

Teoria della probabilità e variabili aleatorie

Testi di problemi concepiti e risolti dal Prof. Giorgio Picchi
(Lotto 2: Probabilità Elementare)

Quesito A75 16/11/13

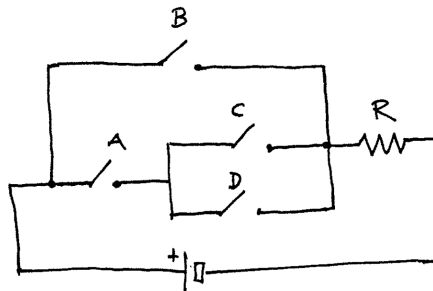
Dato uno spazio campione S :

- Si enuncino gli assiomi della probabilità.
- Dato un evento M in S avente probabilità $P(M) \neq 0$ si enuncino nuovamente gli assiomi utilizzando le probabilità condizionate ad M e si dimostri che sono ancora validi.

Quesito A66 12/06/13

Nel circuito in figura gli interruttori A, B, C, D hanno probabilità $1/2$ di essere aperti (stato 0, ramo interrotto) o chiusi (stato 1, continuità elettrica sul ramo), indipendentemente uno dall'altro.

Sendo che nella resistenza R circola corrente si calcoli la probabilità che l'interruttore C sia chiuso ($C = 1$).



{Suggerimento - Con riferimento agli stati aperto chiuso dei quattro interruttori si elenchino in colonna tutti gli elementi dello spazio campione (che si può assumere uniforme) che si possono indicare con le stringhe: 0000, 0001, 0010, ... Si individui quali elementi compongano gli eventi di interesse, p.es. R = "In R circola corrente" e C = "Interruttore C chiuso", si scriva in termini di R e C quale sia la probabilità cercata e la si calcoli.}

Quesito A13 2/12/10

Si considerino due eventi mutuamente esclusivi di probabilità non nulla in un generico spazio campione S . Si dica quale delle seguenti affermazioni relativa ai due eventi è vera, giustificando la risposta: a) sono sempre indipendenti; b) non sono mai indipendenti; c) possono essere o non essere indipendenti a seconda dei casi.

Quesito A98 22/11/2014

Certi pezzi meccanici subiscono due lavorazioni indipendenti da parte di due macchine distinte A e B . La macchina A introduce difetti nel 5% dei pezzi lavorati.

- Sapendo che risulta difettoso il 7% dei pezzi finali (ossia che hanno subito entrambe le lavorazioni) si calcoli il valore della probabilità $P(D_B)$ che la macchina B introduca difetti.
- Se un pezzo finale scelto a caso risulta difettoso, si calcoli la probabilità che esso abbia subito difetti da entrambe le macchine.

Per lo svolgimento si usino i seguenti eventi:

$D_A = \{ \text{La macchina } A \text{ ha introdotto un difetto} \}$

$D_B = \{ \text{La macchina } B \text{ ha introdotto un difetto} \}$

$D = \{ \text{Il pezzo finale è difettoso} \}$

{Suggerimento: per prima cosa si esprima D utilizzando D_A e D_B }

Quesito A53

23/11/12

Il sig. Rossi teme di avere una certa malattia, pertanto si sottopone a un test diagnostico che ha le seguenti caratteristiche:

$$P(R^c | M) = 10^{-2} \quad (\text{Prob. di falso negativo})$$

$$P(R | M^c) = 6 \cdot 10^{-2} \quad (\text{Prob. di falso positivo})$$

dove R ed M sono i seguenti eventi:

$R = \{\text{Il test rivela presenza di malattia}\}$ (ossia il test è positivo)

$M = \{\text{La malattia è presente}\}.$

Il test del sig. Rossi risulta positivo, ma il medico curante lo rassicura: “Sì, il test è positivo, ma nonostante ciò lei ha l’80% di probabilità di essere sano”.

2a) Si calcoli la probabilità che un individuo scelto a caso fra la popolazione sia affetto dalla malattia (ovvero l’incidenza della malattia sulla popolazione).

[*Facoltativo*: alla luce del risultato si commenti l’affermazione del medico, apparentemente paradossale.]

2b) Per sicurezza il test viene ripetuto (in modo indipendente) e il risultato è nuovamente positivo. Qual è la probabilità che il sig. Rossi sia effettivamente malato dato il doppio test positivo?