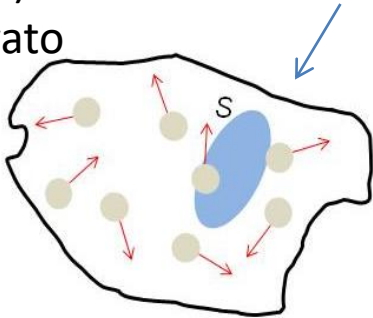


**Correnti**

# Elettroni nei metalli

Negli atomi di un metallo gli elettroni periferici non si legano ai singoli atomi, ma sono **liberi** di muoversi nel reticolo formato dagli ioni positivi e sono detti **elettroni di conduzione**.

volume **piccolo su scala macroscopica** (vedi oltre) ma contenente un numero  $N$  di elettroni elevato



$$E = 0, I = 0$$

$$v = \sqrt{3KT / m} \approx 10^5 \text{ m / s}$$

$$\mathbf{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1, N} \mathbf{v}_i = 0$$

Non esiste una direzione preferenziale per il moto degli elettroni

**Il moto degli elettroni in un conduttore in equilibrio elettrostatico e' disordinato**

## Esempio: numero di elettroni per unità di volume nel rame (Cu)

**Cu** 1 elettrone libero/atomo

Devo contare gli atomi nell'unità di volume: quanti atomi in  $\text{m}^3$  di Cu ?

Conosco numero atomi in una mole:  $N_A = 6.022 \times 10^{23}$  atomi

Massa di una mole di Cu?  $A = 63.55 \text{ g}$

Il volume di una mole  $V_{\text{mol}} = A/\rho$

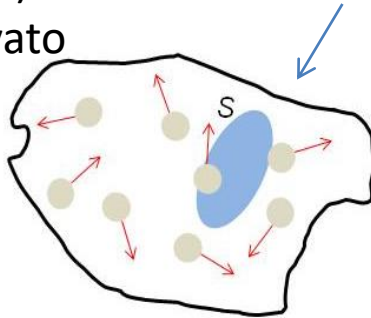
Abbiamo perciò (densità del Cu :  $8.96 \times 10^3 \text{ Kg.m}^{-3}$ )

$$n = \frac{N_A \rho}{A} = 8.49 \times 10^{28} \text{ el/m}^3$$

# Elettroni nei metalli in equilibrio elettrostatico

Negli atomi di un metallo gli elettroni periferici non si legano ai singoli atomi, ma sono **liberi** di muoversi nel reticolo formato dagli ioni positivi e sono detti **elettroni di conduzione**.

volume **piccolo su scala macroscopica** (vedi oltre) ma contenente un numero  $N$  di elettroni elevato



$$E = 0, \quad I = 0$$

Cu:  $1 \mu\text{m}^3 = 10^{-18} \text{ m}^3$  contiene perciò già  $10^{11}$  elettroni liberi

$$v = \sqrt{3KT / m} \approx 10^5 \text{ m / s}$$

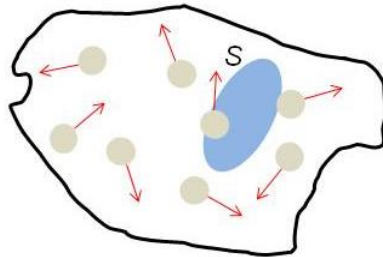
$$\mathbf{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1, N} \mathbf{v}_i = 0$$

Non esiste una direzione preferenziale per il moto degli elettroni

**Il moto degli elettroni in un conduttore in equilibrio elettrostatico e' disordinato**

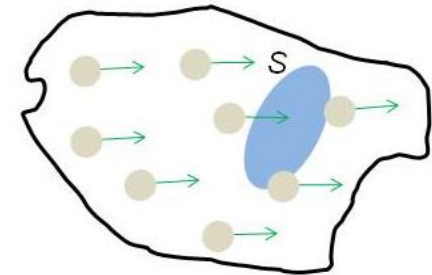
# Elettroni nei metalli in equilibrio fuori equilibrio elettrostatico

Metallo in equilibrio elettrostatico: gli elettroni si muovono casualmente a causa del moto di agitazione termica, ma la corrente netta attraverso una superficie arbitraria  $S$  è nulla



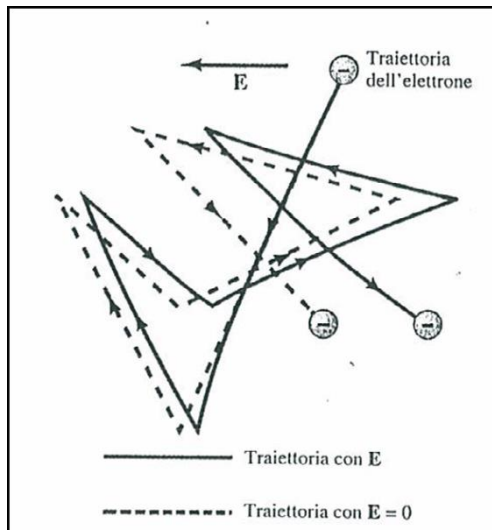
$$E = 0, I = 0$$

Metallo fuori equilibrio elettrostatico: gli elettroni accelerano nella direzione opposta al campo creando una corrente diversa da zero.



$$E \neq 0, I \neq 0$$

Versione semplificata (senza moti termici, né urti)



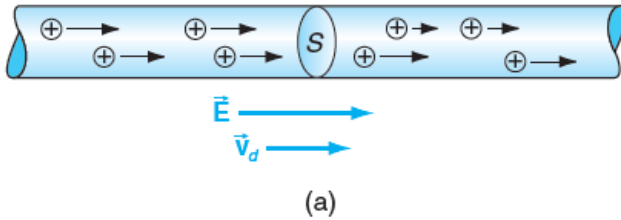
velocità di deriva  $v_d$  opposta ad  $E$  (tipicamente dell'ordine di  $10^{-5}$  m/s).

Occasionalmente un elettrone “urta” uno ione del cristallo subendo una brusca variazione di direzione del moto.

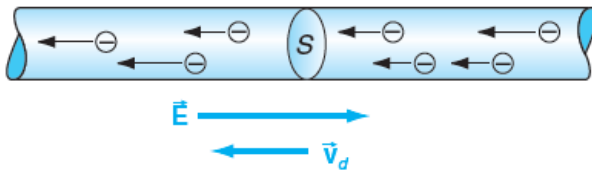
$\tau$  tempo medio tra una collisione e l'altra.

