

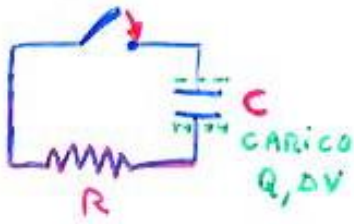
Prendendo il rapporto si ha: $$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

Se le perdite sono trascurabili: $i_s V_s = i_p V_p$ e $$\frac{i_s}{i_p} = \frac{N_p}{N_s}$$

Trasformatori permettono distribuzione energia elettrica su larga scala (trasformatori in salita In centrali elettriche dai generatori alle linee di trasmissione, trasformatori in discesa all'altra estremita' delle linee)

Circuito LC

• CIRCUITO RC

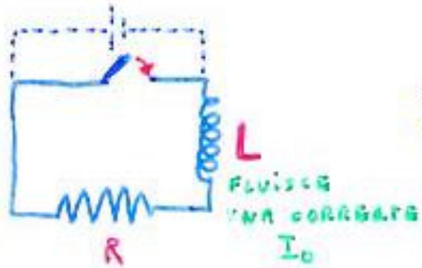


$$I = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau_R}} \qquad \tau_R = RC$$

$\frac{\Delta V}{R}$

L'ENERGIA $U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ IMMAGAZZINATA NEL CONDENSATORE VIENE DISSIPATA SOTTO FORMA DI CALORE NELLA RESISTENZA R

• CIRCUITO RL

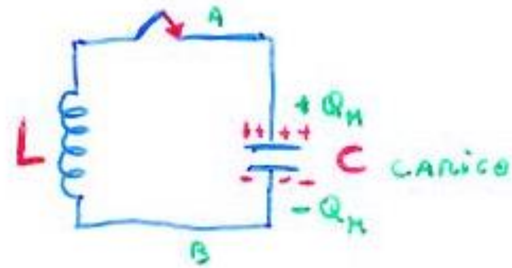


$$I = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau_L}} \qquad \tau_L = \frac{L}{R}$$

L'ENERGIA $U_B = \frac{1}{2} L I_0^2$ IMMAGAZZINATA NELL' INDUTTORE VIENE DISSIPATA SOTTO FORMA DI CALORE NELLA RESISTENZA R

- CONSIDERIAMO ORA COSA ACCADE IN UN CIRCUITO IN CUI SIANO PRESENTI UNA CAPACITÀ C ED UNA INDUTTANZA L E NESSUNA RESISTENZA

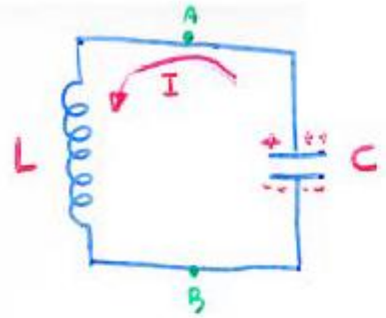
CIRCUITO LC



ALLA CHIUSURA DEL CIRCUITO IL CONDENSATORE INIZIERÀ A SCARICARSI ATTRAVERSO L'INDUTTANZA

NEL CIRCUITO CIRCOLERÀ UNA CORRENTE $I = \frac{dQ}{dt}$ VARIABILE NEL TEMPO

$\Rightarrow$ AVREMO UNA CORRENTE CIRCOLANTE NELL'INDUTTORE $\Rightarrow$ STIAMO IMMAGAZZINANDO ENERGIA MAGNETICA $U_B = \frac{1}{2} L I^2$ NELL'INDUTTORE A SPESE DELL'ENERGIA DEL CONDENSATORE $U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$



$$(V_A - V_B) + (V_B - V_A) = 0$$

$$\frac{Q}{C} - L\frac{dI}{dt} = 0$$

IL CONDENSATORE SI STA SCARICANDO $\Rightarrow I = -\frac{dQ}{dt}$

$$\Rightarrow \quad L\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{Q}{C} \qquad \Rightarrow \quad \frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}Q$$

L'EQUAZIONE DIFFERENZIALE È LA "STESSA" PER IL SISTEMA

MASSA-MOLLA

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = -Kx \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{K}{M} x$$

$x \leftrightarrow Q$
$v_x \leftrightarrow I$
$K \leftrightarrow \frac{1}{C}$
$M \leftrightarrow L$

AVENTE COME SOLUZIONE $x = x_M \cos(\omega t + \varphi)$ CON $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$

$\Rightarrow$ LA CARICA SUL CONDENSATORE NEI CIRCUITI LC VARIERÀ

SINUSOIDALMENTE SECONDO LA RELAZIONE

$$Q = Q_M \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{CON} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Q_M È LA CARICA MASSIMA SUL CONDENSATORE, ω LA PULSAZIONE DELLA

