Relazione Progetto Ingegneria degli Algoritmi 2019:

Francesco Lasco
Giorgio Liberatore

January 14, 2019

Abstract

Analisi sull'implementazione di un algoritmo per la visita dei grafi in base al peso di ogni vertice v, e delle conseguenti modifiche alle strutture di dati preesistenti utilizzate.

1 Introduzione

Lo svolgimento della traccia prevedeva l'implementazione dell'algoritmo `visitaInPriorità` (`prioritySearch` nel nostro codice Python) e la relativa modifica delle strutture di dati predisposte a gestire i Grafi.

2 Idea

Basandoci sull'algoritmo `visitaGenerica`, l'algoritmo `visitaInPriorità` parte a visitare dal vertice piú pesante, **v**, del grafo **G** e mantiene in una coda con priorità tutti i vertici adiacenti all'ultimo vertice visitato (esclusi i vertici già chiusi). L'algoritmo prosegue nella visita scegliendo il prossimo nodo con priorità piú alta nella coda, visitandolo, rimuovendolo dalla coda e appendendo alla coda i suoi nodi adiacenti.
L'algoritmo termina allo svuotarsi della coda.

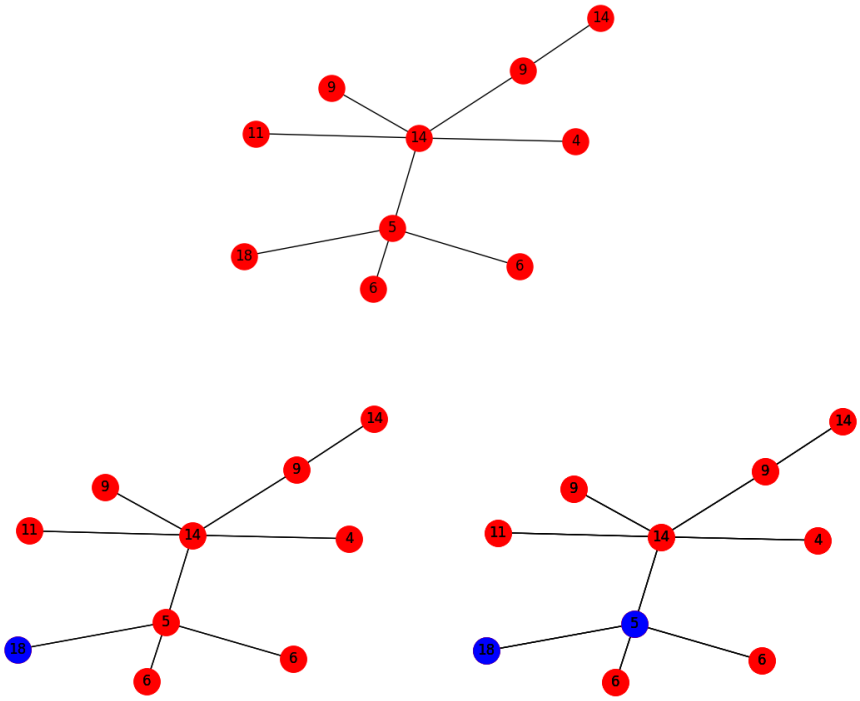
2.1 Illustrazione dell'esecuzione di `visitaInPriorità`

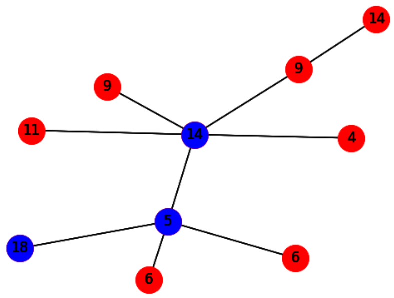
Nodo rosso = nodo non visitato.

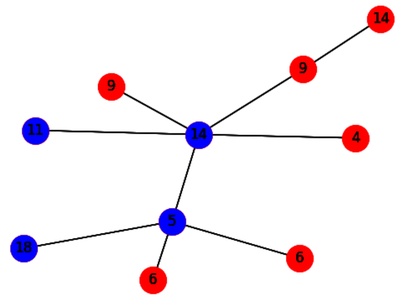
Nodo blu = nodo visitato.

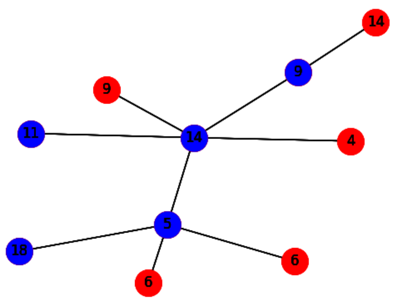
Valore nel nodo = peso vertice.

