Relatório 3º projeto ASA 2024/2025

Grupo: AL010
Alunos: Francisco Silva (110409) e Marta Braga (110034)

Descrição do Problema e da Solução

Para resolver o problema de distribuição de brinquedos, foi definido o seguinte programa linear, utilizando as variáveis $x_{k,i}$, onde $x_{k,i} = 1$ indica que a criança c_k recebe um brinquedo da fábrica f_i, e $x_{k,i} = 0$ caso contrário.

1. Função Objetivo

O objetivo é maximizar o número de crianças que recebem brinquedos das fábricas que elas solicitaram:

$$\text{Maximizar:} \quad \sum_{k=1}^{t} \sum_{i \in F_k} x_{k,i}$$

onde F_k representa o conjunto de fábricas que produzem brinquedos solicitados pela criança c_k.

2. Restrições

O programa linear está sujeito às seguintes restrições:

1. **Limite de distribuição por fábrica:** Cada fábrica f_i pode distribuir, no máximo, a quantidade de brinquedos disponíveis no seu stock $f_i^{\max}$:

$$\sum_{k=1}^{t} x_{k,i} \leq f_i^{\max}, \quad \forall i = 1, \ldots, n$$

2. **Limite de exportação por país:** Cada país p_j pode exportar, no máximo, uma quantidade de brinquedos igual a $p_j^{\max}$:

$$\sum_{x_{k,i} \in \text{Exportações de } p_j} x_{k,i} \leq p_j^{\max}, \quad \forall j = 1, \ldots, m$$

3. **Mínimo de brinquedos entregues em cada país:** Cada país p_j deve entregar, às crianças que lá vivem, no mínimo, uma quantidade de brinquedos igual a $p_j^{\min}$:

$$\sum_{x_{k,i} \in \text{Importações de } p_j} x_{k,i} \geq p_j^{\min}, \quad \forall j = 1, \ldots, m$$

4. **Máximo de brinquedos por criança:** Cada criança c_k pode receber, no máximo, um brinquedo:

$$\sum_{i \in F_k} x_{k,i} \leq 1, \quad \forall k = 1, \ldots, t$$

Relatório 2º projeto ASA 2024/2025

Grupo: AL010
Alunos: Francisco Silva (110409) e Marta Braga (110034)

3. Forma Compacta

Combinando as restrições com a função objetivo, obtemos o programa linear final:

$$\max \quad \sum_{k=1}^{t} \sum_{i \in F_k} x_{k,i}$$

sujeito a:
para cada i $\in \{1, \ldots, n\}$: $\sum_{k=1}^{t} x_{k,i} \leq f_i^{\max}$
para cada j $\in \{1, \ldots, m\}$: $\sum_{x_{k,i} \in \text{exportações}} x_{k,i} \leq p_j^{\max}$
$\sum_{x_{k,i} \in \text{importações}} x_{k,i} \geq p_j^{\min}$
para cada k $\in \{1, \ldots, t\}$: $\sum_{i \in F_k} x_{k,i} \leq 1$
$x_{k,i} \in \{0, 1\}, \quad \forall (k, i)$

Análise Teórica

Número de variáveis: O($n \times t$). No pior caso todas as crianças t desejam brinquedos de todas as fábricas n.
Número de restrições: O($n + t + m$). A restrição 1 é O(n), as restrições 2 e 3 são O(m) e a restrição 4 é O(t).
Total: O(n$\times t + m$).

Análise Experimental dos Resultados

Ao executar o código desenvolvido com 100 inputs diferentes e um número progressivamente maior de variáveis, obtemos o seguinte gráfico: