



Facultad de Ingeniería Universidad de Buenos Aires

66.44 Instrumentos Electrónicos

Trabajo Práctico N°4: Impedancímetro, RLC,
Q-metro y puente de impedancias

Integrantes:

Padrón	Nombre	Email
92903	Sanchez, Eduardo Hugo	hugo_044@hotmail.com
91227	Soler, José Francisco	francisco._tw@hotmail.com

Índice

1. Objetivo	3
2. Desarrollo	4
2.1. Mediciones con el Q-metro	4
2.1.1. Inductancia de una bobina con núcleo de aire	4
2.2. Mediciones con el RLC	5
2.2.1. Inductancia de una bobina con núcleo de aire	6
2.2.2. Capacidad de un capacitor electrolítico	6
2.2.3. Capacidad de un capacitor cerámico	9
2.3. Mediciones con el puente de impedancias	10
2.3.1. Inductancia de una bobina con núcleo de aire	10
2.4. Mediciones con el impedancímetro	11
2.4.1. Frecuencia de resonancia de una bobina con núcleo de aire	11
2.4.2. Inductancia de una bobina con núcleo de ferrite	12
2.4.3. Parámetros de una línea de transmisión	13
2.4.4. Parámetros de un cristal	14
2.4.5. Mediciones en un circuito activo	16
2.4.6. Medición de un capacitor cerámico	17
3. Conclusiones	19

1. Objetivo

El objetivo del presente trabajo práctico es familiarizarse con el Q-metro, el RLC meter, el impedancímetro vectorial. Dicho instrumental sirve para medir impedancias. Luego de realizar las experiencias se intentará determinar en qué circunstancias conviene utilizar uno en vez de otro.

2. Desarrollo

Para llevar a cabo las mediciones, se utilizan los siguientes instrumentos:

- Q-metro 4342A Hewlett Packard
- LCR 819 GW Instek
- Impedancímetro 4815A Hewlett Packard
- Puente de impedancias
- Contador
- Cable coaxil para realizar las distintas conexiones entre instrumentos.

2.1. Mediciones con el Q-metro

2.1.1. Inductancia de una bobina con núcleo de aire

El circuito simplificado de un Q-metro se muestra en la Figura 1

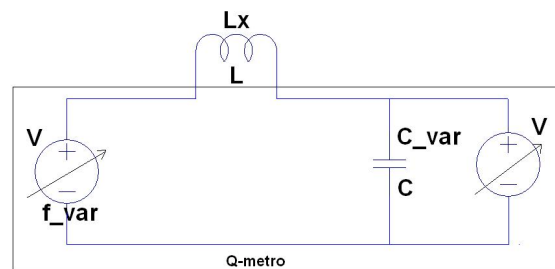


Figura 1: Esquema simplificado del Q-metro

Como es un circuito serie, la máxima corriente se obtiene en la resonancia, dado que la reactancia inductiva de la bobina se cancela con la capacitiva. Si fuesen componentes ideales, la corriente sería infinita y los valores de tensiones de la bobina y del capacitor serían $+\infty$ y $-\infty$ respectivamente.

Como no son componentes ideales, los mismos tienen pérdidas y se las modelizan con una resistencia, por ende, la corriente no es infinita. La respectiva tensión del capacitor en situación de resonancia es $V_c = \frac{X_L \cdot V}{R}$.

Como el valor de Q es $Q = \frac{\omega L}{R}$, se observa que

$$V_c = Q \cdot V$$

La frecuencia de resonancia se la puede determinar de la siguiente forma

$$|X_L| = |X_C| \Rightarrow \omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Conocidos los valores de la capacidad, C , y la frecuencia, f , puede obtenerse el valor de la inductancia de L_x y también su resistencia serie equivalente con las siguientes expresiones

$$L = \frac{1}{(2\pi)^2 f^2 C} + \epsilon_L \cdot L$$

Donde $\epsilon_L = 2\epsilon_f + \epsilon_C = 2 \cdot 1,5\% + \frac{0,1pF}{C}$, puede calcularse a partir de las especificaciones del fabricante.

$$R_s = \frac{2\pi \cdot f \cdot L}{Q} + \epsilon_{R_s} \cdot R_s$$

Donde $\epsilon_{R_s} = \epsilon_f + \epsilon_Q = 1,5\% + 7\% = 8,5\%$ se obtiene también de las especificaciones del fabricante.

En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos para un inductor realizando un barrido de frecuencias.

Frecuencia	C	Q	L (calculado)	R_s (calculado)
13,3 MHz $\pm 1,5\%$	25 pF $\pm 0,1pF$	182 $\pm 7\%$	5,73 μHy $\pm 3,40\%$	2,63 Ω $\pm 8,5\%$
10,7 MHz $\pm 1,5\%$	40 pF $\pm 0,1pF$	200 $\pm 7\%$	5,54 μHy $\pm 3,25\%$	1,86 Ω $\pm 8,5\%$
9,6 MHz $\pm 1,5\%$	50 pF $\pm 0,1pF$	200 $\pm 7\%$	5,50 μHy $\pm 3,20\%$	1,66 Ω $\pm 8,5\%$
6,9 MHz $\pm 1,5\%$	100 pF $\pm 0,1pF$	195 $\pm 7\%$	5,33 μHy $\pm 3,10\%$	1,18 Ω $\pm 8,5\%$
4,0 MHz $\pm 1,5\%$	305 pF $\pm 0,1pF$	170 $\pm 7\%$	5,20 μHy $\pm 3,03\%$	0,77 Ω $\pm 8,5\%$
3,2 MHz $\pm 1,5\%$	470 pF $\pm 0,1pF$	155 $\pm 7\%$	5,17 μHy $\pm 3,02\%$	0,68 Ω $\pm 8,5\%$

Cuadro 1: Mediciones con el Q-metro


De la Tabla puede observarse que las mediciones de inductancia tienen una incerteza baja (menor al 4% en todos los casos) y que la mayor parte de su incerteza está compuesta por la incerteza de la frecuencia. Con lo cual utilizando un instrumento que determine la frecuencia con menor incerteza (como un frecuencímetro) se mejora notablemente la incertidumbre de la inductancia. Esto se realiza, obteniéndose una incerteza menor al 1% en todos los casos.

