

Scrivere il proprio nome, cognome e numero di matricola nella tabella sottostante.

Il parametro k è uguale all'ultima cifra del numero di matricola.

k

Matricola						
Nome e Cognome						
Corso di Laurea						

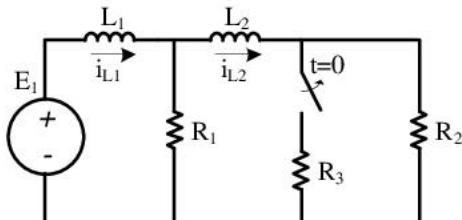


Fig. 1

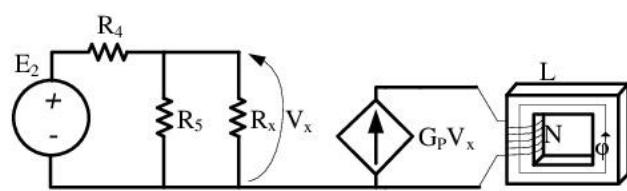


Fig. 2

I seguenti valori valgono per tutte le figure: $E_1 = (10+k)$ V, $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$, $E_2 = 15$ V, $R_4 = R_5 = 9 \Omega$, $L_1 = L_2 = 10 \text{ mH}$, $G_p = 2 \text{ s}$.

Problema 1

[punti 10]

Con riferimento alla Fig. 1 calcolare l'andamento della corrente i_{L1} in funzione del tempo e tracciarne un grafico qualitativo. Calcolare la potenza dissipata da R_3 all'istante $t \rightarrow \infty$.

$$i_{L1}(t) =$$

$$P_{R3}(\infty) =$$

Problema 2

[punti 7]

Si sostituisca al generatore a tensione costante di Fig. 1 un generatore di tensione sinusoidale con pulsazione ω .

Considerando l'interruttore sempre aperto, si determini la funzione di trasferimento $H(j\omega)$ che si ottiene considerando in ingresso la corrente i_{L1} e in uscita la corrente i_{L2} . Si traccino i diagrammi di Bode asintotici delle ampiezze e delle fasi.

$$H(j\omega) =$$

Problema 3

[punti 8]

Dato il circuito di Fig. 2, determinare R_x in modo tale che la tensione V_x risulti pari a 3 V.

$$R_x =$$

Successivamente, sapendo che la riluttanza complessiva del nucleo vale $\mathcal{R} = 2000 \text{ A/Wb}$, si calcolino il numero N di spire necessario per ottenere all'interno del nucleo magnetico un flusso $\phi = 0.03 \text{ Wb}$ e l'induttanza L dell'avvolgimento.

$$N =$$

$$L =$$

Domanda 1

[punti 4]

Scrivere l'enunciato, le ipotesi di validità e una dimostrazione di massima del teorema di Millman.

Domanda 2

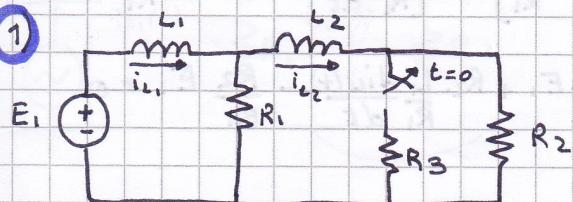
[punti 4]

Con riferimento al regime sinusoidale, definire i concetti di potenza attiva istantanea e potenza reattiva istantanea.

I APPELLO 15/01/2015

pongo $k=0$

1)



$$E_1 = (10 + k)V$$

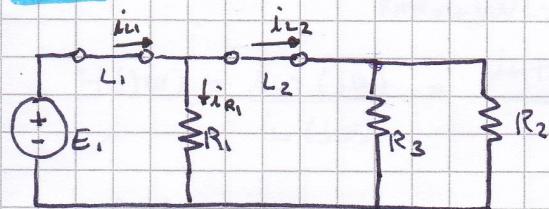
$$R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$$

$$L_1 = L_2 = 10 \text{ mH}$$

$$i_{L1}(t) = ?$$

$$P_{R3}(\infty) = ?$$

$t < 0$



$$V_{L1}(+) = 0$$

$$V_{L2}(+) = 0$$

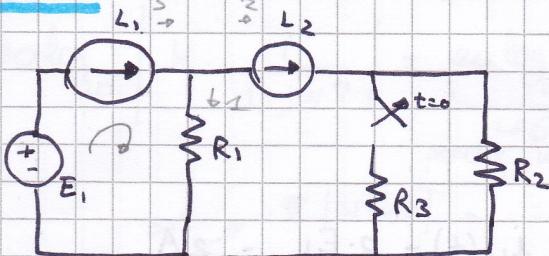
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{3}{10}$$

$$i_{L1}(+) = \frac{E_1}{R_{\text{eq}}} = 10 \cdot \frac{3}{10} = 3 \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_{R1} = -1 \text{ A}$$

$$i_{L2}(+) = i_{L1}(+) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3 \cdot \frac{10^2}{10 + 10} = 2 \text{ A}$$

$t = 0^+$



$$i_{L1}(+) = 3 \text{ A}$$

$$E_1 - V_{L1} - i_{R1} R_1 = 0$$

$$i_{L2}(+) = 2 \text{ A}$$

$$\frac{E_1 - V_{L1}}{R_1} = i$$

$$V_{L1} = 0 \text{ V}$$

$$\Downarrow E_1 - V_{L1} - V_{R1} = 0$$

$$V_{L1} = E_1 - i_{R1} \cdot R_1 = 10 - 1 \cdot 10 = 0 \text{ V}$$

$$V_{L1} = E_1 - i R_1$$

$$10 - 1 \cdot 10 = 0$$

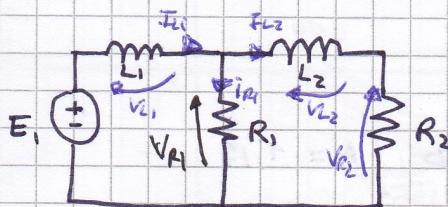
$t \rightarrow +\infty$



$$i_{L1}(+) = \frac{E_1}{R_1 // R_2} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

$$i_{L2}(+) = 1 \text{ A}$$

$t > 0$ Transitorio



$$\begin{cases} i_{L1}(+) = i_{R1}(+) + i_{L2}(+) \\ E_1 - V_{L1} - V_{R1} = 0 \\ V_{R1} = V_{L2} + V_{R2} \end{cases}$$

$$V_L = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 - L \frac{di_{L1}(t)}{dt} - (i_{L1}(+) - i_{L2}(+)) \cdot R_1 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} (i_{L1}(+) - i_{L2}(+)) R_1 = L \frac{di_{L2}(t)}{dt} + R_2 \cdot i_{L2}(+) \\ - (i_{L2}(+) - i_{L1}(+)) R_1 = - \end{array} \right.$$

ricavo $i_{L2}(+)$ dalla 1° eq.

$$i_{L2}(+) = \frac{L}{R_1} \frac{di_{L1}(t)}{dt} + i_{L1}(+) - \frac{E_1}{R_1}$$

$$\frac{L_2}{R_1} \frac{d}{dt} \left[\frac{L_1}{R_1} \frac{di_{L1}(t)}{dt} + i_{L1}(t) - \frac{E_1}{R_1} \right] + R_2 \left[\frac{L_1}{R_1} \frac{di_{L1}(t)}{dt} + i_{L1}(t) - \frac{E_1}{R_1} \right] + R_2 \left[\frac{L_1}{R_1} \frac{di_{L1}(t)}{dt} + i_{L1}(t) - \frac{E_1}{R_1} - i_{L2}(t) \right] = 0$$

$$\frac{L_1 L_2}{R_1} \frac{d^2 i_{L1}(t)}{dt^2} + L_2 \frac{di_{L1}(t)}{dt} + \frac{R_2}{R_1} \cdot L_1 \frac{di_{L1}(t)}{dt} + R_2 \cdot i_{L1}(t) - \frac{R_2 E_1}{R_1} + R_2 \cdot \frac{L_1}{R_1} \frac{di_{L1}(t)}{dt} - \frac{R_2 E_1}{R_1} = 0$$

$$L_1 = L_2 = L \quad R_1 = R_2 = R$$

$$\frac{L^2}{R} \cdot \frac{d^2 i_{L1}(t)}{dt^2} + 3L \frac{di_{L1}(t)}{dt} + R \cdot i_{L1}(t) - 2E_1 = 0$$

$$\frac{d^2 i_{L1}(t)}{dt^2} + \frac{3R}{L} \frac{di_{L1}(t)}{dt} + \frac{R^2}{L^2} i_{L1}(t) - \frac{2R}{L^2} E_1 = 0$$

