# Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

# Trabajo Práctico II

## Grupo: 12

Integrante	LU	Correo electrónico
Pondal, Iván	078/14	ivan.pondal@gmail.com
Paz, Maximiliano León	251/14	m4xileon@gmail.com
Mena, Manuel	313/14	manuelmena1993@gmail.com
Demartino, Francisco	348/14	demartino.francisco@gmail.com

## Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

# Índice

1.	Mo	dulo DCNet	4
	1.1.	Interfaz	4
		1.1.1. Operaciones básicas de DCNet	4
	1.2.	Representación	6
		1.2.1. Representación de dcnet	6
		1.2.2. Invariante de Representación	6
		1.2.3. Función de Abstracción	9
	1.3.	Algoritmos	9
<b>2</b> .	Mó	dulo Red	14
	2.1.	Interfaz	14
	2.2.	Representación	15
		2.2.1. Estructura	15
		2.2.2. Invariante de Representación	16
		2.2.3. Función de Abstracción	18
	2.3.	Algoritmos	18
3.	Mó	dulo Cola de mínima prioridad $(\alpha)$	24
	3.1.	Especificación	24
	3.2.	Interfaz	25
		3.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad	25
	3.3.	Representación	26
		3.3.1. Representación de colaMinPrior	26
		3.3.2. Invariante de Representación	26
		3.3.3. Función de Abstracción	26
	3.4.	Algoritmos	26
4.	Mó	dulo Diccionario logarítmico $(\alpha)$	28
	4.1.	Interfaz	28
		4.1.1. Operaciones básicas de Diccionario logarítimico( $\alpha$ )	28
		4.1.2. Operaciones auxiliares del TAD	29
	4.2.	Representación	29
		4.2.1. Representación de dicc $\text{Log}(\alpha)$	29
		4.2.2. Invariante de Representación	29
		4.2.3. Función de Abstracción	30
	4.3.	Algoritmos	30
<b>5.</b>	Móc	dulo Árbol binario $(\alpha)$	37
	5.1.	Interfaz	37
		5.1.1. Operaciones básicas de Árbol binario( $\alpha$ )	37
	5.2.	Representación	38

		5.2.1. Representación de $\mathrm{ab}(\alpha)$	38
		5.2.2. Invariante de Representación	38
		5.2.3. Función de Abstracción	38
	5.3.	Algoritmos	38
6.	Mó	dulo Diccionario String $(\alpha)$	40
	6.1	Interfaz	40

#### 1. Módulo DCNet

#### 1.1. Interfaz

```
se explica con: DCNET.
géneros: dcnet.
```

## 1.1.1.

```
Operaciones básicas de DCNet
INICIARDCNET(in r : red) \rightarrow res : dcnet
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} iniciarDCNet(red)\}\
Complejidad: O(n*(n+L)) donde n es es la cantidad de computadoras y L es la longitud de nombre de
computadora mas larga
Descripción: crea una DCNet nueva tomando una red
CREARPAQUETE(in/out \ dcn: dcnet, in \ p: paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{
       dcn =_{\text{obs}} dcn_0 \wedge
      \neg(\exists p':paquete)(paqueteEnTransito(dcn, p') \land id(p) = id(p') \land origen(p) \in computadoras(red(dcn)) \land<sub>L</sub>
               \operatorname{destino}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn)) \wedge_{\operatorname{L}} \operatorname{hayCamino}(\operatorname{red}(dcn), \operatorname{origen}(p), \operatorname{destino}(p))))
\mathbf{Post} \equiv \{dcn =_{obs} \operatorname{crearPaquete}(dcn_0)\}\
Complejidad: O(L + log(k)) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga y k es la longitud de
la cola de paquetes mas larga
Descripción: crea un nuevo paquete
AVANZARSEGUNDO(in/out dcn: dcnet)
\mathbf{Pre} \equiv \{dcn =_{\mathrm{obs}} dcn_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{dcn =_{obs} avanzar Segundo(dcn_0)\}\
Complejidad: O(n*(L+log(k))) donde n es es la cantidad de computadoras, L es la longitud de nombre de
computadora mas larga y k es la longitud de la cola de paquetes mas larga
Descripción: envia los paquetes con mayor prioridad a la siguiente compu
Red(\mathbf{in}\ dcn: \mathtt{dcnet}) \rightarrow res: \mathtt{red}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{red}(dcn)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve la red de una DCNet
Aliasing: res es una referencia no modificable
CAMINORECORRIDO(in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: secu(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{paqueteEnTransito?}(dcn, p) \}
Post \equiv \{alias(res =_{obs} caminoRecorrido(dcn, p))\}
Complejidad: O(n * log(k)) donde n es es la cantidad de computadoras y k es la longitud de la cola de paquetes
```