Versione più realistica: effetto di  $E$  sovrapposto a moti termici ed urti

## Definizione di corrente elettrica

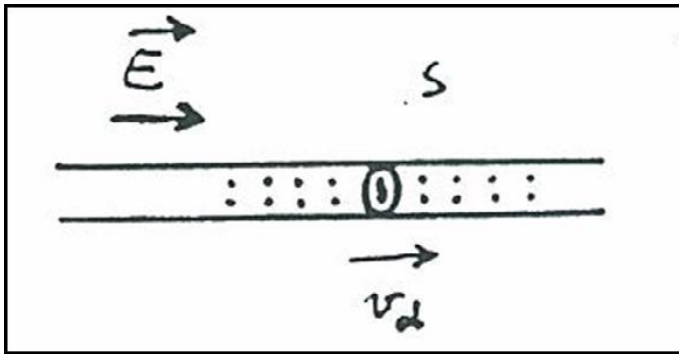


Il **flusso ordinato** di cariche elettriche è detto **corrente elettrica**.



Definizione di intensità di corrente  $i$ :

Quantità di carica  **$dq$**  che attraversa una superficie  $S$  (ad es. La sezione del filo) nell'unità di tempo  **$dt$** .



$$i = \frac{dq}{dt}$$

La carica netta che attraversa la superficie in un certo tempo si trova integrando la corrente nel tempo

$$q = \int i \, dt$$

# Definizione di corrente elettrica

## Convenzione per il verso della corrente:

il verso positivo della corrente è quello in cui si muovono le cariche positive, anche quando nella realtà i portatori di carica sono negativi (il che è sempre vero per i metalli).

**Unità di misura:** l'intensità di corrente si misura in Amperes  $[A] = [C/s]$

Si ha l'intensità di corrente di 1A quando, attraverso una data superficie, passa una carica di un Coulomb in un secondo.

## Definizione di densità di corrente elettrica

**Densità di corrente** e' la **corrente per unità di area**, il cui modulo è

$$j = \frac{i}{S}$$

Dove per semplicità assumiamo che  $S$  sia perpendicolare al filo e la velocità dei portatori sia uniforme.

La direzione e il verso di  $\mathbf{j}$  coincidono con quelli del moto delle cariche positive.

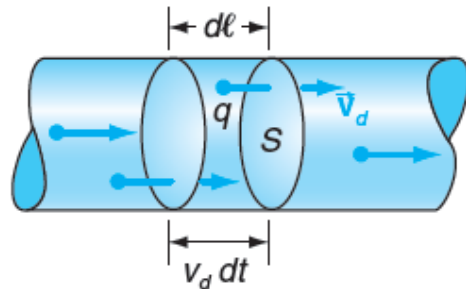
Se ora consideriamo una superficie generica, suddivisa in elementi di area individuati da  $d\mathbf{S}$  (ortogonale all'elemento di area e con verso concorde a  $\mathbf{j}$ ) si determina integrando  $\mathbf{j}$  su tutta la superficie:

$$i = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$$

L'intensità di corrente attraverso una superficie è il **flusso della densità di corrente attraverso quella superficie**.



## Legame tra l'intensità di corrente $I$ e la velocità di deriva $v_d$ dei portatori



**Figura 5.2**

Determinazione della relazione tra  $I$  e  $v_d$ . Ammettendo che ogni portatore abbia una velocità di modulo  $v_d$ , si trova che tutti i portatori contenuti nel cilindro di volume  $S dl = S v_d dt$  attraversano la superficie contrassegnata con  $S$  nell'intervallo di tempo  $dt$ . Quindi  $I = dQ/dt = (n S v_d dt |q|)/dt = n S v_d |q|$ .

Supponiamo  $v_d$  uniforme

Allora si ha che tutti i portatori contenuti nel cilindro (in figura) di volume

$$S dl = S v_d dt$$

Attraversano  $S$  nell'intervallo di tempo  $dt$

Quindi

$$I = dQ/dt = -n S v_d e dt/dt = -n S v_d e$$

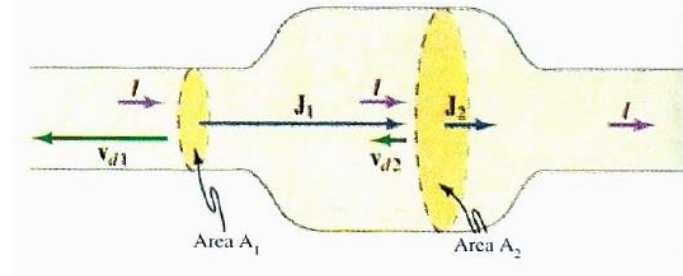
E la densità di corrente:

$$J = I/S = -n v_d e$$

Se si hanno due tipi di portatori:

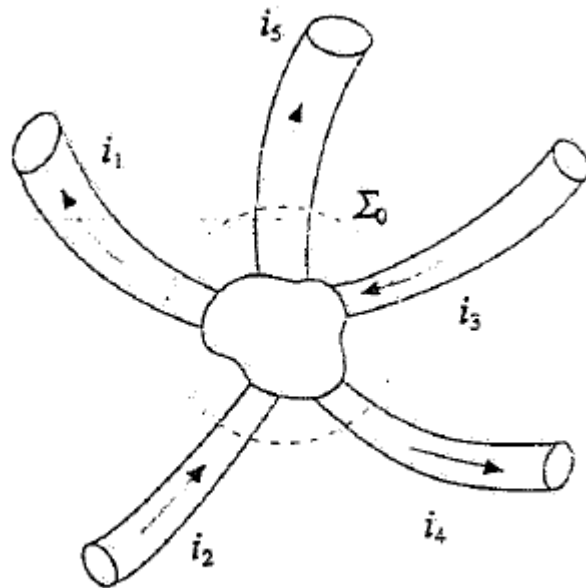
$$\mathbf{j} = n_a q_a \mathbf{v}_{da} + n_b q_b \mathbf{v}_{db}$$

## Leggi di Kirchoff



Per la conservazione della carica elettrica, in condizioni stazionarie l'intensità di corrente è la stessa attraverso ogni sezione del conduttore.

Se il conduttore è a sezione variabile la densità di corrente, e quindi la velocità di deriva sono maggiori dove la sezione è minore.



$$i_1 - i_2 - i_3 + i_4 + i_5 = 0$$

### Legge dei nodi (1° legge di Kirchhoff)

Nodo : punto dove convergono almeno tre conduttori

Convenzione:  $i > 0$  se uscente,  $i < 0$  se entrante

$$\sum_i i_i = 0$$

In condizioni stazionarie la somma algebrica delle correnti uscenti da un nodo è nulla

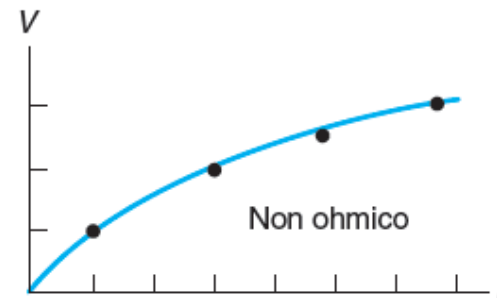
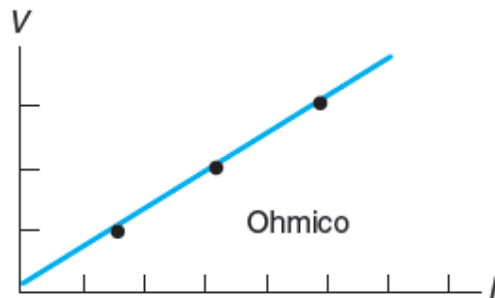
## Legge di Ohm

Se agli estremi di un conduttore viene applicata una differenza di potenziale  $\Delta V$ , nel conduttore si produrrà una corrente di intensità  $i$ .

