

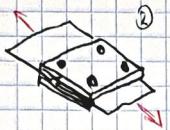
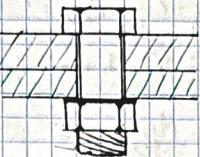
# COLLEGAMENTI FILETTATI CON PRECARICO

17/11/2026

Nel montaggio si dà coppia di serraggio, ma per il dimensionamento interessa la forza assiale.

Generalità, nomenclatura:

Bulloni: testa della vite, rondella, vito della vite, dado.



Meglio ②, perché in ① le viti sono soggette a flessione.

In ① per estrarre momenti sulle viti ci sono due punti.

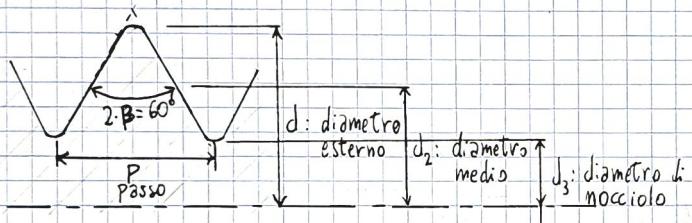
Normativa: VDI 2230, prende chi non ci siano momenti flettenti alle viti.

Tipi di collegamento: bulloni (con dado), viti (senza dado), prigionieri (come viti ma senza testa, con dado)

Manifattura: filettatura per esportazione di truciolo, va bene per piccole produzioni; grandi produzioni: rottamatura per il filetto, & forgatura per la testa (deformazione plastica), di solito a freddo o a caldo per alti diametri.

Modo più veloce: stampi che si muovono alternativamente, linearmente o rotazionalmente.

Geometria:

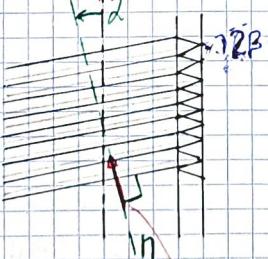
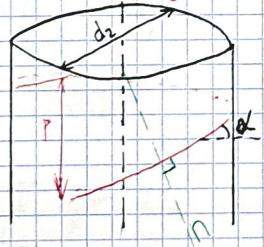


Sulla testa delle viti è stampata la classe di resistenza: M 9.8:  $9 \rightarrow R_m = 900 \text{ MPa}$

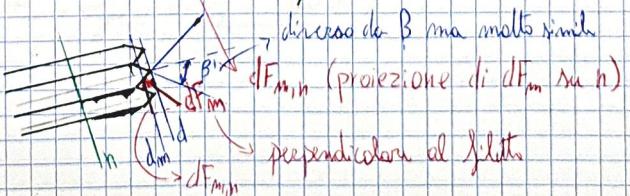
$$8 \rightarrow 0.8 \cdot R_m = 720 \text{ MPa} = R_{B_2} (o R_8)$$

Per il serraggio si usano chiavi "a mano", senza indicazione della coppia, oppure chiavi dinamometriche che ha sensore di coppia.

Relazione forza assiale - coppia di serraggio



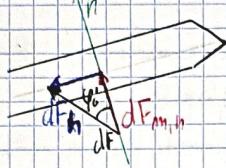
Dove si scambiano le forze? Vediamo da un'altra direzione:



Qual è il legame tra  $dF_m$  e  $dF_{m,n}$ ?

$$dF_{m,n} = dF_m \cdot \cos \beta'$$

Si genera una forza d'attrito, parallela ai filtti:



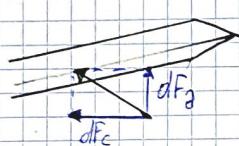
$$dF_a = dF_m \cdot \mu_s \rightarrow \text{coeff. d'attrito del filetto, o.d.g. O1}$$

$$dF_h = dF_m \cdot \mu_s = dF_m \tan \varphi_b \rightarrow \begin{array}{c} N = \gamma_0 \\ \downarrow \\ \mu_s = \frac{I}{N} \end{array}$$

$$dF_h = dF_{m,n} \cdot \frac{\tan \varphi_b}{\cos \beta'} = dF_{m,n} \tan \varphi_b$$

$dF_h$  e  $dF_{m,n}$  si compongono nella forza  $dF$ , con angolo  $\varphi_b'$