OSCILLAZIONE, φ COSTANTE DI FASE

Espressione della corrente nel ciruito

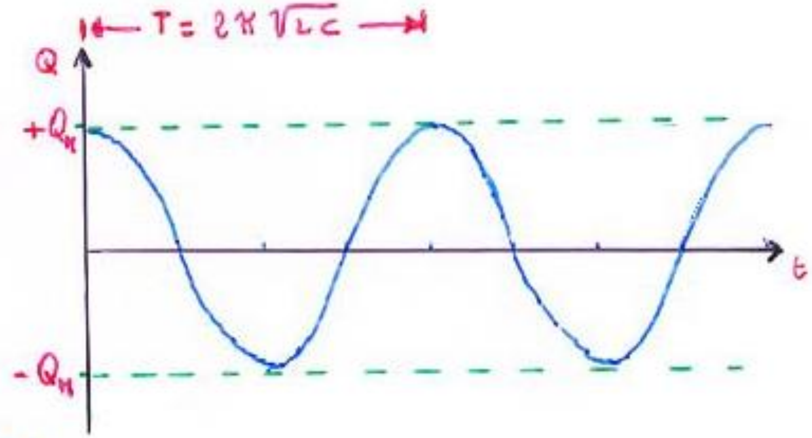
SE AL TEMPO $t=0$ $Q=Q_M \Rightarrow \varphi=0$ E $Q=Q_M \cos\omega t$

ANCHE LA CORRENTE AVRÀ UN ANDAMENTO OSCILLANTE

$$I=-\frac{dQ}{dt}=\omega Q_M \sin\omega t = I_M \sin\omega t$$

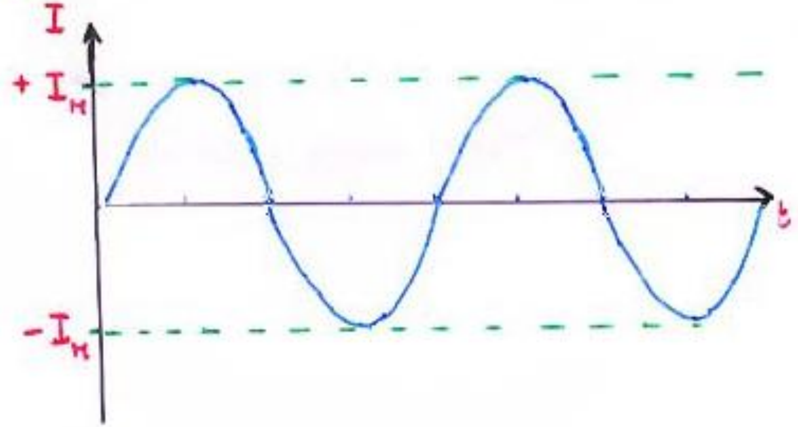
ABBIAMO CHE IN UN CIRCUITO LC IDEALE SIA LA CORRENTE CHE LA CARICA VARIERANNO SINUSOIDALMENTE NEL TEMPO CON PULSAZIONE $\frac{1}{\sqrt{LC}}$

$\Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}$



Q(t) E I(t) SONO SFASATE DI 90°

QUANDO IL CONDENSATORE È SCARICO LA CORRENTE CHE CIRCOLA NEL CIRCUITO È MASSIMA



$\Downarrow$

SARÀ MASSIMA L'ENERGIA IMMAGAZZINATA NELL'INDUTTANZA L

IN ASSENZA DI RESISTENZE NON CI SARÀ DISSIPAZIONE DI ENERGIA SOTTO FORMA DI CALORE

⇒ L'ENERGIA SARÀ IMMAGAZZINATA UNICAMENTE SOTTO FORMA DI

ENERGIA ELETTRICA

NEL CONDENSATORE CARICO $$U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C}\cos^2\omega t$$

E DI ENERGIA MAGNETICA

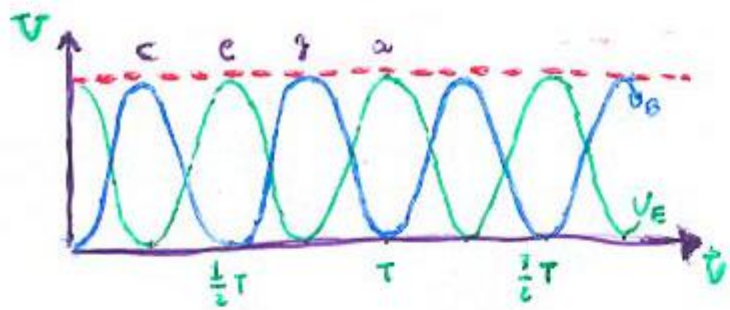
NELL'INDUTTANZA PERCORSA DA CORRENTE $$U_B = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}LI_m^2\sin^2\omega t$$

