Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico II

Grupo: 12

Integrante	LU	Correo electrónico
Pondal, Iván	078/14	ivan.pondal@gmail.com
Paz, Maximiliano León	251/14	m4xileon@gmail.com
Mena, Manuel	313/14	manuelmena1993@gmail.com
Demartino, Francisco	348/14	demartino.francisco@gmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	$\operatorname{Docente}$	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1.	Mó	dulo DCNet	3
	1.1.	Interfaz	3
		1.1.1. Operaciones básicas de DCNet	3
	1.2.	Representación	4
		1.2.1. Representación de dcnet	4
		1.2.2. Invariante de Representación	4
		1.2.3. Función de Abstracción	7
2.	Mó	dulo Red	9
	2.1.	Interfaz	9
	2.2.	Representación	10
		2.2.1. Estructura	10
		2.2.2. Invariante de Representación	10
		2.2.3. Función de Abstracción	13
3.	Mó	dulo Cola de mínima prioridad (α)	14
	3.1.	Especificación	14
	3.2.	Interfaz	15
		3.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad	15
	3.3.	Representación	15
		3.3.1. Representación de colaMinPrior	15
		3.3.2. Invariante de Representación	15
		3.3.3. Función de Abstracción	16
	3.4.	Algoritmos	16
4.	Mó	dulo Diccionario AVL (α)	17
	4.1.	Interfaz	17
		4.1.1. Operaciones básicas de Diccionario $\mathrm{AVL}(\alpha)$	17
		4.1.2. Operaciones auxiliares del TAD	17
	4.2.	Representación	18
		4.2.1. Representación de $\mathrm{dicc}_{avl}(\alpha)$	18
		4.2.2. Invariante de Representación	18
		4.2.3. Función de Abstracción	18
	4.3.	Algoritmos	19
5.	Mó	dulo $\mathrm{Trie}(lpha)$	22
		Interfaz	22

1. Módulo DCNet

1.1. Interfaz

```
se explica con: DCNET.
    géneros: dcnet.
1.1.1.
         Operaciones básicas de DCNet
   INICIARDCNET(in r: red) \rightarrow res: dcnet
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} iniciarDCNet(red)\}\
    Complejidad: O(n*(n+L)) donde n es es la cantidad de computadoras y L es la longitud de nombre de
    computadora mas larga
    Descripción: crea una DCNet nueva tomando una red
    CREARPAQUETE(in/out \ dcn: dcnet, in \ p: paquete)
    \mathbf{Pre} \equiv \{
           dcn =_{\text{obs}} dcn_0 \wedge
          \neg( (\exists p': paquete)( paqueteEnTransito(dcn, p') \land id(p) = id(p') \land origen(p) \in computadoras(red(dcn)) \land<sub>L</sub>
                  \operatorname{destino}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn)) \wedge_{\operatorname{L}} \operatorname{hayCamino}(\operatorname{red}(dcn), \operatorname{origen}(p), \operatorname{destino}(p))))
    \mathbf{Post} \equiv \{dcn =_{obs} \operatorname{crearPaquete}(dcn_0)\}\
    Complejidad: O(L + log(k)) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga y k es la longitud de
   la cola de paquetes mas larga
    Descripción: crea un nuevo paquete
    AVANZARSEGUNDO(in/out dcn: dcnet)
   \mathbf{Pre} \equiv \{dcn =_{\mathrm{obs}} dcn_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{dcn =_{obs} avanzar Segundo(dcn_0)\}\
    Complejidad: O(n*(L+log(k))) donde n es es la cantidad de computadoras, L es la longitud de nombre de
    computadora mas larga y k es la longitud de la cola de paquetes mas larga
   Descripción: envia los paquetes con mayor prioridad a la siguiente compu
   Red(\mathbf{in}\ dcn: \mathtt{dcnet}) \to res: \mathtt{red}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{red}(dcn)) \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: devuelve la red de una DCNet
    Aliasing: res es una referencia no modificable
    CaminoRecorridge (in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: secu(compu)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{paqueteEnTransito?}(dcn, p) \}
    Post \equiv \{alias(res =_{obs} caminoRecorrido(dcn, p))\}
    Complejidad: O(n * log(k)) donde n es es la cantidad de computadoras y k es la longitud de la cola de paquetes
    mas larga
    Descripción: devuelve el camino recorrido por un paquete
    Aliasing: res es una referencia no modificable
```

 $\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn))\}\$

 $\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{cantidadEnviados}(dcn, c)\}\$

CANTIDADENVIADOS(in dcn: dcnet, in c: compu) $\rightarrow res$: nat

Complejidad: O(L) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga

Descripción: devuelve la cantidad de paquetes enviados por una compu

```
ENESPERA(in dcn: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: conj(paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn))\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{enEspera}(dcn, c)) \}
Complejidad: O(L) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga
Descripción: devuelve el conjunto de paquetes encolados en una compu
Aliasing: res es una referencia no modificable
PAQUETEENTRANSITO(in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{paqueteEnTransito}(dcn, p)\}
Complejidad: O(n * log(k)) donde n es es la cantidad de computadoras y k es la longitud de la cola de paquetes
mas larga
Descripción: indica si el paquete está en transito
LaQueMasEnvio(in dcn:dcnet) \rightarrow res:compu
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{laQueMasEnvio}(dcn)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve la compu que mas paquetes envió
Aliasing: res es una referencia no modificable
```

1.2. Representación

1.2.1. Representación de denet

```
dcnet se representa con estr
```

1.2.2. Invariante de Representación

(I) Las compus de los elementos de vectorCompusDCNet son punteros a todas las compus de la topología

