

Teoria dei Segnali – Tecniche analogiche di modulazione: la modulazione di ampiezza

Valentino Liberali

Dipartimento di Fisica
Università degli Studi di Milano
valentino.liberali@unimi.it



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
DI MILANO

Teoria dei Segnali – Modulazione di ampiezza – 22 novembre 2010

Contenuto

- ① Modulazione analogica
- ② Tipi di modulazione analogica
- ③ Modulazione di ampiezza
- ④ Spettro del segnale AM
- ⑤ Demodulazione AM
- ⑥ Uso della modulazione di ampiezza

Modulazione di un segnale analogico

Per poter inviare un segnale con una trasmissione a radiofrequenza, occorre “traslarlo” dalla banda base ad una frequenza idonea alla trasmissione.

- $m(t)$ è il segnale da trasmettere (“modulante”), che occupa una banda di frequenze B
- $p(t)$ è il segnale fondamentale a radiofrequenza (“portante”); di solito una sinusoide ad una frequenza molto maggiore di quella del segnale da trasmettere: $p(t) = \cos 2\pi f_c t$ (con $f_c \gg B$)
- Il segnale a radiofrequenza è una combinazione della modulante e della portante; di solito si usa la modulante per far variare l'ampiezza, o la frequenza, o la fase della portante.

Vantaggi della modulazione

- *“Multiplexing” in frequenza*: usando portanti a frequenze diverse, si possono trasmettere diversi segnali contemporaneamente senza che questi interferiscano gli uni con gli altri.
- *Antenne di dimensioni contenute*: un'antenna è tanto più efficiente quanto più le sue dimensioni geometriche sono dello stesso ordine di grandezza della lunghezza d'onda dei segnali. Poiché il prodotto tra frequenza f e lunghezza d'onda λ è la velocità di propagazione $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, le dimensioni dell'antenna diminuiscono all'aumentare della frequenza:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Tipi di modulazione analogica

Il segnale modulato $y(t)$ è una funzione della modulante $m(t)$ e della portante $p(t) = \cos 2\pi f_c t$; i casi più semplici sono:

- la modulazione di ampiezza:

$$y(t) = k_a m(t) \cos 2\pi f_c t$$

- la modulazione di frequenza:

$$y(t) = \cos(2\pi(f_c + k_f m(t))t)$$

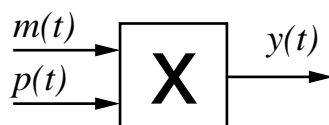
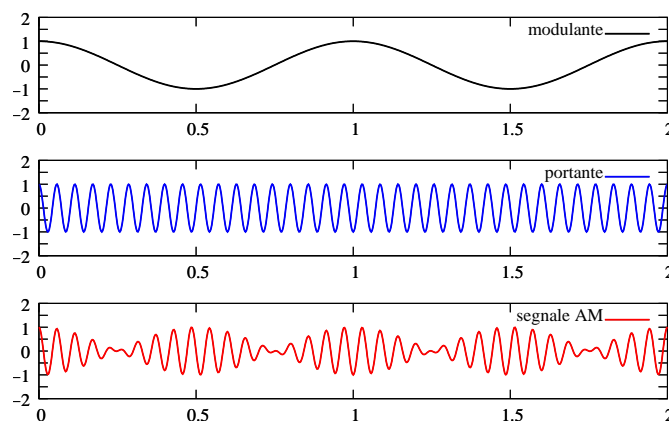
- la modulazione di fase:

$$y(t) = \cos(2\pi f_c t + k_\phi m(t))$$

Modulazione di ampiezza (AM) (1)

modulante: $m(t) = \cos 2\pi f_1 t$; portante: $p(t) = \cos 2\pi f_c t$

segnale AM: $y(t) = m(t) \cdot p(t) = \cos 2\pi f_1 t \cdot \cos 2\pi f_c t$



Il segnale modulato è il **prodotto** tra la modulante e la portante.

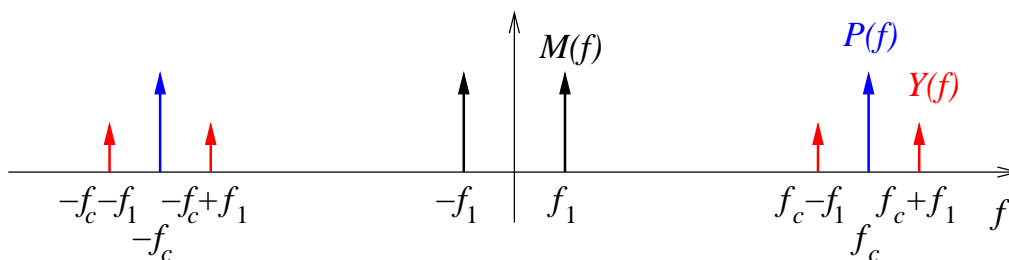
Calcolo del segnale AM nel tempo (1)

