TP - Complejidad

Francisco
Aragara

① Demostrar que $6n^3 \neq O(n^2)$

Para demostrar lo anterior, no debe existir una constante positiva c tal que: $T(n) \leq cf(n)$

Demostracion por contradicción

Supongamos que existe un C tal que

$$6n^3 \leq cn^2$$

Dividiendo ambos lados por n^2

$$6n \leq C$$

lo cual, ya que c es una constante, va a ser falso para un n suficientemente grande

② mejor caso de Quicksort(n)?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

③ Quicksort (A): $O(n^2)$

Insertionsort(A): $O(n^2)$

Merge Sort (A): $O(n\log(n))$

⑦ Metodo Maestro Completo

ⓐ Caso 1: $f(n) = n^4$ $\boxed{T(n) = 2T(n/2) + n^4}$

$$O(n^{\log_b a - \epsilon}) = n^{\log_2(2)-\epsilon} = n^{1-\epsilon} \quad \epsilon > 0 \ \times$$

Caso 3: $n^4 = \Omega(n^{1+\epsilon})$ para $\epsilon = 3$ $n^4 = \Omega(n^4)$

$2f(n/2) \leq cf(n)$ para alguna constante $c < 1$

$$2\left(\frac{n}{2}\right)^4 \leq cn^4$$

$$\frac{n^4}{2^3} \leq \frac{1}{2^3} n^4 \quad \text{para } c = \frac{1}{8} \quad T(n) = \Theta(n^4)$$

(e) $f(n) = n^2$ $\boxed{T(n) = 7T(n/2) + n^2}$

$\log_2(7) \cong 2.80735$

Caso 1: $n^2 = O(n^{\log_2(7) - \epsilon})$ para algun $\epsilon > 0$

$n^2 = O(n^{\log_n(7) - 0{,}807})$ $\epsilon \cong 0{,}807$

$n^2 = O(n^2)$

$T(n^{\log_2(7)})$

(c) $\boxed{T(n) = 16T(n/4) + n^2}$ $f(n) = n^2$ $\log_4(16) = 2$

Caso 2: $f(n) = n^2 = \Theta(n^{\log_4(16)}) = \Theta(n^2)$

$\boxed{T(n) = \Theta(n^2 \lg n)}$

Metodo Maestro Simplificado

(b) $\boxed{T(n) = 2T(7n/10) + n}$

$\log_{\frac{10}{7}}(2) > 1$, $T(n) = \Theta(n^{\log_{\frac{10}{7}}(2)})$

(d) $\boxed{T(n) = 7T(n/3) + n^2}$

$\log_3(7) < 2$; $T(n) = \Theta(n^2)$

(f) $\boxed{T(n) = 2T(n/4) + n^{1/2}}$

$\log_4(2) = \frac{1}{2}$, $T(n) = \Theta(n^{1/2} \log n)$