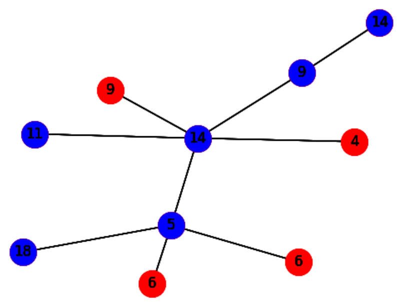
(grafo generato casualmente, immagini ottenute tramite lo script `showGraph.py`.)

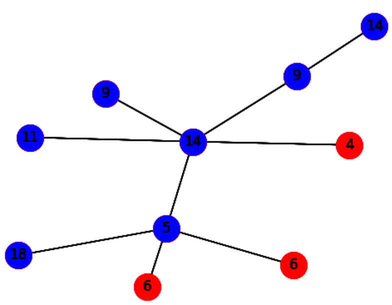


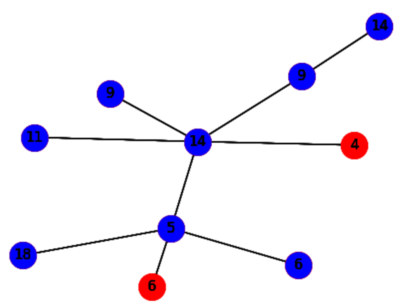

14
9
9
11
14
4
5
18
6
6

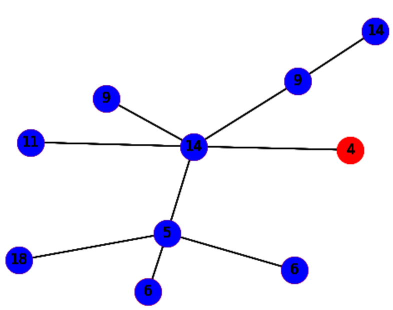

14
9
9
11
14
4
5
18
6
6

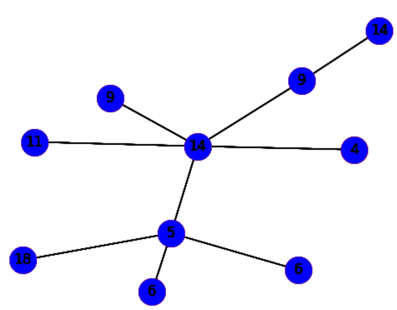

14
9
9
11
14
4
5
18
6
6


14
9
9
11
14
4
5
18
6
6


14
9
9
11
14
4
5
18
6
6


14
9
9
11
14
4
5
18
6
6


14
9
9
11
14
4
5
18
6
6


14
9
9
11
14
4
5
18
6
6

3 Scelte Implementative

3.1 Classi importate da ingegneria-algoritmi-2018

PQ_Dheap; PQbinaryHeap; PQbinomialHeap; Graph; GraphIncidenceList.

3.2 Classi e moduli esterni importati per l'analisi

random; networxk; matplotlib; time.

3.3 Descrizione Del Codice

Scelte implementative riguardanti i Grafi:
Per il tipo di rappresentazione della classe grafo abbiamo scelto le liste di incidenza, in modo tale da mantenere efficiente durante la ricerca l'esplorazione dei vertici.

Modifiche alla classe Grafo:
La classe grafo è stata modificata in modo tale da permettere a ogni nodo di contenere oltre alle classiche informazioni (ID, valore) un attributo `weight` per gestire il peso dei vertici, come richiesto da consegna.
Il valore assegnato a weight è un intero non negativo; nei nostri test e nella nostra funzione per costruire grafi pesati sui vertici abbiamo scelto di assegnare il peso di ogni singolo vertice casualmente, prendendolo tra 1 e il doppio del numero dei vertici.

prioritySearch:

`-prioritySearch_PQbinaryHeap`
`-prioritySearch_PQbinomialHeap`
`-prioritySearch_PQ_DHeap`

T = `exploredNodes`
F = `PriorityQueue`
marcamento vertici = lista `enqueuedVertices`.

Questi metodi implementano la `visitaInpriorità`.
Inizialmente si trova il vertice con peso massimo nel grafo tramite il metodo `maxWeight`, sarà il vertice dal quale far partire la visita, lo si inserisce nella priorityQueue con peso negativo (per avere la priorità più alta nella coda basata sul minimo) e nella lista degli ID già visitati. Finché la priorityQueue non è vuota si estrae il vertice con priorità massima cancellandolo e inserendolo nella lista dei nodi visitati, successivamente per ogni vertice adiacente viene effettuato un controllo per l'inserimento nella coda (in modo tale da evitare di inserire piú volte

lo stesso vertice). Il risultato della visita è ritornato nella lista `exploredNodes`.