Se la modulante e la portante sono due segnali sinusoidali con ampiezze di picco A_m e A_c , il segnale AM è:

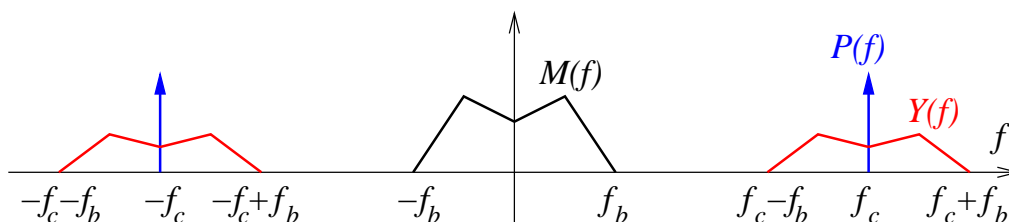
$$\begin{aligned}
 y(t) &= m(t) \cdot p(t) \\
 &= A_m \cos 2\pi f_1 t \cdot A_c \cos 2\pi f_c t \\
 &= \frac{A_m}{2} (e^{j2\pi f_1 t} + e^{-j2\pi f_1 t}) \cdot \frac{A_c}{2} (e^{j2\pi f_c t} + e^{-j2\pi f_c t}) \\
 &= \frac{A_m A_c}{4} (e^{j2\pi(f_c+f_1)t} + e^{j2\pi(f_c-f_1)t} + e^{-j2\pi(f_c-f_1)t} + e^{-j2\pi(f_c+f_1)t}) \\
 &= \frac{A_m A_c}{2} (\cos(2\pi(f_c + f_1)t) + \cos(2\pi(f_c - f_1)t))
 \end{aligned}$$

Il segnale AM contiene solo le componenti alle frequenze **somma** e **differenza**.

Spettro del segnale AM (1)



La modulazione in ampiezza è una **traslazione** in frequenza della modulante attorno alla portante.



Demodulazione AM (1)

La **demodulazione** del segnale AM si ottiene moltiplicando nuovamente il segnale modulato $y(t)$ per la portante $p(t)$:

$$\begin{aligned} y(t) \cdot p(t) &= \\ &= \frac{A_m A_c}{2} (\cos(2\pi(f_c + f_1)t) + \cos(2\pi(f_c - f_1)t)) \cdot A_c \cos 2\pi f_c t \\ &= \frac{A_m A_c^2}{4} (\cos(2\pi(2f_c + f_1)t) + \cos(2\pi(2f_c - f_1)t) + 2 \cos(2\pi f_1 t)) \end{aligned}$$

Eliminando con un filtro passa-basso le componenti ad alta frequenza ($\approx 2f_c$), si ottiene un segnale demodulato $\hat{y}(t)$ analogo alla modulante:

$$\hat{y}(t) = \frac{A_m A_c^2}{2} \cos(2\pi f_1 t) \propto m(t)$$

Demodulazione coerente (1)

La demodulazione appena vista ha bisogno di una **replica esatta e in fase della portante** (demodulazione coerente).

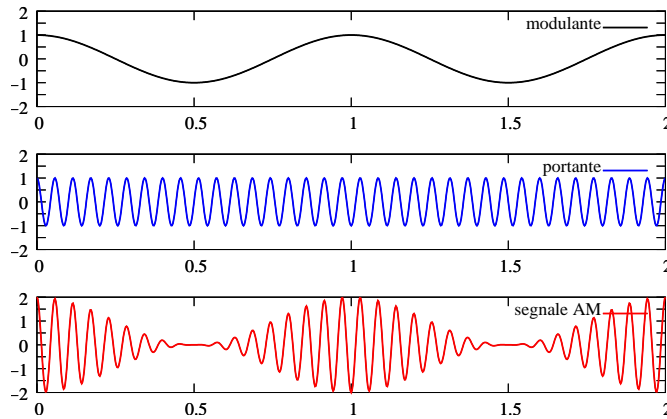
In presenza di uno sfasamento φ tra la portante usata per la modulazione e quella usata per la demodulazione, il segnale demodulato è attenuato:

$$\hat{y}(t) \propto m(t) \cdot \cos \varphi$$

Modulazione di ampiezza (AM) (2)

modulante: $m(t) = \cos 2\pi f_1 t$; portante: $p(t) = \cos 2\pi f_c t$

segnale AM: $y(t) = (1 + m(t)) \cdot p(t) = (1 + \cos 2\pi f_1 t) \cdot \cos 2\pi f_c t$