L'intensità di corrente che circola in un metallo è, direttamente proporzionale alla differenza di potenziale  $\Delta V$ :

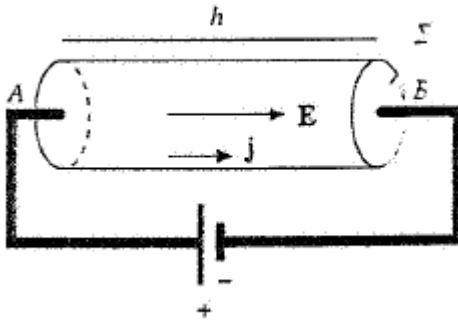
$$\Delta V = Ri$$

**R** è una proprietà del conduttore ed è chiamata **resistenza** e si misura in Ohm ( $\Omega = \text{V/A}$ ).



## Resistività

La resistenza di un conduttore dipende dalle sue dimensioni, dalla sua forma e dal materiale di cui è fatto. Considerando un conduttore a sezione costante:



$$R = \frac{\rho h}{S} \quad [\Omega] = \frac{V}{A} \quad (Ohm)$$

La dipendenza della resistenza di un conduttore dal materiale è rappresentata da un fattore di proporzionalità chiamato resistività  $\rho$  (si misura in  $\Omega \text{ m}$ ).

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Conducibilità'

**Tabella 28.1. RESISTIVITÀ DI METALLI\***

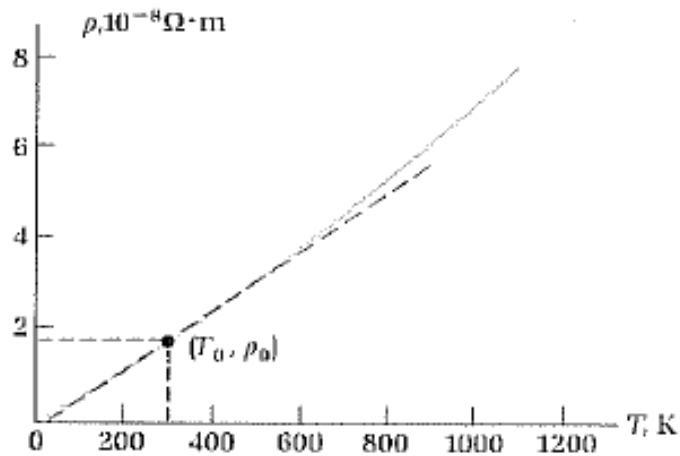
Metallo	$\rho$
argento	$1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
rame	$1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
alluminio	$2,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
ottone	$\sim 7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
nichel	$7,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
ferro	$10 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
acciaio	$\sim 11 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
costantina	$49 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
nichelcromo	$100 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

\* Alla temperatura di 20 °C.

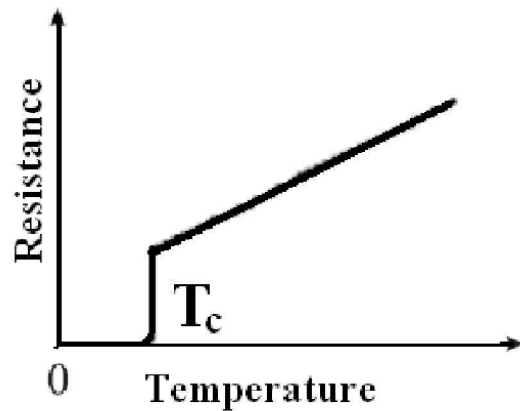
**Tabella 28.2. RESISTIVITÀ DI ISOLANTI**

Isolante	$\rho$
polietilene	$2 \cdot 10^{11} \Omega \cdot m$
vetro	$\sim 10^{12} \Omega \cdot m$
porcellana non vetrificata	$\sim 10^{12} \Omega \cdot m$
ebanite	$\sim 10^{13} \Omega \cdot m$
resina epossidica	$\sim 10^{15} \Omega \cdot m$

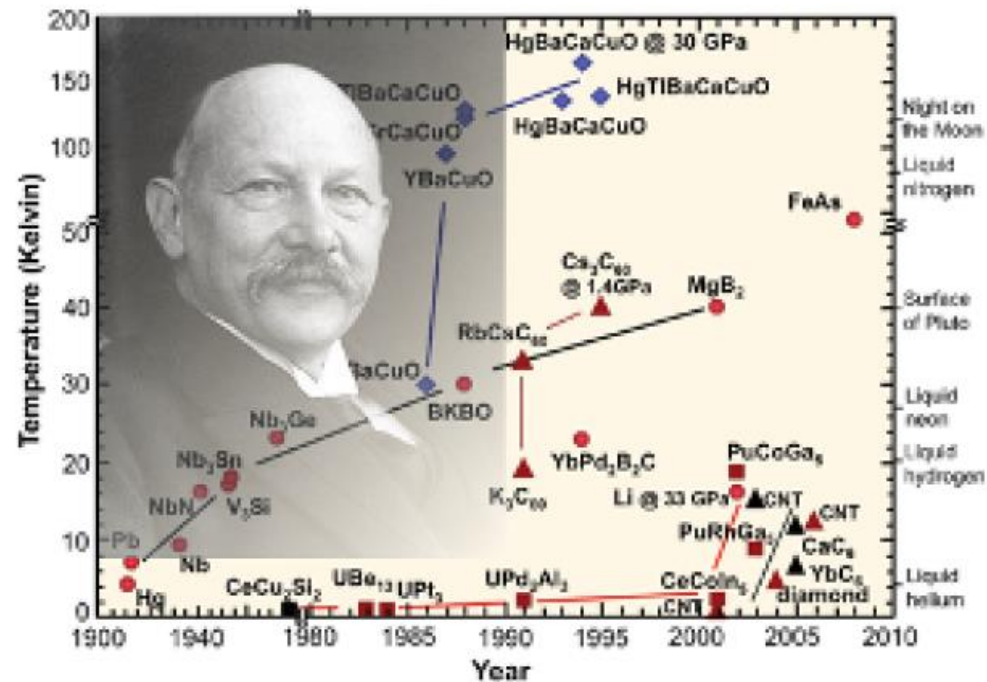
La resistività nella maggior parte dei conduttori metallici puri è una funzione crescente della temperatura. In un intervallo limitato (qualche decina di gradi) intorno alla temperatura di ambiente la relazione è praticamente lineare.



$$\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$$



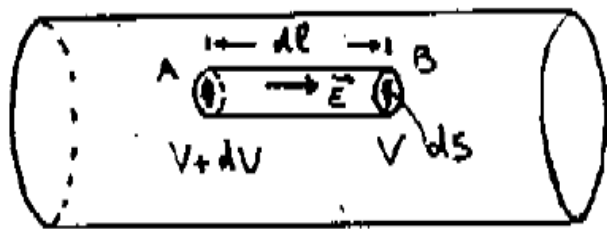
L'8 Aprile 1911, Kamerlingh Onnes (Leiden) misurando la resistenza elettrica del mercurio trovò che questa diventa nulla entro gli errori a temperature inferiori ai 4.2 K (la temperatura alla quale Onnes era appena riuscito a liquefare l'elio).



