

Tarea N^a1

Curso Teoría econométrica

Francisco Villarroel Riquelme

2022-04-20

Pregunta 1

a)

$$y_i = \alpha_i + \beta_i X_i + \epsilon_i \quad (1)$$

b)

Se pide encontrar el vector

$$X'Y$$

Con la condición de que es un vector de 3x1. Dada la información obtenida en la sección a, utilizamos la formula construída respecto de el estimador beta:

$$\hat{\beta} = (x'x)^{-1} (x'y)$$

Para una operacionalización más rápida y usando ciertas propiedades de matrices, dividiremos la ecuación de la siguiente forma:

$$\hat{\beta} = A$$

$$(x'x)^{-1} = B$$

$$(x'y) = C$$

Con esto tenemos que:

$$A = B * X$$

Aplicando propiedades de las matrices, tenemos entonces que:

$$B^{-1}A = B^{-1}BX$$

considerando que:

$$B^{-1}B = I$$

podemos entonces reescribir la ecuación de la siguiente forma:

$$(x'y) = B^{-1}B$$

Ya que la matriz de identidad multiplicada por X es simplemente X misma, y en este caso X es la representación de X'Y.

Entonces en el trabajo matricial tenemos que:

$$(x'y) = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

El resultado de la inversa queda reescrito como:

$$\begin{bmatrix} 8/3 & -4/3 & 0 \\ -4/3 & 8/3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Y que en su multiplicación final resulta:

$$(x'y) = \begin{bmatrix} 2,666 \\ -1,333 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Pregunta 2

a) Encuentre matriz de varianzas y covarianzas de n

En la siguiente pregunta tenemos como información

$$E[\hat{u}'] = \sigma^2 M$$

a su vez, el valor de M se determina por la siguiente ecuación:

$$M = I_n - X(X'X)^{-1}X'$$

Tengo la matriz de X que corresponde a los valores de la constante que multiplican beta cero, además de X que corresponde a los años de estudio promedio de la tabla dada en el enunciado. Esto resulta en:

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 9 \\ 1 & 10 \\ 1 & 8 \\ 1 & 7,5 \end{bmatrix}$$

entonces se desarrolla la ecuación resultando en:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & 10 & 8 & 7,5 \end{bmatrix} \times \left[\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 9 \\ 1 & 10 \\ 1 & 8 \\ 1 & 7,5 \end{bmatrix} \right]^{-1} \quad (1)$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 8+9+10+8+7,5 \\ 8+9+10+8+7,5 & 8 \cdot 8 + 9 \cdot 9 + 10 \cdot 10 + 8 \cdot 8 + 7,5 \cdot 7,5 \end{bmatrix}^{-1} \quad (2)$$

$$X'X^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -42,5 \\ -42,5 & 365,25 \end{bmatrix}^{-1} \quad (3)$$

Luego invertimos la matriz. Obtenemos el determinante:

$$|X'X| = [1826,25 - 1806,25] \quad (4)$$

$$|X'X| = [20] \quad (5)$$

luego la matriz de cofactores y y adjunta:

$$\text{Matriz de cofactores} \quad X'X = \begin{bmatrix} 365,25 & -42,5 \\ -42,5 & 5 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\text{Matriz adjunta} \quad X'X = \begin{bmatrix} 365,25 & -42,5 \\ -42,5 & 5 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Se divide por su determinante:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{365,25}{20} & \frac{-42,5}{20} \\ \frac{-42,5}{20} & \frac{5}{20} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 18,262 & -2,125 \\ -2,125 & 0,25 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Luego de obtener ese resultado procedemos a multiplicar por X y luego denuevo por X':

$$X (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 9 \\ 1 & 10 \\ 1 & 8 \\ 1 & 7,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 18,262 & -2,125 \\ -2,125 & 0,25 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 18,262 + 8(-2,125) & -2,125 + 8(0,25) \\ 18,262 + 9(-2,125) & -2,125 + 9(0,25) \\ 18,262 + 10(-2,125) & -2,125 + 10(0,25) \\ 18,262 + 8(-2,125) & -2,125 + 8(0,25) \\ 18,262 + 7,5(-2,125) & -2,125 + 7,5(0,25) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1,262 & -0,125 \\ -0,863 & 0,125 \\ -2,988 & 0,375 \\ 1,262 & -0,125 \\ 2,324 & -0,25 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Luego multiplicamos por X':

$$X (X'X)^{-1} X' = \begin{bmatrix} 1,262 & -0,125 \\ -0,863 & 0,125 \\ -2,988 & 0,375 \\ 1,262 & -0,125 \\ 2,324 & -0,25 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8,9 & 10 & 8 & 7,5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Obtenemos como resultado:

$$X(X'X)^{-1}X' = \begin{bmatrix} 0,262 & 0,137 & 0,012 & 0,262 & 0,324 \\ 0,137 & 0,262 & 0,387 & 0,137 & 0,074 \\ 0,012 & 0,387 & 0,762 & 0,012 & -0,175 \\ 0,262 & -2,387 & -2,512 & 0,262 & 0,324 \\ 0,324 & 0,074 & -0,176 & 0,324 & 0,449 \end{bmatrix} \quad (5)$$

b)

#Pregunta 3

a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)

Pregunta 4

```
##
## Call:
## lm(formula = GPC ~ INCOME + GASP + PNC + PUC + PPT + PS + PD +
##      PN + YEAR, data = wea)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.22314 -0.07335  0.01630  0.07483  0.17470
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -1.404e+02  2.720e+01  -5.163 6.27e-06 ***
## INCOME       2.158e-04  5.176e-05   4.168 0.00015 ***
## GASP        -1.108e-02  3.978e-03  -2.786 0.00797 **
## PNC          5.774e-04  1.284e-02   0.045 0.96436
## PUC         -5.875e-03  4.870e-03  -1.206 0.23449
## PPT          6.907e-03  4.836e-03   1.428 0.16061
## PS          -2.803e-02  7.996e-03  -3.505 0.00110 **
## PD           1.229e-03  1.188e-02   0.103 0.91812
## PN           1.269e-02  1.260e-02   1.007 0.31954
## YEAR         7.250e-02  1.418e-02   5.112 7.39e-06 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.109 on 42 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9913, Adjusted R-squared:  0.9894
```

F-statistic: 530.8 on 9 and 42 DF, p-value: < 2.2e-16

```
##
## =====
##                               Dependent variable:
##                               -----
##                               GPC
## -----
## INCOME                        0.0002***
##                               (0.0001)
##
## GASP                          -0.011***
##                               (0.004)
##
## PNC                           0.001
##                               (0.013)
##
## PUC                           -0.006
##                               (0.005)
##
## PPT                           0.007
##                               (0.005)
##
## PS                            -0.028***
##                               (0.008)
##
## PD                            0.001
##                               (0.012)
##
## PN                            0.013
##                               (0.013)
##
## YEAR                          0.073***
##                               (0.014)
##
## Constant                      -140.421***
##                               (27.200)
## -----
## Observations                   52
## R2                             0.991
## Adjusted R2                    0.989
## Residual Std. Error           0.109 (df = 42)
## F Statistic                    530.818*** (df = 9; 42)
## =====
## Note:                          *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01
```

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)
- f)