- (II) Las claves de diccCompusDCNet son todos los hostnames de la topología
- (III) Los significados de diccCompusDCNet son punteros que apuntan a las compuDCNet cuyo hostname equivale a su clave en vectorCompusDCNet
- (IV) laQueMásEnvió es un puntero a la compuDCNet en vectorCompusDCNet que más paquetes enviados tiene. Si no hay compus es NULL
- (V) Todos los paquetes en conjPaquetes de cada compuDCNet tienen id único y tanto su origen como destino existen en la topología
- (VI) El paquete en conjPaquetes tiene que tener en su recorrido a la compuDCNet en la que se encuentra y esta no puede ser igual al destino del recorrido
- (VII) Las claves de diccPaquetesDCNet son los id de los paquetes en conjPaquetes
- (VIII) Los significados de diccPaquetesDCNet contienen un itConj que apunta al paquete con el id equivalente a su clave y en recorrido, un camino mínimo válido para el origen del paquete y la compu en la que se encuentra
 - (IX) La colaPaquetesDCNet es vacía si y sólo si conjPaquetes lo es, si no lo es, su próximo es un puntero a un paqueteDCNet de diccPaquetesDCNet que contiene un itConj cuyo siguiente es uno de los paquetes de conjPaquetes con mayor prioridad
 - (X) La cantidad de enviados de una compuDCNet es igual o mayor a la cantidad de apariciones de esa compu en los caminos recorridos de paquetes en la red

 $Rep : estr \longrightarrow bool$

```
Rep(e) \equiv true \iff
               (\#(\text{computadoras}(e.\text{topologia})) = \log(e.\text{vectorCompusDCNet}) = \#(\text{claves}(e.\text{diccCompusDCNet}))) \land_{\text{L}}
               (\forall c: \text{compu})(c \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \Rightarrow
                 (\exists cd: compuDCNet) (está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \land cd.pc = puntero(c)) \land
                 (\exists s: \text{string})(\text{def}?(s, e.\text{diccCompusDCNet}) \land s = c.\text{ip})
               ) \(\)_L
               (\forall cd: compuDCNet)(está?(cd, e. vectorCompusDCNet) \Rightarrow_L
                (\exists s: \text{string}) (\text{def}?(s, e.\text{diccCompusDCNet}) \land
                s = cd.pc\rightarrowip \land_L obtener(s, e.diccCompusDCNet) = puntero(cd))
               ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
               (\exists cd: compuDCNet)(está?(cd, e. vectorCompusDCNet) \land_L
               *(cd.pc) = \text{compuQueM}ásEnvi\acute{o}(e.\text{vectorCompusDCNet}) \land e.\text{laQueM}ásEnvi\acute{o} = \text{puntero}(cd)) \land_{\text{L}}
               (\forall cd_1: compuDCNet)(está?(cd_1, e. vectorCompusDCNet)) \Rightarrow
                (\forall p_1: paquete)(p_1 \in cd_1.conjPaquetes \Rightarrow
                 (\forall cd_2: compuDCNet)((está?(cd_2, e. vectorCompusDCNet) \land cd_1 \neq cd_2) \Rightarrow
                  (\forall p_2: paquete)(p_2 \in cd_2.conjPaquetes \Rightarrow p_1.id \neq p_2.id)
               ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
               (\forall cd: compuDCNet)(está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \Rightarrow
                 (\#(cd.\text{conjPaquetes}) = \#(\text{claves}(cd.\text{diccPaquetesDCNet}))) \land_L
                 (\forall p: paquete)(p \in cd.conjPaquetes \Rightarrow
                   ((p.\text{origen} \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \land p.\text{destino} \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \land
                   p.\text{destino} \neq *(cd.\text{pc})) \wedge_{L}
                   (\exists sc: secu(compu))(sc \in caminosMinimos(e.topologia, p.origen, p.destino) \land está(*(cd.pc), sc))) \land
                   (\exists n: \text{nat}) ((\text{def}?(n, cd.\text{diccPaquetesDCNet}) \land p.\text{id} = n) \land_{\text{L}}
                   (Siguiente(obtener(n, e.diccPaquetesDCNet).it) = p \land
                   ((p.\text{origen} = *(cd.\text{pc}) \land \text{obtener}(n, e.\text{diccPaquetesDCNet}).\text{recorrido} = *(cd.\text{pc}) \bullet <>) \lor
                   (p.\text{origen} \neq *(cd.pc) \land
                   obtener (n, e. diccPaquetesDCNet). recorrido \in caminos Minimos (e. topologia, p. origen, *(cd.pc))))
                  )
                 ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
                 (\emptyset?(cd.\text{conjPaquetes}) \Leftrightarrow \text{vac\'a}?(cd.\text{colaPaquetesDCNet})) \land
                 (\neg \text{vac}(a?(cd.\text{colaPaquetesDCNet})) \Rightarrow_{\text{L}}
                  (\exists n: nat)(def?(n, cd.diccPaquetesDCNet) \land_{L}
                   Siguiente(obtener(n, cd.diccPaquetesDCNet).it) = paqueteMásPrioridad(cd.conjPaquetes) \land
                   proximo(cd.colaPaquetesDCNet) = puntero(obtener(n, cd.diccPaquetesDCNet))
                  ))
                 ) \
                 (cd.enviados \ge enviadosCompu(*(cd.pc), e.vectorCompusDCNet))
compuQueMásEnvió: secu(compuDCNet) scd \longrightarrow compu
                                                                                                                                     \{\neg vacía?(scd)\}
\max Enviado : secu(compuDCNet) scd \longrightarrow nat
                                                                                                                                     \{\neg vacía?(scd)\}
enviaronK : secu(compuDCNet) \times nat \longrightarrow conj(compu)
paqueteMásPrioridad : conj(paquete) cp \longrightarrow paquete
                                                                                                                                            \{\neg\emptyset?(cp)\}
paquetesConPrioridadK : conj(cp) \times nat \longrightarrow conj(paquete)
altaPrioridad : conj(paquetes) cp \longrightarrow nat
                                                                                                                                            \{\neg \emptyset?(cp)\}
enviadosCompu : compu \times secu(compuDCNet) \longrightarrow nat
```

```
\{ \text{claves}(dp) \subseteq cn \}
apariciones Compu: compu \times conj(nat) cn \times dicc(nat \times paqueteDCNet) <math>dp \longrightarrow nat
compuQueMásEnvió(scd) \equiv dameUno(enviaronK(scd, maxEnviado(scd)))
\max \text{Enviado}(scd) \equiv \text{if } \text{vac}(\text{in}(scd)) \text{ then } \text{prim}(scd). \text{enviados } \text{else } \max(\text{prim}(scd), \max \text{Enviado}(\text{fin}(scd))) \text{ fi}
enviaronK(scd, k) \equiv if \text{ vacía?}(scd) then
                            else
                                if prim(scd).enviados = k then
                                    Ag(*(prim(scd).pc), enviaronK(fin(scd), k))
                                    enviaronK(fin(scd), k)
                                fi
                            fi
paqueteMásPrioridad(dcn, cp) \equiv dameUno(paquetesConPrioridadK(cp, altaPrioridad(cp)))
altaPrioridad(cp) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(\sin \operatorname{Uno}(cp)) then
                               dameUno(cp).prioridad
                           else
                               \min(\text{dameUno}(cp).\text{prioridad}, \text{altaPrioridad}(\sin \text{Uno}(cp)))
paquetesConPrioridadK(cp, k) \equiv if \emptyset?(cp) then
                                           else
                                               if dameUno(cp).prioridad = k then
                                                    Ag(dameUno(cp), paquetesConPrioridadK(sinUno(cp), k))
                                                    paquetesConPrioridadK(\sin Uno(cp), k)
enviadosCompu(c, scd) \equiv \mathbf{if} \text{ vacía?}(scd) \mathbf{then}
                                      0
                                  else
                                      if prim(scd) = c then
                                          enviadosCompu(c, fin(scd))
                                      else
                                          apariciones Compu(c, claves(prim(scd).diccPaquetes DCNet),
                                          \operatorname{prim}(scd).\operatorname{diccPaquetesDCNet}) + \operatorname{enviadosCompu}(c, \operatorname{fin}(scd))
                                      fi
apariciones Compu(c, cn, dpd) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(cn) \mathbf{then}
                                              O
                                          else
                                              if está? (c, significado(dameUno(cn), dpd). recorrido) then
                                                  1 + \operatorname{aparicionesCompu}(c, \sin \operatorname{Uno}(cn), dpd)
                                              else
                                                  aparicionesCompu(c, sinUno(cn), dpd)
                                          fi
```