## Legge di Ohm in forma locale

Se un campo elettrico  $\vec{E}$  viene applicato ad un materiale conduttore, nel materiale si produce una corrente di densità  $\vec{J}$ .

La densità di corrente in un punto del materiale dipende dal campo elettrico in quel punto.



$$\begin{aligned} V_A - V_B &= dV = R dI = R J dS = \\ &= \rho \frac{dl}{dS} J dS = \rho J dl \end{aligned}$$

$$dV = E dl = \rho J dl$$

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$



## Modello di Drude per i metalli

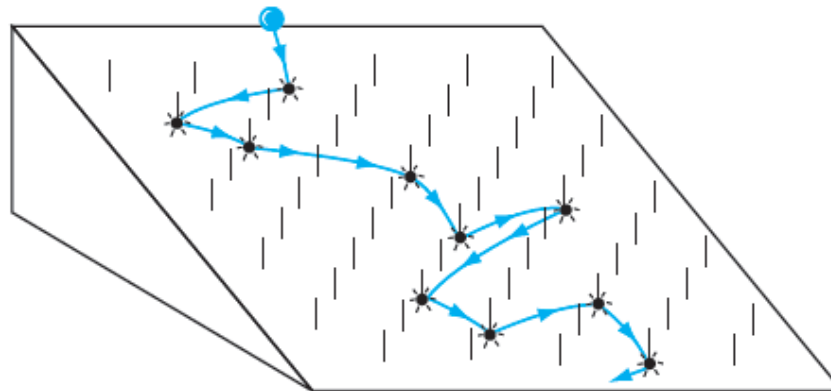
La principale caratteristica della conduzione nei metalli che un modello microscopico soddisfacente deve riprodurre è la legge di Ohm.

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

Poiché  $\mathbf{j} = nq\mathbf{v}_d$  si ha  $\mathbf{v}_d = \frac{\sigma \mathbf{E}}{nq}$

l'applicazione di un campo fa muovere i portatori con una velocità media costante, ma se  $q\mathbf{E}$  fosse l'unica forza in gioco i portatori si dovrebbero muovere di moto accelerato

Gli elettroni urtano gli ioni del cristallo subendo una brusca variazione di direzione del moto.



## Modello di Drude per i metalli

Quando si applica un campo elettrico  $E$  gli elettroni sono sottoposti ad una forza  $\mathbf{F} = -e \mathbf{E}$ . Questa è l'unica forza che agisce tra un urto e l'altro.

Dopo ogni **collisione** gli elettroni acquistano una direzione di **moto casuale**.

Dalla seconda legge di Newton (assumendo  $\mathbf{E}$  diretto lungo  $x$ )

$$a_x = -e E/m$$

$$v_x(t) = v_x(0) - \frac{eEt}{m}$$

Mediando sugli elettroni ( $\langle v_x(0) \rangle = 0$ )

$$\langle v_x \rangle = v_d = -\frac{eE\tau}{m}$$

$\tau$  caratterizza l'intervallo di tempo medio tra gli urti.

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

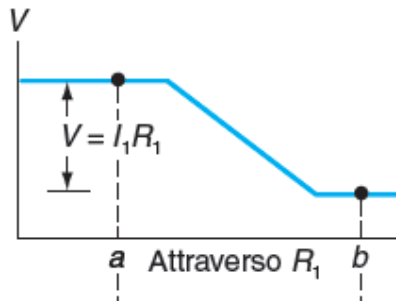
## Effetto Joule

Se una resistenza  $R$  viene collegata ad un generatore di tensione (o batteria) che produce una differenza di potenziale  $\Delta V$ , si produce

$$I = \Delta V / R$$

Se  $I$  e/o  $R$  sono abbastanza grandi si osserva che  $R$  si scalda (Effetto Joule).

Il riscaldamento dimostra che il conduttore “assorbe” energia dagli elettroni, che la perdono per effetto degli urti col reticolo cristallino.



se la corrente circola da  $a$  a  $b$

Se in un intervallo  $\Delta t$  entrano portatori con una carica totale  $\Delta Q$

La loro variazione di energia potenziale  $\Delta U = U_f - U_i = \Delta Q (V_b - V_a) < 0$

L'energia persa dai portatori in  $\Delta t$  e' la potenza  $P = - \Delta U / \Delta t = - \Delta V \Delta Q / \Delta t = (V_a - V_b) I$

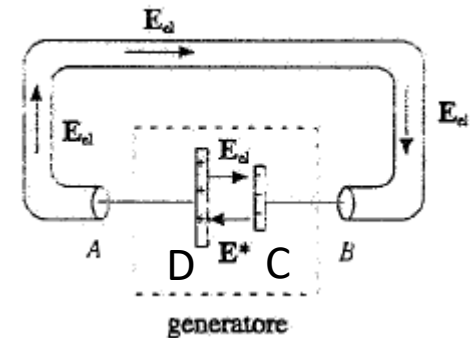
Cioe' la potenza e' uguale alla caduta di potenziale per la corrente che attraversa  $R$ .

Usando la legge di Ohm si ottengono le forme equivalenti:  $P = V^2 / R$  (posto  $V = V_a - V_b$ ) e  $P = R I^2$

Il generatore di f.e.m. è un dispositivo con due poli, di cui uno presenta un accumulo di carica positiva e l'altro un accumulo di carica negativa.

L'esistenza di questo accumulo di carica è possibile grazie ad un campo interno al generatore, detto campo elettromotore ( $E^*$ ).

Il campo elettromotore può derivare da azioni meccaniche (dinamo), reazioni chimiche (pile), calore (pile termoelettriche), luce (celle solari).



I poli carichi del generatore producono un campo elettrostatico  $E_{el}$  nei conduttori collegati esternamente.

I portatori di carica nel circuito esterno vengono quindi accelerati, producendo una corrente.

Gli elettroni sono attirati verso il morsetto + dal campo elettrostatico  $E_{el}$

Per la legge di Ohm, nel tratto  $B \rightarrow A$  gli elettroni perdono energia potenziale, che riguadagnano nel tratto  $D \rightarrow C$  grazie all'azione del campo elettromotore (si noti come il campo elettrostatico ostacoli il moto da D verso C).