Por otra parte, las resistencias serie equivalente calculadas tienen un grado de dispersión mayor que en el caso anterior. Esto ocurre principalmente a medida que la frecuencia aumenta ya que empieza a hacerse notar el efecto capacitivo parásito que presenta el inductor (notar de la Tabla que el valor de Q alcanza un máximo y que luego debe disminuir hasta 0 cuando alcanza la frecuencia de resonancia).

Además se obtiene con una incerteza dominada principalmente por la incerteza del factor Q (que es el 7%). Con lo cual si se desea obtener una incerteza menor deberá elegirse otro instrumento que no tenga un piso de incertidumbre tan alto.

2.2. Mediciones con el RLC

Es importante antes de comenzar a medir con el RLC, realizar su calibración. De esta forma se consideran las impedancias residuales serie y paralela que se añaden a la impedancia a medir. Para ello deben dejarse las puntas del instrumento abiertas (para medir la admitancia residual) y en cortocircuito (para

 medir la impedancia serie residual). Es importante destacar que dicho **cálculo** realiza en todas las frecuencias que se realiza la medición.

2.2.1. Inductancia de una bobina con núcleo de aire

En la Tabla 2 se puede observar los resultados obtenidos de la medición de una bobina con núcleo de aire a diferentes frecuencias, usando el RLC. De ella puede notarse que los valores de inductancia obtenidos son próximos al valor **de referencia y al** de las mediciones realizadas con el Q-metro (ver Tabla 1). Sin embargo, debe notarse que a diferencia de los valores obtenidos con el Q-metro, el RLC tiene una incerteza un orden menor, con lo cual resulta ser un instrumento más exacto.

Pero, por otra parte, posee la desventaja de tener un rango limitado de frecuencias de operación (desde 12 Hz hasta 100,00 kHz) con lo cual resulta imposible caracterizar su comportamiento en altas frecuencias.

Respecto al valor de la resistencia equivalente, si bien su valor se calcula empleando las fórmulas utilizadas previamente, este valor figura en una segunda pantalla del instrumento y su incerteza se especifica al 0,05 %

Frecuencia	Q	L	R (calculado)
100,000 kHz	36,58 ± 0,05 %	5,23 μHy ± 0,05 %	89,8 mΩ
66,660 kHz	29,44 ± 0,05 %	5,26 μHy ± 0,05 %	74,8 mΩ
50,000 kHz	25,11 ± 0,05 %	5,29 μHy ± 0,05 %	66,2 mΩ
40,000 kHz	22,42 ± 0,05 %	5,31 μHy ± 0,05 %	59,5 mΩ
28,572 kHz	19,07 ± 0,05 %	5,35 μHy ± 0,05 %	50,4 mΩ
20,000 kHz	16,10 ± 0,05 %	5,40 μHy ± 0,05 %	42,1 mΩ
10,000 kHz	10,78 ± 0,05 %	5,46 μHy ± 0,05 %	31,8 mΩ
1,000 kHz	1,36 ± 0,05 %	5,53 μHy ± 0,05 %	25,5 mΩ

Cuadro 2: Mediciones con el RLC


2.2.2. Capacidad de un capacitor electrolítico

Para esta medición se realizó un barrido en frecuencia manteniendo la tensión constante y un barrido de tensión manteniendo la frecuencia constante. El modelo utilizado en el RLC meter es de un *RCserie*, pero como el modelo real del capacitor es un *RLCserie*, el valor de capacidad obtenido no es el real, por ende es necesario realizar la corrección. Para ello, es necesario tomar de a dos muestras para determinar los valores L_s y C_s , siguiendo la ecuación 1

$$X_{med} = \frac{1}{\omega_1 \cdot c_{med}} = \omega_1 \cdot L_s - \frac{1}{\omega_1 \cdot C_s} \quad (1)$$

Reescribiendo el sistema de ecuaciones se observa

$$\begin{cases} L = \frac{X_1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_1^2 \cdot C} \\ \frac{1}{C} = \omega_2^2 \cdot L - \omega_2 \cdot X_2 \end{cases}$$

Si agregamos la 2º ecuación dentro de la primer ecuación se logra obtener el valor de L 

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{X_1}{\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} L - \frac{\omega_2}{\omega_1^2} X_2 \\
 (1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}) L &= \frac{X_1}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega_1^2} X_2 \\
 L &= \frac{X_1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} X_2}{\omega_1 (1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2})}
 \end{aligned} \tag{2}$$

Utilizando el resultado de la ecuación 2 y la primera igualdad de la ecuación 1 resulta

$$L = \frac{\frac{1}{C_{med1}} - \frac{1}{C_{med2}}}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \tag{3}$$

