

Tipos abstractos de datos básicos

Algoritmos y Estructuras de Datos II, DC, UBA.

Índice

1. TAD Bool

TAD Bool

géneros bool

exporta bool, generadores, \neg , \vee , \wedge , \Rightarrow , \vee_L , \wedge_L , \Rightarrow_L

igualdad observacional

$$((true =_{\text{obs}} true) \wedge (false =_{\text{obs}} false) \wedge \neg(true =_{\text{obs}} false) \wedge \neg(false =_{\text{obs}} true))$$

bool

generadores

true : \longrightarrow bool

false : \longrightarrow bool

otras operaciones

$\neg \bullet$: bool \longrightarrow bool

$\bullet \vee \bullet$: bool \times bool \longrightarrow bool

$\bullet \wedge \bullet$: bool \times bool \longrightarrow bool

$\bullet \Rightarrow \bullet$: bool \times bool \longrightarrow bool

$\bullet \vee_L \bullet$: bool \times bool \longrightarrow bool

$\bullet \wedge_L \bullet$: bool \times bool \longrightarrow bool

$\bullet \Rightarrow_L \bullet$: bool \times bool \longrightarrow bool

axiomas $\forall x, y: \text{bool}$

$\neg \text{true}$ \equiv false

$\neg \text{false}$ \equiv true

$\text{true} \vee x$ \equiv true

$\text{false} \vee x$ \equiv x

$\text{true} \wedge x$ \equiv x

$\text{false} \wedge x$ \equiv false

$x \Rightarrow y$ \equiv $\neg x \vee y$

$x \wedge_L y$ \equiv **if** x **then** y **else** false **fi**

$x \vee_L y$ \equiv **if** x **then** true **else** y **fi**

$x \Rightarrow_L y$ \equiv $\neg x \vee_L y$

Fin TAD

2. TAD Nat

TAD Nat

géneros nat

exporta nat, generadores, observadores, $+$, $-$, \times , $<$, \leq , mín, máx

usa Bool

igualdad observacional

$$(\forall n, m : \text{nat}) \left(n =_{\text{obs}} m \iff \left((n = 0? =_{\text{obs}} m = 0?) \wedge_L (\neg(n = 0?) \Rightarrow_L (\text{pred}(n) =_{\text{obs}} \text{pred}(m))) \right) \right)$$

observadores básicos

$\bullet = 0? : \text{nat} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{pred} : \text{nat } n \longrightarrow \text{nat}$

$\{\neg(n = 0?)\}$

generadores

$0 : \longrightarrow \text{nat}$

$\text{suc} : \text{nat} \longrightarrow \text{nat}$

otras operaciones

$\bullet + \bullet : \text{nat} \times \text{nat} \longrightarrow \text{nat}$

$\bullet - \bullet : \text{nat } n \times \text{nat } m \longrightarrow \text{nat}$

$\{m \leq n\}$

$\bullet \times \bullet : \text{nat} \times \text{nat} \longrightarrow \text{nat}$

$\bullet < \bullet : \text{nat} \times \text{nat} \longrightarrow \text{bool}$

$\bullet \leq \bullet : \text{nat} \times \text{nat} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{mín} : \text{nat} \times \text{nat} \longrightarrow \text{nat}$

$\text{máx} : \text{nat} \times \text{nat} \longrightarrow \text{nat}$

axiomas $\forall n, m : \text{nat}$

$0 = 0? \equiv \text{true}$

$\text{suc}(n) = 0? \equiv \text{false}$

$\text{pred}(\text{suc}(n)) \equiv n$

$n + m \equiv \text{if } m = 0? \text{ then } n \text{ else } \text{suc}(n + \text{pred}(m)) \text{ fi}$

$n - m \equiv \text{if } m = 0? \text{ then } n \text{ else } \text{pred}(n) - \text{pred}(m) \text{ fi}$

$n \times m \equiv \text{if } m = 0? \text{ then } 0 \text{ else } n \times \text{pred}(m) + n \text{ fi}$

$n < m \equiv \neg(m = 0?) \wedge_L (n = 0? \vee_L \text{pred}(n) < \text{pred}(m))$

$n \leq m \equiv n < m \vee n = m$

$\text{mín}(n, m) \equiv \text{if } m < n \text{ then } m \text{ else } n \text{ fi}$