$dF$  si può scomporre in forza attiva e circonferenziale:



$$dF_a = dF \cdot \cos(\varphi_b' + \alpha) \rightarrow F_a = \int_{\text{filetto}} dF_a$$

$$dF_c = dF \cdot \sin(\varphi_b' + \alpha)$$

$$\text{Momento } M_f = \int_{\text{filetto}} dF_c \cdot \frac{d_2}{2}$$

$$\rightarrow \frac{M_f}{F_2} = \frac{\int_{\text{filetto}} dF \cdot \sin(\varphi_b' + \alpha) \cdot \frac{d_2}{2}}{\int_{\text{filetto}} dF \cdot \cos(\varphi_b' + \alpha)}$$

$$\alpha \text{ e } \varphi_b' \text{ sono costanti (assumo attrito uguale sul filetto), come } d_2 \Rightarrow \rightarrow \frac{M_f}{F_2} = \frac{\sin(\varphi_b' + \alpha) \cdot d_2}{\cos(\varphi_b' + \alpha)} \cdot \frac{\int_{\text{fil.}} dF}{\int_{\text{fil.}} dF} = P$$

$$\Rightarrow M_f = \tan(\varphi_b' + \alpha) \cdot \frac{d_2}{2} \cdot F_2$$

$M_f$  è momento sul filetto, ma c'è attrito tra testa della vite e pezzo da fissare:

momento sul sostituto:  $M_K = F_2 \cdot \mu_K \cdot \frac{D_{x,m}}{2} \rightarrow$  diametro medio della testa  
per non uguale a  $\mu_s$

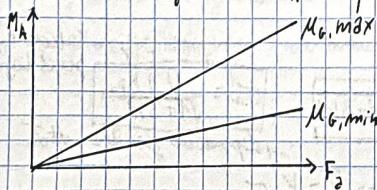
$$\text{Momento totale: } M_A = M_f + M_K = \frac{d_2}{2} \left[ \tan(\varphi_b' + \alpha) + \frac{D_{x,m}}{d_2} \mu_K \right] F_2$$

$$\text{Si può semplificare: angoli non tanto grandi} \Rightarrow M_A = \frac{d_2}{2} \left[ \tan \varphi_b' + \tan \alpha + \frac{D_{x,m}}{d_2} \mu_K \right] F_2 = \frac{d_2}{2} \left[ \frac{\mu_s}{\cos \beta'} + \frac{P}{\pi d_2} + \frac{D_{x,m}}{d_2} \mu_K \right] F_2$$

Abbiamo trovato relazione tra coppia di serraggio e precarico:  $M_A = \frac{d_2}{2} \left[ \frac{\mu_s}{\cos \beta'} + \frac{P}{\pi d_2} + \frac{D_{x,m}}{d_2} \mu_K \right] F_2$

Si progetta a  $F_2$ , operativamente si minima  $M_A$ .

Coefficiente d'attrito: classe A: 0.04-0.10, classe B: 0.08-0.16, range che dipende da materiali e lubrificanti.  $M_A$  è proporzionale a  $F_2$  e  $\mu_s$ :



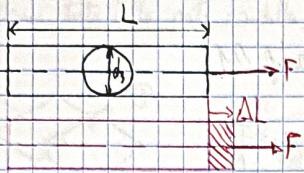
A pari serraggio, se  $\mu_s$  più alta ha meno  $F_2$ . Parallelamente, fissata a progetto  $F_2$ , si ottiene un  $M_A$  per il montaggio con  $\mu_s$  max minore attrito reale può essere più basso e si ottiene  $F_2$  risultato molto più alto  $\rightarrow$  si progetta con attrito minimo.

(problema, vite si potrebbe rompere)

## Diagramma di forzamento vite - pezzo

Si deve prima conoscere rigidezza della vite e del pezzo.

Vite può essere considerata una trave: lunga L, sezione circolare di diametro  $d_3$ , modulo E.



• Applico l'equilibrio delle forze interne e esterne:

$$\sigma \cdot A = F$$

• Equazioni di congruenza:

$$E = \frac{\Delta L}{L}$$

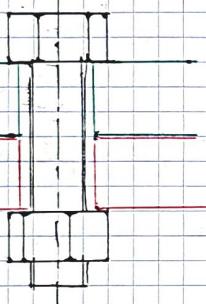
• Leggi costitutiva del materiale: l. d. Hooke

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\rightarrow \frac{F}{A} = \sigma = E \cdot \epsilon = E \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \frac{F}{\Delta L} = \frac{E A}{L}$$

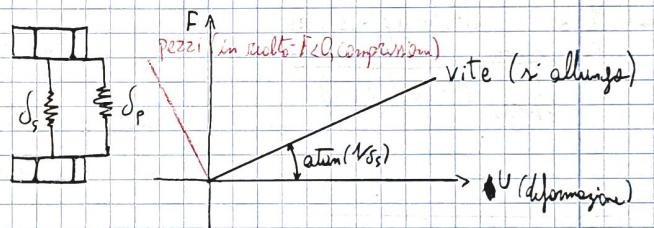
rigidezza (assieme)

In realtà ci interessa la cedevolezza della vite:  $\delta_s = \frac{L}{E A}$



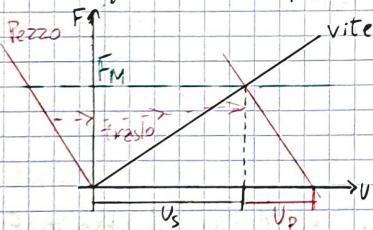
Anche i pezzi da serrare hanno cedevolezza  $\delta_p$ .