Realizando el mismo procedimiento a partir del sistema de ecuaciones se obtiene el valor de C

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{C} &= \frac{\omega_1^2}{\omega_2} X_2 + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \frac{1}{C} - \omega_1 X_1 \\
 (1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}) \frac{1}{C} &= \frac{\omega_1^2}{\omega_2} X_2 - \omega_1 X_1 \\
 C &= \frac{1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}}{\omega_1 (\frac{\omega_1}{\omega_2} X_2 - X_1)}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Tomando una vez mas la primer igualdad de la ecuación 1 con el resultado obtenido de 4 se obtiene

$$C = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\frac{\omega_1^2}{C_{med2}} - \frac{\omega_2^2}{C_{med1}}} \tag{5}$$

Para poder determinar la incertidumbre se utiliza la expresión que se muestra en la ecuación 6

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \Delta x_n \tag{6}$$

Las ecuaciones para determinar las incertidumbres absolutas tanto de C como de L se muestran a continuación

$$\begin{cases}
 \Delta L = (\frac{\Delta C_1}{C_1^2} + \frac{\Delta C_2}{C_2^2}) \frac{1}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \\
 \Delta C = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{(\frac{\omega_1^2}{C_1^2} - \frac{\omega_2^2}{C_2^2})^2} (\Delta C_1 \frac{\omega_2^2}{C_1^2} + \Delta C_2 \frac{\omega_1^2}{C_2^2})
 \end{cases} \tag{7}$$

En la tabla 3 se muestran los valores obtenidos realizando un barrido en frecuencia con la tensión fija sin polarización, y en la tabla 4 realizándolo en tensión dejando la frecuencia fija a 100Hz.

Respecto a las incertidumbres de las mediciones, la pantalla las especifica al 0.05 %.

Frecuencia [KHz]	$C_{med} \mu F$	$\Delta C \mu F$	$R_{med} \Omega$	$\Delta R \Omega$
0.012	207.1	0.1	1.9	0.1
0.120	198.7	0.1	0.57	0.01
0.500	190.1	0.1	0.38	0.01
1.000	186.1	0.1	0.35	0.01
10.00	153.82	0.08	0.30	0.01
20.00	126.36	0.07	0.30	0.01
40.00	78.31	0.04	0.30	0.01
50.00	61.13	0.04	0.30	0.01
66.66	41.44	0.03	0.29	0.01
100.0	21.71	0.02	0.29	0.01

Cuadro 3: Barrido en frecuencia del capacitor electrolítico con RLC meter.

Tensión [V]	$C_{med} [\mu F]$	$\Delta C [\mu F]$	$R_{med} [K\Omega]$	$\Delta R [\Omega]$
25	209	0.1	0.660	0.4
22.3	206	0.1	0.651	0.4
13.8	202	0.1	0.634	0.4
6.9	201	0.1	0.632	0.4
2.6	199	0.1	0.628	0.4
0.6	199	0.1	0.625	0.4

Cuadro 4: Barrido de tensión del capacitor electrolítico con RLC meter.

Utilizando valores continuos de capacidades medidas de la tabla 3 y 4 en las ecuaciones mencionadas anteriormente (3, 5 y 7) se obtienen los valores de la capacidad e inductancia serie del modelo RLC serie del capacitor.

La tabla 5 muestra cómo varían dichos parámetros en función de la frecuencia y la tabla 4 en función de la tensión.

Frecuencia [KHz]	$C_s [\mu F]$	$\Delta C_s [\mu F]$	$L_s [\mu H y]$	$\Delta L_s [\mu H y]$	$R_s [\Omega]$	$\Delta R_s [\Omega]$
0.012 - 0.120	207.1	0.1	-358	9	1.24	0.07
0.120 - 0.500	199.3	0.2	-24.5	0.6	0.48	0.03
0.500 - 1.000	191.5	0.2	-3.9	0.2	0.37	0.02
1.000 - 10.00	186.5	0.1	-0.289	0.002	0.33	0.02
10.00 - 20.00	165.8	0.2	-0.1195	0.0007	0.30	0.02
20.00 - 40.00	158.7	0.2	-0.1025	0.0003	0.30	0.02
40.00 - 50.00	157	1	-0.1012	0.0005	0.30	0.02
50.00 - 66.66	158	2	-0.1015	0.0004	0.30	0.02
66.66 - 100.0	151	2	-0.1000	0.0003	0.29	0.02

Cuadro 5: Parámetros del capacitor en función de la frecuencia.

Como se puede apreciar en la tabla 5, L_s dió negativa, esto no tiene sentido físico. Se cometió un error grosero en la medición, la cual fue no calibrar el RLC para que anule los efectos del cable de conexión. Por lo tanto el modelo del circuito a medir ya no es más el equivalente de solo un capacitor.

En la tabla 4 se midió cómo varía la capacidad en función de la tensión, como se hizo a una frecuencia de 100 Hz, se puede despreciar el efecto inductivo

que tiene el modelo, dado que es a una frecuencia menor a la resonancia serie. Se puede apreciar una variación bastante apreciable, alrededor del 5 % del valor total.

2.2.3. Capacidad de un capacitor cerámico

Las mediciones son realizadas utilizando el mismo procedimiento que en la sección anterior, barrido en frecuencia dejando la tensión fija y barrido en tensión dejando la frecuencia fija en 100 KHz esta vez.

Las fórmulas para calcular la L_s , C_s y sus incertidumbres son las ecuaciones 3, 5 y 7 respectivamente.