S.O.A: $\alpha^2 + \frac{3R\alpha}{L} + \frac{R^2}{L^2} = 0$

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = \frac{9R^2}{4L^2} - \frac{R^2}{L^2} = \frac{5}{4} \cdot \frac{R^2}{L^2}$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = \frac{-3R \pm R\sqrt{5}}{2L}$$

$$\alpha_1 = -382 \quad \alpha_2 = -2618$$

$$\rightarrow i_{SOA}(t) = A \cdot e^{\alpha_1 t} + B \cdot e^{\alpha_2 t}$$

$$= A \cdot e^{-382t} + B \cdot e^{-2618t}$$

i.p

$$\frac{d}{dt} = 0 \rightarrow \frac{R^2}{L^2} i_{L1}(t) = \frac{2R}{L^2} E_1 \rightarrow i_{L1}(t) = 2 \cdot \frac{E_1}{R} = 2A$$

$$i(t) = i_{SOA}(t) + i_{ip}(t)$$

$$= A \cdot e^{-382t} + B \cdot e^{-2618t} + 2$$

Calcolo A e B

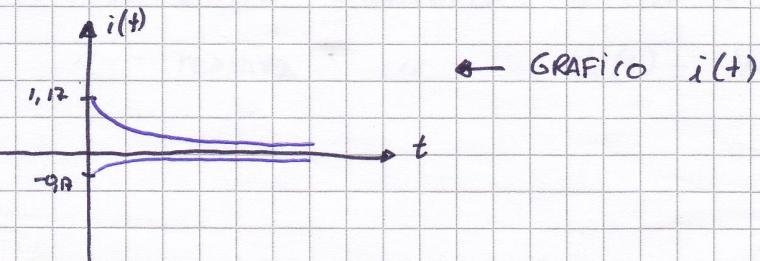
$$\frac{di(t)}{dt} = -382 \cdot A e^{\alpha_1 t} - 2618 \cdot B \cdot e^{\alpha_2 t} \rightarrow t=0 \rightarrow -382A - 2618B = 0$$

$$i_{L1}(t) = 3A \rightarrow t=0 \rightarrow A+B+2=3$$

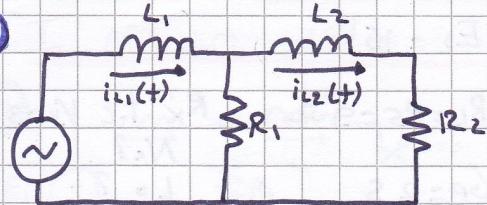
$$\begin{cases} A+B=3 \\ -382A-2618B=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A=1-17 \\ -382+382B-2618B=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A=1,17 \\ B=-0,17 \end{cases}$$

$$i(t) = 1,17 \cdot e^{-382t} - 0,17 \cdot e^{-2618t} + 2$$

$$P_{R_3}(\infty) = 0 \text{ W} \quad \& \quad R_3 \text{ è staccato dal circuito} \rightarrow \text{NON PASSA CORRENTE}$$



2



$$\bar{H}(j\omega) = \frac{\bar{i}_{L_2}(j\omega)}{\bar{i}_{L_1}(j\omega)} \quad \leftarrow \text{FUNZIONE di trasferimento}$$

$$\begin{aligned} L &\leftrightarrow j\omega L \\ R &\leftrightarrow R \end{aligned} \quad \leftarrow \text{in regime Sinusoidale}$$

$$i_{L_2}(j\omega) = i_{L_1}(j\omega) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + j\omega L_2}$$

$$H(j\omega) = \frac{i_{L_2}(j\omega)}{i_{L_1}(j\omega)} = \frac{j\omega L_1 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + j\omega L_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + j\omega L_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega L_2 / (R_1 + R_2)}$$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = K \quad \frac{L_2}{R_1 + R_2} = \gamma \quad \rightarrow \quad H(j\omega) = K \frac{1}{1 + j\omega \gamma}$$

pulsazione di taglio $\omega_a = \frac{1}{\gamma}$

$$20 \log_{10} \left| K \cdot \frac{1}{1 + j\omega \gamma} \right| = 20 \log_{10} |K| + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{1 + j\omega \gamma} \right| - 20 \log_{10} |1 + j\omega \gamma|$$

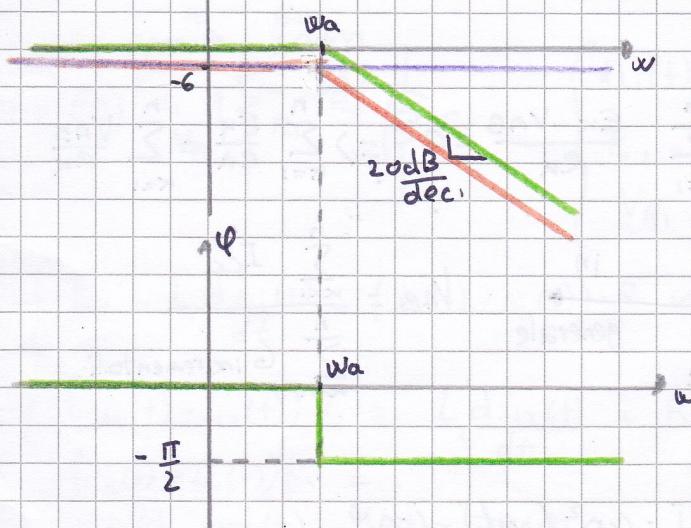
$\xrightarrow{\text{perche' } K=1/2}$

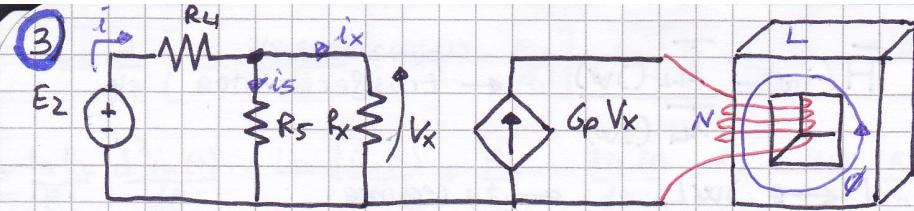
$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\omega \gg 1} |H(j\omega)| \approx -20 \log_{10} \omega - 20 \log_{10} \gamma \quad \text{costante} \\ & \xrightarrow{\omega \ll 1} 0 \end{aligned}$$

$$\varphi = \arctg \left(\frac{b}{a} \right) = -\arctg \left(\frac{\omega \gamma}{1} \right)$$

$$\xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0$$

$$\xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} -\frac{\pi}{2}$$





$$E_2 = 15V$$

$$R_4 = R_5 = 9.5\Omega$$

$$R_x \text{ t.c. } V_x = 3V?$$

$$N = ?$$

$$L = ?$$

$$G_p = 2 S$$

$$\Omega = 2000 \frac{A}{Wb}$$

$$\emptyset = 0.03 Wb$$

$$E_2 - iR_4 - V_x = 0 \quad 1^{\circ} \text{ maglia}$$

$$E_2 - iR_4 - i = \frac{E_2 - V_x}{R_4} = \frac{15 - 3}{9} = \frac{4}{3} = 1, \bar{3} A$$

$$i = i_5 + i_x$$

$$i_x = i - i_5 = i - \frac{V_x}{R_5} = 1, \bar{3} - \frac{3}{9} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1 A \rightarrow R_x = \frac{V_x}{i_x} = \frac{3}{1} = 3 \Omega$$

legge di Hopkinson: $N \cdot I = R \cdot \emptyset$

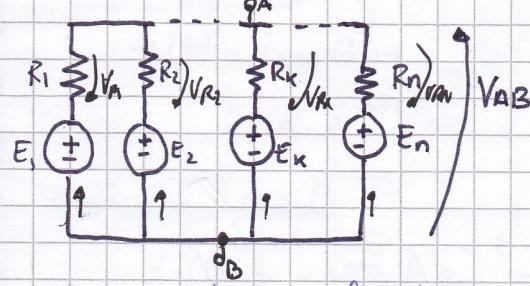
$$I = G_p \cdot V_x = 6 A$$

$$N = \frac{R \cdot \emptyset}{I} = \frac{2000 \cdot 0.03}{6} = 10$$

$$\frac{N^2}{\Omega} = L = \frac{N \cdot \emptyset}{I} = \frac{10 \cdot 0.03}{6} = 0,05 H$$

DOMANDA 1

Teorema di Millman: ci permette di trovare la tensione di un circuito in parallelo



applico Kirchhoff ad ogni singolo ramo

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{E_1 - V_{AB}}{R_1} \\ I_2 = \frac{E_2 - V_{AB}}{R_2} \\ \vdots \\ I_n = \frac{E_n - V_{AB}}{R_n} \end{array} \right. \rightarrow \sum_{k=1}^n I_k = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^n \frac{E_k - V_{AB}}{R_k} = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{R_k} = \sum_{k=1}^n \frac{V_{AB}}{R_k}$$

$$V_{AB} = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$

in generale

$$V_{AB} = \frac{\sum_{k=1}^n I_{kk}}{\sum_{k=1}^n G_{incrementali}}$$

DOMANDA 2

Potenza attiva istantanea: $P_A(t) = 2 \cdot V \cdot I \cdot \cos^2(\omega t) \cdot \cos \varphi$

" reattiva " : $P_R(t) = V \cdot I \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin \varphi$

Scrivere il proprio nome, cognome e numero di matricola nella tabella sottostante.
Il parametro k è uguale all'ultima cifra del numero di matricola.

	k
Matricola	
Nome e Cognome	
Corso di Laurea	

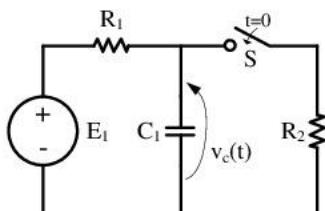


Fig. 1

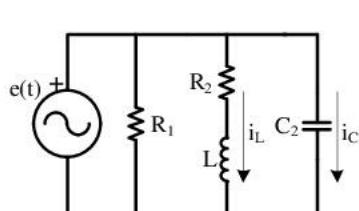


Fig. 2

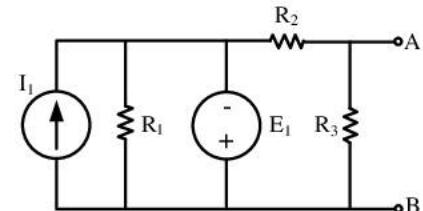


Fig. 3

I seguenti valori valgono per tutte le figure: $E_1=10$ V, $I_1=4$ A, $R_1=10$ Ω , $R_2=5$ Ω , $R_3=1+k$ Ω , $C_1=(1+0.1k)$ mF, $L=10$ mH, $e(t)=\sqrt{2}\cdot(100+10k)\cos(2\pi 50t)$ V.