1.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{dcnet} {Rep(e)}
Abs(e) =_{\text{obs}} \text{dcn: dcnet} \mid \text{red}(dcn) = e.\text{topología} \land (\forall cdn: \text{compuDCNet}) (\text{está?}(cdn, e.\text{vectorCompusDCNet}) \Rightarrow_{\text{L}} \text{enEspera}(dcn, *(cdn.pc)) = cdn.\text{conjPaquetes} \land \text{cantidadEnviados}(dcn, *(cdn.pc)) = cdn.\text{enviados} \land (\forall p: \text{paquete}) (p \in cdn.\text{conjPaquetes} \Rightarrow_{\text{L}} \text{caminoRecorrido}(dcn, p) = \text{obtener}(p.\text{id}, cdn.\text{diccPaquetesDCNet}).\text{recorrido}
```

)

2. Módulo Red

2.1. Interfaz

```
se explica con: RED.
géneros: red.
INICIARRED() \rightarrow res: red
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} iniciarRed\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea una red nueva
AGREGARCOMPUTADORA(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ r: red, \mathbf{in}\ c: compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{(r =_{\mathrm{obs}} r_0) \land ((\forall \ c': \mathrm{compu}) \ (c' \in \mathrm{computadoras}(r) \Rightarrow \mathrm{ip}(c) \neq \mathrm{ip}(c'))) \ \}
\mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{agregarComputadora}(r_0, c)) \}
Complejidad: O(L+n)
Descripción: Agrega una computadora a la red
Aliasing: La compu se agrega por copia
Conectar(in/out r: red, in c: compu, in c': compu, in i: compu, in i': compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{(r =_{\mathrm{obs}} r_0) \land (c \in \mathrm{computadoras}(r)) \land (c' \in \mathrm{computadoras}(r)) \land (\mathrm{ip}(c) \neq \mathrm{ip}(c'))\}
\land (\neg \text{conectadas}?(r, c, c')) \land (\neg \text{usaInterfaz}?(r, c, i) \land \neg \text{usaInterfaz}?(r, c', i')) \}
\mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{conectar}(r_0, c, i, c', i'))\}\
Complejidad: O(L)?
Descripción: Conecta dos computadoras
COMPUTADORAS(in r: red) \rightarrow res: conj(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{computadoras}(r)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve las computadoras de la red Devuelve una referancia no modificable
CONECTADAS? (in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \operatorname{computadoras}(r)) \land (c' \in \operatorname{computadoras}(r))\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas}?(r, c, c')\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Indica si dos computadoras de la red estan conectadas
INTERFAZUSADA(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: interfaz
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{conectadas}, (r, c, c') \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} interfazUsada(r, c, c')\}\
Complejidad: O(L+n)
Descripción: Devuelve la interfaz con la cual se conecta c con c'
VECINOS(in \ r: red, in \ c: compu) \rightarrow res : conj(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{vecinos}(r, c)\}
Complejidad: O(n)
Descripción: Devuelve el conjunto de computadoras conectadas con c
Aliasing: Devuelve una copia de las computadoras conectadas a c
```