Quando $m(t) > 0$ l'ampiezza di $y(t)$ è maggiore dell'ampiezza di $p(t)$; quando $m(t) < 0$ l'ampiezza di $y(t)$ è minore dell'ampiezza di $p(t)$

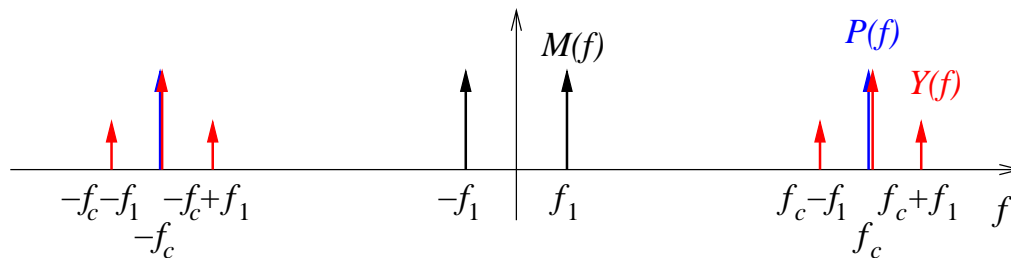
Calcolo del segnale AM nel tempo (2)

Se la modulante e la portante sono due segnali sinusoidali con ampiezze di picco A_m e A_c , il segnale AM è:

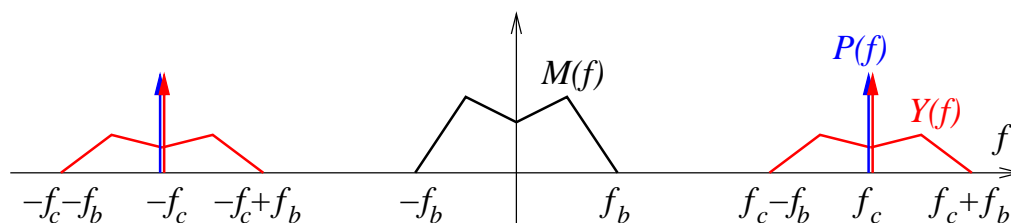
$$\begin{aligned} y(t) &= m(t) \cdot p(t) \\ &= (1 + A_m \cos 2\pi f_1 t) \cdot A_c \cos 2\pi f_c t \\ &= A_c \cos 2\pi f_c t + \frac{A_m A_c}{2} (\cos(2\pi(f_c + f_1)t) + \cos(2\pi(f_c - f_1)t)) \end{aligned}$$

Il segnale AM contiene le componenti alla **frequenza della portante** e alle frequenze **somma** e **differenza**.

Spettro del segnale AM (2)

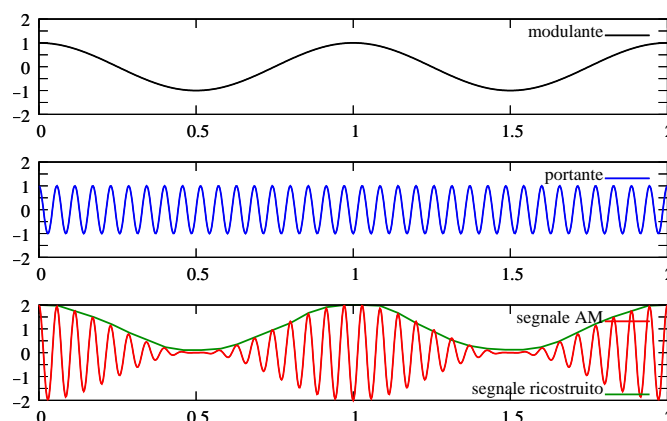


La modulazione in ampiezza è una **traslazione** in frequenza della modulante attorno alla portante **+ la portante stessa**.



Demodulazione AM (2)

Invece di moltiplicare il segnale modulato $y(t)$ per la portante $p(t)$, è più semplice ricostruire la portante come **involuppo** del segnale modulato.



Se $m(t) = 0$, la portante viene trasmessa comunque.

Uso della modulazione di ampiezza

La modulazione di ampiezza

- si ottiene con un semplice moltiplicatore (o “*mixer*”)
- è semplice da demodulare: basta un rivelatore di inviluppo
- è una modulazione ad **inviluppo non costante**: poiché il segnale modulante fa variare il valore di picco del segnale AM, esso viene attenuato dalla distanza e da eventuali ostacoli
→ è **poco adatta alle telecomunicazioni mobili**
- viene usata nelle trasmissioni radiofoniche AM
 - onde lunghe: $153 \text{ kHz} \leq f_c \leq 279 \text{ kHz}$
 - onde medie: $520 \text{ kHz} \leq f_c \leq 1610 \text{ kHz}$
 - onde corte: $2.3 \text{ MHz} \leq f_c \leq 26.1 \text{ MHz}$