Problema 1

[punti 6]

Il circuito di Fig. 1 è inizialmente a regime con l'interruttore S in posizione aperta. All'istante $t=0$ l'interruttore S si chiude. Calcolare il valore della tensione $v_C(t)$ per $t>0$. Calcolare il tempo T_1 che $v_C(t)$ impiega per raggiungere il valore di 5 V.

$$v_C(t) =$$

$$T_1 =$$

Problema 2

[punti 7]

Dato il circuito di Fig. 2 si calcoli il valore che la capacità C_2 deve assumere per rendere pari a 1 il fattore di potenza del generatore $e(t)$. Si determini la temperatura T_{R1} raggiunta a regime dalla resistenza R_1 supponendo che la temperatura ambiente sia di 20 °C e che la resistenza termica fra la superficie esterna di R_1 e l'ambiente circostante sia pari a 0.02 °C/W.

$$C_2 =$$

$$T_{R1} =$$

Problema 3

[punti 7]

Dato il circuito di Fig. 2, supponendo $C_2=2$ mF, si determini la funzione di trasferimento $H(j\omega)$ che si ottiene considerando in ingresso la corrente i_C e in uscita la corrente i_L . Si traccino i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi.

$$H(j\omega) =$$

Problema 4

[punti 4]

Determinare l'equivalente Norton del circuito di Fig. 3 visto fra i morsetti A e B.

$$I_{NO} =$$

$$R_{NO} =$$

Domanda 1

[punti 4]

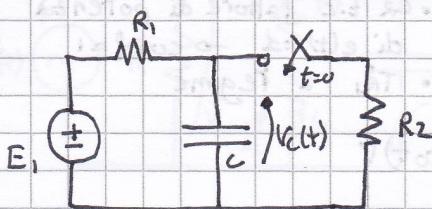
Quali sono le caratteristiche principali dei materiali diamagnetici, paramagnetici e ferromagnetici?

Domanda 2

[punti 4]

Quali sono le differenze fra il modello ideale e quello reale del trasformatore?

1



circuito inizialmente a regime

$$E_1 = 10V$$

$$R_1 = 10 \Omega$$

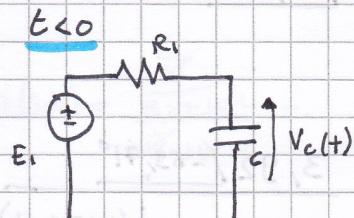
$$R_2 = 5 \Omega$$

$$C = (1+0,1k) mF$$

pongo $K=0$

$$V_c(t) \text{ per } t > 0 ?$$

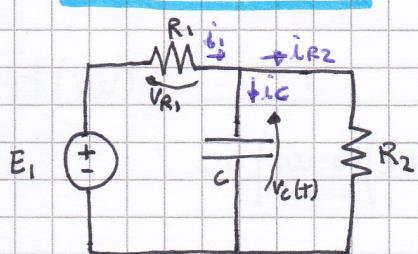
$$\text{T.r. t.c. } V_c(t) = 5V$$



$$V_c(t) = 10V$$

$$i_C(t) = 0A$$

$t > 0$ transitorio



$$\begin{cases} V_c(t) = V_{R_2} \\ E_1 - V_{R_1} - V_c(t) = 0 \rightarrow V_{R_1} = E_1 - V_c(t) \\ i_{R_1} = i_C + i_{R_2} \end{cases}$$

$$i_{R_1}(t) = \frac{V_{R_1}(t)}{R_1} \quad i_{R_2}(t) = \frac{V_{R_2}(t)}{R_2} = \frac{V_c(t)}{R_2}$$

$$3. \frac{V_{R_1}(t)}{R_1} = C \frac{dV_c(t)}{dt} + \frac{V_c(t)}{R_2}$$

$$\frac{E_1 - V_c(t)}{R_1} = C \frac{dV_c(t)}{dt} + \frac{V_c(t)}{R_2}$$

$$\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$C \cdot \frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{E_1}{R_1} \rightarrow \frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t) \left(\frac{1}{R_1 \cdot C} + \frac{1}{R_2 \cdot C} \right) = \frac{E_1}{R_1 \cdot C}$$

S.O.A.

$$\alpha + \left(\frac{1}{R_1 \cdot C} + \frac{1}{R_2 \cdot C} \right) = 0 \rightarrow \alpha = -\frac{1}{C} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right) = -300$$

$$V_{S.O.A.}(t) = K \cdot e^{\alpha t} = K \cdot e^{-\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot t}$$

i.p.

$$V_c(t) \cdot \frac{1}{C} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right) = \frac{E_1}{R_1 \cdot C} \rightarrow V_c(t) = \frac{E_1}{R_1 + R_2} \cdot R_2 \leftarrow \text{i.p.}$$

$$V_c(t) = V_{S.O.A.}(t) + i_p = K \cdot e^{-\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot t} + \frac{E_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_c(t) = 6,67 \cdot e^{-\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot t} + 3,33$$

$$\underset{t=0}{10} = K e^0 + \frac{E_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow K = 6,67$$

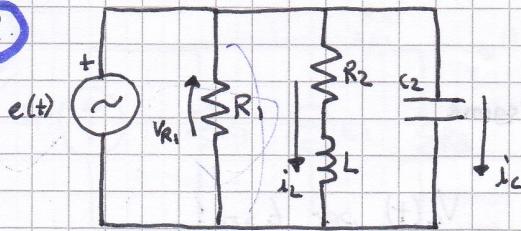
$$\text{T.r. t.c. } V_c(t) = 5V$$

$$5 = 6,67 \cdot e^{-\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot t} + 3,33$$

$$\frac{1,67}{6,67} = e^{-300t} \rightarrow \ln(0,25) = -300t$$

$$t = 4,6 \text{ ms}$$

2.



$$\begin{aligned}
 R_1 &= 10 \Omega \\
 R_2 &= 5 \Omega \\
 L &= 10 \text{ mH} \\
 T_a &= 20^\circ \text{C} \\
 \omega &= 314 \text{ rad/s} \\
 e(t) &= \sqrt{2} \cdot (100 + j10k) \cos(2\pi \cdot 50t) \text{ V}
 \end{aligned}$$

domande:

- C2 t.c. fattore di potenza
di $e(t) = 1 \rightarrow \cos \varphi = 1$
- T_{R_1} a regime

$$\begin{aligned}
 Z_p &= \frac{R_1 \cdot (R_2 + j\omega L)}{R_1 + R_2 + j\omega L} = \frac{R_1 \cdot R_2 + j(\omega R_1 L)}{R_1 + R_2 + j\omega L} = \frac{50 + j314}{15 + j314} \xrightarrow{\text{Polare}} \frac{59 \angle 32,13^\circ}{15 \angle 11,82^\circ} = \\
 &= 3,93 \angle 20,31^\circ \xrightarrow{\text{Rez}} 3,68 + j1,36
 \end{aligned}$$

$$Z_{eq} = \frac{Z_p \cdot Z_C}{Z_p + Z_C} = \frac{(3,68 + j1,36) \left(-\frac{j}{\omega C} \right)}{3,68 + j1,36 - \frac{j}{\omega C}} = \frac{-j \cdot \frac{3,68}{\omega C} + \frac{1,36}{\omega C}}{3,68 \cdot \omega C + j1,36 \omega C - j} = \frac{3,92 \angle -69,71^\circ}{1155,52 C + j(427 C - 1)}$$

→ per avere $\cos \varphi = 1 \rightarrow f = 0$

$$\Rightarrow \arctg \left(\frac{427 C - 1}{1155,52 C} \right) = -69,71^\circ$$

$$\frac{427 C - 1}{1155,52 C} = \tan(-69,71^\circ) \rightarrow \frac{427 C - 1}{1155,52 C} = -2,70$$