```
USAINTERFAZ?(in r: red, in c: compu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} usaInterfaz?(r, c, i)\}
Complejidad: O(L+n)
Descripción: Indica si la interfaz i es usada por la computadora c
{\tt CAMINOSMINIMOS}({\tt in}\ r\colon {\tt red},\ {\tt in}\ c\colon {\tt compu},\ {\tt in}\ c'\colon {\tt compu}) 	o res: {\tt conj(lista(compu))}
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \operatorname{computadoras}(r)) \land (c' \in \operatorname{computadoras}(r))\}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{caminosMinimos}(r, c, i)) \}
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve el conjunto de caminos minimos de c a c'
Aliasing: Devuelve una refencia no modificable
HAYCAMINO?(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \operatorname{computadoras}(r)) \land (c' \in \operatorname{computadoras}(r))\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{hayCamino}?(r, c, i)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Indica si existe algún camino entre c y c'
COPIAR(in r: red) \rightarrow res: red
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} r\}
Complejidad: O(?)
Descripción: Devuelve una copia la red
\bullet = \bullet (\mathbf{in} \ r : \mathbf{red}, \ \mathbf{in} \ r' : \mathbf{red}) \to res : \mathbf{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} (r =_{\mathrm{obs}} r')\}
Complejidad: O(?)
Descripción: Indica si r es igual a r'
```

2.2. Representación

2.2.1. Estructura

2.2.2. Invariante de Representación

(I) Todas los elementos de *compus* deben tener IPs distintas.

- (II) Para cada compu, el trie dns define para la clave <IP de esa compu> un nodoRed cuyo pc es puntero a esa compu.
- (III) nodoRed.conexiones contiene como claves todas las interfaces usadas de la compuc (que tienen que estar en pc.interfaces)
- (IV) Ningun nodo se conecta con si mismo.
- (V) Ningun nodo se conecta a otro a traves de dos interfaces distintas.
- (VI) Para cada nodoRed en dns, caminos tiene como claves todas las IPs de las compus de la red (estr.compus), y los significados corresponden a todos los caminos mínimos desde la compu pc hacia la compu cuya IP es clave.

```
\operatorname{Rep}:\operatorname{estr}\longrightarrow\operatorname{bool}
Rep(e) \equiv true \iff (
                   ((\forall c1, c2: \text{compu}) \ (c1 \neq c2 \land c1 \in e.\text{compus} \land c2 \in e.\text{compus}) \Rightarrow c1.\text{ip} \neq c2.\text{ip}) \land c1
                   ((\forall c: compu)(c \in e.compus \Rightarrow
                      (\text{def}?(c.\text{ip}, e.\text{dns}) \land_{\text{L}} \text{obtener}(c.\text{ip}, e.\text{dns}).\text{pc} = \text{puntero}(c))
                   )) ^
                   ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      (\exists c: \text{compu}) \ (c \in e.\text{compus} \land (n.\text{pc} = \text{puntero}(c)))
                   )) ^
                   ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      ((\forall t: \text{nat}) (\text{def}?(t, n.\text{conexiones}) \Rightarrow (t \in n.\text{pc} \rightarrow \text{interfaces})))
                   )) ^
                   ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{L} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      ((\forall t: \text{nat}) (\text{def}?(t, n.\text{conexiones}) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{obtener}(t, n.\text{conexiones}) \neq \text{puntero}(n))))
                   )) ^
                   ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      ((\forall t1, t2: \text{nat}) \ ((t1 \neq t2 \land \text{def}?(t1, n.\text{conexiones}) \land \text{def}?(t2, n.\text{conexiones})) \Rightarrow_{\text{L}}
                        (obtener(t1, n.conexiones) \neq obtener(t2, n.conexiones))
                     ))
                   )) \wedge
                   ((\forall i1, i2: \text{ string}, n1, n2: \text{ nodoRed})
                      (def?(i1, e.dns) \wedge_{L} n1 = obtener(i1, e.dns)) \wedge
                      (def?(i2, e.dns) \wedge_L n2 = obtener(i2, e.dns))
                    ) \ \Rightarrow \ (\operatorname{def}?(i2, \, n1.\operatorname{caminos}) \, \wedge_{\scriptscriptstyle{L}} \, \operatorname{obtener}(i2, \, n1.\operatorname{caminos}) = \operatorname{darCaminosMinimos}(n1, \, n2))
                   ))
                   )
vecinas
                                     : nodoRed
                                                                                                                                                → conj(nodoRed)
auxVecinas
                                     : nodoRed \times dicc(nat \times puntero(nodoRed))
                                                                                                                                                 \longrightarrow conj(nodoRed)
secusDeLongK
                                     : \operatorname{conj}(\operatorname{secu}(\alpha)) \times \operatorname{nat}
                                                                                                                                                \longrightarrow \operatorname{conj}(\operatorname{secu}(\alpha))
longMenorSec
                                     : conj(secu(\alpha)) secus
                                                                                                                                                                         \{\neg\emptyset?(secus)\}
                                                                                                                                                \longrightarrow nat
darRutas
                                     : nodoRed nA \times \text{nodoRed } nB \times \text{conj(pc)} \times \text{secu(nodoRed)}
                                                                                                                                                \longrightarrow conj(secu(nodoRed))
darRutasVecinas
                                     : conj(pc) \ vec \times nodoRed \ n \times conj(pc) \times secu(nodoRed)
                                                                                                                                                \longrightarrow conj(secu(nodoRed))
darCaminosMinimos : nodoRed n1 \times nodoRed n1
                                                                                                                                                \longrightarrow conj(secu(compu))
                                                                          \equiv \text{auxVecinas}(n, n.\text{conexiones})
vecinas(n)
\operatorname{auxVecinas}(n, cs)
                                                                          \equiv if \emptyset?(cs) then
                                                                                    Ø
                                                                               else
                                                                                     Ag(obtener(dameUno(claves(cs)), cs), auxVecinas(n, sinUno(cs)))
                                                                               fi
```