$\text{máx}(n, m) \equiv \text{if } m < n \text{ then } n \text{ else } m \text{ fi}$

Fin TAD

3. TAD TUPLA($\alpha_1, \dots, \alpha_n$)

TAD TUPLA($\alpha_1, \dots, \alpha_n$)

igualdad observacional

$$(\forall t, t' : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) (t =_{\text{obs}} t' \iff (\Pi_1(t) =_{\text{obs}} \Pi_1(t') \wedge \dots \wedge \Pi_n(t) =_{\text{obs}} \Pi_n(t')))$$

parámetros formales

géneros $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

géneros $\text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$

exporta $\text{tupla}, \text{generadores}, \text{observadores}$

observadores básicos

$$\begin{aligned}\Pi_1 & : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_1 \\ & \vdots \\ \Pi_n & : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_n\end{aligned}$$

generadores

$$\langle \bullet, \dots, \bullet \rangle : \alpha_1 \times \dots \times \alpha_n \longrightarrow \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$

axiomas $\forall a_1: \alpha_1 \dots \forall a_n: \alpha_n$

$$\Pi_1(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_1$$

$$\vdots \equiv \vdots$$

$$\Pi_n(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_n$$

Fin TAD

4. TAD SECUENCIA(α)

TAD SECUENCIA(α)

igualdad observacional

$$(\forall s, s' : \text{secu}(\alpha)) \left(s =_{\text{obs}} s' \iff \left(\begin{array}{l} \text{vacía?}(s) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(s') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(s) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{prim}(s) =_{\text{obs}} \text{prim}(s') \wedge \text{fin}(s) =_{\text{obs}} \text{fin}(s'))) \end{array} \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{secu}(\alpha)$

exporta $\text{secu}(\alpha)$, generadores, observadores, &, o, ult, com, long, está?

usa **BOOL**, **NAT**

observadores básicos

$$\text{vacía?} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\text{prim} : \text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \alpha \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

$$\text{fin} : \text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \text{secu}(\alpha) \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

generadores

$$\langle \rangle : \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$$

$$\bullet \bullet \bullet : \alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$$

otras operaciones

$$\bullet \circ \bullet : \text{secu}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$$

$$\bullet \& \bullet : \text{secu}(\alpha) \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$$

$$\text{ult} : \text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \alpha \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

$$\text{com} : \text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \text{secu}(\alpha) \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

$$\text{long} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

$$\text{está?} : \alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

axiomas $\forall s, t: \text{secu}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(<>) \equiv \text{true}$
 $\text{vacía?}(e \bullet s) \equiv$
 false
 $\text{prim}(e \bullet s) \equiv e$
 $\text{fin}(e \bullet s) \equiv s$
 $s \circ e \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } e \bullet <> \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \circ e) \text{ fi}$
 $s \& t \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } t \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \& t) \text{ fi}$
 $\text{ult}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \text{prim}(s) \text{ else } \text{ult}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$
 $\text{com}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } <> \text{ else } \text{prim}(s) \bullet \text{com}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$
 $\text{long}(s) \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{long}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$
 $\text{está?}(e, s) \equiv \neg \text{vacía?}(s) \wedge_L (e = \text{prim}(s) \vee \text{está?}(e, \text{fin}(s)))$

Fin TAD

5. TAD CONJUNTO(α)

TAD CONJUNTO(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{conj}(\alpha)) (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(a \in c =_{\text{obs}} a \in c')))$$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{conj}(\alpha)$

exporta $\text{conj}(\alpha)$, generadores, observadores, $\emptyset?$, \cup , \cap , $\#$, $\bullet - \{\bullet\}$, dameUno, sinUno, \subseteq , $\bullet - \bullet$

usa **BOOL**, **NAT**

observadores básicos

$$\bullet \in \bullet : \alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

generadores

$$\emptyset : \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\text{Ag} : \alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

otras operaciones

$$\emptyset? : \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\# : \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

$$\bullet - \{\bullet\} : \text{conj}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\bullet \cup \bullet : \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\bullet \cap \bullet : \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\text{dameUno} : \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \alpha$$

$$\{-\emptyset?(c)\}$$

$$\text{sinUno} : \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\{-\emptyset?(c)\}$$

$$\bullet \subseteq \bullet : \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\bullet - \bullet : \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