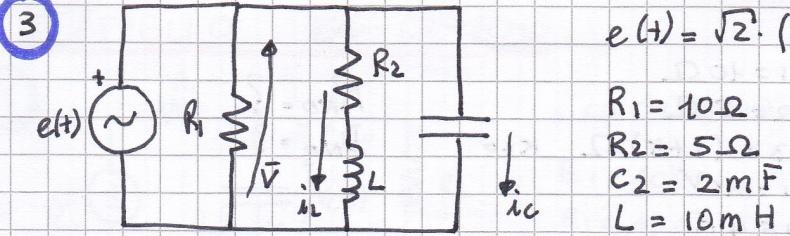
$$427 C - 1 = -3119,9 C \rightarrow C = 281,93 \mu F$$

$$\overline{V_{R_1}} = \overline{E} = (100 + j10k) V \rightarrow k = 0 \quad \overline{E} = 100 V$$

$$\Rightarrow P_{R_1} = \frac{\overline{V_{R_1}}^2}{R_1} = \frac{100^2}{10} = 1000 W$$

$$T_a + R_T \cdot P_{R_1} = T_f \quad \leftarrow R_T = 0,02^\circ C/W$$

$$20 + 0,02 \cdot 1000 = 40^\circ C = T_{R_1} (\text{finale})$$



$$e(t) = \sqrt{2} \cdot (100 + 10k) \cdot \cos(2\pi 50t) V$$

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 5 \Omega$$

$$C_2 = 2 \text{ mF}$$

$$L = 10 \text{ mH}$$

$$\bar{H}(j\omega) = \frac{\bar{i}_L(j\omega)}{i_C(j\omega)} = ?$$

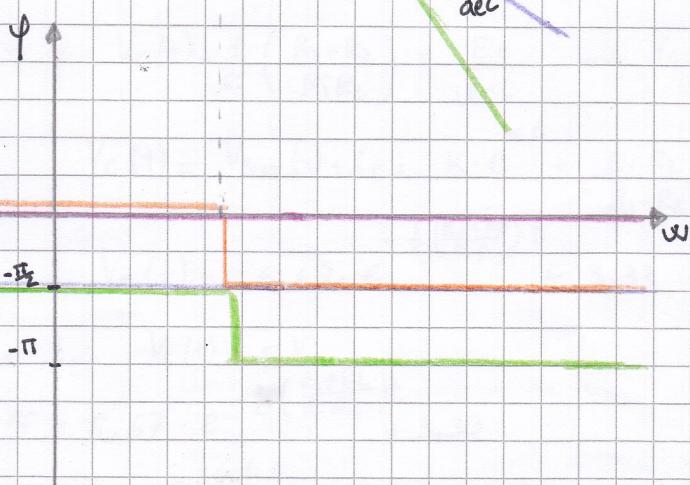
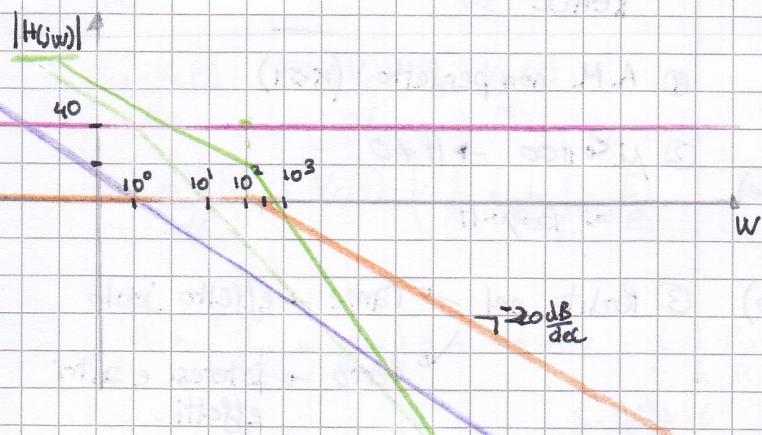
$$i_L = \frac{\bar{V}}{R_2 + j\omega L} \quad i_C = \frac{\bar{V}}{\frac{1}{j\omega C}} = \bar{V} \cdot j\omega C$$

$$H(j\omega) = \frac{\frac{\bar{V}}{R_2 + j\omega L}}{\bar{V} \cdot j\omega C} = \frac{1}{j\omega C (R_2 + j\omega L)} = \frac{1}{(\omega)^2 LC + j\omega R_2 C}$$

$$\alpha^2 LC + \alpha R_2 C = 0 \rightarrow \alpha (\alpha LC + R_2 C) \begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = -\frac{R_2}{L} = -500 \end{cases}$$

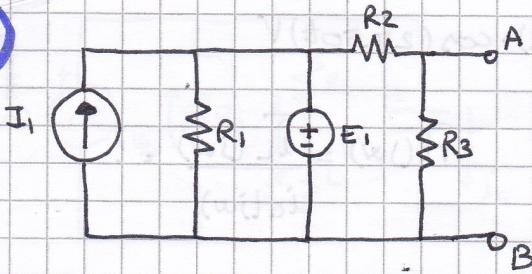
$$H(j\omega) = \frac{1}{L \cdot C \left(j\omega - 0 \right) \left(j\omega + 500 \right)} = \frac{\left(L \cdot C \cdot 500 \right) \cdot j\omega \left(1 + \frac{j\omega}{500} \right)}{\frac{1}{100} \underbrace{\left(1 + \frac{j\omega}{500} \right)}_{\text{pole}}}$$

$$= 20 \log_{10} \left| \frac{100}{j\omega} \right| - 20 \log_{10} |j\omega| - 20 \log \left| 1 + \frac{j\omega}{500} \right|$$



$$\begin{aligned} \arctg \left(\frac{0}{\infty} \right) &= 0 \\ \phi = \arctg \left(\frac{b}{a} \right) &= -\arctg \left(\frac{\omega}{0} \right) = -\frac{\pi}{2} \\ -\arctg \left(\frac{\omega}{500} \right) &= \frac{\omega^0}{\omega^0 + \infty} = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

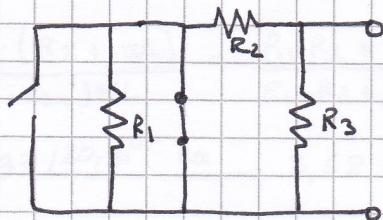
4



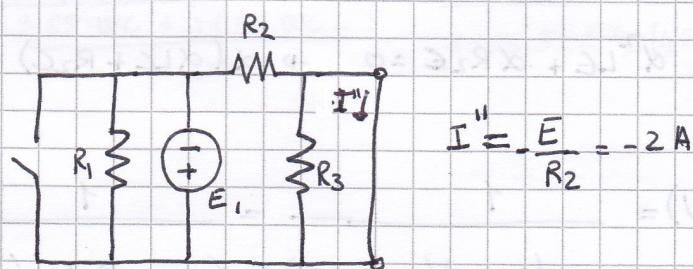
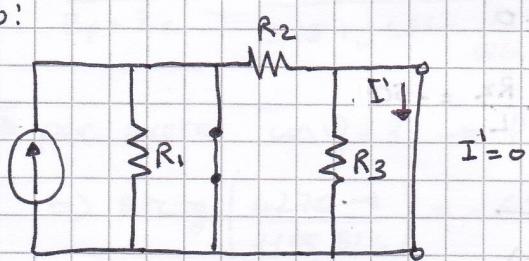
$$\begin{aligned}
 R_1 &= 10 \Omega \\
 R_2 &= 5 \Omega \\
 R_3 &= (1+k) \Omega \quad k=0 \\
 E_1 &= 10V \\
 I_1 &= 4A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{NO} &=? \\
 I_{NO} &=?
 \end{aligned}$$

Req:



$$Req = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_3 + R_2} = R_{NO} = 0,83 \Omega$$

I_{NO}:

$$I_{NO} = I' + I'' = 0 - \frac{E}{R_2} = -2A$$

domanda 2

IDEALE

- ① A.M.P. ($k=1$) no flussi dispersi
permeabilità magnetica
- ② $\mu \rightarrow +\infty \Rightarrow H=0$
- ③ Non ci sono perdite per
l'effetto joule (nel rame)
nel ferro
(come per isteresi perfetta)

REALE

- ① A.M. non perfetto ($k<1$)
- ② $\mu < +\infty \rightarrow H \neq 0$
 $\Rightarrow B=\mu \cdot H$
- ③ Perdite nel rame \rightarrow effetto joule
nel ferro \rightarrow isteresi e altri effetti

Scrivere il proprio nome, cognome e numero di matricola nella tabella sottostante.
Il parametro k è uguale all'ultima cifra del numero di matricola.

k	
Matricola	
Nome e Cognome	
Corso di Laurea	

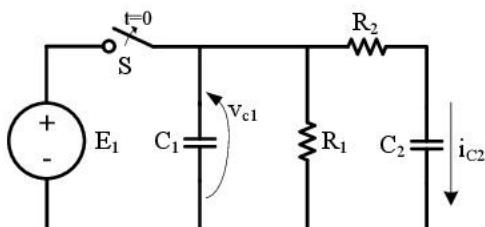


Fig.1

$$E_1 = (10+k) \text{ V}, R_1 = R_2 = 1 \Omega, C_1 = C_2 = 1 \text{ mF}, \omega = 2\pi 50 \text{ rad/s.}$$

Problema 1

[punti 11]

L'interruttore S in Fig. 1 è inizialmente chiuso e si apre a $t=0$.
Calcolare l'andamento della tensione v_{C1} in funzione del tempo e tracciarne un grafico qualitativo. Calcolare il tempo T_1 per cui $v_{C1}(T_1)=1$ V.

$$v_{C1}(t) =$$

$$T_1 =$$

Problema 2

[punti 7]

Si sostituisca al generatore a tensione costante di Fig. 1 un generatore di tensione sinusoidale con pulsazione ω . Considerando l'interruttore sempre chiuso, si determini la funzione di trasferimento $H(j\omega)$ che si ottiene considerando in ingresso la corrente uscente dal morsetto positivo del generatore e in uscita la corrente i_{C2} . Si traccino i diagrammi di Bode asintotici delle ampiezze e delle fasi.

$$H(j\omega) =$$

Problema 3

[punti 6]

Dato il circuito del Problema 2, determinare il valore efficace $E_{1\text{eff}}$ che la tensione del generatore deve assumere affinché la potenza attiva dissipata dalla resistenza R_2 sia pari a $10+k$ W. Supponendo una temperatura ambiente di $20+k$ °C, si ricavi la resistenza termica R_T del dissipatore da applicare alla resistenza R_2 affinché quest'ultima si porti a regime ad una temperatura di 60 °C.

$$E_{1\text{eff}} =$$

$$R_T =$$

Domanda 1

[punti 4]

A cosa serve e in che modo si effettua il rifasamento dei carichi indutttivi?