Possiamo sostituire le cedevolezze:



Vite non caricata è un po' più corta, pezzo è un po' più lungo. Nel montaggio si deforma fino a equilibrio.

Vite si deforma di  $U_s$ , pezzo di  $(-) U_p$ . Rivediamo diagramma.



Forza da tiro vite è la stessa da schiaccia il pezzo =  $F_m$ .  
Forza al montaggio → tratta caratteristica del pezzo.  
in questo modo vedo graficamente le deformazioni.

Quindi vite è più cedevole del pezzo (caratteristica meno inclinata)

## Calcolo forza al montaggio $F_m$

$F_m$  è  $F_d$  nelle condizioni di montaggio. È calcolato in modo che  $\sigma$  sia nello stato della rottura sia il 90% della tensione di riferimento  $R_{P0.2}$ .

$$\sigma_{ideale} \text{ o } \sigma_{equiv} = \sqrt{\sigma^2 + 4 T^2} \text{ (Tresca)} \text{ oppure } \sqrt{\sigma^2 + 3 T^2} \text{ (Van Mises)}$$

Ci sono anche T dovuti alla coppia di serraggio. Chiamiamo Von Mises.

$$\sigma = \frac{F_d}{A} = \frac{F_d}{\pi d_3^2/4}$$

$$T = \frac{M_c \cdot d_3}{I_p} = \frac{d_3/2}{\pi d_3^4/32} \left( \frac{M_c}{\cos \beta} + \frac{P_m}{F_d} \right) \cdot \frac{d_3}{2} \cdot F_d = \frac{d_3}{2} \left[ \frac{M_c}{\cos \beta} + \frac{P_m}{F_d} \right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{F_d}{\frac{\pi d_3^4}{32}} \Rightarrow T = K \cdot \sigma$$

$$\Rightarrow \sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3 T^2} = \sigma \sqrt{1 + 3 K^2}$$

$$\boxed{\frac{0.9 R_{P0.2}}{\sqrt{1+3K^2}}} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{montaggio}} \text{calcolo } F_m \\ \xrightarrow{\text{per il diagramma}} \end{array}$$

Dipende da geometria eotto

Tensore delle tensioni:  $\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{Bmatrix}$

Essendo simmetrica, esistono delle direzioni (un particolare sistema X,Y,Z) in cui le τ sono nullle.

Sono gli assi principali e in tale sistema le tensioni principali.

Si possono ricavare numericamente una σ più grande che la più grande possibile: le diamiamo  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ .

Se  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  si chiama stato di tensione idrostatico.

Le σ<sub>id</sub> si possono scrivere in funzione delle tensioni principali:

Trusca:  $\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma_1 - \sigma_3$ ; Von Mises:  $\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$

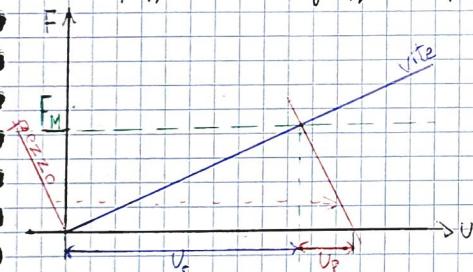
Usare Trusca è più semplice, ma risultato accurato. È più conservativo.

Per le reti usiamo Von Mises, come la normativa.

Averano trascritto  $\tau = K \cdot \sigma$ , con  $K = \frac{d_2}{2} \left[ \frac{M_d}{c_{app}} + \frac{P}{\pi d_2} \right] \frac{1}{\frac{2}{3} \beta_2}$

Si manda al 90% dello smacco:  $0.9 R_{P0.2} = \sigma_M \sqrt{1+3K^2} \Rightarrow \sigma_M = \frac{0.9 R_{P0.2}}{\sqrt{1+3K^2}}$

Viti e pezzo hanno rigidezze: pezzo si accorta di  $v_p$ , viti si allunga di  $v_s$



$F_M$  da progetto fa in modo che  $\sigma_{id}$  nella rete sia  $0.9 R_{P0.2}$

## INCERTEZZA DI SERRAGGIO $\alpha_A$

Progettista vuole una  $F_M$ , ma in realtà si ottiene una  $F_{M,min}$  inferiore =  $\frac{F_M}{\alpha_A}$  per maneggi con chiave dinamometrica nel 1.6 ÷ 2.5, tanto.