Las tablas 6 y 7 muestran los resultados de las mediciones

Frecuencia [KHz]	C_{med} [nF]	ΔC [nF]	R_{med} [Ω]	ΔR [Ω]
0.012	23.88	0.02	23.33	0.01
0.120	23.29	0.02	0.76	0.01
0.500	23.18	0.02	0.134	0.01
1.000	23.10	0.02	0.064	0.001
10.00	22.82	0.02	0.007	0.001
20.00	22.71	0.02	0.0035	0.001
40.00	22.54	0.02	0.0018	0.001
50.00	22.48	0.02	0.0015	0.001
66.666	22.44	0.02	0.0012	0.001
100.0	22.53	0.02	0.001038	0.000001

Cuadro 6: Barrido de frecuencia del capacitor cerámico con RLC meter.

Tensión [V]	C_{med} [nF]	ΔC [nF]	R_{med} [K Ω]	ΔR [K Ω]
25	19.01	0.02	1.26	0.01
22.3	19.51	0.02	1.24	0.01
13.8	22.02	0.02	1.29	0.01
6.9	22.22	0.02	1.27	0.01
2.6	23.20	0.02	1.3	0.01
0.6	23.25	0.02	1.23	0.01

Cuadro 7: Barrido de tensión del capacitor cerámico con RLC meter.

Utilizando valores continuos de capacidades medidas de la tabla 6 y 7 en las ecuaciones mencionadas anteriormente (3, 5 y 7) se obtienen los valores de la capacidad e inductancia serie del modelo RLC serie del capacitor.

La tabla 8 muestra cómo varían dichos parámetros en función de la frecuencia.

Como se puede apreciar, también la inductancia calculada presenta un valor negativo, se le atribuye al mismo error grosero cometido anteriormente, dado que ambas mediciones se realizaron de forma continuada.

En la medición de la respuesta en función de la variación de tensión de alimentación no se observan cambios apreciables en los parámetros, a diferencia del capacitor electrolítico, en el cual la variación era del 5 %.

Frecuencia [KHz]	$C_s \mu F$	$\Delta C_s [pF]$	$L_s mHy$	$\Delta L_s mHy$	$R_s \Omega$	$\Delta R_s \Omega$
0.012 - 0.120	23.89	21	-1885	128	1.9	
0.120 - 0.500	23.30	23	-22	8	0.57	
0.500 - 1.000	23.21	34	-5	3	0.38	
1.000 - 10.00	23.10	21	-0.14	0.02	0.35	
10.00 - 20.00	22.86	34	-0.0179	0.007	0.3	
20.00 - 40.00	22.77	34	-0.007	0.002	0.3	
40.00 - 50.00	22.65	93	-0.003	0.003	0.3	
50.00 - 66.66	22.53	72	-0.001	0.001	0.3	
66.66 - 100.0	22.37	52	0.0008	0.0003	0.29	

Cuadro 8: Parámetros del capacitor en función de la frecuencia.

2.3. Mediciones con el puente de impedancias

2.3.1. Inductancia de una bobina con núcleo de aire

Para esta medición se conectó directamente la bobina al puente, dicho instrumento acepta que se le pueda conectar un generadore externo.

El procedimiento de medición es el siguiente, una vez conectada la impedancia al puente, se modifican 2 resistencias, una equilibrando la parte activa y la otra la reactiva del puente, con el objetivo de balancear dicho circuito.

Dicho procedimiento debe ser iterativo, primero se intenta balancear la parte activa, luego la reactiva; se repiten dichos pasos hasta lograr que el puente quede definitivamente balanceado. En la tabla 9 se muestran las mediciones obtenidas.

Con respecto a las incertidumbres de las respectivas mediciones, la incertidumbre absoluta de la lectura de L es

$$\Delta L = \pm(0,1 \% \text{ rdg} + 0,01 \% \text{ fs} + 0,2 \% \text{rdg on lowest range})$$

La incertidumbre de la medición de Q es

$$\Delta Q = \pm 5 \% \text{ rdg}$$


Frecuencia	Q	ΔQ	L	ΔL	R_s	ΔR_s
20 kHz	20	1	5,10 μHy	0,02 μHy	32 m Ω	2 m Ω
1 kHz	1.8	0.09	6,30 μHy	0,02 μHy	22 m Ω	2 m Ω

Cuadro 9: Mediciones con el puente de impedancias.

Para poder calcular la resistencia serie se procedió a utilizar la fórmula del Q, la cual es

$$Q = \frac{X_L}{R_s}$$

La incertidumbre de dicha medición es sencillamente la suma de las incertidumbres relativas de las mediciones.

Se puede apreciar que el valor de la inductancia varía con respecto a la frecuencia, en este caso en particular, ante un decremento de 20 veces, la inductancia se incrementó en 1.23 veces 

Cabe destacar que el valor R_s posee alrededor del 10 % de incertidumbre, el cual es un valor bastante considerable. Si la bobina tuviese un Q mucho mayor, dicha incertidumbre se incrementa aun mas y la medición del R_s se desecharía.



2.4. Mediciones con el impedancímetro

Hay igual que con el RLC es necesario calibrar el impedancímetro antes de realizar una medición usando socket Probe Check.

