

ESERCITAZIONE 3 – SOLIDI ASSIALSIMMETRICI

Redigere, sia per l'esercizio 1 sia per il 2, una breve relazione tecnica in forma di presentazione (max 10 slide)

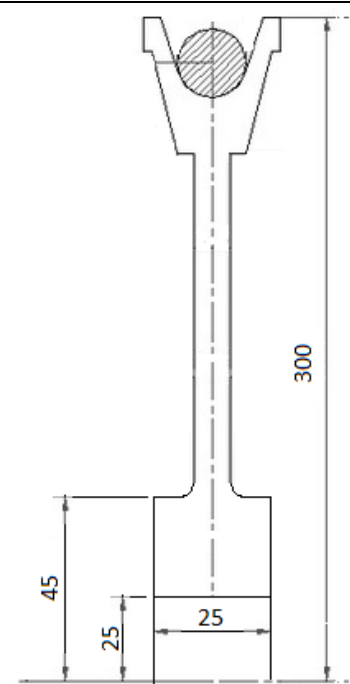
Esercizio 1 – Dimensionamento di un accoppiamento forzato albero-mozzo

Una puleggia di alluminio ($E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$, $\alpha^* = 23 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) montata su un albero **pieno** in acciaio ($E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$, $\alpha^* = 11 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) è caratterizzata dalla seguente geometria:

$D_{m,i} = d_{a,e} = 50 \text{ mm}$ diametro interno mozzo (diametro esterno albero)
 $D_{m,e} = 90 \text{ mm}$ diametro esterno mozzo
 $D_p = 600 \text{ mm}$ diametro esterno puleggia
 $L = 25 \text{ mm}$ lunghezza assiale mozzo

La finitura superficiale garantisce le seguenti rugosità: $R_a = R_m = 4 \text{ } \mu\text{m}$ (finitura di tornio).

La coppia trasmessa è $M = 150 \text{ Nm}$ (ipotizzate un coefficiente d'attrito $f = 0.2$).



Il vostro compito è,

1. calcolate l'interferenza effettiva i_{eff} che garantisce la trasmissione della coppia considerando per il momento trasmissibile un coefficiente di sicurezza $C = 1.5$;

L'accoppiamento mozzo-albero è realizzato nel sistema foro base H7, la qualità di lavorazione dell'albero è 6; calcolate le tolleranze dell'accoppiamento sufficienti a trasmettere il momento M (ricordatevi della perdita di interferenza dovuta alla rugosità); trovate le tabelle delle tolleranze a pag. 24 del file **Discs_Chapter 5_Shaft-hub system v. 2024 11**

3. Disegnate l'andamento delle tensioni radiali e circonferenziali di mozzo e albero in funzione del raggio r .

4. Calcolate la tensione equivalente nel punto di progetto della puleggia e scegliere dalla Tabella 1 allegata la lega di alluminio appropriata per un coefficiente di sicurezza $S = 1.5$.

5. Descrivete cosa succede se in esercizio si verifica un riscaldamento uniforme di 30°C . Se necessario scegliere altre tolleranze, eventualmente cambiando anche la qualità di lavorazione e materiale del mozzo.

$$[p_{\min} = 11.5 \text{ MPa}; i_{\text{eff}} = 20 \text{ } \mu\text{m}; i_{\text{nom}} = 26 \text{ } \mu\text{m}; \Delta i_T = -18 \text{ } \mu\text{m}]$$



Tabella 1

Designazione	Tipo di semilavorato	Stato fisico	Dimensioni			Caratteristiche meccaniche							
			Spessore	Diame-tro	Sezione	Carico unitario di rottura		Carico unitario di scostamento dalla proporzionalità		Allungamento A min %			Durezza Brinell
			s	d	A max.	R min.		R _{p0,2} (min.)		laminati	estrusi fuc/stamp	trafilati	HB min.
			mm	mm	mm ²	N/mm ²	kg/mm ²	N/mm ²	kg/mm ²				
P-Al Si 1 Mg Mn UNI 3571	Laminati e trafileti	R	tutti	-	-	90	9	40	4	25	-	25	30
		T N	da 0,8 a 4	-	-	205	21	110	11	22	-	20	50
		T A 14	da 0,8 a 4	-	-	235	24	135	14	20	-	18	70
		T A 16	da 0,8 a 4	-	-	295	30	245	25	11	-	10	90
	Estrusi	R	-	-	12000	110	11	60	6	-	20	-	30
		TA 14	-	-	12000	235	24	135	14	-	16	-	70
		TA 16	-	-	12000	315	32	265	27	-	10	-	90
	Fucinati e stampati	T A 14	≤ 100	-	-	215	22	120	12	-	16	-	70
		T A 16	≤ 100	-	-	295	30	245	25	-	6	-	90
P-Al Mg 1 Si Cu UNI 6170	Laminati e trafileti	R	tutti	-	-	100	10	50	5	16	-	15	30
		T N	da 0,8 a 6	-	-	205	21	110	11	15	-	13	50
		T A 16	da 0,8 a 6	-	-	295	30	245	25	10	-	8	90
	Estrusi	R	-	-	12000	110	11	60	6	-	16	-	30
		T N	-	-	12000	175	18	110	11	-	16	-	50
		T A 16	-	-	12000	265	27	235	24	-	9	-	80
P-I Zn 5,8 Mg Cu UNI 3735	Laminati e trafileti	R	≤ 20	-	-	185	19	90	9	9	-	9	50
		T A	da 0,5 a 20	-	-	520	53	445	45,5	6	-	6	145
	Estrusi	R	tutti	-	-	185	19	90	9	-	9	-	50
		1 TA	≤ 38	-	-	540	55	480	49	-	7	-	145
	Fucinati e stampati	T A	-	-	11 000	500	51	425	43,5	-	7	-	145

Simboli: R stato ricotto, H stato incrudito, Ta tempra di soluzione raffreddata in aria, T tempra di soluzione raffreddata in acqua, A invecchiamento artificiale, N invecchiamento naturale

Esercizio 2 - Stato di tensione in un disco di turbina a spessore variabile (Metodo di Grammel).

Nella figura è schematizzato il quinto stadio di una turbina di bassa pressione per un motore aeronautico (spinta: 60000 lb). Il disco forato D (materiale: INCONEL 718) è collegato all'albero motore di bassa pressione tramite due flange non rappresentate nella figura. La parte superiore del disco è caratterizzata dalla presenza delle sedi S (slot) nelle quali si inseriscono le pale P .

La velocità angolare dell'albero di bassa pressione è $n = 3646$ giri/min. La forza centrifuga agente sulle palette e sugli slot genera una tensione di trazione sul disco che consideriamo uniformemente distribuita.

Durante il funzionamento il disco è soggetto anche a un gradiente termico. La Tabella 1 riporta i parametri del materiale in funzione della temperatura; la Tabella 2 descrive la geometria del disco, e l'andamento della temperatura al variare del raggio durante il funzionamento; la Tabella 3 riporta alcuni raggi utili e le masse di pala e slot.

1. Calcolate, con il metodo di Grammel, e diagrammate in funzione del raggio r del disco, gli andamenti di
 - a) spostamento radiale u ;
 - b) tensione radiale σ_r
 - c) tensione circonferenziale σ_c
 - d) tensione ideale σ_{id} (ipotesi di Von Mises)

separando i singoli contributi dovuti a

- forza centrifuga dovuto a pale e slot;
- carico di volume centrifugo del disco;
- distribuzione di temperatura;
- tutti i carichi agenti contemporaneamente.

2. Calcolare, infine, con il criterio di Robinson, la velocità di *burst* del disco. Verificate che la tensione circonferenziale media dovuta alla temperatura è nulla (nei limiti degli errori di discretizzazione).

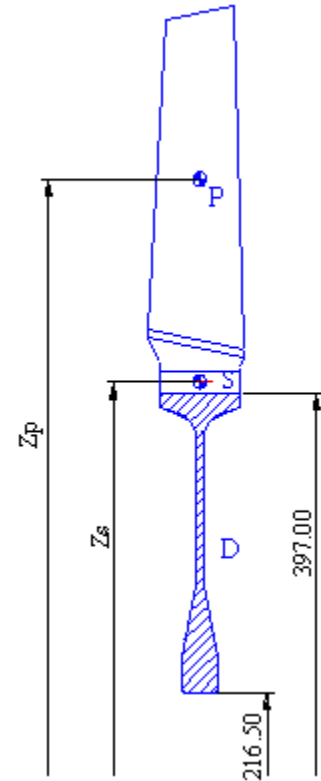




Tabella 1 - Caratteristiche Inconel INCO718 al variare della temperatura

Temperatura T °C	Modulo di Elasticità E MPa	Coeff. dilataz. termica α °C ⁻¹	Snervamento $R_{p0.2}$ N/mm ²	Rottura R_m N/mm ²
20	207600	$12.9 \cdot 10^{-6}$	1100	1339
100	202700	$13.1 \cdot 10^{-6}$	1061	1300
200	196600	$13.4 \cdot 10^{-6}$	1035	1255
300	190300	$13.8 \cdot 10^{-6}$	1015	1213
400	183700	$14.2 \cdot 10^{-6}$	1000	1190
500	177000	$14.6 \cdot 10^{-6}$	980	1170
550	173700	$14.9 \cdot 10^{-6}$	966	1153
600	170000	$15.1 \cdot 10^{-6}$	940	1136
650	165410	$15.4 \cdot 10^{-6}$	906	1054

Tabella 2 - Geometria e temperature

Raggio mm	Spessore mm	Temperatura T °C
216.50	18.00	499.59
218.50	22.00	500.47
238.58	22.00	506.83
281.15	4.50	527.22
318.00	4.50	552.45
373.22	4.50	603.42
379.47	9.12	610.18
383.26	19.56	614.38
388.71	48.40	620.55
397.00	48.40	630.22

Tabella 3 – Dati

massa pala m_p	0.7369	kg
massa slot m_s	0.1205	kg
raggio del baricentro della pala z_p	0.5263	m
raggio del baricentro degli slot z_s	0.4040	m
numero di pale e di slot ($n_p = n_s$)	68	
densità INCONEL 718 ρ	8219.8	kg/m ³



SCHEMA DI RELAZIONE TECNICA

- Suddividete il disco in una serie di blocchi a spessore costante. Per questo disco sono necessarie almeno 5 suddivisioni.
- Per il generico blocco a spessore costante, scrivete, in forma letterale e aiutandovi con le dispense del corso, le relazioni fra gli spostamenti u e i seguenti carichi esterni:

- tensione radiale σ_r sia al raggio interno che al raggio esterno (è il caso del disco sottoposto a p_i e p_e , dove $p_i = -\sigma_{ri}$ e $p_e = -\sigma_{re}$);
- forza centrifuga fc ;
- variazione di temperatura T -Trif rispetto alla temperatura ambiente $T_{rif} = 20^\circ$, e gradiente termico radiale $\Delta T/\Delta r$;

$$u^T = \frac{\alpha}{12} \frac{\Delta T}{\Delta r} \left[(\nu - 2) \cdot D^2 + (1 - \nu) \cdot \frac{D_e^2 + D_i^2 + D_e D_i}{D_e + D_i} \cdot D + (1 + \nu) \cdot \frac{D_e^2 D_i^2}{D_e + D_i} \cdot \frac{1}{D} \right] + \alpha \cdot (T - T_{rif}) \cdot \frac{D}{2}$$

- Per ogni blocco k -esimo scrivete gli spostamenti radiali totali al raggio interno u_i e al raggio esterno u_e in funzione dei carichi per unità di linea $n_i = \sigma_{ri} \cdot b$ e $n_e = \sigma_{re} \cdot b$ (b spessore del disco), delle forze centrifughe e del gradiente di temperatura;