Il campo elettromotore  $E^*$  e' dunque necessario per mantenere costante la differenza di potenziale fra i morsetti.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{el} \quad \text{nei conduttori}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{el} + \mathbf{E}^* \quad \text{nel generatore}$$

per la legge di Ohm la circuitazione del campo elettrico (i.e. integrale calcolato su una linea chiusa) deve essere diversa da zero:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = RI$$

La rappresenta il lavoro per spostare una carica unitaria lungo il circuito e prende il nome di forza elettromotrice (anche se ha le dimensioni di un'energia per unita' di carica, come il potenziale elettrostatico).

La legge di Ohm implica che una corrente possa circolare solo per effetto di un campo elettrico *non conservativo*, cioè appunto a circuitazione non nulla.

Questo campo non può essere il campo elettrostatico  $E_{el}$ , che ha circuitazione nulla

$$\varepsilon = \oint E dl = \int_D^C E_{el} dl + \int_C^D (E^* + E_{el}) dl = \int_C^D E^* dl$$

Il campo elettromotore è dunque un campo *non conservativo*, quindi non gli si può associare una differenza di potenziale.

Nel circuito esterno invece  $E = E_{el}$ , è conservativo, e dunque gli si può associare una d.d.p.

$$V_D - V_C = \int_D^C E_{el} dl = RI$$

Osserviamo che all'interno del generatore deve essere  $E^* > E_{el}$ , per avere il moto di cariche nel verso desiderato all'interno del generatore, sicché:

$$\int_C^D (E^* + E_{el}) dl > 0$$

Per analogia con la legge di Ohm, possiamo definire allora una resistenza interna al generatore per cui si ha:

$$\int_C^D (E^* + E_{el}) dl = rI$$

dove  $I$  e' la corrente che circola all'interno del generatore da C a D ed e' la stessa corrente che circola nel circuito esterno.

Ma avevamo

$$\varepsilon = \oint E dl = \underbrace{\int_D^C E_{El} dl}_{RI} + \underbrace{\int_C^D (E^* + E_{el}) dl}_{rI} = \int_C^D E^* dl$$

$$\varepsilon = RI + rI$$

$$V_D - V_C = \varepsilon - rI$$

Percio' la d.d.p. misurata ai morsetti esterni e' inferiore alla f.e.m se circola corrente, ma e' uguale alla f.e.m. se non circola corrente.

Se si apre il circuito, si raggiunge l'equilibrio nel generatore ( $E^* = -E_{el}$ ), quindi l'accumulo di carica sui poli ad un certo punto impedisce per repulsione elettrostatica ulteriore spostamento di carica e la corrente va a zero.

Se consideriamo (come per la legge di Ohm) una carica  $dq$  che si sposta nel circuito, abbiamo:

$$\varepsilon I dt = RI^2 dt + rI^2 dt$$

Da cui vediamo che il lavoro fornito dal generatore (e trasmesso alla carica sotto forma di energia potenziale) viene dissipato nelle resistenze del circuito, quella esterna e quella interna del generatore.



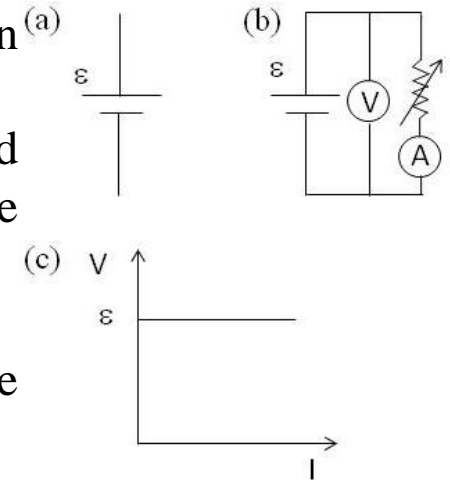
## Generatore ideale di tensione

In un generatore ideale la d.d.p. misurata ai suoi morsetti non dipende dalla corrente assorbita dal carico.

Se potessimo connettere una resistenza (carico) variabile in serie ad un generatore ideale e misurassimo la d.d.p. e la corrente rieleveremmo la curva caratteristica come in (c).

Per un generatore ideale, la d.d.p. misurata ai suoi capi coincide sempre con la forza elettromotrice, qualunque sia il carico. Infatti per la legge di Ohm:

$$V = IR = \frac{\varepsilon}{R} R = \varepsilon$$



## Generatore reale di tensione

I generatori reali possono essere schematizzati come un generatore ideale con in serie la resistenza interna.

D.d.p. ai capi di  $R$  (la resistenza di carico)

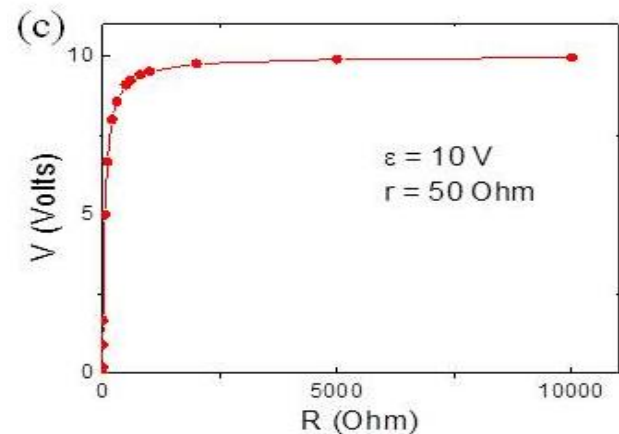
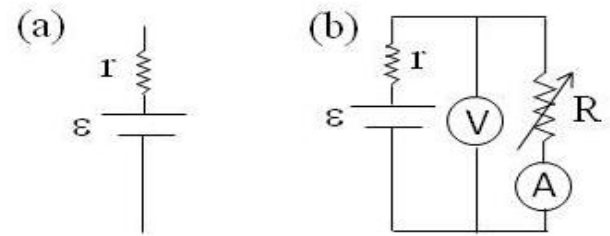
$$V = RI = \frac{R}{r+R} \varepsilon = \frac{1}{\frac{r}{R}+1} \varepsilon$$

da cui si vede che

$$V \approx \varepsilon$$

solo se  $r \ll R$

Da cui si vede che il generatore reale tende a comportarsi come un generatore ideale tanto più quanto il carico è più grande della sua resistenza interna.



## Resistenze in serie e in parallelo

**Resistenze:** conduttori ohmici caratterizzati da un determinato valore della resistenza (alla temperatura ambiente)

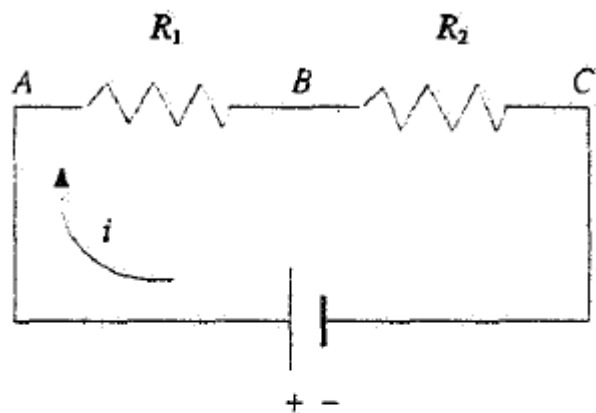


Più resistori possono essere collegati tra loro, tipicamente da fili o piattine metalliche, la cui resistenza è trascurabile.