Con este instrumento, para mediciones de resistencia la incerteza absoluta se calcula como

$$\Delta R = \pm 4\% \cdot R_{fe} \pm \left(\frac{f}{30 \text{ MHz}} + \frac{R}{25 \text{ k}\Omega} \right) \% \cdot R_{med} \quad (8)$$

Mientras que para mediciones de ángulo la incerteza absoluta se calcula como

$$\Delta \phi = \pm \left(3 + \frac{f}{30 \text{ MHz}} + \frac{R}{25 \text{ k}\Omega} \right) \quad (9)$$

Por otra parte las mediciones de impedancia incluyen también efectos residuales a la impedancia Z_x que se desea medir. Este error sistemático se puede observar en la Figura 2, notando que incluye una impedancia serie $Z_s = 0,5\Omega + j \cdot \omega \cdot 8nH$ y una admitancia en paralelo a Z_x de $Y_p = j \cdot \omega \cdot 0,3pF$

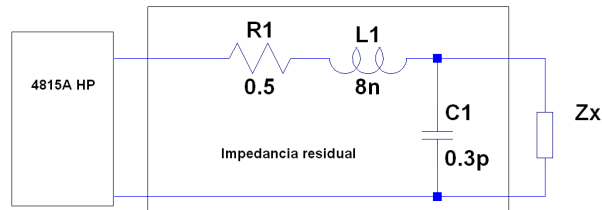


Figura 2: Impedancia residual del impedancímetro.

De esta forma es posible eliminar este error sistemático y obtener el valor de Z_x , a partir del valor medido, Z_m , mediante la siguiente expresión

$$Z_x = \frac{Z_m - Z_s}{1 - Y_p(Z_m - Z_s)}$$

2.4.1. Frecuencia de resonancia de una bobina con núcleo de aire

La frecuencia de resonancia se obtiene cuando la parte reactiva de la impedancia a medir tiene fase nula, es decir, cuando

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Con lo cual, conocida la frecuencia de resonancia y asumiendo que la inductancia no varía demasiado con la frecuencia puede obtenerse la capacidad equivalente del modelo (el cual se puede observar en la Figura 3). De esta manera

$$C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L} + \epsilon_C \cdot C$$

Donde $\epsilon_C = 2\epsilon_w + \epsilon_L \approx \epsilon_L = 3,40\%$, ya que la incerteza de la frecuencia (obtenida con un frecuencímetro) es mucho menor a la de la inductancia (obtenida con el Q-metro en $f = 13,3 \text{ MHz}$, como se muestra en la Sección 2.1.1)

De esta manera se halló la frecuencia ($f_{\text{resonancia}} = 35,440 \text{ MHz}$) para la cual se obtuvo fase nula y se calculó la capacidad equivalente

$$C = \frac{1}{(2\pi 35,440 \text{ MHz})^2 \cdot L} \pm \epsilon_C \cdot C = 3,52 \text{ pF} \pm 3,40\%$$

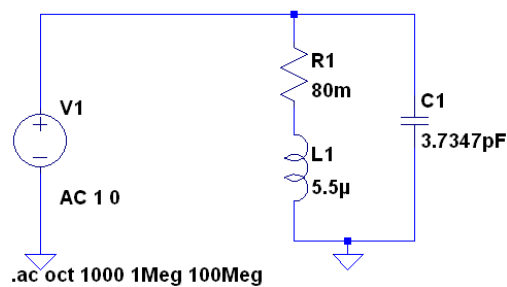


Figura 3: Modelo equivalente del inductor.

En la Figura 4 se puede observar una simulación realizada con el modelo equivalente, donde se puede observar la impedancia en función de la frecuencia y la resonancia en $f_{\text{resonancia}}$.

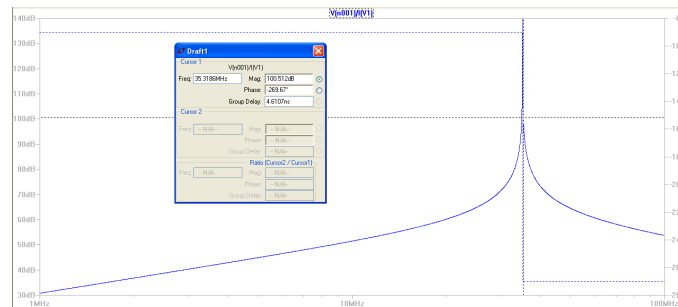


Figura 4: Respuesta en frecuencia típica de un inductor.

2.4.2. Inductancia de una bobina con núcleo de ferrite

En la Tabla 10 se muestran los resultados obtenidos en módulo y fase para un barrido en frecuencia entre 25 MHz a 100 MHz . Debe notarse que hasta una frecuencia de 42 MHz , la bobina continúa comportándose como un inductor de inductancia $L = \frac{|Z|}{2\pi \cdot f} \pm \epsilon_L \cdot L$. Donde $\epsilon_L = \epsilon_f + \epsilon_{|Z|} \approx \epsilon_{|Z|}$

Si se utiliza la fórmula para eliminar el error sistemático de la medición se obtiene que (para la frecuencia de 42 MHz , donde todavía se comporta como un inductor)



Frecuencia	$ Z $ [Ω]	$\arg(Z)$ [$^\circ$]	$L(\text{calculado})$ [μHy]
25,5 MHz	160 ± 14	90 ± 4	$0,99 \pm 0,2$
42 MHz	260 ± 16	90 ± 5	$0,98 \pm 0,2$
44,8 MHz	300 ± 45	85 ± 5	$1,06 \pm 0,3$
58,2 MHz	430 ± 49	78 ± 5	$1,17 \pm 0,3$
69,5 MHz	560 ± 53	72 ± 6	$1,28 \pm 0,3$
80,0 MHz	640 ± 58	55 ± 6	$1,27 \pm 0,3$
84,0 MHz	550 ± 56	45 ± 6	$1,04 \pm 0,3$
93,0 MHz	430 ± 54	70 ± 7	$0,73 \pm 0,2$
100,0 MHz	750 ± 66	65 ± 7	$1,19 \pm 0,3$

