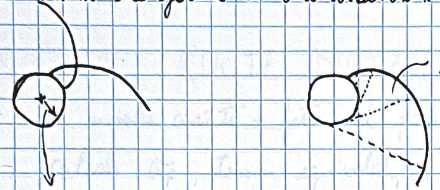
RUOTE DENTATE

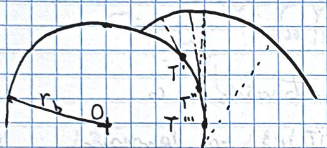
Modalità di cedimento: contatto Hertziano, fatica al piede del dente; usura adesiva (microsaldature tra due superfici a contatto che quando si separano si danneggiano).

· I denti hanno la forma di due evolventi (spago che si srotola)

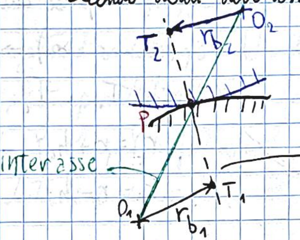


lo "spago" è tangente alla "scatola di biscotti" e perpendicolare all'evolvente

· Raggio del cerchio si chiama raggio di base r_b, univoco per la ruota, costitutivo.



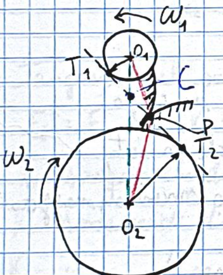
Secondo dente deve essere tangente (piano tangente comune):



→ T_1 e T_2 devono essere allineati

⇓

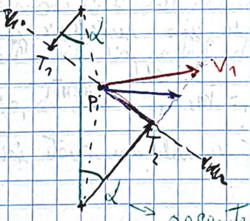
Immaginiamo di "inchiodare" i centri, le ruote girano intorno a O_1 e O_2 ⇒ la linea lungo cui si scambiano le forze ~~sono~~ è sempre la stessa.



Scrivo le velocità dei punti di contatto rispetto alla ruota 1 e alla ruota 2

①: $\vec{V_1} = \vec{\omega_1} \times \vec{O_1P}$ (ortogonale a O_1P)

②: $\vec{V_2} = \vec{\omega_2} \times \vec{O_2P}$



Proiezioni di v_1 e v_2 lungo la linea dei contatti deve essere la stessa (altrimenti si staccano o si compenetrano)

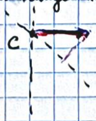
α → parametro costruttivo

$$\vec{V_1} = \vec{\omega_1} \times \vec{O_1P} = \vec{\omega_1} \times \vec{O_1T_1} + \vec{\omega_1} \times \vec{T_1P}$$

$$\vec{V_2} = \vec{\omega_2} \times \vec{O_2P} = \underbrace{\vec{\omega_2} \times \vec{O_2T_2}}_{\text{componenti lungo linea dei contatti}} + \underbrace{\vec{\omega_2} \times \vec{T_2P}}_{\text{velocità tangenziali}}$$

componenti lungo linea dei contatti → $\omega_1 \cdot O_1T_1 = \omega_2 \cdot O_2T_2$ ⇒ $\boxed{\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b_2}}{r_{b_1}}}$ condizione cinematica

· Velocità tangenziali: in C le due velocità sono uguali (componenti lungo T_1T_2 devono essere uguali) → rotolamento puro



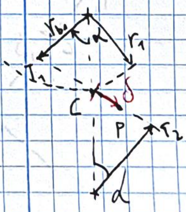
Chiamo r_1 e r_2 i raggi dei cerchi passanti per C → raggio primitivo, su cui c'è rotolamento puro.

Primitivo non è unico, dipende dall'interasse (ruote si possono allontanare, funzionano lo stesso)

⇒ meglio ragionare su raggio di base, che è unico. Anche α cambia con l'interasse.

$$V_{t_1} = \omega_1 \cdot T_1P = \omega_1 \cdot (T_1C + \delta) = \omega_1 (r_1 \sin\alpha + \delta)$$

$$V_{t_2} = \omega_2 \cdot T_2P = \omega_2 (T_2C - \delta) = \omega_2 (r_2 \sin\alpha - \delta)$$



Se $v_{t_1} \neq v_{t_2}$ c'è sfregamento, solo in C sono uguali.
Si introduce lo strisciamento specifico ζ: → è indice dell'usura