### Resistenze in serie

Due resistori sono collegati in serie quando hanno un estremo in comune e la corrente che li attraversa è la stessa.

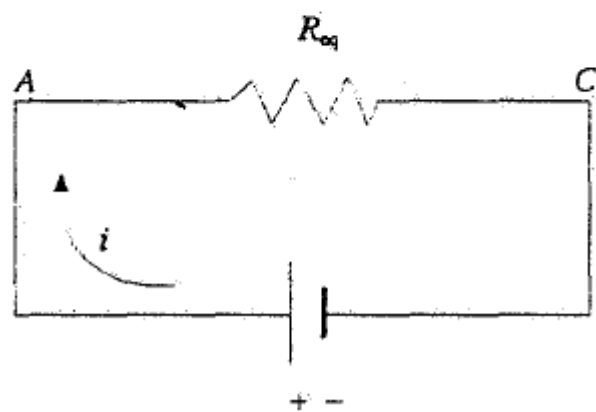
## Resistenze in serie



$$V_A - V_B = R_1 i$$

$$V_B - V_C = R_2 i$$

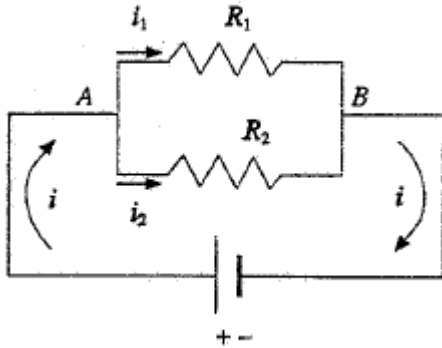
$$V_A - V_C = (R_1 + R_2) i = R_{eq} i$$



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

## Resistenze in parallelo

Due resistor si dicono in parallelo quando sono collegati tra loro in entrambi gli estremi e quindi la d.d.p. ai loro capi è la stessa.



$$i = i_1 + i_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Se  $R_1 \ll R_2$

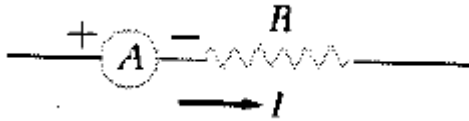
$$R_{eq} = \frac{R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} \approx R_1$$

Se  $R_2 \ll R_1$

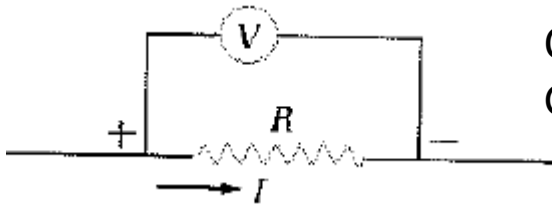
$$R_{eq} = \frac{R_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}} \approx R_2$$

Pertanto nel collegamento in parallelo domina sempre la R piu' piccola.

## Amperometri e voltmetri



Misura di corrente richiede collegamento in serie e pertanto  $r$  interna dello strumento piccola



Misura di differenza di potenziale (o misura di tensione) richiede Collegamento in parallelo e pertanto  $r$  interna dello strumento Grande.

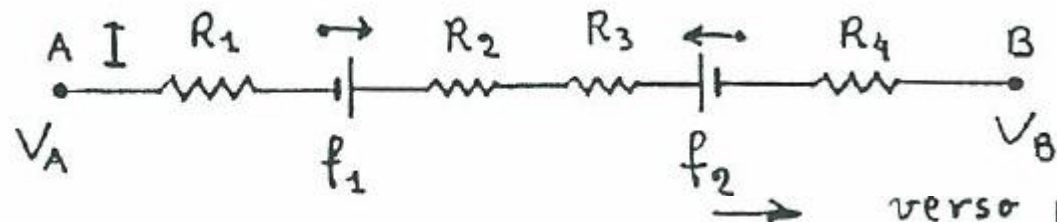
## Seconda legge di Kirchhoff o legge delle maglie

Gli elementi geometrici distintivi di un circuito sono i nodi e i rami. Un nodo è un punto nel quale convergono almeno tre conduttori.

I nodi sono collegati da rami, in cui possono esserci componenti attivi (generatori) e componenti passivi (resistori).

All'interno di una rete è possibile individuare determinati cammini chiusi, detti maglie, costituiti da più rami; un dato ramo può pertanto appartenere a più maglie.

RAMO :

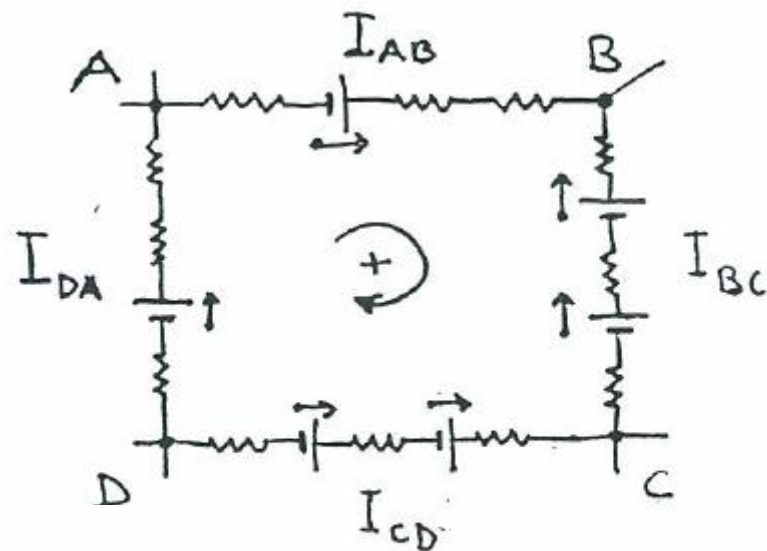

$$V_A - IR_1 + f_1 - IR_2 - IR_3 - f_2 - IR_4 = V_B$$

verso positivo di percorrenza (se  $I > 0$  circola in questo verso)

$$V_A - V_B + \sum_{ALG} f_i = \sum_{RAMO} I R_i$$

(comprensiva delle resistenze interne)

Ne segue che su una linea chiusa



MAGLIA

legge delle maglie  
(2<sup>a</sup> di Kirchhoff)

$$\sum_{\text{ALG}} f_i = \sum_{\text{MAGLIA}} R_i I_i$$



## Processo di carica di un condensatore

All' istante  $t = 0$  chiudiamo l'interruttore collegando il generatore di f.e.m. continua al circuito:  
il processo di carica del condensatore ha inizio.