Cuadro 10: Mediciones con el impedancímetro de una bobina con núcleo de ferrite

$$Z_x = -0,48\Omega + j \cdot 252\Omega$$

Es decir, se obtiene una inductancia de $L = 0,96\mu F$ y una resistencia negativa, la cual probablemente se deba a la incerteza del instrumento en la fase ocasionando que el fasor de impedancia que idealmente tiene una fase de 90 grados, tenga una parte real negativa. Se puede concluir que no es un buen instrumento para medir la resistencia serie equivalente de un inductor, pero si lo es para medir inductancias.

Por otra parte debe notarse que el barrido en frecuencia continua luego de los 42 MHz, sin embargo no se llega a alcanzar la frecuencia de resonancia donde la fase es nula. Es decir que la transición de fase no es abrupta, lo cual indica que la resistencia serie es de mayor orden que la de la bobina con núcleo de aire.

2.4.3. Paramétros de una línea de transmisión

Como la impedancia de entrada de una línea de transmisión (la que mide el impedancímetro) está dada por

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma L)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma L)}$$

Suponiendo que la línea es de bajas pérdidas $\gamma = \alpha + j\beta = j\beta = j\frac{2\pi}{\lambda}$ y si además se impone la condición de que $L = \frac{\lambda}{8}$ entonces la expresión de la impedancia de entrada se reduce a la siguiente

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0}{Z_0 + jZ_L}$$

Si $Z_L = 0$ entonces $Z_{in} = jZ_0$

Si $Z_L \rightarrow \infty$ entonces $Z_{in} \rightarrow -jZ_0$.

Entonces conectando una línea al impedancímetro a una frecuencia adecuada y dejando el extremo libre de la línea cortocircuitado o abierto se obtiene el valor de la impedancia de la línea, la cual es de $Z_0 = 75 \Omega \pm 4,3\Omega$ ($f = 7,9 \text{ MHz}$ $L = 3 \text{ m} \pm 0,05\text{m}$)

Por otra parte se si se elije $L = \frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, 5\frac{\lambda}{2} \dots$ y que $Z_L \rightarrow \infty$, entonces puede obtenerse la atenuación de la línea

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \alpha L}{Z_0 + Z_L \alpha L} = \frac{Z_0}{\alpha L}$$

Despejando la atenuación de la línea se obtiene (y agregando las incertezas)

$$\alpha = \frac{Z_0}{Z_{in} L} \pm \epsilon_\alpha \cdot \alpha$$

Con $\epsilon_\alpha = \epsilon_{Z_0} + \epsilon_{Z_{in}} + \epsilon_L$ o la atenuación en decibels cada 100 m

$$\alpha = \frac{100 \text{ m} \cdot Z_0 \cdot 8,69 \text{ dB}}{Z_{in} \cdot L} \pm \epsilon_\alpha \cdot \alpha$$

Con la misma línea con la que se obtuvo Z_0 y a una frecuencia de 32 MHz se obtuvo una $Z_{in} = (2750 \pm 153) \Omega$ con lo cual $\alpha = 7,90 \text{ dB} \cdot \text{m} \pm 1,02$

A una frecuencia mayor, de 100 MHz se obtuvo una $Z_{in} = (1350 \pm 107) \Omega$ con lo cual $\alpha = 16,09 \text{ dB} \cdot \text{m} \pm 3,16$

Como se puede observar al aumentar la frecuencia de operación la atenuación en la línea no es constante sino que aumenta.

2.4.4. Parámetros de un cristal

Un cristal se lo puede modelar como un capacitor en paralelo a múltiples circuitos RLC serie, cada uno representa un modo de resonancia distinto, a efectos de este trabajo práctico sólo se lo modelará con un único modo de resonancia, como se muestra en la figura 5

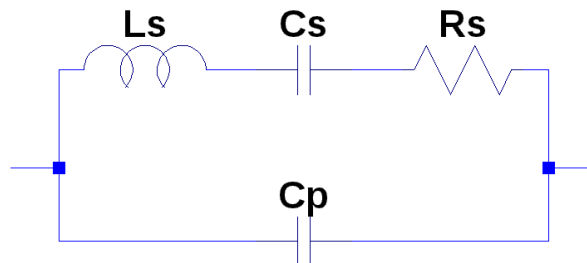


Figura 5: Esquemático simplificado del cristal.

Dicho circuito equivalente posee dos frecuencias de resonancia, una serie y otra paralelo, ambas muy cercanas entre sí. La resonancia serie es la menor de las dos, en dicho punto la fase de la impedancia es igual a 0, por ende, puede medirse directamente la resistencia serie R_s .

Como generalmente la resistencia de la resonancia serie es muy chica, hay que restar $0,5\Omega$ del efecto de carga de la punta.

Un gráfico típico de la impedancia de entrada de un cristal en función de la frecuencia se observa en la imagen 6.

Se puede observar que el circuito se comporta como un capacitor a frecuencias menores que la de la resonancia serie, dicho capacitor es aproximadamente igual a C_p dado que C_s es mucho menor.