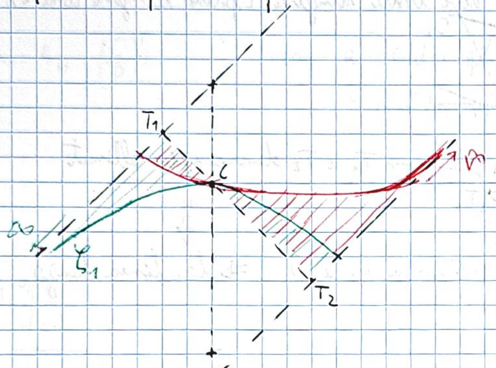
$$\zeta_1 = \frac{v_{t_1}-v_{t_2}}{v_{t_1}} = 1 - \frac{v_{t_2}}{v_{t_1}} = 1 - \frac{\omega_2(r_2 \sin\alpha - \delta)}{\omega_1(r_1 \sin\alpha + \delta)}$$

$$\zeta_2 = \frac{v_{t_1}-v_{t_2}}{v_{t_2}} = \frac{v_{t_1}}{v_{t_2}} - 1 = \frac{\omega_1(r_1 \sin\alpha + \delta)}{\omega_2(r_2 \sin\alpha - \delta)} - 1$$

Vediamo quanto vale δ e ζ in T_1, C e T_2.

	T_1	C	T_2
δ	$-r_1 \sin\alpha$	0	$r_2 \sin\alpha$
ζ_1	$-\infty$	0	1
ζ_2	1	0	$+\infty$

$\frac{\omega_2 r_2}{\omega_1 r_1} = 1$



Non ci piace che sfregamento vada a ∞ (danno ∞) → troncatura, non lavorano in T_1 e T_2:

$r_t = r + h_a$ $\quad h_a$: addendum
$r_i = r - h_i$ $\quad h_i$: dedendum

- Perché serve ζ e non ragioniamo in termini di velocità relativa $v_{t_1} - v_{t_2}$?
Il danno è dato dalla potenza dissipata nello sfregamento, uguale su dente 1 e dente 2. Se un corpo va più veloce dell'altro la potenza è uguale sui due ma si usura di più quello che va lento, nella stessa unità di tempo il contatto avviene su una superficie più piccola ⇒ danno concentrato maggiore.

- Ruote dentate hanno progettazione modulare: $r_1 = \overset{\text{modulo}}{m} \cdot z_1$ — n. denti, $r_2 = m \cdot z_2$
m sono finiti, per standardizzare. Se modulo è uguale due ruote ingranano.
- Di solito $h_a = 1 \cdot m$, $h_i = 1.25 \cdot m$.

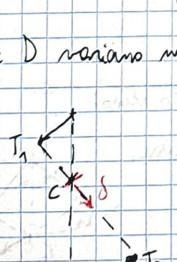
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

PRESSIONE DI CONTATTO

Contatto avviene su una linea, simile a contatto fra cilindri: $p_{max} = \frac{2F}{\pi a b}$ ⇒

$$\Rightarrow p = \frac{2F}{\pi L b} = \frac{2F}{\pi L \sqrt{\frac{LF}{\pi L r (1/d + 1/D)} \cdot \frac{1}{E^*}}} \quad \rightarrow \quad p \propto \sqrt{F} \cdot \frac{1}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{d+D}{d \cdot D}}$$

d e D variano nel contatto, non sono sempre gli stessi → raggio corrisponde a $\overline{T_i P}$, varia durante il moto



$D = T_1C + \delta = r_1 \sin\alpha + \delta$
$d = T_2C - \delta = r_2 \sin\alpha - \delta$

$$\rightarrow p \propto \sqrt{\frac{D+d}{d \cdot D}} \propto \frac{(r_1 \sin\alpha + \delta) + (r_2 \sin\alpha - \delta)}{(r_1 \sin\alpha + \delta)(r_2 \sin\alpha - \delta)}$$

Dove sono gli estremi di pressione?

p_{min} → $\delta = \frac{(r_2 - r_1)\sin\alpha}{2}$ → punto medio tra T_1 e T_2, vicino a C

p_{max} in T_1 e T_2, → ∞ → per questo si tronca

In realtà il danno è vicino a C, perché quando un dente è a T_1/T_2 c'è già in contatto un altro dente (sempre a T_1/T_2), quindi la forza totale è divisa su più denti, invece quando il contatto è in C è solo un dente, più forza. Inoltre in C funziona peggio la lubrificazione.