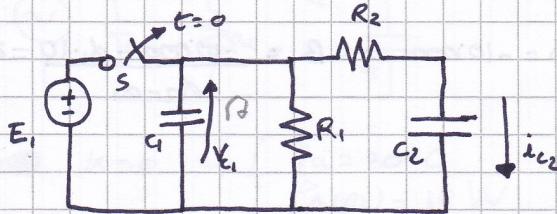
Domanda 2

[punti 4]

Quali sono gli impieghi tipici dei trasformatori?

III APPELLO

1



$$E_1 = (10 + k)V$$

$$V_{C_1}(t) = ?$$

$$R = R_1 = R_2 = 1 \Omega$$

$$C = C_1 = C_2 = 1 \text{ mF}$$

$$T_1 \text{ t.c. } V_{C_1}(T_1) = 1V$$

$t < 0$

$$V_{C_1}(t) = E$$

$$i_{C_1}(t) = 0$$

$$i_{C_2}(t) = 0$$

$$V_2(t) = V_{C_1}(t) - V_{R_2} \\ = E$$

(condensatori a regime)

$t = 0^+$

$$V_{C_1}(t) = E$$

$$i_{C_1}(t) = 0 = -\frac{E_1}{R_1}$$

$$i_{C_2}(t) = 0$$

$$V_{C_2}(t) = E$$

$t \rightarrow +\infty$

tutto a zero

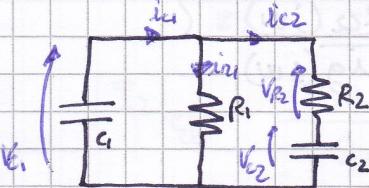
faccio il nodo

$$i_{C_1} + i_{R_1} + i_{C_2} = 0$$

$$i_{C_1} + \frac{V_{C_1}}{R_1} + \frac{V_{C_1} - V_{C_2}}{R_2} = 0$$

$$i_{C_1} = -\frac{V_{C_1}}{R_1} = -\frac{E}{R_1}$$

$t > 0$



$$\begin{cases} V_{C_1} = V_{R_1} \\ i_{C_1} = i_{R_1} + i_{C_2} \\ V_{C_2} = V_{R_2} + V_{C_1} \end{cases}$$

$$i_{C_1} = -C \frac{dV_{C_1}(t)}{dt} \quad i_{C_2} = C \frac{dV_{C_2}(t)}{dt}$$

$$V_{C_2} = V_{C_1} - V_{R_2}$$

$$V_{C_2} = -\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_{C_2}(\tau) d\tau - i_{C_2}(t) \cdot R_2$$

$$\text{sostituisco } i_{C_2}(t) = i_{C_1}(t) - i_{R_1}(t) = -\frac{C dV_{C_1}(t)}{dt} - \frac{V_{C_1}(t)}{R_1}$$

$$dV_{C_2}(t) = -\frac{1}{C} i_{C_1}(t) - d i_{C_2}(t) \cdot R_2 = \frac{dV_{C_1}(t)}{dt} + \frac{d^2 V_{C_1}(t)}{dt^2} R_2 \cdot C + \frac{dV_{C_1}(t)}{dt} \frac{R_2}{R_1}$$

$$i_{C_1} = i_{R_1} + i_{C_2}$$

$$-C \frac{dV_{C_1}(t)}{dt} = \frac{V_{C_1}(t)}{R_1} + C \frac{dV_{C_2}(t)}{dt} \Rightarrow \frac{dV_{C_1}(t)}{dt} \cdot C + \frac{V_{C_1}(t)}{R_1} + C \frac{dV_{C_1}(t)}{dt} + C^2 R_2 \frac{d^2 V_{C_1}(t)}{dt^2} + C \frac{dV_{C_1}(t)}{dt} \frac{R_2}{R_1} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 V_{C_1}(t)}{dt^2} + \frac{3}{C} \frac{dV_{C_1}(t)}{dt} + \frac{V_{C_1}(t)}{C^2} = 0$$

$$R_1 = R_2 = 1 \Omega$$

$$\alpha^2 + \frac{3}{C} \alpha + \frac{1}{C^2} = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = \frac{9}{4C^2} - \frac{1}{C^2} = \frac{5}{4C^2}$$

$$\alpha_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}} = -\frac{3}{2C} \pm \sqrt{\frac{5}{4C^2}} =$$

$$\alpha_1 = -\frac{3+\sqrt{5}}{2C} = -3.50$$

$$\alpha_2 = -\frac{3-\sqrt{5}}{2C} = -2.618$$

$$V(t) = A \cdot e^{-3.50t} + B \cdot e^{-2.618t}$$

$$V(0) = E = A \cdot e^0 + B \cdot e^0 \Rightarrow A + B = E$$

$$\frac{dV_{C_1}(0)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i_{C_1}(0) \Rightarrow \frac{V_{C_1}(0)}{R_1} = \frac{1}{C} \cdot \left(-\frac{E}{R_1}\right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A+B=10 \\ \Rightarrow A=10-B=7,24 \end{array} \right.$$

$$+\alpha_1 A + \alpha_2 B = -\frac{E}{RC} = -\frac{10000}{RC} \Rightarrow +\alpha_1 \cdot 10 + \alpha_2 \cdot B = -10000 \Rightarrow B = \frac{-10000 - \alpha_1 \cdot 10}{\alpha_2 - \alpha_1} = 2,76$$

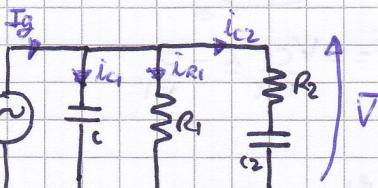
$$\text{Per } V_C(t) = 7,24 \cdot e^{-381t} + 2,76 \cdot e^{-2618t}$$

Come trovare T_1 t.c. $V(T_1) = 1V$?

SI TRASCURA L'ESPOENZIALE PIÙ VELOCE oppure si va a tentativi:

$$1 = 7,24 \cdot e^{-381t}$$

$$\frac{1}{7,24} = e^{-381t} \rightarrow t = -\frac{\ln \left| \frac{1}{7,24} \right|}{381} = 5,2 \text{ ms}$$



$$R = R_1 = R_2 = 1 \Omega$$

$$C = C_1 = C_2 = 1 \text{ mF}$$

$$\overline{H}(j\omega) = \frac{i_{C2}(j\omega)}{i_g(j\omega)}$$

Bode

$$i_{C2}(j\omega) = \frac{\overline{V}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\overline{V}}{\frac{j\omega R_2 C + 1}{j\omega C}} = \frac{\overline{V} j\omega C}{1 + j\omega R_2 C}$$

$$\begin{aligned} i_g(j\omega) &= \overline{V} \left(\frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} \right) = \overline{V} \left(j\omega C + \frac{1}{R_1} + \frac{j\omega C}{1 + j\omega R_2 C} \right) \\ &= \frac{(j\omega)^2 \cdot R^2 C^2 + 3j\omega R C + 1}{R \cdot (1 + j\omega R C)} \cdot \overline{V} \end{aligned}$$

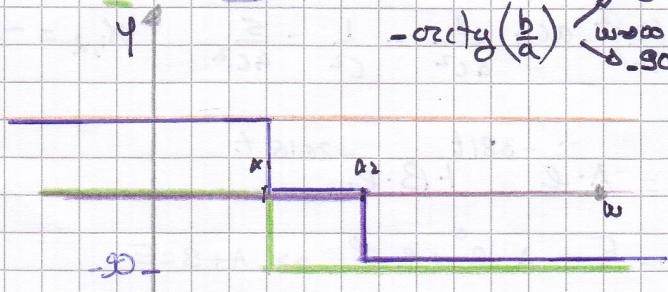
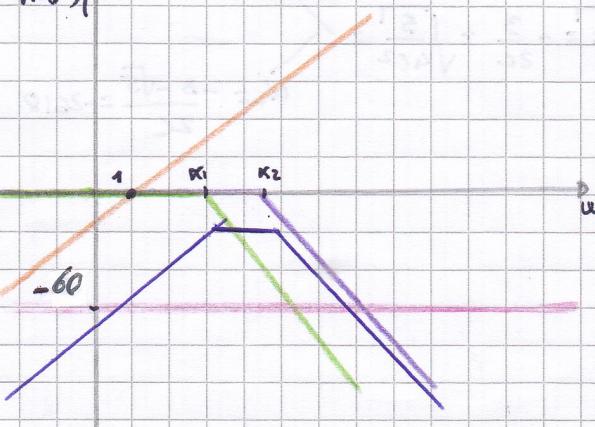
$$H(j\omega) = \frac{\frac{j\omega C}{1 + j\omega R C}}{\frac{(j\omega)^2 \cdot R^2 C^2 + 3j\omega R C + 1}{R \cdot (1 + j\omega R C)}} = \frac{j\omega R C}{(j\omega)^2 R^2 C^2 + 3j\omega R C + 1}$$

$$\alpha^2 R^2 C^2 + 3\alpha R C + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9R^2 C^2 - 4R^2 C^2 = 5R^2 C^2 \quad \alpha_1, 2 = -\frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{3RC \pm RC\sqrt{5}}{2R^2 C^2} = \begin{cases} -381 = \alpha_1 \\ -2618 = \alpha_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{R \cdot C \cdot \frac{j\omega}{(j\omega + \alpha_1)(j\omega + \alpha_2)}}{R^2 C^2} = \frac{(RC)^{-1}}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \cdot \frac{j\omega}{(1 + j\omega/\alpha_1)(1 + j\omega/\alpha_2)}$$