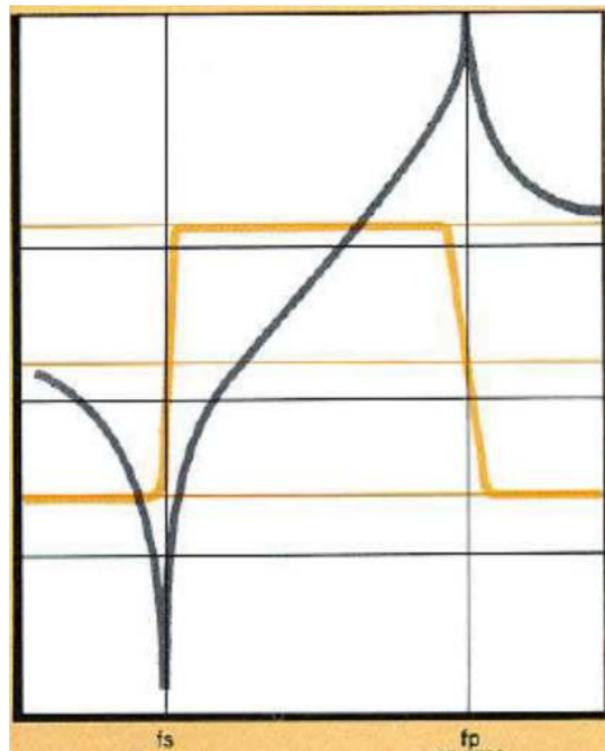


Figura 6: Curva característica del xtal.

Las otras fórmulas utilizadas para realizar los cálculos del resto de los parámetros del xtal son las siguientes.

$$C_p = \frac{1}{2\omega \cdot x_c} \quad (10)$$

$$C_s = C_p \frac{2 \cdot (f_p - f_s)}{f_p} \quad (11)$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 C_s} \quad (12)$$

Donde f_s y f_p son las frecuencias de resonancia serie y paralelo respectivamente.

A la hora de medir el Q del cristal se determina utilizando el método del ancho de banda, el cual consiste en medir las frecuencias donde la potencia de salida disminuye unos 3 dB , o que es lo mismo, si se trata de un polo simple como este caso, hay un defasaje de 45° . Por lo tanto Q queda determinado de la siguiente forma

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_{\pm 45}} \quad (13)$$

Para realizar la medición de los parámetros se utiliza el impedancímetro vectorial (HP 4815A), el cual mide la fase y el módulo de la impedancia. Los valores obtenidos se vuelcan en la tabla 11

Frecuencia [MHz]	$-Z-$	$\Delta Z $	$\arg(Z)$ [°]	$\Delta\arg(Z)$ [°]
18.9960000	2,85 $K\Omega$	150	-90°	4
19.9948400	-	-	-45°	4
19.9950580	17 Ω	2	0°	4
19.9952860	-	-	45°	4
20.0311383	560 Ω	44	45°	4
20.0311556	640 Ω	45	0°	4
20.0311634	550 Ω	44	-45°	4

Cuadro 11: Mediciones con el impedancímetro vectorial

Utilizando los datos medidos obtenidos en la tabla 11 y las ecuaciones 10, 11, 12 y 13 se obtienen los parámetros del cristal, mostrados en la tabla 12

Parámetro	Valor	Incertidumbre absoluta
C_p	2,9 pF	0.2
C_s	10,6 fF	0.6
L_s	6,0 mHy	0.3
R_s	16,5 Ω	1.3
Q_p	798054	-
Q_s	44832	-

Cuadro 12: Mediciones con el impedancímetro vectorial

Si bien se utilizó un generador externo para la medición del Q del xtal, dado que posee una estabilidad mucho mayor al generador interno del impedancímetro, resultó muy dificultoso realizar las mediciones donde la fase está en la posición de $\pm 45^\circ$. Esto se debe en gran parte que el Q es muy alto, por ende en un Δf muy chico cambia mucho la fase. Se puede observar que en la resonancia paralelo el cristal posee un Q mucho más alto, por ende la estabilidad del mismo es mucho mayor con respecto a la serie.

2.4.5. Mediciones en un circuito activo

Para realizar la medición de un circuito activo utilizando el impedancímetro vectorial hay que tener varias consideraciones en cuenta.

- El nivel de señal del punto de medición debe estar en la zona lineal de funcionamiento del circuito, dado que la impedancia sólo se define para circuitos lineales. Todas las mediciones con el impedancímetro vectorial 4815A deben ser referenciadas a tierra.

El circuito a medir es el mostrado en la figura 7 y particularmente el punto de medición es la entrada del mismo.

Con respecto a la respuesta del mismo, entre las frecuencias de 4 a 6 MHz presenta una impedancia negativa, particularmente en el 3° cuadrante del plano de impedancias. Como el impedancímetro mide fase y módulo, puede realizar dicha medición sin problemas.

Se fue haciendo un barrido en frecuencia en el rango indicado, y se midió la fase y la impedancia del circuito en dicho punto. La tabla 13 muestra los resultados

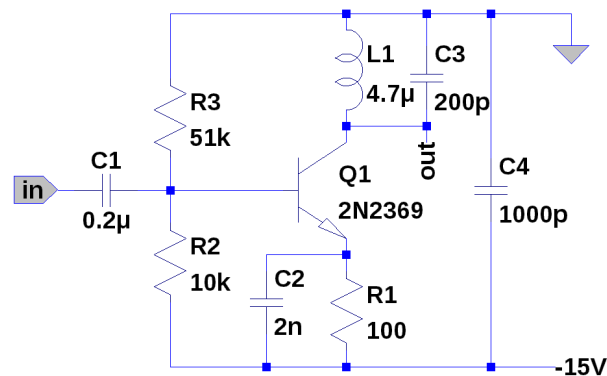


Figura 7: Circuito activo a medir.