La differenza fondamentale tra le tre implementazioni dell'algoritmo sta nella scelta del tipo di coda con priorità da utilizzare.
Analizzeremo piú avanti eventuali benefici o svantaggi delle tre possibili scelte.

Metodi e funzioni:

`__init__`: Viene chiamata la super, riprendendo il costruttore della classe GraphIncidenceList.

`isEmpty`: Questo metodo viene utilizzato per controllare se il grafo è vuoto.

`isFull`: Questo metodo è stato implementato per capire se il grafo ha già raggiunto il numero massimo di archi, (N*N-1, considerando 2 archi effettivi per collegare 2 nodi in entrambe le direzioni).

`maxWeight`: Questo metodo è stato implementato per ritornare una lista con id e peso del vertice con peso massimo. Si scorrono tutti i nodi e viene manenuto un massimo (inizialmente `None`), se il nodo in esame è diverso da `None` e il peso è superiore al massimo, diventa il nuovo massimo.

`buildGraph`: Questa è la funzione che permette di creare un grafo connesso e pesato sui vertici pronto per eseguire una `visitaInprioritàà`. Il grafo avrà 2*(numeroVertici-2) archi poiché il primo vertice non ne creerà, mentre dal secondo in poi verranno scelti casualmente dei nodi sui quali aggiungere un arco.

`addVertices`: Questa funzione permette di aggiungere vertici ad un grafo.
Se il grafo è vuoto viene aggiunto un vertice (inizialmente non connesso).
Poi vengono aggiunti altri n-1 vertici con archi connessi in maniera casuale.
Se il grafo non è vuoto viene recuperata la lista di vertici per le connessioni casuali degli archi e per stabilire il peso massimo assegnato ad ogni vertice (tra 1 e 2 * #(V), con V = insieme dei vertici di G).
Il grafo viene modificato in-place quindi non ci sono valori di ritorno.

`addEdges`: Questa funzione è stata implementata per aggiungere archi in un grafo. I due vertici da collegare vengono scelti tramite due funzioni lambda: la prima sceglie un vertice che non ha già esaurito i possibili collegamenti. La seconda sceglie il vertice in modo che non ci siano archi degeneri (da un arco a

se stesso) né un collegamento già esistente.

4 Risultati Sperimentali

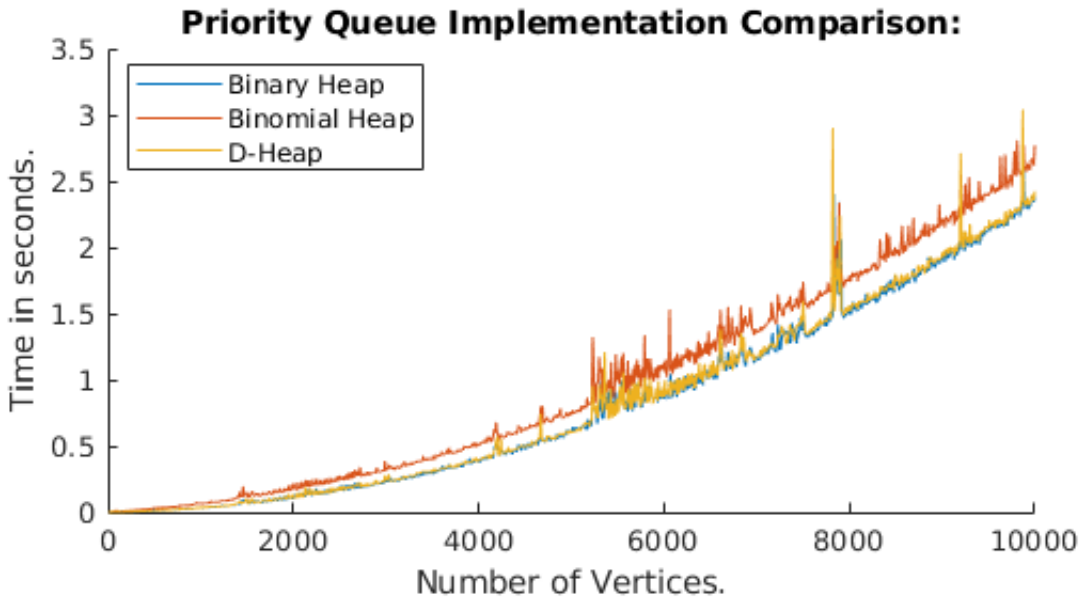


Figure 1: Grafico del tempo necessario per una prioritySearch al variare dell'implementazione di priorityQueue e al crescere di V.

prioritySearch su Grafo con vertici crescenti.