$\text{arg} H(j\omega) = -\arctan \left(\frac{b}{a} \right)$



(3)



$$E_1 \text{ eff } + \text{t.c. } P_A(R_2) = (R_0 + k) \text{ W}$$

$$T_a = (20 + k)^\circ C \quad R_T = \text{t.c.} \quad T R_2 = 60^\circ$$

$$R_T = \frac{k}{W}$$

~~Given~~ $k = 0 \rightarrow \begin{cases} T_a = 20^\circ C \\ P_A(R_2) = 10 \text{ W} \end{cases}$

$$T_a + R_T \cdot P_{\text{dis}} = T_f = 60^\circ$$

$$20^\circ C + R_T \cdot 10 \text{ W} = 60^\circ \rightarrow R_T = \frac{60^\circ - 20^\circ C}{10 \text{ W}} = 4 \frac{^\circ C}{W}$$

$E_1 \text{ eff } ?$

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_1}{Z_2} \quad P_{R_2} = R_2 \cdot |\bar{I}_2|_{\text{eff}}^2 \rightarrow |\bar{I}_2|_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{P_{R_2}}{R_2}}$$

$$|\bar{I}_2|_{\text{eff}} = \frac{|E_1|_{\text{eff}}}{|Z_2|} \rightarrow |E_1|_{\text{eff}} = |\bar{I}_2|_{\text{eff}} \cdot |Z_2|$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica, Elettronica e delle Telecomunicazioni
a.a. 2015/2016
Principi e Applicazioni dell'Ingegneria Elettrica
Primo appello – 12/01/2016

Scrivere il proprio nome, cognome e numero di matricola nella tabella sottostante.
Il parametro k corrisponde all'ultima cifra del numero di matricola.

Matricola	<input type="text"/> k
Nome e Cognome	<input type="text"/>
Corso di Laurea	ING. IET

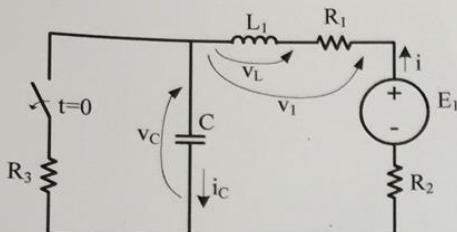


Fig. 1

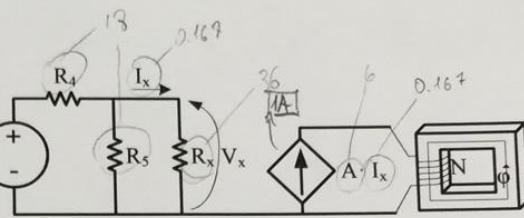


Fig. 2

Valori: $E_1 = (10+k)$ V, $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, $E_2 = 15$ V, $R_4 = R_5 = 18 \Omega$, $L_1 = 250$ mH, $C = 62.5$ mF, $A = 6$.

Problema 1 [punti 10]

In Fig. 1 l'interruttore si apre a $t=0$ dopo essere rimasto chiuso per lungo tempo. Ricavare l'andamento della corrente i in funzione del tempo per $t>0$ e tracciarne un grafico qualitativo. Calcolare la potenza dissipata da R_2 all'istante $t=0^+$.

$$i(t) = 1.367 e^{-\frac{t}{0.0965}} \quad P_{R2}(0^+) = 3.13W$$

Problema 2 [punti 6]

Si sostituisca al generatore di tensione continua di Fig. 1 un generatore di tensione sinusoidale con pulsazione ω .

Considerando l'interruttore sempre aperto, si determini la funzione di trasferimento $H(j\omega)$ che si ottiene considerando in ingresso la tensione v_1 e in uscita la tensione v_C . Si traccino i diagrammi di Bode asintotici delle ampiezze e delle fasi.

$$H(j\omega) = \frac{LC}{R_1} (\omega^2 + 1) \quad \begin{array}{l} \text{Magnitude plot: } |H(j\omega)| \propto \omega \\ \text{Phase plot: } \angle H(j\omega) \end{array}$$

Problema 3 [punti 5]

Con riferimento al circuito del Problema 2, considerando invariati tutti gli altri valori, calcolare i valori che C e R_1 devono assumere per ottenere una risonanza serie con frequenza di risonanza $f_0 = 100$ Hz e fattore di qualità $Q = 10$.

$$C = \text{Boh} \quad R_1 =$$

Problema 4 [punti 5]

Dato il circuito di Fig. 2, determinare R_x in modo tale che la tensione V_x risulti pari a 6 V. Successivamente, sapendo che la riluttanza complessiva del nucleo magnetico vale $\mathcal{R} = 2000$ A/Wb, si calcoli il numero N di spire necessario per ottenere all'interno del nucleo magnetico un flusso $\phi = 0.03$ Wb.

$$R_x = \text{Boh} \quad N = 60$$

Domanda 1 [punti 4]

Definire il fattore di smorzamento e illustrare il suo significato nei circuiti oscillanti.

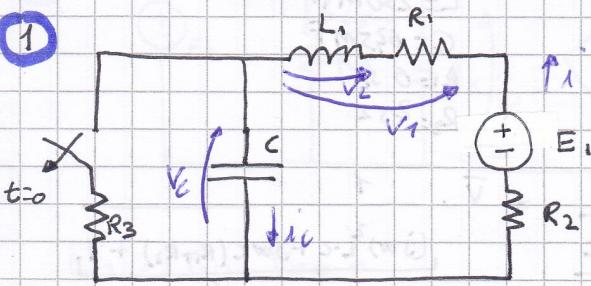
Boh

Domanda 2 [punti 3]

Scrivere una definizione della potenza attiva istantanea.

Boh

1



$$E_1 = (10 + \kappa) V \quad (\text{pongo } \kappa=0)$$

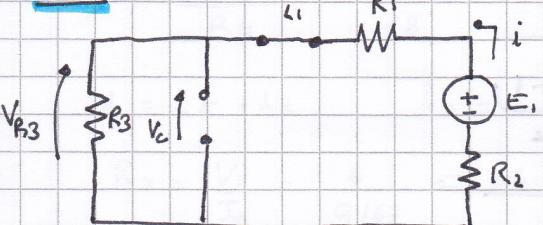
$$R_1 = 6 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega \quad R_3 = 4 \Omega$$

$$L_1 = 250 \text{ mH}$$

$$C = 62,5 \text{ mF}$$

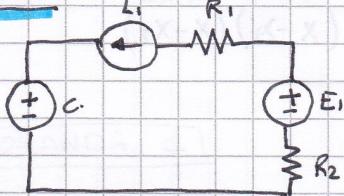
$t < 0$



$$i_L = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10}{12} = 0,83 \text{ A} \quad V_L = 0 \text{ V}$$

$$i_C = 0 \quad V_C = V_{R3} = R_3 \cdot i_L = 4 \cdot 0,83 = 3,32 \text{ V}$$

$t = 0^+$



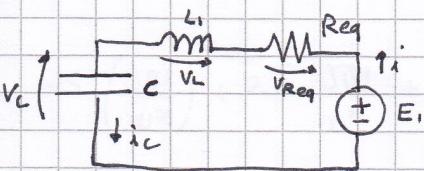
$$i_L = 0,83 \text{ A} \quad i_C = 0 \text{ A}$$

$$V_L = 0 \text{ V} \quad V_C = 3,32 \text{ V}$$

$t \rightarrow +\infty$

Tutto a regime $\rightarrow V_L = 0 \text{ V}$
 $V_C = 10 \text{ V}$

$t > 0$ transitorio



$$Req = R_1 + R_2 = 8 \Omega$$

$$E_1 - V_{Req} - V_L - V_C = 0$$

$$\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_L(t') dt' + L \frac{di_L(t)}{dt} + i_L \cdot Req = E_1 \quad \rightarrow \frac{1}{C} i_L(t) + L \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{1}{Req} i_L(t) = \frac{E_1}{Req}$$

$$\rightarrow \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{Req}{L} \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{C \cdot L} i_L(t) = \frac{E_1}{Req}$$

SOA : $\alpha^2 + \frac{Req}{L} \alpha + \frac{1}{C \cdot L} = 0$

$$i_{SOA}(t) = A \cdot e^{-2,15t} + B \cdot e^{-29,85t}$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a} = -\frac{Req}{2L} \pm \sqrt{\frac{Req^2}{4L^2} - \frac{1}{C \cdot L}}$$

$$+ \alpha_1 = -2,15$$

$$- \alpha_2 = -29,85$$

i.p. $i(+\infty) = 0$

$$i(0) = 0,83 = A + B$$

$$\frac{di(0)}{dt} = \frac{V_L}{L} \quad -2,16A + 29,85B = 0$$

$$-2,15t \quad -29,85t$$

$$i(t) = 0,895 \cdot e^{-2,15t} - 0,0647 \cdot e^{-29,85t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 0,83 - B \\ -2,16A + 29,85B = 0 \end{array} \right.$$

$$-2,16 \cdot 0,83 + 29,85B = 0 \quad B = -0,0647$$

$$A = 0,895$$

$$(2,16 - 29,85) = -0,0647$$

$$P_{R2}(0^+) = R_2 \cdot i_L^2 = 2 \cdot (0,83)^2 = 1,38 \text{ W}$$



$$H(j\omega) = \frac{V_c}{V_1} ?$$

$$L = 250 \text{ mH}$$

$$C = 64,5 \text{ nF}$$

$$R_1 = 0 \Omega$$

$$R_2 = 25 \Omega$$

$$V_c = \bar{V} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R_2} = \bar{V} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{j\omega R_1 C + (\omega L)^2 L \cdot C + 1 + j\omega R_2 C}{j\omega C}} = \bar{V} \cdot \frac{1}{\frac{(j\omega)^2 L \cdot C + j\omega C (R_1 + R_2) + 1}{j\omega C}}$$

$$V_1 = \bar{V} \cdot \frac{R_1 + j\omega L}{R_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R_2} = \bar{V} \cdot \frac{(R_1 + j\omega L) \cdot j\omega C}{(j\omega)^2 L \cdot C + j\omega C (R_1 + R_2) + 1}$$

$$H(j\omega) = \frac{V_c}{V_1} = \frac{\bar{V} \cdot \frac{1}{j\omega C}}{\bar{V} \cdot \frac{(j\omega)^2 C L + j\omega R_1 C}{j\omega C}} = \frac{1}{(j\omega)^2 C L + j\omega R_1 C}$$

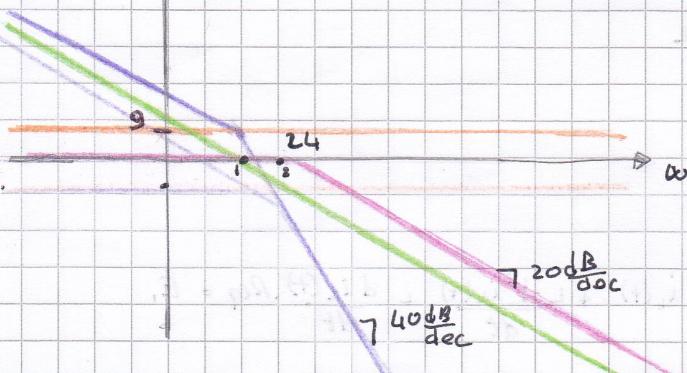
$$j^2 C L + j R_1 C = 0$$

$$j(j\omega C L + R_1 C) \quad \begin{cases} s_1 = 0 \\ s_2 = -\frac{R_1}{L} = -24 \end{cases}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{C L \cdot j\omega \left(j\omega + 24 \right)} = \frac{1}{C L \cdot 24} \cdot \frac{1}{j\omega \left(\frac{j\omega}{24} + 1 \right)}$$

$$20 \log_{10} \left| \frac{1}{j\omega 24} \right| - 20 \log_{10} |j\omega| - 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{j\omega}{24} \right|$$

$|H(j\omega)|$



frequenza di risonanza

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad 100 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow C = \left(\frac{1}{200\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{L} = 10,31 \mu\text{F}$$

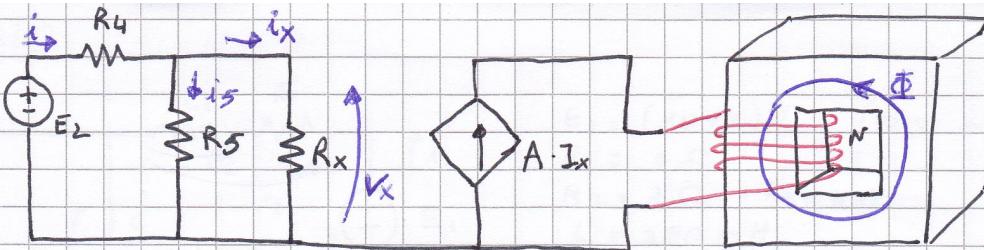
RISONANZA
SERIE

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow R = \frac{1}{Q} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{250 \cdot 10^{-3}}{10,31 \cdot 10^{-6}}} = 15,57 \Omega$$

fattore di qualità a circuito RCL serie

$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} \rightarrow \text{circuito in parallelo } C/L$$

4



$$\begin{aligned} E_2 &= 15 \text{ V} \\ R_4 = R_5 &= 18 \Omega \\ A &= 6 \quad V_x = 6 \text{ V} \\ \rho &= 2000 \text{ A/Wb} \\ \bar{\phi} &= 0,03 \text{ Wb} \end{aligned}$$

$$R_x = ? \quad N = ?$$

$$E_2 - i R_4 - V_x = 0$$

$$i = \frac{E_2 - V_x}{R_4} = \frac{15 - 6}{18} = 0,5 \text{ A}$$

$$i = i_5 + i_x \quad i_x = i - i_5 = i - \frac{V_x}{R_5} = 0,5 - \frac{6}{18} = 0,167 \text{ A}$$

$$R_x = \frac{V_x}{i_x} = \frac{6}{0,167} \approx 36 \Omega$$

$$I = A \cdot I_x = 1 \text{ A} \rightarrow N \cdot I = R \cdot \bar{\phi} \rightarrow N = \frac{R \cdot \bar{\phi}}{I} = 60 \text{ spire}$$

DOMANDA +

Definire il fattore di smorzamento e illustrare il suo significato nei circuiti oscillanti.

$$Z_{i,i+1} = Z_{ir} \pm jZ_{ii}$$

$$\left(\frac{j\omega + 1}{2ir + jZ_{ii}} \right) \left(\frac{j\omega + 1}{2ir - jZ_{ii}} \right) = \frac{(j\omega)^2}{Z_{ir}^2 + Z_{ii}^2} + j\omega \cdot \frac{2 \cdot 2ir}{Z_{ir}^2 + Z_{ii}^2} + 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{j\omega}{\omega^*} \right)^2 + 2\delta \cdot \frac{j\omega}{\omega^*} + 1$$

pulsazione di risonanza

$$\omega^* = \sqrt{Z_{ir}^2 + Z_{ii}^2}$$

$$\delta = \frac{Z_{ir}}{\omega^*}$$

FATTORE di SMORZAMENTO

$$\frac{Z_{i,i+1}}{\omega^*} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - 1} \quad \begin{cases} \delta < 1 \rightarrow \text{Sol. complesse coniugate} \\ \delta = 1 \rightarrow \text{Sol. reali complesse} \\ \delta > 1 \rightarrow \text{Sol. reali distinte} \end{cases}$$

$$\text{Se } \delta < 1 \Rightarrow \begin{cases} Z_{ir} = \delta \cdot \omega^* \\ Z_{ix} = \omega^* \cdot \sqrt{1 - \delta^2} \end{cases}$$

più il mio δ è basso più avrò che nel mio diagramma di Bode

~~avrà~~ i picchi di risonanza si trovano sempre più lontani dalla pulsazione di taglio

5	25	$20 \log_{10} \frac{1}{25}$
0,5	1	0 dB
0,05	0,1	20 dB
0,005	0,01	40 dB
0,0005	0,001	60 dB



Scrivere il proprio nome, cognome e numero di matricola nella tabella sottostante.
Il parametro k è uguale all'ultima cifra del numero di matricola.

	k
Matricola	
Nome e Cognome	
Corso di Laurea	

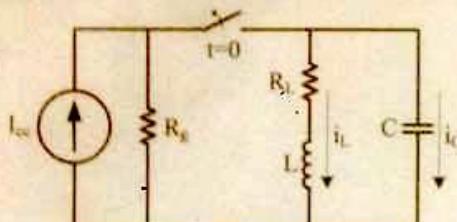


Fig. 1

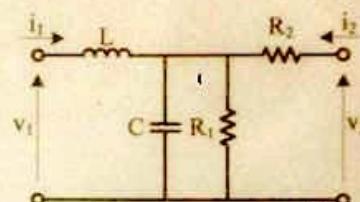


Fig. 2

I seguenti valori valgono per tutte le figure: $I_{cc}=100 \text{ A}$, $R_g=1 \Omega$, $R_L=19 \Omega$, $R_1=2 \Omega$, $R_2=3 \Omega$, $L=5 \text{ mH}$, $C=(100+100k) \mu\text{F}$, $e(t)=(10+k)\cos(2\pi 50t) \text{ V}$.

Problema 1

[punti 11]

Con riferimento alla Fig. 1, calcolare l'andamento della corrente $i_L(t)$ dopo l'apertura dell'interruttore. Tracciare l'andamento qualitativo nel tempo di $i_L(t)$ e calcolare il valore dell'energia $W_L(0^+)$ immagazzinata nel campo magnetico intorno all'induttore L a $t=0^+$.

$$i_L(t) =$$

$$W_L(0^+) =$$

Problema 2

[punti 6]

Dato il circuito di Fig. 2, si ricavi la matrice delle impedenze che descrive il doppio bipolo individuato fra le porte 1 e 2.

$$Z_{11}(j\omega) =$$

$$Z_{12}(j\omega) =$$

$$Z_{21}(j\omega) =$$

$$Z_{22}(j\omega) =$$

Problema 3

[punti 6]

A partire dal circuito di Fig. 2, sostituendo la tensione V_1 con un generatore di tensione $e(t)=(10+k)\cos(2\pi 50t) \text{ V}$, si ricavi il circuito equivalente di Thevenin visto attraverso la porta 2.

$$V_{th}(t) =$$

$$Z_{th} =$$

Problema 4

[punti 3]

Dato il circuito di Fig. 2, alimentato in corrente continua mediante una tensione $V_2 = 10 \text{ V}$ applicata alla porta 2, si sostituisca il condensatore C con una resistenza R_x dimensionata in modo tale che la tensione misurata sulla porta 1 sia $V_1 = 2.5 \text{ V}$.

$$R_x =$$

Domanda 1

[punti 4]

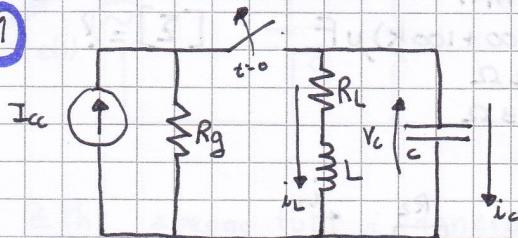
Quali sono le differenze fra un trasformatore ideale e uno reale?