```
\equiv if \emptyset?(secus) then
secusDeLongK(secus, k)
                                                     Ø
                                                  else
                                                     if long(dameUno(secus)) = k then
                                                        dameUno(secus) \cup secusDeLongK(sinUno(secus), k)
                                                     else
                                                        secusDeLongK(sinUno(secus), k)
                                                     fi
                                                  fi
longMenorSec(secus)
                                              \equiv if \emptyset?(sinUno(secus)) then
                                                     long(dameUno(secus))
                                                  else
                                                     \min(\log(\text{dameUno}(secus))),
                                                     longMenorSec(sinUno(secus)))
                                                  fi
darRutas(nA, nB, rec, ruta)
                                              \equiv if nB \in \text{vecinas}(nA) then
                                                     Ag(ruta \circ nB, \emptyset)
                                                     if \emptyset? (vecinas(nA) - rec) then
                                                        Ø
                                                     else
                                                        darRutas(dameUno(vecinas(nA) - rec),
                                                        nB, Ag(nA, rec),
                                                        ruta \circ dameUno(vecinas(nA) - rec)) \cup
                                                        darRutasVecinas(sinUno(vecinas(nA) - rec),
                                                        nB, Ag(nA, rec),
                                                        ruta \circ dameUno(vecinas(nA) - rec)
                                                  fi
darRutasVecinas(vecinas, n, rec, ruta)
                                              \equiv if \emptyset?(vecinas) then
                                                  else
                                                     darRutas(dameUno(vecinas), n, rec, ruta) \cup
                                                     darRutasVecinas(sinUno(vecinas), n, rec, ruta)
                                                  fi
                                                 secusDeLongK(darRutas(nA, nB, \emptyset, <>),
darCaminosMinimos(nA, nB)
                                                  longMenorSec(darRutas(nA, nB, \emptyset, <>)))
```

2.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \operatorname{red} {Rep(e)} 

Abs(e) =<sub>obs</sub> r: red | e.compus =<sub>obs</sub> computadoras(r) \land ((\forall c1, c2: compu, i1, i2: string, n1, n2: nodoRed) (
 (c1 \in e.\operatorname{compus} \land i1 = c1.\operatorname{ip} \land \operatorname{def}?(i1, e.\operatorname{dns}) \land_{\mathsf{L}} n1 = \operatorname{obtener}(i1, e.\operatorname{dns}) \land c1 = *n1.\operatorname{pc}) \land (c2 \in e.\operatorname{compus} \land i2 = c2.\operatorname{ip} \land \operatorname{def}?(i2, e.\operatorname{dns}) \land_{\mathsf{L}} n2 = \operatorname{obtener}(i2, e.\operatorname{dns}) \land c2 = *n2.\operatorname{pc}) \land (c1 \neq c2))) \Rightarrow_{\mathsf{L}}  (conectadas? (r, c1, c2) \Leftrightarrow (\exists t1, t2: \operatorname{nat}) (
 t1 = \operatorname{interfazUsada}(r, c1, c2) \land t2 = \operatorname{interfazUsada}(r, c2, c1) \land \operatorname{def}?(t1, n1.\operatorname{conexiones}) \land \operatorname{def}?(t2, n2.\operatorname{conexiones}) \land_{\mathsf{L}} (
 \& n2 = \operatorname{obtener}(t1, n1.\operatorname{conexiones}) \land \& n1 = \operatorname{obtener}(t2, n2.\operatorname{conexiones}) 
))))
```

3. Módulo Cola de mínima prioridad(α)

El módulo cola de mínima prioridad consiste en una cola de prioridad de elementos del tipo α cuya prioridad está determinada por un nat de forma tal que el elemento que se ingrese con el menor nat será el de mayor prioridad.

3.1. Especificación

 ${f TAD}$ Cola de mínima prioridad(lpha)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \operatorname{colaMinPrior}(\alpha)) \quad \left(c =_{\operatorname{obs}} c' \iff \begin{pmatrix} \operatorname{vac\'{a}?}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{vac\'{a}?}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\neg \operatorname{vac\'{a}?}(c) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{pr\'{o}ximo}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{pr\'{o}ximo}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ \operatorname{desencolar}(c) &=_{\operatorname{obs}} \end{pmatrix} \right)$$

parámetros formales

géneros o

operaciones • < : $\alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

Relación de orden total estricto¹

géneros cola $MinPrior(\alpha)$

exporta colaMinPrior(α), generadores, observadores

usa Bool

observadores básicos

generadores

vacía : \longrightarrow colaMinPrior (α) encolar : $\alpha \times \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

otras operaciones

tamaño : $colaMinPrior(\alpha) \longrightarrow nat$

axiomas $\forall c: \operatorname{colaMinPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$

vacía?(vacía) \equiv true vacía?(encolar(e, c)) \equiv false

 $\operatorname{próximo}(\operatorname{encolar}(e, c)) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac}(a?(c) \vee_{\operatorname{L}} \operatorname{proximo}(c) > e \operatorname{then} e \operatorname{else} \operatorname{próximo}(c) \operatorname{fi}$

 $\operatorname{desencolar}(\operatorname{encolar}(e, c)) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac\'a?}(c) \vee_{\operatorname{L}} \operatorname{proximo}(c) > e \operatorname{then} c \operatorname{else} \operatorname{encolar}(e, \operatorname{desencolar}(c)) \operatorname{fi}$

Fin TAD

Antirreflexividad: $\neg a < a$ para todo $a : \alpha$

 $\begin{tabular}{lll} \bf Antisimetría: & (a < b \ \Rightarrow \ \neg \ b < a) \ \mbox{para todo} \ \ a,b:\alpha,\ a \neq b \\ \bf Transitividad: & ((a < b \land b < c) \ \Rightarrow \ a < c) \ \mbox{para todo} \ \ a,b,c:\alpha \\ \hline \end{tabular}$

Totalidad: $(a < b \lor b < a)$ para todo $a, b : \alpha$

¹Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

3.2. Interfaz

```
parámetros formales géneros \alpha se explica con: Cola de mínima prioridad(nat). géneros: cola\minPrior(\alpha).
```

3.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad

```
VACÍA() \rightarrow res : colaMinPrior(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacía\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea una cola de prioridad vacía
VACÍA?(\mathbf{in}\ c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} vacía?(c) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía
DESENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vac\'ia?}(c) \land c =_{obs} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{proximo}(c_0) \land c =_{obs} \operatorname{desencolar}(c_0)\}\
Complejidad: O(\log(\tan \tilde{a}no(c)))
Descripción: Quita el elemento más prioritario
Aliasing: Se devuelve el elemento por copia
ENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha), in p: nat, in a: \alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{c =_{\text{obs}} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} \mathrm{encolar}(p, c_0)\}\
Complejidad: O(log(tamaño(c)))
Descripción: Agrega al elemento \alpha con prioridad p a la cola
Aliasing: Se agrega el elemento por copia
```

3.3. Representación

3.3.1. Representación de colaMinPrior

```
colaMinPrior(\alpha) se representa con estr donde estr es dicc_{avl} (nat, nodoEncolados) donde nodoEncolados es tupla(encolados: cola(\alpha), prioridad: nat)
```

3.3.2. Invariante de Representación

- (I) Todos los significados del diccionario tienen como clave el valor de prioridad
- (II) Todos los significados del diccionario no pueden tener una cola vacía

```
Rep : estr \longrightarrow bool
```

3.3.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{colaMinPrior} {Rep(e)}
\text{Abs}(e) =_{\text{obs}} \text{ cmp: colaMinPrior} \mid (\text{vac\'a?}(cmp) \Leftrightarrow (\#\text{claves}(e) = 0)) \land \\ \neg \text{vac\'a?}(cmp) \Rightarrow_{\text{L}} \\ ((\text{pr\'oximo}(cmp) = \text{pr\'oximo}(\text{m\'inimo}(e).\text{encolados})) \land \\ (\text{desencolar}(cmp) = \text{desencolar}(\text{m\'inimo}(e).\text{encolados})))
```

3.4. Algoritmos

```
iVacía\ () \rightarrow res: colaMinPrior(\alpha) res\ \leftarrow\ Vacio\ () \mathbf{Complejidad}: O(1)
```

```
iVacía? (in c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: bool res \leftarrow (#Claves(c) = 0) O(1)

Complejidad: O(1)
```

```
iEncolar (in/out c: colaMinPrior(\alpha), in p: nat, in a: \alpha)
if Definido?(p) then
                                                                                              O(\log(\tan \tilde{n}o(c)))
     Encolar (Significado (c, p). encolados, a)
                                                                                   O(\log(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c)) + \cos y(\alpha))
else
     nodoEncolados nuevoNodoEncolados
                                                                                                            O(1)
     nuevoNodoEncolados. encolados \leftarrow Vacia ()
                                                                                                            O(1)
     nuevoNodoEncolados.prioridad \leftarrow p
                                                                                                            O(1)
     Encolar (nuevoNodoEncolados. encolados, a)
                                                                                                     O(copy(a))
      Definir (c, p, nuevoNodoEncolados)
                                                                     O(\log(\tan \tilde{a}no(c)) + \cos(nodoEncolados))
end if
Complejidad : O(log(tamano(c)) + O(copy(\alpha))
```

4. Módulo Diccionario $AVL(\alpha)$

4.1. Interfaz

```
se explica con: DICCIONARIO(NAT, \alpha).
    géneros: dicc_{avl}(\alpha).
4.1.1. Operaciones básicas de Diccionario AVL(\alpha)
    CREARDICC() \rightarrow res : dicc_{avl}(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Crea un diccionario vacío
    DEFINIDO?(in c: nat, in d: dicc<sub>avl</sub>(\alpha))) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(c, d)\}\
    Complejidad: O(log(\#claves(d)))
    Descripción: Devuelve true si y sólo si la clave fue previamente definida en el diccionario
    DEFINIR(in c: nat, in s: \alpha, in/out d: dicc<sub>avl</sub>(\alpha))
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{\text{obs}} \operatorname{definir}(c, s, d_0)\}\
    Complejidad: O(log(\#claves(d)) + copy(s))
    Descripción: Define la clave c con el significado s en d
    OBTENER(in c: string, in/out d: dicc<sub>avl</sub>(\alpha)) \rightarrow res : \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{def}?(c, d) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(c, d)) \}
    Complejidad: O(log(\#claves(d)))
    Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave en el diccionario
    Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable
    MÍNIMO(\operatorname{in/out} d: \operatorname{dicc}_{avl}(\alpha)) \to res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \# \operatorname{claves}(d) > 0 \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{obtener}(\mathrm{claveM}\mathrm{\acute{n}ima}(d),\, d)) \}
    Complejidad: O(log(\#claves(d)))
    Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave de mínimo valor en el diccionario
    Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable
```

4.1.2. Operaciones auxiliares del TAD