axiomas $\forall c, d : \text{conj}(\alpha), \forall a, b : \alpha$

$a \in \emptyset$	\equiv false
$a \in \text{Ag}(b, c)$	$\equiv (a = b) \vee (a \in c)$
$\emptyset?(\emptyset)$	\equiv true
$\emptyset?(\text{Ag}(b, c))$	\equiv false
$\#(\emptyset)$	\equiv 0
$\#(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv 1 + \#(c - \{ a \})$
$c - \{ a \}$	$\equiv c - \text{Ag}(a, \emptyset)$
$\emptyset \cup c$	$\equiv c$
$\text{Ag}(a, c) \cup d$	$\equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$
$\emptyset \cap c$	$\equiv \emptyset$
$\text{Ag}(a, c) \cap d$	\equiv if $a \in d$ then $\text{Ag}(a, c \cap d)$ else $c \cap d$ fi
$\text{dameUno}(c) \in c$	\equiv true
$\text{sinUno}(c)$	$\equiv c - \{ \text{dameUno}(c) \}$
$c \subseteq d$	$\equiv c \cap d = c$
$\emptyset - c$	$\equiv \emptyset$
$\text{Ag}(a, c) - d$	\equiv if $a \in d$ then $c - d$ else $\text{Ag}(a, c - d)$ fi

Fin TAD

6. TAD MULTICONJUNTO(α)

TAD MULTICONJUNTO(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{multiconj}(\alpha)) \ (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(\#(a, c) =_{\text{obs}} \#(a, c'))))$$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{multiconj}(\alpha)$

exporta $\text{multiconj}(\alpha)$, generadores, observadores, \in , $\emptyset?$, $\#$, \cup , \cap , \in , $\bullet - \{ \bullet \}$, dameUno , sinUno

usa **BOOL**, **NAT**

observadores básicos

$$\# : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

generadores

$$\emptyset : \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$$\text{Ag} : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

otras operaciones

$$\bullet \in \bullet : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\emptyset? : \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\# : \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

$$\bullet - \{ \bullet \} : \text{multiconj}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$$\bullet \cup \bullet : \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$\bullet \cap \bullet : \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
 $\text{dameUno} : \text{multiconj}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{-\emptyset?(c)\}$
 $\text{sinUno} : \text{multiconj}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha) \quad \{-\emptyset?(c)\}$

axiomas $\forall c, d: \text{multiconj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$

$\#(a, \emptyset) \equiv 0$
 $\#(a, \text{Ag}(b, c)) \equiv \text{if } a = b \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi} + \#(a, c)$
 $a \in c \equiv \#(a, c) > 0$
 $\emptyset?(\emptyset) \equiv \text{true}$
 $\emptyset?(\text{Ag}(a, c)) \equiv \text{false}$
 $\#(\emptyset) \equiv 0$
 $\#(\text{Ag}(a, c)) \equiv 1 + \#(c)$
 $\emptyset - \{a\} \equiv \emptyset$
 $\text{Ag}(a, c) - \{b\} \equiv \text{if } a = b \text{ then } c \text{ else } \text{Ag}(a, c - \{b\}) \text{ fi}$
 $\emptyset \cup c \equiv c$
 $\text{Ag}(a, c) \cup d \equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$
 $\emptyset \cap c \equiv \emptyset$
 $\text{Ag}(a, c) \cap d \equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap (d - \{a\})) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$
 $\text{dameUno}(c) \in c \equiv \text{true}$
 $\text{sinUno}(c) \equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}$

Fin TAD

7. TAD ARREGLO DIMENSIONABLE(α)

TAD ARREGLO DIMENSIONABLE(α)

igualdad observacional

$$(\forall a, a' : \text{ad}(\alpha)) \left(a =_{\text{obs}} a' \iff \left(\text{tam}(a) =_{\text{obs}} \text{tam}(a') \wedge \left((\forall n : \text{nat}) (\text{definido?}(a, n) =_{\text{obs}} \text{definido?}(a', n) \wedge (\text{definido?}(a, n) \Rightarrow a[n] =_{\text{obs}} a'[n])) \right) \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{ad}(\alpha)$

exporta $\text{ad}(\alpha)$, generadores, observadores

usa BOOL , NAT

observadores básicos

$\text{tam} : \text{ad}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$
 $\text{definido?} : \text{ad}(\alpha) \times \text{nat} \longrightarrow \text{bool}$
 $\bullet [\bullet] : \text{ad}(\alpha) \ a \times \text{nat} \ n \longrightarrow \alpha \quad \{\text{definido?}(a, n)\}$

generadores

$\text{crearArreglo} : \text{nat} \longrightarrow \text{ad}(\alpha)$

$\bullet [\bullet] \leftarrow \bullet : \text{ad}(\alpha) \ a \times \text{nat} \ n \times \alpha \longrightarrow \text{ad}(\alpha) \quad \{n < \text{tam}(a)\}$

axiomas $\forall a: \text{ad}(\alpha), \forall e: \alpha, \forall n, m: \text{nat}$

$\text{tam}(\text{crearArreglo}(n)) \equiv n$

$\text{tam}(a [n] \leftarrow e) \equiv \text{tam}(a)$

$\text{definido}(\text{crearArreglo}(n), m) \equiv \text{false}$

$\text{definido}(a [n] \leftarrow e, m) \equiv n = m \vee \text{definido?}(a, m)$

$(a [n] \leftarrow e) [m] \equiv \text{if } n = m \text{ then } e \text{ else } a [m] \text{ fi}$

Fin TAD

8. TAD PILA(α)

TAD PILA(α)

igualdad observacional

$(\forall p, p' : \text{pila}(\alpha)) \left(p =_{\text{obs}} p' \iff \left(\text{vacía?}(p) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(p') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{vacía?}(p) \Rightarrow_{\text{L}} \right. \right. \\ \left. \left. (\text{tope}(p) =_{\text{obs}} \text{tope}(p') \wedge \text{desapilar}(p) =_{\text{obs}} \text{desapilar}(p')) \right) \right)$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{pila}(\alpha)$

exporta $\text{pila}(\alpha), \text{generadores}, \text{observadores}, \text{tamaño}$

usa BOOL, NAT

observadores básicos

$\text{vacía?} : \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{tope} : \text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(p)\}$

$\text{desapilar} : \text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \text{pila}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(p)\}$

generadores

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$

$\text{apilar} : \alpha \times \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$

otras operaciones

$\text{tamaño} : \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

axiomas $\forall p: \text{pila}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{apilar}(e, p)) \equiv \text{false}$

$\text{tope}(\text{apilar}(e, p)) \equiv e$

$\text{desapilar}(\text{apilar}(e, p)) \equiv p$

$\text{tamaño}(p) \equiv \text{if } \text{vacía?}(p) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{desapilar}(p)) \text{ fi}$

Fin TAD

9. TAD COLA(α)

TAD COLA(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{cola}(\alpha)) \left(c =_{\text{obs}} c' \iff \left(\text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \left(\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c')) \right) \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{cola}(\alpha)$

exporta $\text{cola}(\alpha)$, generadores, observadores, tamaño

usa **BOOL**, **NAT**

observadores básicos

$\text{vacía?} : \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{cola}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$ $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{cola}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$ $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

generadores

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$

otras operaciones

$\text{tamaño} : \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

axiomas $\forall c : \text{cola}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \text{ then } \text{vacía} \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

$\text{tamaño}(c) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

Fin TAD

10. TAD ÁRBOL BINARIO(α)

TAD ÁRBOL BINARIO(α)

igualdad observacional

$$(\forall a, a' : \text{ab}(\alpha)) \left(a =_{\text{obs}} a' \iff \left(\text{nil?}(a) =_{\text{obs}} \text{nil?}(a') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{nil?}(a) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{raiz}(a) =_{\text{obs}} \text{raiz}(a')) \right) \right. \\ \left. \wedge \text{izq}(a) =_{\text{obs}} \text{izq}(a') \wedge \text{der}(a) =_{\text{obs}} \text{der}(a') \right)$$

parámetros formales

géneros	α		
géneros	$\text{ab}(\alpha)$		
exporta	$\text{ab}(\alpha)$, generadores, observadores, tamaño, altura, tamaño, inorder, preorder, postorder		
usa	BOOL, NAT, SECUENCIA(α)		
observadores básicos			
nil?	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$	
raiz	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \alpha$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
izq	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
der	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
generadores			
nil	$:$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	
bin	$: \text{ab}(\alpha) \times \alpha \times \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	
otras operaciones			
altura	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$	
tamaño	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$	
inorder	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$	
preorder	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$	
postorder	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$	
axiomas	$\forall a, b: \text{ab}(\alpha), \forall e: \alpha$		
$\text{nil?}(\text{nil})$	$\equiv \text{true}$		
$\text{nil?}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv \text{false}$		
$\text{raiz}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv e$		
$\text{izq}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv a$		
$\text{der}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv b$		
$\text{altura}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{máx}(\text{altura}(\text{izq}(a)), \text{altura}(\text{der}(a))) \text{ fi}$		
$\text{tamaño}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{izq}(a)) + \text{tamaño}(\text{der}(a)) \text{ fi}$		
$\text{inorder}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } \text{inorder}(\text{izq}(a)) \ \& \ (\text{raiz}(a) \bullet \text{inorder}(\text{der}(a))) \text{ fi}$		
$\text{preorder}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } (\text{raiz}(a) \bullet \text{preorder}(\text{izq}(a))) \ \& \ \text{preorder}(\text{der}(a)) \text{ fi}$		
$\text{postorder}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } \text{postorder}(\text{izq}(a)) \ \& \ (\text{postorder}(\text{der}(a)) \circ \text{raiz}(a)) \text{ fi}$		

Fin TAD

11. TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)

TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)

igualdad observacional

$$(\forall d, d' : \text{dicc}(\kappa, \sigma)) \left(d =_{\text{obs}} d' \iff \left((\forall c : \kappa) (\text{def?}(c, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(c, d') \wedge_{\text{L}} (\text{def?}(c, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(c, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d'))) \right) \right)$$

parámetros formales

géneros	clave, significado		
géneros	dicc(clave, significado)		
exporta	dicc(clave, significado), generadores, observadores, borrar, claves		
usa	BOOL, NAT, CONJUNTO(CLAVE)		
observadores básicos			
def?	: clave \times dicc(clave, significado)	\longrightarrow bool	
obtener	: clave $c \times$ dicc(clave, significado) d	\longrightarrow significado	$\{ \text{def?}(c, d) \}$
generadores			
vacío	:	\longrightarrow dicc(clave, significado)	
definir	: clave \times significado \times dicc(clave, significado)	\longrightarrow dicc(clave, significado)	
otras operaciones			
borrar	: clave $c \times$ dicc(clave, significado) d	\longrightarrow dicc(clave, significado)	$\{ \text{def?}(c, d) \}$
claves	: dicc(clave, significado)	\longrightarrow conj(clave)	
axiomas	$\forall d: \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}), \forall c, k: \text{clave}, \forall s: \text{significado}$		
def?($c, \text{vacío}$)	$\equiv \text{false}$		
def?($c, \text{definir}(k, s, d)$)	$\equiv c = k \vee \text{def?}(c, d)$		
obtener($c, \text{definir}(k, s, d)$)	$\equiv \text{if } c = k \text{ then } s \text{ else obtener}(c, d) \text{ fi}$		
borrar($c, \text{definir}(k, s, d)$)	$\equiv \text{if } c = k \text{ then}$ $\quad \text{if def?}(c, d) \text{ then borrar}(c, d) \text{ else } d \text{ fi}$ $\quad \text{else}$ $\quad \text{definir}(k, s, \text{borrar}(c, d))$ fi		
claves(vacío)	$\equiv \emptyset$		
claves(definir(c, s, d))	$\equiv \text{Ag}(c, \text{claves}(d))$		

Fin TAD

12. TAD COLA DE PRIORIDAD(α)

TAD COLA DE PRIORIDAD(α)**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{colaPrior}(\alpha)) \left(c =_{\text{obs}} c' \iff \left(\begin{array}{l} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \end{array} \right) \right)$$

parámetros formales**géneros** α

operaciones $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

Relación de orden total estricto¹

géneros $\text{colaPrior}(\alpha)$

exporta $\text{colaPrior}(\alpha)$, generadores, observadores

usa BOOL

observadores básicos

$\text{vacía?} : \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$ $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$ $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

generadores

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$

axiomas $\forall c: \text{colaPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) < e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) < e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

Fin TAD

¹Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

Antirreflexividad: $\neg a < a$ para todo $a: \alpha$

Antisimetría: $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$ para todo $a, b: \alpha, a \neq b$

Transitividad: $((a < b \wedge b < c) \Rightarrow a < c)$ para todo $a, b, c: \alpha$

Totalidad: $(a < b \vee b < a)$ para todo $a, b: \alpha$