Domanda 2

[punti 2]

Quanto vale la potenza reattiva complessiva in un circuito in regime sinusoidale perfettamente reattivo?

1



$$\begin{aligned} I_{CC} &= 100 \text{ A} \\ R_g &= 1 \Omega \\ R_L &= 19 \Omega \\ L &= 5 \text{ mH} \\ C &= (100 + 100k) \mu\text{F} \end{aligned}$$

$t < 0$

$$i_L(t) = I_{CC} \cdot \frac{R_g}{R_g + R_L} = \frac{5}{20} \cdot \frac{1}{20} = 5 \text{ A}$$

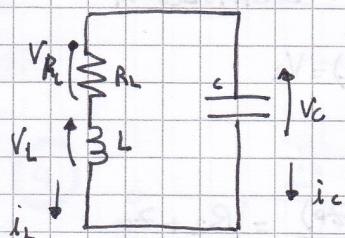
$$i_{RG} = I_{CC} - i_L(t) = 95 \text{ A} \rightarrow V_{RG} = V_C(t) = R_g \cdot I_g = 1 \cdot 95 = 95 \text{ V}$$

$t = 0^+$

$$i_L(t) = 5 \text{ A}$$

$$V_C(t) = 95 \text{ V} \quad i_C(t) = 0$$

$t > 0$ transitorio



$$\begin{cases} i_L = -i_C \\ V_C = V_{RL} + V_L \end{cases}$$

$$\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(\tau) d\tau = L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$-\frac{1}{C} i_L(t) = L \cdot \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + R_L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{R_L}{L} \cdot \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{CL} i_L(t) = 0$$

$$\text{SOA: } \alpha^2 + \frac{R_L}{L} \alpha + \frac{1}{CL} = 0 \rightarrow \alpha_{1,2} = \frac{-\left(\frac{b}{2}\right) \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = -\frac{R_L}{2L} \pm \sqrt{\frac{R_L^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}} = \begin{cases} \alpha_1 = -632 \\ \alpha_2 = -3169 \end{cases}$$

$$\text{i.p.: } i(+\infty) = 0$$

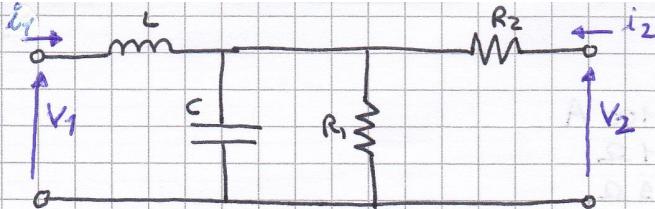
$$\Rightarrow i(0) \Rightarrow \begin{cases} A + B = 5 \\ -632A - 3169B = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 5 - B \\ -632 \cdot 5 + 632B - 3169B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = \frac{632 \cdot 5}{632 - 3169} = -1,24 \\ A = 5 + 1,24 = 6,24 \end{cases} \Rightarrow i(t) = 6,24 \cdot e^{-632t} - 1,24 \cdot e^{-3169t}$$

$$W_L(0^+) = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 25 = 0,0625 \text{ J}$$



2



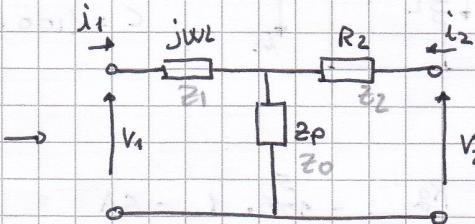
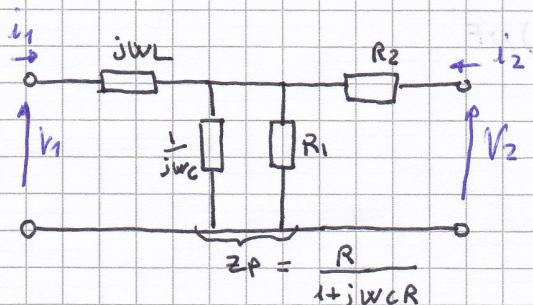
$$L = 5 \text{ mH}$$

$$C = (100 + 100k) \mu\text{F}$$

$$R_1 = 2 \Omega$$

$$R_2 = 3 \Omega$$

$$[\underline{\underline{Z}}] = ?$$



devo trovare la matrice delle impedenze allora so che le correnti sono indipendenti

$$\begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_1 + Z_P & Z_0 \\ Z_0 & Z_2 + Z_P \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

$\boxed{I_2=0}$ fig. 1

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{i_1(jWL + Z_P)}{i_1} = jWL + Z_P$$

$$V_1 - i_1(jWL) - i_1(Z_P) = 0$$

$$V_1 = i_1(jWL + Z_P)$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = \frac{i_1(Z_P)}{i_1} = Z_P$$

$$V_1 - i_1(jWL) = V_2 \leftarrow \text{sostituisco } V_1$$

$$i_1(jWL) + i_1(Z_P) - i_1(jWL) = V_2$$

$\boxed{I_1=0}$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = \frac{i_2 Z_P}{i_2} = Z_P$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_1} = \frac{i_2(R_2 + Z_P)}{i_2} = R_2 + Z_P$$

$$V_2 - i_2 R_2 - i_2 Z_P = 0$$

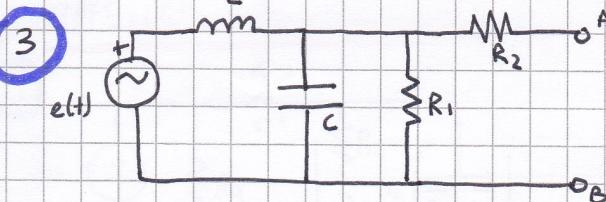
$$V_2 = i_2(R_2 + Z_P) \downarrow \text{sostituisco}$$

$$V_1 = V_2 - i_2 R_2$$

$$V_1 = i_2 Z_P$$

$$[\underline{\underline{Z}}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jWL + Z_P & Z_P \\ Z_P & R_2 + Z_P \end{bmatrix}$$

si potera fare teoricamente,
sapendo che era una rete a T
e che $Z_1 = jWL$, $Z_2 = R_2$, $Z_0 = Z_P$;
bastava sostituire nella matrice
(fig. 1)



$$e(t) = (10 + k) \cos(2\pi 50t) V$$

$$R_1 = 2 \Omega$$

$$R_2 = 3 \Omega$$

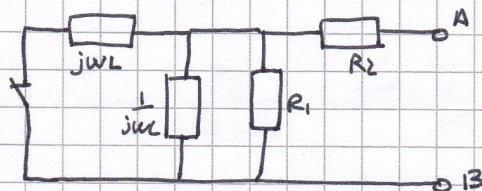
$$C = (100 + 100k) \mu F$$

$$L = 250 mH$$

$$V_{th} = ?$$

$$Z_{th} = ?$$

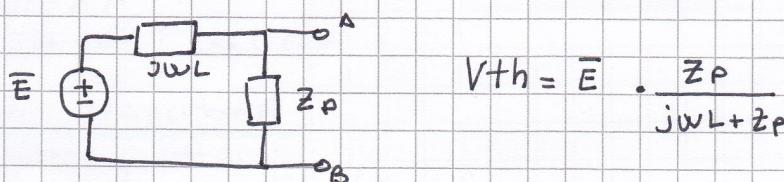
Z_{th} : spengo tutti i generatori:



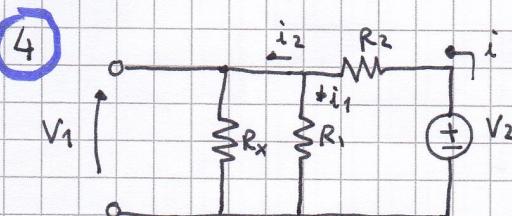
$$Z_{th} = \frac{1}{\frac{1}{jwL} + jwC + \frac{1}{R_1}} + R_2 = \frac{jwL R_1}{(jw)^2 L C R_1 + R_1 + jwL} + R_2$$

V_{th} : su R_2 non circola corrente, $\left(\frac{1}{jwL} // R_1\right) = Z_p$

→ applico il partitore di tensione su



$$V_{th} = \bar{E} \cdot \frac{Z_p}{jwL + Z_p}$$



$$V_2 = 10 V$$

$$V_1 = 2,5 V$$

$$R_1 = 2 \Omega$$

$$R_2 = 3 \Omega$$

$$V_2 - V_{R2} - V_1 = 0$$

$$V_2 - i R_2 - V_1 = 0 \rightarrow i = \frac{V_2 - V_1}{R_2} = \frac{10 - 2,5}{3} = 2,5 A$$

$$i = i_1 + i_2 \rightarrow i_2 = i - i_1 = i - \frac{V_1}{R_1} = 2,5 - \frac{2,5}{2} = 1,25 A$$

$$V_1 = R_x \cdot i_2$$

$$\rightarrow R_x = \frac{V_1}{i_2} = \frac{2,5}{1,25} = 2 \Omega$$