```
\begin{array}{lll} {\rm claveM\'nima} &: {\rm dicc(nat} \times \alpha) \ d & \longrightarrow {\rm nat} & \{\#{\rm claves(d)} > 0\} \\ {\rm darClaveM\'nima} &: {\rm dicc(nat} \times \alpha) \ d \times {\rm conj(nat)} \ c & \longrightarrow {\rm nat} & \{(\#{\rm claves(d)} > 0) \land ({\rm c} \subseteq {\rm claves(d)})\} \\ {\rm claveM\'nima}(d) & \equiv {\rm darClaveM\'nima}(d, {\rm claves}(d)) \\ {\rm darClaveM\'nima}(d, c) & \equiv {\bf if} \ \emptyset?({\rm sinUno}(c)) \ {\bf then} \\ & {\rm dameUno}(c) \\ & {\bf else} \\ & & {\rm min(dameUno}(c), \ {\rm darClaveM\'nima}(d, {\rm sinUno}(c)))} \\ & {\bf fi} \end{array}
```

4.2. Representación

4.2.1. Representación de $dicc_{avl}(\alpha)$

```
dicc_{avl}(\alpha) se representa con estr donde estr es puntero(nodoAvl) donde nodoAvl es tupla( clave: nat, data: \alpha, balance: int, hijos: arreglo[2] de puntero(nodoAvl))
```

4.2.2. Invariante de Representación

- (I) Se mantiene el invariante de árbol binario de búsqueda para las claves de los nodos.
- (II) Cada nodo tiene $balance \in \{-1, 0, 1\}$ donde balance es:
 - * 0 si el arbol esta balanciado
 - * 1 si existe un nodo en el ultimo nivel de balance tal que tenga un hijo a la izq
 - * -1 si existe un nodo en el ultimo nivel de balance tal que tenga un hijo a la der
- (III) estr esta balaciado entero o podado (quitar le las hojas del ultimo nivel) esta balaciado
- (IV) Todas las claves son distintas.

```
Rep : estr \longrightarrow bool
\operatorname{Rep}(e) \equiv \operatorname{true} \iff \operatorname{esABB}(e) \wedge \operatorname{balanciadoBien}(e) \wedge \operatorname{clavesDistintas}(e, \operatorname{vac}(e))
esABB
                                     : puntero(nodoAvl)
                                                                                                \rightarrow bool
balanceadoBien
                                     : puntero(nodoAvl)
                                                                                              \longrightarrow bool
                                     : puntero(nodoAvl) \times conj(nat)
clavesDistinta
                                                                                             \longrightarrow bool
balanceado
                                     : puntero(nodoAvl)
                                                                                               \longrightarrow bool
podar
                                     : puntero(nodoAvl)
                                                                                               \rightarrow bool
esABB(n)
                                      \equiv (n \neq \text{NULL}) \Rightarrow_{\text{L}} (
                                            ((\text{prim}(n \to \text{hijos}) \neq \text{NULL}) \Rightarrow_{\text{L}} (n \to \text{clave} > \text{prim}(n.\text{hijos}) \land \text{esABB}(\text{prim}(n \to \text{hijos})))) \land
                                            ((\text{ult}(n \to \text{hijos}) \neq \text{NULL}) \Rightarrow_{\text{L}} (n \to \text{clave} < \text{ult}(n \to \text{hijos}) \land \text{esABB}(\text{ult}(n \to \text{hijos})))))
balanciadoBien(n)
                                      \equiv (balanceado(n) \vee balanceado(podar(n)) \wedge_{L} (n \neq NULL) \Rightarrow_{L} (
                                            if ((\text{prim}(n \rightarrow \text{hijos}) \neq \text{NULL}) \land (\text{ult}(n \rightarrow \text{hijos}) \neq \text{NULL})) then
                                                 balanceadoBien(prim(n \rightarrow hijos)) \land balanceadoBien(ult(n \rightarrow hijos)))
                                           else
                                                 if (prim(n.hijos) \neq NULL) then
                                                      n \rightarrow \text{balance} = 1
                                                 else
                                                      if (prim(n.hijos) \neq NULL) then n \rightarrow balance = -1 else n \rightarrow balance = 0 fi
                                           fi
clavesDistintas(n, cs) \equiv (n \neq \text{NULL}) \Rightarrow_{\text{L}}
                                             n \rightarrow \text{clave} \notin cs \land
                                            clavesDistintas(prim(n \rightarrow \text{hijos}), Ag(n \rightarrow \text{clave}, cs)) \land
                                            clavesDistintas(ult(n \rightarrow \text{hijos}), Ag(n \rightarrow \text{clave}, cs))
```

```
 \begin{array}{ll} \text{balanceado}(n) & \equiv & (n \neq \text{NULL}) \Rightarrow_{\text{L}} \\ & (\textbf{if} \; ((\text{prim}(n \rightarrow \text{hijos}) \neq \text{NULL}) \; \wedge \; (\text{ult}(n \rightarrow \text{hijos}) \neq \text{NULL})) \; \; \textbf{then} \\ & \quad \text{balanceado}(\text{prim}(n \rightarrow \text{hijos})) \; \wedge \; \text{balanceado}(\text{ult}(n \rightarrow \text{hijos}))) \\ & \quad \textbf{else} \\ & \quad \textbf{if} \; (\text{prim}(n.\text{hijos}) \neq \text{NULL}) \; \; \textbf{then} \\ & \quad \text{false} \\ & \quad \textbf{else} \\ & \quad \textbf{if} \; (\text{prim}(n.\text{hijos}) \neq \text{NULL}) \; \; \textbf{then} \; \; \text{false} \; \; \textbf{else} \; \; \text{true} \; \; \textbf{fi} \\ & \quad \textbf{fi} \; \end{cases}
```

4.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \operatorname{dicc}(\operatorname{nat}, \alpha) {Rep(e)}
Abs(e) =_{\operatorname{obs}} d: dicc(\operatorname{nat}, \alpha) \mid \operatorname{auxAbs}(e, \operatorname{vac}(o))

auxAbs : puntero(\operatorname{nodoAvl}) \times \operatorname{dicc}(\operatorname{nat}; \alpha) \longrightarrow \operatorname{dicc}(\operatorname{nat}, \alpha)
auxAbs(n, d) \equiv \operatorname{if} n = \operatorname{NULL} \operatorname{then}
d
else
\operatorname{definir}(n.\operatorname{clave}, n.\operatorname{data}, \operatorname{auxAbs}(\operatorname{prim}(n.\operatorname{hijos}), \operatorname{auxAbs}(\operatorname{ult}(n.\operatorname{hijos}), d)))
fi
```