L'ENERGIA TOTALE È DATA DA $U = U_B + U_E$ COSTANTE

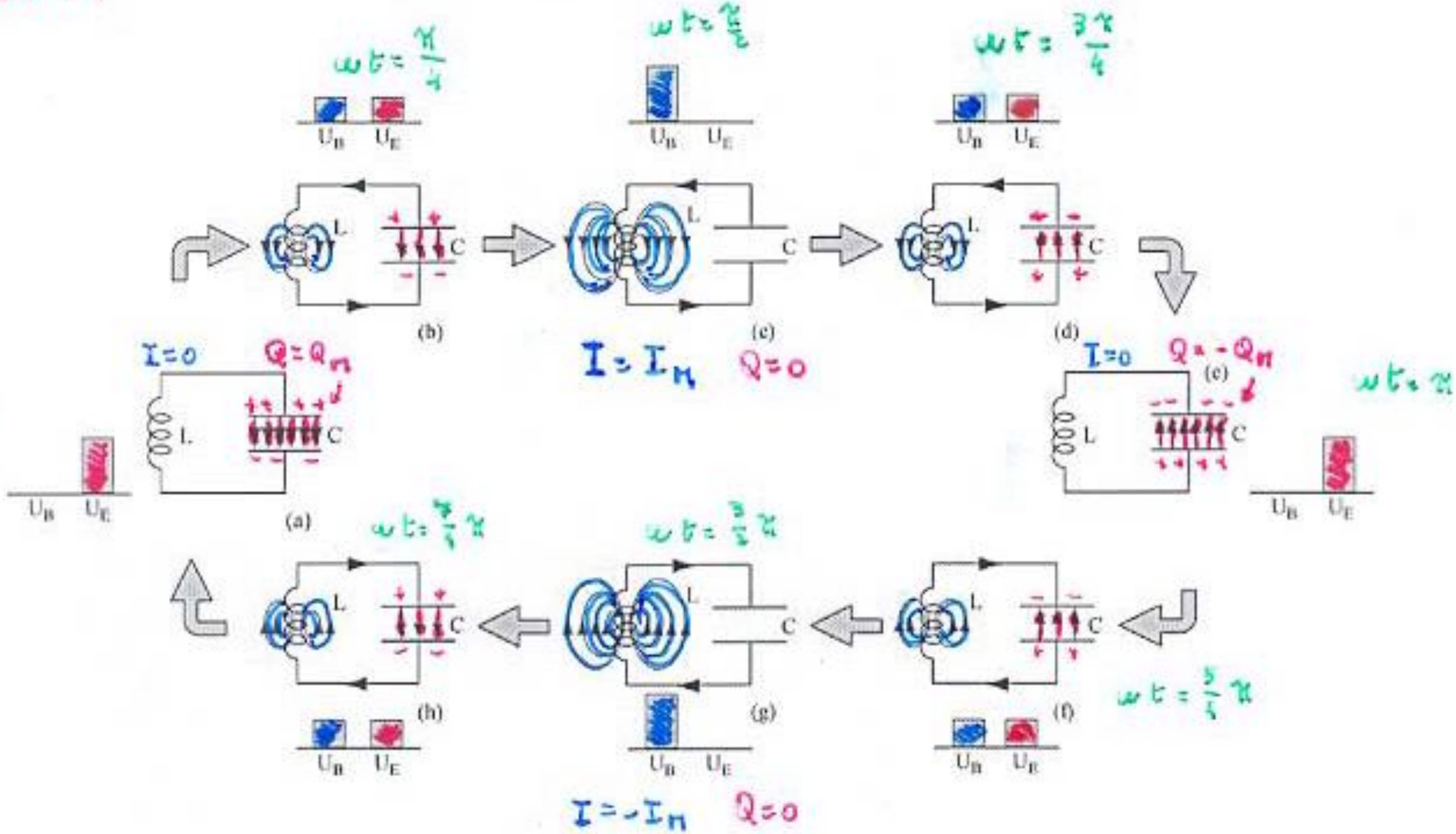
ESSENDO $I_M = \omega Q_M \Rightarrow I_M = \frac{1}{\sqrt{LC}} Q_M \Rightarrow I_M^2 = \frac{Q_M^2}{LC} \Rightarrow \frac{1}{2} L I_M^2 = \frac{1}{2}\frac{Q_M^2}{C}$

$$\Rightarrow \quad U = U_E + U_B = \underbrace{\frac{1}{2} L I_M^2}_{=} \sin^2 \omega t + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{Q_M^2}{C}}_{=} \cos^2 \omega t = \frac{1}{2}\frac{Q_M^2}{C} = \frac{1}{2} L I_M^2$$

$\Rightarrow$ L'ENERGIA ELETTROMAGNETICA TOTALE NEL CIRCUITO RIMANE **COSTANTE** TRASFORMANDOSI CONTINUAMENTE DA ENERGIA ELETTRICA NEL CONDENSATORE AD ENERGIA MAGNETICA NELL'INDUTTANZA E VICEVERSA



SEGNO DI



CONVENZIONE IN QUESTO DISEGNO

Q SULLA FACCIA SUPERIORE DEL CONDENSATORE

$I > 0$ SE IN VERSO ANTIORARIO