Frecuencia [kHz]	X_{med} [K Ω]	ΔX_{med} [K Ω]	angulo [°]	$\Delta angulo$ [°]
4500.04	5.2	0.4	-78	4
4800.04	5.4	0.4	-95	4
5200.04	2.6	0.2	-162	4
5500.05	1.05	0.2	-122	4
5800.04	1.2	0.2	-98	4
6000.01	1.25	0.2	-96	4

Cuadro 13: Mediciones de la entrada del circuito con el impedancímetro vectorial

2.4.6. Medición de un capacitor cerámico

A continuación se realizó la medición de un capacitor cerámico de 22 nF, para ello, se colocó directamente el capacitor en la punta del impedancímetro. Como el equivalente del mismo es un circuito RLC serie, como se muestra en la Figura 8

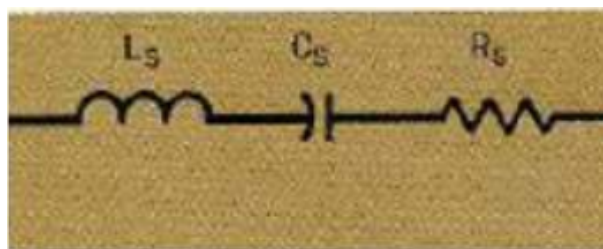


Figura 8: Modelo Equivalente del capacitor.

Se debe buscar la frecuencia de resonancia, en este punto se anulan la parte activa de la impedancia, por ende la impedancia resultante posee fase 0. Se midió cuando hay $\pm 45^\circ$ y en una frecuencia donde las fases son $\pm 90^\circ$ para determinar la inductancia y capacidad del equivalente.

La tabla 14 muestra los valores medidos con sus respectivas incertidumbres.

Para determinar la incertidumbre de la medición se utiliza la fórmula del manual mostradas en las ecuaciones 8 y 9

Frecuencia [MHz]	X_{med} [Ω]	ΔX_{med}	angulo [$^{\circ}$]	$\Delta angulo$ [$^{\circ}$]
0.500	14.5	1.2	-90	3
6.0	1.0	0.4	-45	4
9.08854	0.8	0.4	0	4
14.85	1.2	0.4	45	4
88.3	6.6	0.6	90	6

Cuadro 14: Mediciones con el impedancímetro vectorial

Utilizando los valores obtenidos de la tabla 14 y realizando los cálculos de las ecauciones 14 se calcularon los valores de los componentes del modelo de la capacidad.


$$L = \frac{X_L}{\omega}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} \quad (14)$$

Cabe destacar que como R_s es muy chica, hay que tener en cuenta el efecto de carga que genera la punta del impedancímetro, la cual es de $0,5\Omega$, por lo tanto hay que restar dicho valor en el resultado. La tabla 15 muestra los resultados obtenidos.

Parámetro	Valor	Incertidumbre Absoluta
C_s	22 nF	2 nF
L_s	12 nHy	2 nHy
R_s	0,3 Ω	0,4 Ω

Cuadro 15: Mediciones con el impedancímetro vectorial

Se puede observar que la resistencia serie del capacitor es muy chica, por ende, la incertidumbre de la medición es muy grande, no se la puede determinar de forma exacta utilizando dicho instrumento, pero si se puede conocer de que magnitud es. 

3. Conclusiones

A partir de las experiencias realizadas, lo primero que debe advertirse es el comportamiento no ideal de aquellos componentes (resistencias, capacitores, inductancias, etc) respecto de la frecuencia de operación. A modo de ejemplo, en este trabajo se ha visto que en altas frecuencias las inductancias parásitas de los capacitores tienen un efecto dominante y el componente se comporta como un inductor. Un efecto similar ocurre con las bobinas, cuyo comportamiento es el de un capacitor por encima de la frecuencia de resonancia.

El conocimiento del comportamiento de cada componente cuando varía la frecuencia permite obtener modelos más refinados del mismo y de esta forma un entendimiento más amplio de su operación. Evidentemente esto está relacionado con la tecnología de cada componente, es decir, dependiendo de cómo se fabrique, éste se comportará idealmente en un rango de frecuencias más o menos amplio.

A los fines de realizar un diseño electrónico, es importante caracterizar a los componentes, para que su funcionamiento sea el previsto. Para ello existe diferente instrumental disponible (Q-metro, puente de impedancias, RLC, impedancímetro, etc) dependiendo de qué parámetro se desee conocer. Es importante destacar este último punto ya que, cómo se ha mostrado en este trabajo, no todos los instrumentos tiene el mismo grado de exactitud al realizar determinada medición. Con lo cuál es importante saber cuándo usar cada instrumento. A modo de ejemplo tanto el RLC como el impedancímetro pueden medir la resistencia serie de un capacitor, sin embargo con el primer instrumento se obtiene con una incerteza del 0,05 % mientras que con el impedancímetro ésta es del orden del 100 %. Por otra parte el rango de frecuencias donde evalúa el RLC es menor al del impedancímetro.

Se concluye que la realización de este trabajo permitió la adquisición de criterio para utilizar diferente instrumental según sea requerido