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ u_i \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} S/b_k & P/b_k \\ Q/b_k & R/b_k \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} n_e \\ n_i \end{Bmatrix}_k + \begin{Bmatrix} u_e^\omega \\ u_i^\omega \end{Bmatrix}_k + \begin{Bmatrix} u_e^T \\ u_i^T \end{Bmatrix}_k$$

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ u_i \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} S' & P' \\ Q' & R' \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} n_e \\ n_i \end{Bmatrix}_k + \begin{Bmatrix} \tilde{u}_e \\ \tilde{u}_i \end{Bmatrix}_k$$

- Riscrivete le equazioni precedenti, scrivendo, per ogni blocco, gli spostamenti radiali u e i carichi per unità di linea n al bordo esterno in funzione di quelli al bordo interno;

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ n_e \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} u_i \\ n_i \end{Bmatrix}_k + \begin{Bmatrix} \zeta \\ \xi \end{Bmatrix}_k \equiv [T]_k \begin{Bmatrix} u_i \\ n_i \end{Bmatrix}_k + \{V\}_k$$

Per determinare gli elementi di matrici e vettori fate riferimento al capitolo **4_Discs_Chapter 4_Rotating discs** pagina 25 e seguenti.

- Per ciascuno dei 4 set di carichi indicati nel testo, calcolate e diagrammate gli andamenti di:
 - spostamento radiale u ,
 - tensione radiale σ_r ,
 - tensione circonferenziale σ_θ ,
 - tensione ideale σ_{id} (criterio di Von Mises).

SOLUZIONE INGEGNERISTICA. Invece di eseguire il prodotto delle matrici $[T]$ di ogni blocco tra loro e con i rispettivi vettori $\{V\}$ per ottenere il sistema risolutivo finale si può optare per una soluzione ingegneristica che sfrutta la linearità del problema. Il metodo è descritto di seguito.

Eseguite un primo calcolo (condizione a)) con

- i carichi esterni
- uno spostamento radiale nullo $u_i^1 = 0$ al raggio interno del primo blocco.

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ n_e \end{Bmatrix}_a^1 = [T]^1 \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ n_i \end{Bmatrix}_a^1 + \{V\}^1$$


e poi in sequenza tutti gli altri...

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ n_e \end{Bmatrix}_a^j = \begin{Bmatrix} u_i \\ n_i \end{Bmatrix}_a^{j+1}$$

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ n_e \end{Bmatrix}_a^{j+1} = [T]^{j+1} \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ n_i \end{Bmatrix}_a^{j+1} + \{V\}^{j+1}$$

Al raggio esterno dell'ultimo blocco si ottiene un valore di p_e (n_e) che non rispetta le condizioni al contorno.

Eseguite un secondo calcolo (condizione b)) con

- i carichi esterni
- uno spostamento radiale tentativo u_i  al raggio interno del primo blocco.

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ n_e \end{Bmatrix}_b^1 = [T]^1 \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ 0 \end{Bmatrix}_b^1$$

e poi in sequenza tutti gli altri...

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ n_e \end{Bmatrix}_b^j = \begin{Bmatrix} u_i \\ n_i \end{Bmatrix}_b^{j+1} \quad \begin{Bmatrix} u_e \\ n_e \end{Bmatrix}_b^{j+1} = [T]^{j+1} \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ n_i \end{Bmatrix}_b^{j+1}$$

Anche in questo caso, al raggio esterno si otterrà un valore di p_e (n_e) che non rispetta le condizioni al contorno.

Sfruttando la linearità della relazione tra tensione radiale σ_r e spostamento radiale u , trovare lo spostamento radiale al bordo interno che soddisfa la condizione al contorno al bordo esterno.

Calcolate poi la soluzione in tutti i blocchi inserendo

- i carichi esterni
- lo spostamento radiale esatto al raggio interno del primo blocco u_i^1 .