Perciò  $\alpha_A$  non è costante chiave dinamometrica? Per colpa dell'attrito, che non controlliamo.

Si progetta con  $\mu_s$  minima ma a fissato momento di serraggio se si ha  $\mu_s$  più alta si ottiene  $F_2$  più bassa. Praticamente  $\alpha_A$  è il rapporto tra  $\mu_s$  massimo e minimo.

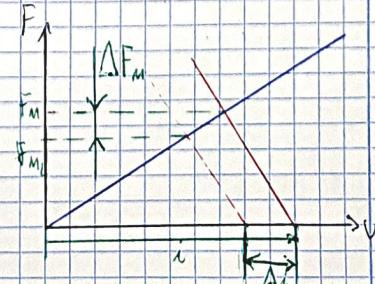
Ci sono tecniche di serraggio con  $\alpha_A$  più basso, fino a 1.05 per serraggio con controllo dell'allungamento.

## PERDITA DI INTERFERENZA $\Delta_i$

Interferenza in questo caso è la deformazione (allungamento delle viti e accorciamento del pezzo).

Sul diagramma di forzamento l'interferenza è  $i = v_p + v_s$ .

Se si perde interferenza diminuisce la forza di serraggio;



Calcolo  $\Delta F$ :

Lo rigidizza:  $F = K \cdot x = \frac{1}{\delta} \cdot x \rightarrow$  aderenza

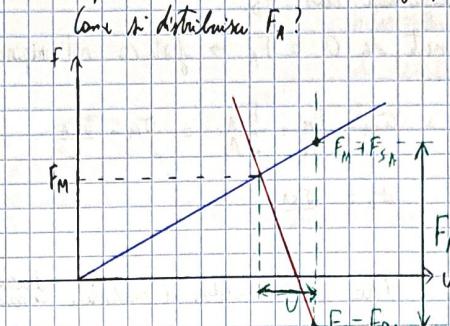
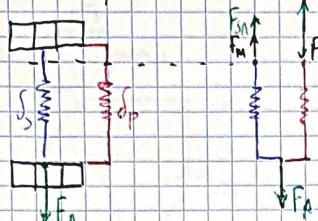
Sulla rotta:  $\left\{ \Delta F = \frac{1}{\delta_s} \cdot \Delta v_s \right.$

Sul pezzo:  $\left\{ \Delta F = \frac{1}{\delta_p} \cdot \Delta v_p \right.$

Lo chi:  $\left( \Delta i = \Delta v_s + \Delta v_p = (\delta_s + \delta_p) \Delta F \Rightarrow \boxed{\Delta F = \frac{\Delta i}{\delta_s + \delta_p}} \right)$

Perché si ha perdita di interazione? Tutte le superfici hanno rugosità; applicate  $F_N$  si comprimono, quindi effettivamente si riducono le  $v$ . Dipende dalla rugosità e dal numero di pezzi a contatto.

$F_M$  è autoregolibrato. Che succede se si applica (al rotellante) una forza esterna  $F_A$ ?



$$F_A : F_M + F_{SA} - (F_M - F_{PA}) = F_{SA} + F_{PA} = F_A$$

Vita e pezzo si deformano della stessa quantità  $u$ .

$$\text{Vita: } F_{SA} = \frac{1}{J_S} \cdot u$$

$$\text{Pezzo: } F_{PA} = \frac{1}{J_P} \cdot u$$

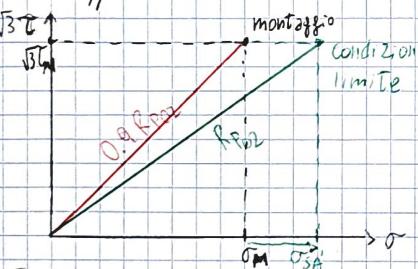
$$\rightarrow F_{SA} = \frac{1}{J_S} \cdot u = \frac{J_P}{J_S + J_P} F_A \quad ; \quad F_{PA} = \frac{1}{J_P} \cdot u = \frac{J_S}{J_S + J_P} F_A$$

$F_A$  si scava proporzionalmente alle rigidità dell'altro elemento. Pezzo è più rigido quindi prende più carico, meglio per vita fatta nella vita, critica per effetto d'incastro nel filotto.

## VERIFICA RESISTENZA STATICA

Usiamo criterio di Von Mises. Normativa dice di montare al 90% dello sforzo.

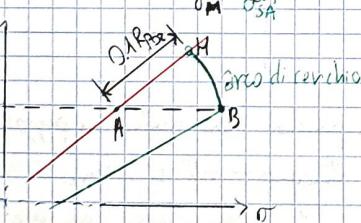
Verifichiamo lo stato di tensione sul filotto:



$$\sqrt{\sigma_M^2 + 3\tau_M^2} = 0.9 R_{P02}$$

$$\text{Ci aggiungiamo } F_{SA} \rightarrow \sigma_{SA} = \frac{F_{SA}}{\pi d_s^2 / 4}$$

$$\rightarrow \sqrt{(\sigma_M + \sigma_{SA})^2 + 3\tau_M^2} \leq R_{P02}$$



$\overline{AB} > \overline{AH} \rightarrow$  visto solo la differenza:

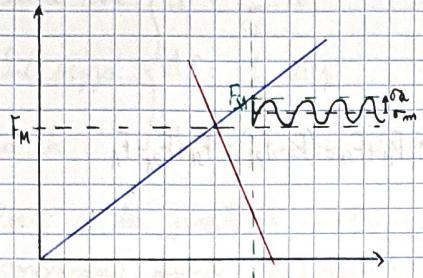
$$\overline{AB} = \sigma_{SA} \leq 0.1 R_{P02} < \overline{AH} : \text{formula semplificata ma conservativa}$$

$$\rightarrow \text{se } \sigma_{SA} \leq 0.1 R_{P02} \text{ allora anche } \sqrt{(\sigma_M + \sigma_{SA})^2 + 3\tau_M^2} \leq R_{P02}$$

## VERIFICA RESISTENZA A FATICA

Serve ricavare  $\sigma_m$  e  $\sigma_a$  e paragonarli con  $\sigma_{id}$ .

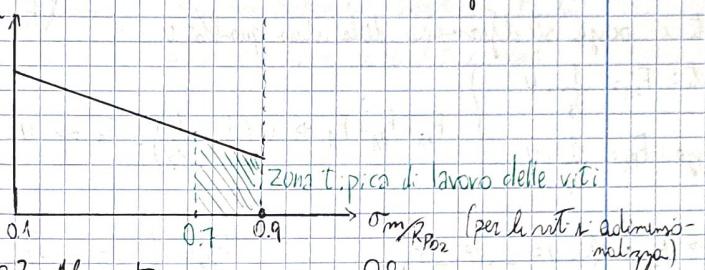
Supponiamo che  $F_A$  non rimbalzi da 0 a  $F_A$  → fatica all'origine



$$\sigma_m = \frac{F_M}{A_3} + \frac{F_{SA}}{2A_3} = \sigma_M + \frac{\sigma_{SA}}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{SA}}{2}$$

Ora è da vedere il materiale: diagramma di Haigh

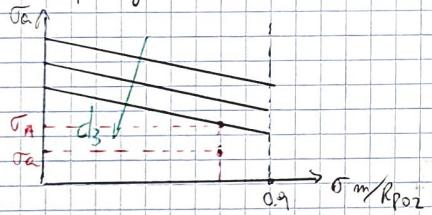


Poiché diagramma di Haigh si ferme a  $\frac{\sigma_m}{R_P0.2} = 0.9$ ? Al montaggio sono già a 0.9, ma si considera la  $\sigma_{id}$ , in cui c'è anche  $\sqrt{3}\tau$ :  $\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau^2} = 0.9 R_{P0.2}$ ; nel diagramma di Haigh ha solo la  $\sigma$ , ma ci  $\tau$  perché il percorso di  $\tau_m$  non influenza la vita a fatica.

$$\sigma_{id} = \sigma_m \sqrt{1+3K^2}$$

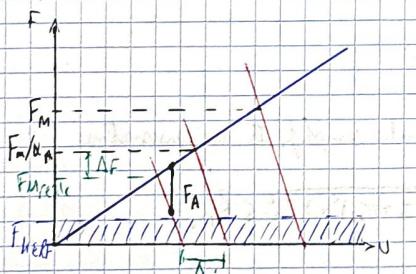
Tipicamente le vite lavorano tra  $0.7 \leq \frac{\sigma_m}{R_{P0.2}} \leq 0.9$

In diagramma ci sono diverse curve rette di Goodman, a parità di materiali, per l'effetto scala: vite più grandi hanno  $\sigma$  limite più basso



Dove avremo  $\sigma_a \leq \sigma_A$  (limite)

## VERIFICA CARICO MINIMO



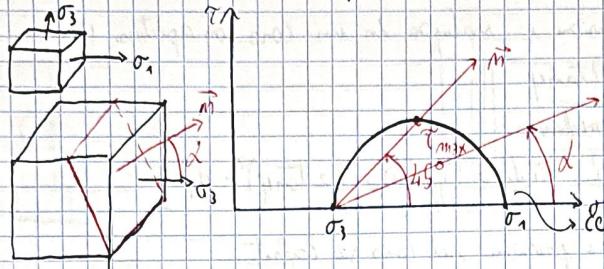
C'è incertezza di sovrappi:  $F_M/\Delta\sigma$

C'è perdita di interpenetrazione:  $\Delta\sigma, \Delta F$

Applichiamo carico esterno → potrebbe essere pericoloso, visto limite:  $F_M$  peggio=0, se aumenta ancora  $F_A$  i pugni si staccano → vite si preme. tutto il carico esterno, può rompersi.

Bisogna quindi anche verificare il carico minimo. Possiamo dare un carico limite  $F_{KEF}$  sotto cui non si deve andare. Ad esempio 5-10% del carico di montaggio.

Torniamo alla statica: tensioni principali



Interazione tra m e cerchio di Mohr

di tensione sulla faccia rossa.

$\tau_{\max}$  è a  $45^\circ$  rispetto alla principale.

Proviamo in trazione:

$\sigma = P/A$ ,  $\tau = 0 \rightarrow$  le direzioni principali  $\Rightarrow$  su faccia o  $45^\circ$  ha  $\tau_{\max}$ .

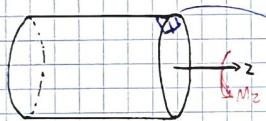
Proviamo si rompe a  $45^\circ$  perché nei materiali duttili i piani atomici scorrono a causa di  $\tau$ .

Materiali fragili invece si rompono lungo direzione principale perché i piani atomici non scorrono, c'è lavorazione dove c'è la  $\sigma_{\max}$ .

Fragili:  $\sigma_{\max} \leq R_m$

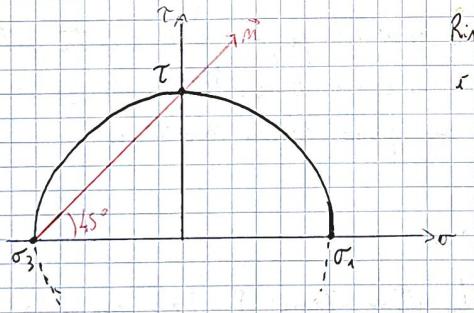
Cicco si innesta a  $45^\circ$  (piani atomici ecc.), poi propaga a  $90^\circ$ , salvo rottura statica a  $45^\circ$ .

Torsione:

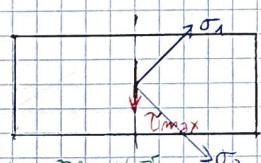


$$\text{Su faccia } Iz \text{ non c'è } \sigma \text{ ma } \tau = \frac{M_2}{\pi d^{1/2}} \cdot \frac{d}{2}$$

Su superficie esterna non ci sono tensioni.



Viste dall'alto:



Proviamo duttili: si rompe a  $90^\circ$ , dove c'è  $\tau_{\max}$ , fragili  $\pm 45^\circ$ , dove c'è  $\sigma$ .

Se nità ha diametri diversi si nominano le sudorelle di ogni parte. È utile avere diametri più piccoli per aumentare sudorelle (effetto allestite).

Rigidità di parti filettate si calcola con l'area di scissio.

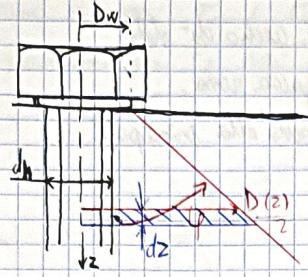
In generale si fanno niti lunghi e rotti. Se per la geometria vengono torze, si possono distanziare con torsodotti.

Anche testa ha rigidità, si fa equivalente di trave. Anche filetto ha sudorelle, sono minuscole.

$$J_G = \frac{L_G}{E_A}, \quad L_G = 0.5 d_1, \quad A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}; \quad J_m = \frac{L_m}{m_d r^2 E_A}, \quad L_m = 0.4 d \text{ per dadi} \\ \hookrightarrow \text{filetto} \quad 0.33 d$$

$\rightarrow$  infine sudorella della nità è somma di tutte le sudorelle.

## CEDIMENTAZIONE DEL PEGGIO



Stato di tensione si sviluppa in un cono con apertura y

$$D(z) = D_w + z/2 \tan y$$

Area corona circolare:

$$A(z) = \pi \frac{D(z)^2}{4} - \pi \frac{d_h^2}{4} = \frac{\pi}{4} [(D_w + z/2 \tan y)^2 - d_h^2]$$

Approssimo che pressione nel cono sia costante.

Ora calcoliamo la cedimento di  $\frac{\text{tronco di cono}}{dz}$  come trave.

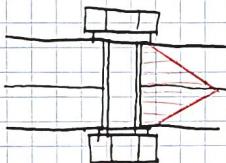
$$d\delta = \frac{dz}{E A(z)} \Rightarrow \rightarrow \text{integro per avere cedimento del peggio}$$

$$\Rightarrow d\delta = \frac{dz}{E \frac{\pi}{4} [(D_w + z/2 \tan y)^2 - d_h^2]} \quad \text{integro:}$$

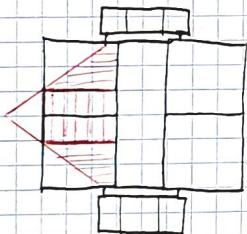
$$\rightarrow \delta = \int \frac{dz}{E \frac{\pi}{4}}$$

S: hanno due coni:

si integra simmetricamente.



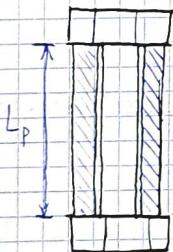
• Diversi casi:



Cone si sviluppa fuori dal peggio  $\rightarrow$  lo divide in tre parti, due tronchi di cono e un cilindro. Deformazioni (e cedimenti), cambiamo.

Cedimento: Tronchi di cono come prima, cilindro come trave.

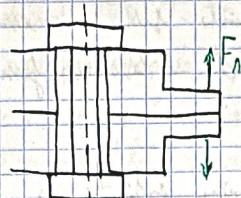
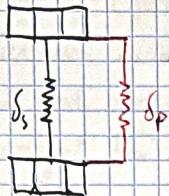
2)



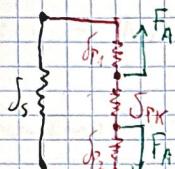
Peggio interamente sotto la rete  $\rightarrow$  n-trave:  $\delta = \frac{L_p}{E_p A_p}$ , non si ha più cono

Altro caso: rete e madrepunto, senza debo. E' completamente analogo, cambiamo leggermente la formula

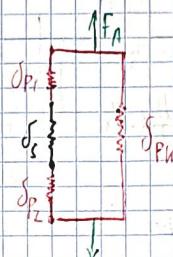
## CARICO ESTERNO NON APPLICATO AL SOTTOPOSTO



Distribuire aderenza in tre pezzi:



→ ricordino:



E' come se avessi aggiunto aderenza alla rete, togliendole al pezzo

Applichiamo le formule precedenti per la ripartizione del carico, con le nuove aderenze:

$$F_{SA} = \frac{S_{PK}}{S_s + S_{P_1} + S_{P_2} + S_{PK}} \cdot F_A = \frac{S_{PK}}{S_s + S_p} \cdot F_A$$

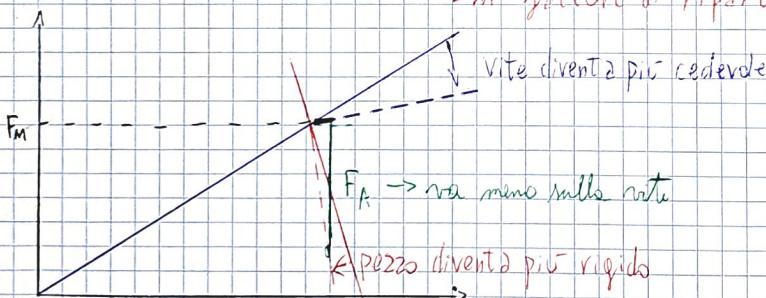
$$F_{PA} = \frac{S_{P_1} + S_{P_2}}{S_s + S_p} \cdot F_A$$

Ci piace perché rete è più aderenza, quindi prende meno carico (meglio per fatica)

Moltiplico e dividendo per  $S_p$ :  $F_{SA} = \frac{S_{PK}}{S_p} \cdot \frac{S_p}{S_s + S_p} F_A$