Numero Vertici	Tempo binaryHeap (sec.)	Tempo binomialHeap (sec.)	Tempo D-Heap
1.000	0.03451132774353027	0.06687092781066895	0.03332638740539551
2.500	0.16240239143371582	0.27475476264953613	0.1934661865234375
5.000	0.613001823425293	0.7367110252380371	0.5978813171386719
7.500	1.5704772472381592	1.7399401664733887	1.593226432800293
10.000	2.388897657394409	2.7697293758392334	2.424243688583374

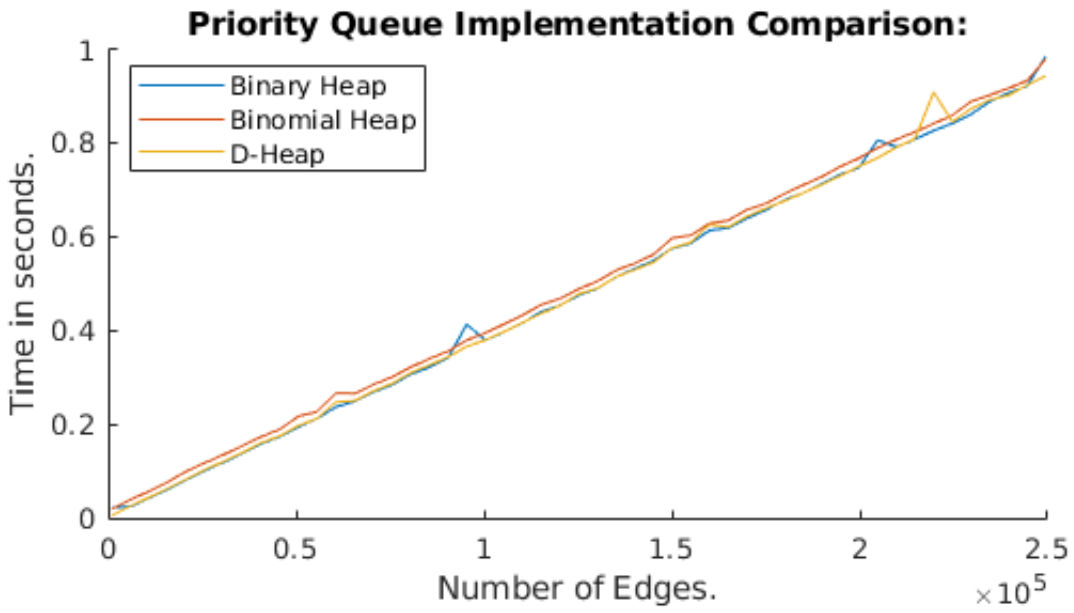


Figure 2: Grafico del tempo necessario per una prioritySearch al variare dell'implementazione di priorityQueue e al crescere di E.

prioritySearch su Grafo di 500 vertici e archi crescenti.

Numero Archi	Tempo binaryHeap (sec.)	Tempo binomialHeap (sec.)	Tempo D-Heap
998	0.024201631546020508	0.021246671676635742	0.007825374603271484
50.698	0.19614839553833008	0.21862459182739258	0.19875836372375488
100.398	0.3802378177642822	0.3956644535064697	0.3807394504547119
125.248	0.4761958122253418	0.48966145515441895	0.47887587547302246
174948	0.6570134162902832	0.6704854965209961	0.6607739925384521
249498	0.9841418266296387	0.9787428379058838	0.9430813789367676

-

Per i test effettuati si nota che la crescita temporale al crescere del numero di **vertici** è simile per ognuna delle tre possibili implementazioni di `prioritySearch`. È inoltre possibile notare che in caso di picchi, dovuti a particolarità del grafo G, l'implementazione tramite D-Heap (con D pari a 10 per i nostri test), che in media ha prestazioni leggermente migliori rispetto alle altre implementazioni ha una crescita temporale che la porta a superare quella di tutte le altre implementazioni.
Per quanto riguarda l'analisi al crescere del numero di **archi**, notiamo che la crescita temporale è lineare e non ci sono particolari differenze dovute alle scelte implementative della coda con priorità.

5 Conclusione e commento

Le implementazioni delle code con priorità hanno prestazioni simili applicate alla struttura di dati studiata.
Il progetto ci ha dato modo di approfondire l'implementazione dei Grafi e degli algoritmi a loro correlati, le strutture di coda con priorità e le loro possibili applicazioni.