RESISTENZA RUOTE DENTATE

17/12/2024

Dente è una mensola caricata → fatica al piede del dente; oppure rottura per contatto.

· Fatica: calcolo σ_F, tensione equivalente, e confronto con tensione ammissibile: $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$

- calcolo σ_F: dente è caricato a flessione, $\sigma = \frac{M}{I} y$

$$\rightarrow \sigma_F = \frac{F_t^*}{b\, m_n} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa}\, Y_\varepsilon\, Y_\beta$$

↳ è sostanzialmente I: b è lunghezza del dente, m_n modulo

- Y_{Fa}: fattore di forma del dente; Y_{Sa}: fattore di concentrazione delle tensioni; Y_β: fattore dovuto all'elicoidalità (se denti non sono dritti, cioè paralleli all'asse), favorevole perché aumenta momento di inerzia ($\beta = 0°$, $Y_\beta = 1$; $\beta > 0°$, $Y_\beta < 1$); Y_ε: fattore del rapporto di ingranamento, ~~sempre~~ ≤1, indica quante coppie di denti sono in presa, vale 1 con solo una coppia di denti e <1 se più coppie.

- $F_t^* = 2000 \cdot \frac{T_{1,2}}{d_{1,2}}$ → $T_{1,2}$: coppia sulla ruota [Nm]; $d_{1,2}$: diametro della ruota [mm] (primitivo), 2000 per conversione unità di misura

Tangenziale al punto di contatto, ma non è vero perché quella reale è inclinata (⊥ contatto) → coefficienti:

$F_t^* = F_t \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$

K_A: sovraccarichi dinamici ~~[illegible]~~ provenienti dall'esterno ("colpi" del motore);

K_V: sovraccarichi dinamici dovuti all'entrata in contatto dei denti (c'è impatto, dipende da precisione dei denti)

$K_{F\alpha}$: errori nel profilo e nel passo dei denti

$K_{F\beta}$: disallineamenti dovuti a errori

- Tensione limite di fatica: $\sigma_{FP} = \frac{Y_{ST}\, Y_{NT}\, Y_{\delta relT}\, Y_{RrelT}\, Y_X}{S_{F,minimo}}\, \sigma_{F,limite}$ (limite di fatica)

Y_{ST}: prove sono fatte su dentatura standard → $Y_{ST} = 2$ sempre

Y_{NT}: fattore di aumento per bassi numeri di cicli

Y_δ: sensibilità all'intaglio

Y_R: rugosità

Y_X: fattore dimensionale ($=1$ se $m_n \leq 5$)

- Contatto: $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$ → tensione limite al contatto
↳ tensione eq. ai carichi di contatto

- $\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t^*}{d_1 b} \frac{u \pm 1}{u}}$ → picco della distribuzione di pressioni di contatto tra cilindri ad assi paralleli

u: rapporto di trasmissione, $\frac{D_2}{d_1} > 1$

$\sqrt{\frac{u \pm 1}{u}}$ viene da curvatura, perché c'è $\pm$ se denti non possono avere curvatura negativa?
- viene da normativa ed è per le ruote interne

d_1: primitivo, nei coefficienti c'è la correzione

Z_H: curvatura relativa sfavorevole

Z_E: fattore del materiale (Boussinesque: $\overbrace{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu^2}{E_2} \ldots}^{Z_E}$)

Z_ε: ~~rap~~ rapporto di ricoprimento (denti in presa)

Z_β: elicoidalità

- $F_t^* = F_t K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta}$

K_A, K_V uguali a fatica

$K_{H\alpha}, K_{H\beta}$ ripartizione del carico trasversale e longitudinale in base a errori, giochi, disallineamenti

- $\sigma_{HP} = \frac{Z_N Z_L Z_R Z_V Z_W Z_X}{S_H} \sigma_{H,limite}$

Z_N: fattore di durata, > 1 se $N < 10^9$ cicli

Z_L: lubrificazione

Z_R: rugosità

Z_V: velocità relativa per la lubrificazione (se velocità bassa cattiva lubrificazione)

Z_W: durezza

Z_X: dimensione

- $S_H = 1.25, 1.4$ per vita infinita (numero denti $z > 20$ o ≤ 20); $\sim 0.4 - 0.1$ vita limitata