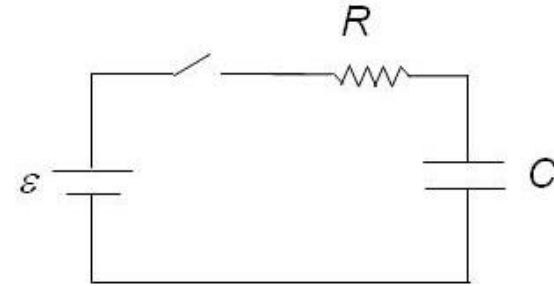
Tale processo continua finche' la carica sul condensatore raggiunge il valore massimo

$$Q_0 = C\varepsilon,$$

che corrisponde a

$$V_c = Q_0 / C = \varepsilon.$$

Quando  $V_c = \varepsilon$  il processo di carica cessa.



Il condensatore, inizialmente scarico, viene connesso all'istante  $t = 0$  al generatore di f.e.m. Nello schema abbiamo trascurato la resistenza interna del generatore. Ai fini del calcolo, la possiamo considerare integrata nella resistenza  $R$ .

Nell' istante  $t$  generico l'equazione della maglia e':

(t)

$$\varepsilon = V_R + V_C = Ri(t) + \frac{q(t)}{C}$$

esprimendo l'equazione in termini di carica:

$$R \frac{dq}{dt} = \varepsilon - \frac{q(t)}{C} \implies CR \frac{dq}{dt} = [C\varepsilon - q(t)]$$

Separando le variabili

$$\frac{dq}{q - C\varepsilon} = - \frac{dt}{RC}$$

Integrando:

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\varepsilon} = - \frac{1}{RC} \int_0^t dt \implies [\ln[q - C\varepsilon]]_0^q = - \frac{t}{RC}$$

$$q = C\varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

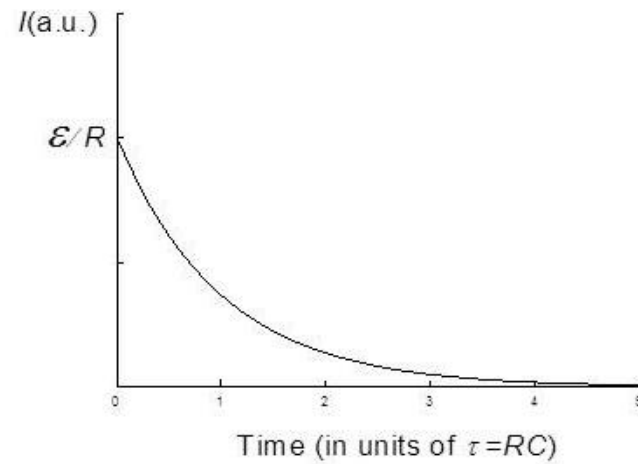
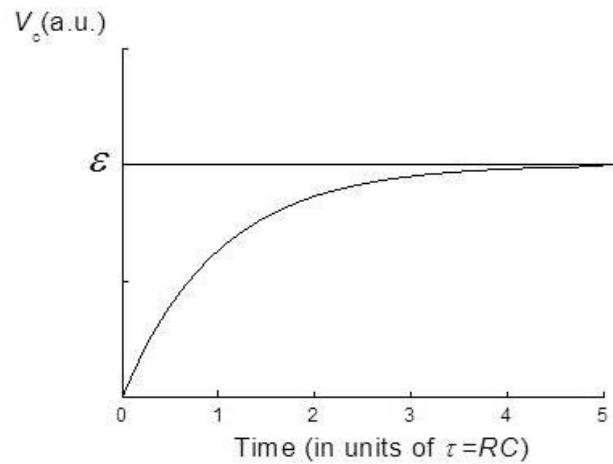
$$V_R = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}}$$

Il prodotto  $RC$  si chiama costante di tempo del circuito e si indica di solito con  $\tau$ .

## Processo di carica di un condensatore

$$V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

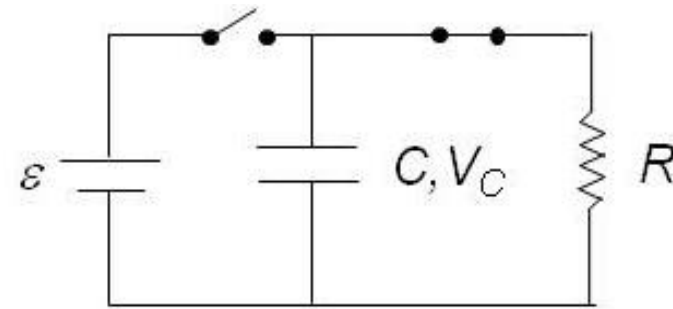


## Processo di scarica di un condensatore

Supponiamo ora di sconnettere il generatore di f.e.m dal circuito quando il condensatore e' carico con quantita' di carica  $Q_0$ .

Consideriamo quindi il circuito in cui all'istante  $t=0$  viene chiuso l'interruttore iniziando la scarica del condensatore sulla resistenza  $R$ .

Se ammettiamo che la corrente sia positiva, allora:



Istante iniziale ( $t=0$ ): il generatore viene scollegato dal condensatore carico e simultaneamente collegato ad una resistenza  $R$ . Nello schema abbiamo trascurato la resistenza interna del generatore.

$$I = \frac{dq}{dt} \quad dq < 0 \text{ perche' il condensatore si scarica}$$

In un generico istante  $t$ :

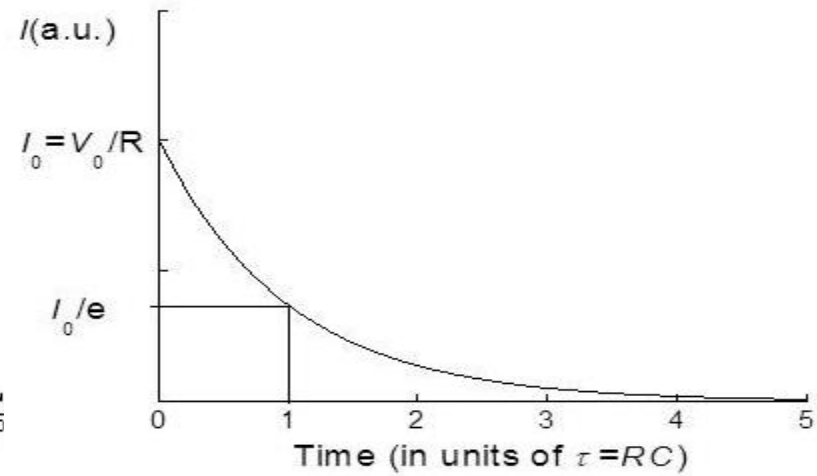
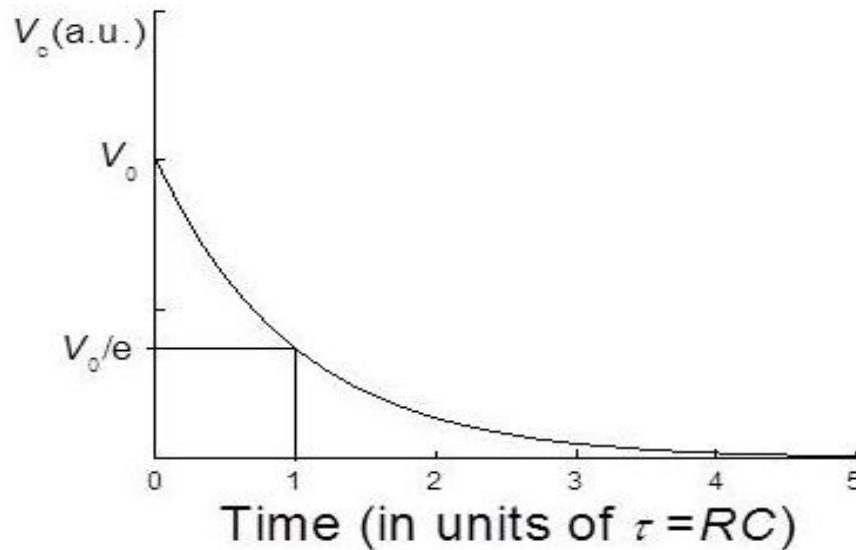
$$V_c = \frac{q(t)}{C} = V_R = Ri(t) \quad \longrightarrow \quad \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}$$