4.3. Algoritmos

```
iInsertar (in/out puntero(nodoAvl): tree, in nat: c, in α: s)
    if (tree→root == NULL) then
    {
        tree→root == make_node(data);

        if (tree→root == NULL)
        {
            return 0;
        }
    }
}
Complejidad: O(1)
```

```
iVacío\ () \rightarrow res: puntero(nodoAvl)

res \leftarrow NULL O(1)

Complejidad: O(1)
```

```
iDefinir (in/out p: puntero(nodoAvl), in/out clave: nat, in/out significado: alpha)

padre: puntero(nodoAvl) ← p

nuevo: nodoAvl ← {clave: clave, data: significado, altura: 0, hijos: [NULL, NULL]} O(copy(significado))

bool: buscarMas ← true

dir: int

while (buscarMas) do

if (padre.clave = clave) then

padre.data ← significado

buscarMas ← false

O(1)
```

```
else
                                                                                                                      O(1)
              if (padre.clave > clave) then
                   dir \leftarrow 0
                                                                                                                      O(1)
              else
                   dir \leftarrow 1
                                                                                                                      O(1)
              end if
              if (padre.hijos[dir] = NULL) then
                                                                                                                      O(1)
                   padre. hijos [dir] \leftarrow &nuevo
                                                                                                                      O(1)
                   balancear(p)
                   buscarMas \leftarrow false
                                                                                                                      O(1)
                   padre \leftarrow padre.hijos[dir]
                                                                                                                      O(1)
              end if
         end if
    end while
                                                                                                               O(p.altura)
Complejidad : O(p.altura + copy(significado))
```

```
 \begin{array}{l} \text{iBorrar ()} \rightarrow \text{res: puntero(nodoAvl)} \\ \text{res} \leftarrow \text{NULL} \\ \textbf{Complejidad}: O(1) \end{array}
```

```
iDefinido? () \rightarrow res: puntero(nodoAvl)
res \leftarrow NULL O(1)
Complejidad : O(1)
```

```
iObtener () \rightarrow res: puntero(nodoAvl)

res \leftarrow NULL

Complejidad : O(1)
```

```
iClaves () \rightarrow res: puntero(nodoAvl)

res \leftarrow NULL O(1)

Complejidad : O(1)
```

```
\begin{split} & \text{M\'{i}nimo } (\textbf{in } dicc_{avl}(\alpha) \colon \textbf{d}) \to \text{res: } \alpha \\ & \text{actual: puntero } (\text{nodoAvl}) \leftarrow \textbf{d} \\ & \text{hijoMenor: puntero } (\text{nodoAvl}) \\ & \text{done: bool} \leftarrow \textbf{false} \\ & \text{while } (!\text{done}) \text{ do} \\ & \text{hijoMenor} \leftarrow (\text{actual} \rightarrow \text{hijos}[0]) \\ & \text{if } (\text{hijoMenor } != \text{NULL}) \text{ then } \\ & \text{actual} \leftarrow \text{hijoMenor} \\ & \text{else} \\ & \text{res} \leftarrow (\text{actual} \rightarrow \text{data}) \\ & \text{done} \leftarrow \text{true} \\ & \text{end } \text{if} \end{split}
```

end while

```
\mathrm{Inorder}\ (\mathbf{in}\ \mathit{dicc}_{avl}(\alpha)\colon \mathtt{n}) \to \mathrm{res:}\ \mathrm{lista}(\mathrm{tupla}(\mathrm{clave},\,\mathrm{significado}))
      c:puntero(nodoAvl) \leftarrow n
      p: pila(puntero(nodoAvl)) \leftarrow Vacia()
      done:bool \leftarrow false
      res \leftarrow Vacia()
      while (!done) do
             if (c!= NULL) then
                    Apilar (p, c)
                    c \leftarrow (c \rightarrow hijos[0])
             else
                    if !EsVacia?(p) then
                          AgregarAtras(res\,,<< Tope(p)\!\!-\!\!>\!\!clave\,,\ Tope(p)\!\!-\!\!>\!\!data>>)
                          c \, \leftarrow \, Tope(p) \! \rightarrow \! hijos[1]
                    else
                          done \leftarrow true
                   end if
             end if
      end while
```

```
ullet = ullet (in dicc_{avl}(lpha): d1, in dicc_{avl}(lpha): d2) 	o res: bool res \leftarrow Inorder(d1) = Inorder(d2)
```

5. Módulo Trie(α)

5.1. Interfaz

```
se explica con: DICCIONARIO (STRING, \alpha). géneros: dicc_{Trie}(\alpha).
CREARDICC() \rightarrow res : dicc_{Trie}(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacío\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un diccionario vacío.
DEFINIDO?(in c: string, in d: dicc_{Trie}(\alpha))) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(c, d)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.
DEFINIR(in c: string, in s: \alpha, in/out d: dicc_{Trie}(\alpha))
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\text{obs}} d_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\text{obs}} \operatorname{definir}(c, s, d_0)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Define la clave c con el significado s
Aliasing: Almacena una copia de s.
OBTENER(in c: string, in d: dicc_{Trie}(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{def}?(c, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(c, d)) \}
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c.
Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.
```