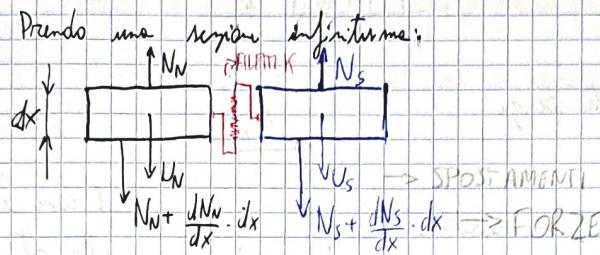
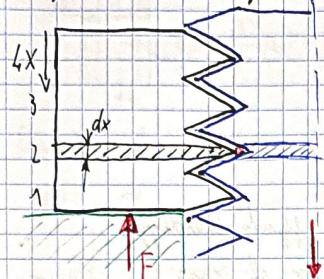
→ m fattore di ripartizione,  $0 < m \leq 1$

→ carico sul sottostato



## RIPARTIZIONE DEL CARICO TRA I FILITTI

I primi filtti sono i più carichi, dopo il quinto - sesto sono essenzialmente vacchi.  
Sarebbe meglio distribuzione uniforme. Si è scoperto che se dada maggiore forza in compressione ma in trazione, la distribuzione sarebbe migliore.



Usiamo: equilibrio delle forze; congruenza degli spostamenti; modello del materiale.

BUONO

- Equilibrio delle forze:

$$N_N + \frac{dN_N}{dx} \cdot dx - N_N + qdx = 0$$

$$N_S + \frac{dN_S}{dx} \cdot dx - N_S - qdx = 0$$

- Congruenza (legame deformazioni - spostamenti):

$$\epsilon_N = \frac{du_N}{dx}$$

$$\epsilon_S = \frac{du_S}{dx}$$

- Modulo del materiale: legge di Hooke

$$\epsilon_N = \frac{\sigma_N}{E_N} = \frac{N_N}{E_N A_N}$$

$$\epsilon_S = \frac{\sigma_S}{E_S} = \frac{N_S}{E_S A_S}$$

- C'è derivate degli spostamenti  $\rightarrow$  derivo anche  $q = K(u_s - u_N) \Rightarrow \frac{dq}{dx} = K \left( \frac{du_S}{dx} - \frac{du_N}{dx} \right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dx} = K(\epsilon_S - \epsilon_N) \rightarrow \text{Hooke: } \frac{dq}{dx} = K \left( \frac{N_S}{E_S A_S} - \frac{N_N}{E_N A_N} \right)$$

Derivo ancora per avere  $\frac{dN}{dx}$ :  $\frac{d^2q}{dx^2} = K \left( \frac{1}{E_S A_S} \frac{dN_S}{dx} - \frac{1}{E_N A_N} \frac{dN_N}{dx} \right)$

Da equilibrio,  $\frac{dN_N}{dx} = -q$ ,  $\frac{dN_S}{dx} = q \Rightarrow \frac{d^2q}{dx^2} = K \cdot \underbrace{\left( \frac{1}{E_S A_S} + \frac{1}{E_N A_N} \right)}_{\lambda^2} q \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{d^2q}{dx^2} - \lambda^2 q = 0$$

$$\rightarrow q = A_1 e^{2\lambda x} + A_2 e^{-2\lambda x} \quad (\text{dove costanti } A_1, A_2 \text{ perché del 2° ordine})$$

Trovò  $A_1$  e  $A_2$  da condizionare il contorno: Nono in termini di forze:

$A \ x=0$  (faccia superiore del dado)  $N_N = 0$  e  $N_s = 0$ ;

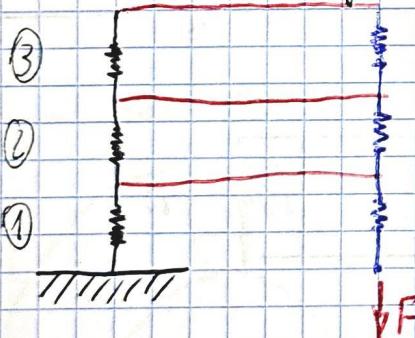
sull'altra faccia del dado ( $x = \text{altezza dado } h$ ),  $N_N = -F$  e  $N_s = F$

Con queste condizioni ricava  $A_1$  e  $A_2$  e poi gli integrando sul filetto trova forze su singoli filletti (integrale tra  $x$  e  $x+P$ , un giro del filetto)  $\rightarrow$  ricava distribuzione su filletti.

- Se dado forza in trazione cambiano cond. al contorno:

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow N_N = F \\ x=h \rightarrow N_N = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \text{cambia distribuzione del carico}$$

- Schematizza ogni filetto come una molla:



Andando dall'alto verso il basso ci sono sempre meno rigidezze sotto di sé  $\rightarrow$  adono sempre meno  $\Rightarrow$  si prendono sempre più carico