$$\int_{Q_0}^Q \frac{dQ}{Q} = - \int_0^t \frac{dt}{RC} \quad \longrightarrow \quad \ln \frac{Q}{Q_0} = -\frac{t}{RC} \quad \longrightarrow \quad Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V_c(t) = \frac{Q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}} = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I = -\frac{dq}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

## Processo di scarica di un condensatore



Nello spazio fra le armature, non puo' esservi trasporto di carica, ne' dunque sembra possa esistere una corrente.

Il paradosso e' apparente: per una variazione  $+dq$  sull'armatura positiva si assume che vi sia una variazione  $-dq$  su quella negativa (regime di induzione totale).

Quest'assunzione e' equivalente al passaggio di una carica  $+dq$  "attraverso" le armature del condensatore. Oltre che per i transistori, questa descrizione e' utile per il funzionamento in regime alternato.

## ESERCIZIO 1

Un resistore è composto da due fili collegati in serie: il primo di rame ( $\rho_{\text{Cu}} = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ ) è lungo  $l_1 = 5 \text{ m}$  ed ha una sezione  $S_1 = 2 \text{ mm}^2$ ; il secondo di alluminio ( $\rho_{\text{Al}} = 2.7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ ) è lungo  $l_2 = 2 \text{ m}$  ed ha una sezione  $S_2 = 1 \text{ mm}^2$ . Ai capi del resistore è applicata una differenza di potenziale  $\Delta V = 0.2 \text{ V}$ . Calcolare le differenze di potenziale ai capi dei due fili e le rispettive densità di corrente.

## ESERCIZIO 2

Un filo di lunghezza  $l = 5 \text{ m}$  e diametro  $d = 2 \text{ mm}$  è percorso da una corrente  $i = 750 \text{ mA}$  quando è applicata una d.d.p. di  $0.22 \text{ V}$ . La velocità di deriva degli elettroni è  $1.7 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$ . Calcolare: a) la resistenza  $R$  del filo; b) la resistività  $\rho$  del materiale; c) il campo elettrico  $E$  all'interno del filo; d) il numero  $n$  di elettroni di conduzione per unità di volume.

### ESERCIZIO 3

Si consideri un circuito costituito da un generatore di forza elettromotrice  $\mathcal{E} = 1.5 \text{ V}$  e resistenza interna  $r = 1 \, \Omega$  e da una resistenza variabile  $R$ . Calcolare la potenza dissipata su  $R$  per  $R=R_1=100 \, \Omega$ ; per  $R=R_2=0.1 \, \Omega$ ; per il valore di  $R$  per cui la potenza dissipata è massima.



## ESERCIZIO 4

Una batteria di automobile eroga in un'ora una quantità di carica di 320 A.h. Calcolare  
A quanti Coulomb corrisponde questa carica.

## ESERCIZIO 5

Un fascio di protoni con energia cinetica 6 MeV ha una densità di  $2 \times 10^{11} \text{ m}^{-3}$  ed una sezione trasversale di  $1.9 \text{ mm}^2$ . Qual è la corrente del fascio?

## ESERCIZIO 6

Un filo di Pb di lunghezza  $l$  raddoppia la sua lunghezza mantenendo il suo volume costante. Esprimere la resistenza in termini della resistenza iniziale.

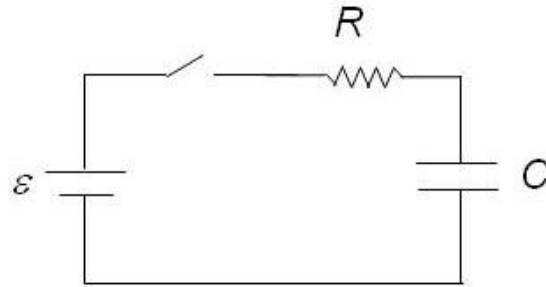
## ESERCIZIO 7

Un voltmetro ad alta resistenza collegato ai morsetti di una batteria segna 6.3 V.  
Con il voltmetro ancora collegato i morsetti vengono connessi in serie ad una resistenza e ad un amperometro. L'amperometro segna 150 mA ed il voltmetro segna 5.9 V.  
Determinare la forza elettromotrice e la resistenza interna della batteria.

## ESERCIZIO 8

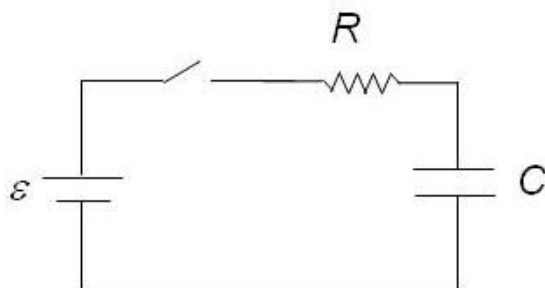
La differenza di potenziale ai morsetti di una batteria sia  $6.5 \text{ V}$  quando questa viene caricata con una corrente di intensità  $1.9 \text{ A}$  (il senso della corrente è quello della f.e.m). Invece la differenza di potenziale ai morsetti è  $5.8 \text{ V}$  quando la batteria si scarica con una corrente di intensità  $1.2 \text{ A}$  (il senso della corrente è uguale a quello della f.e.m). Che valori hanno la f.e.m e la resistenza interna della batteria.

## ESERCIZIO 10



Sia  $\varepsilon=21$  V,  $R = 33$  kOhm,  $C= 2.7$  microF. Calcolare la carica di  $C$  per  $t=60$  ms, l'energia immagazzinata nel  $C$ , l'energia dissipata in  $R$ , e quella ceduta ai portatori dalla batteria.

## ESERCIZIO 11



Sia  $\varepsilon=26$  V,  $R = 6.2$  kOhm. Quanto vale  $C$  se dopo 3.1 ms la tensione ai capi di  $C$  vale 13 V.