Aliasing: res es una referencia no modificable

mas larga

```
CANTIDADENVIADOS(in dcn: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn))\}\
Post \equiv \{res =_{obs} cantidadEnviados(dcn, c)\}\
Complejidad: O(L) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga
Descripción: devuelve la cantidad de paquetes enviados por una compu
ENESPERA(in dcn: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: conj(paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn))\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{enEspera}(dcn, c)) \}
Complejidad: O(L) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga
Descripción: devuelve el conjunto de paquetes encolados en una compu
Aliasing: res es una referencia no modificable
PAQUETEENTRANSITO(in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \text{ paqueteEnTransito}(dcn, p) \}
Complejidad: O(n * log(k)) donde n es es la cantidad de computadoras y k es la longitud de la cola de paquetes
Descripción: indica si el paquete está en transito
LaQueMasEnvio(in dcn: dcnet) \rightarrow res: compu
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{laQueMasEnvio}(dcn)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve la compu que mas paquetes envió
Aliasing: res es una referencia no modificable
ullet = ullet(in dcn_1: dcnet, in dcn_2: dcnet) 	o res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathbf{obs}} dcn_1 = dcn_2\}
Complejidad: O(n * k^3 * (k+n))
Descripción: compara dcn_1 y dcn_2 por igualdad
```

## 1.2. Representación

## 1.2.1. Representación de denet

```
dcnet se representa con estr
```

#### 1.2.2. Invariante de Representación

- (I) Las compus de los elementos de vectorCompusDCNet son punteros a todas las compus de la topología
- (II) Las claves de diccCompusDCNet son todos los hostnames de la topología
- (III) Los significados de diccCompusDCNet son punteros que apuntan a las compuDCNet cuyo hostname equivale a su clave en vectorCompusDCNet
- (IV) laQueMásEnvió es un puntero a la compuDCNet en vectorCompusDCNet que más paquetes enviados tiene. Si no hay compus es NULL
- (V) El conjPaquetesDCNet contiene tuplas con iteradores a todos los paquetes en tránsito en la red y sus recorridos
- (VI) Todos los paquetes en conj Paquetes de cada compu<br/>DCNet tienen id único y tanto su origen como destino existen en la topología
- (VII) El paquete en conjPaquetes tiene que tener en su recorrido a la compuDCNet en la que se encuentra y esta no puede ser igual al destino del recorrido
- (VIII) Las claves de diccPaquetesDCNet son los id de los paquetes en conjPaquetes
  - (IX) Los significados de diccPaquetesDCNet son un iterador al paqueteDCNet de conjPaquetesDCNet que contiene un iterador al paquete con el id equivalente a su clave y un recorrido que es uno de los caminos mínimos del origen del paquete a la compu en la que se encuentra
  - (X) La cantidad de enviados de una compuDCNet es igual o mayor a la cantidad de apariciones de esa compu en los caminos recorridos de paquetes en la red
  - (XI) El paquete a enviar de cada compuDCNet es un iterador que no tiene siguiente

```
\text{Rep}: \text{estr} \longrightarrow \text{bool}
Rep(e) \equiv true \iff
               (\forall c: \text{compu})(c \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \Leftrightarrow
                 (\exists cd: compuDCNet) (está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \land (cd.pc = puntero(c)) \land
                 (\exists s: \text{string})(\text{def}?(s, e.\text{diccCompusDCNet}) \land (s = c.\text{ip})))
               ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
               (\forall cd: compuDCNet)(está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \Leftrightarrow
                (\exists s: \text{string})((s = cd.\text{pc} \rightarrow \text{ip}) \land \text{def}?(s, e.\text{diccCompusDCNet}) \land_{L}
                obtener(s, e.diccCompusDCNet) = puntero(cd))
               ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
               (\exists cd: compuDCNet)(está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \land_{t}
               *(cd.pc) = \text{compuQueMásEnvi}ó(e.\text{vectorCompusDCNet}) \land e.\text{laQueMásEnvi}ó= \text{puntero}(cd)) \land_{\text{L}}
               (\forall cd_1: compuDCNet)(está?(cd_1, e.vectorCompusDCNet) \Rightarrow
                (\forall p_1: paquete)(p_1 \in cd_1.conjPaquetes \Rightarrow
                 (\forall cd_2: compuDCNet)((está?(cd_2, e.vectorCompusDCNet) \land cd_1 \neq cd_2) \Rightarrow
                  (\forall p_2: paquete)(p_2 \in cd_2.conjPaquetes \Rightarrow p_1.id \neq p_2.id)
               ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
               (\forall cd: compuDCNet)(está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \Rightarrow
                 (\forall p: paquete)(p \in cd.conjPaquetes \Leftrightarrow
                   ((p.\text{origen} \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \land p.\text{destino} \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \land
                   p.\text{destino} \neq *(cd.\text{pc})) \land_{L}
                   (\exists sc: secu(compu))(sc \in caminosMinimos(e.topologia, p.origen, p.destino) \land está(*(cd.pc), sc))) \land
                   (\exists n: \text{nat}) ((\text{def}?(n, cd.\text{diccPaquetesDCNet}) \land p.\text{id} = n) \land_{\text{L}}
                    (\exists pdn: paqueteDCNet)(pdn \in e.conjPaquetesDCNet \land Siguiente(pdn.it) = p \land
                      ((p.\text{origen} = *(cd.\text{pc}) \land pdn.\text{recorrido} = *(cd.\text{pc}) \bullet <>) \lor
                      (p.\text{origen} \neq *(cd.\text{pc}) \land pdn.\text{recorrido} \in \text{caminosMinimos}(e.\text{topologia}, p.\text{origen}, *(cd.\text{pc})))) \land
                     Siguiente(obtener(n, cd.diccPaquetesDCNet)) = pdn
                 ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
                 (\neg vacía?(cd.colaPaquetesDCNet) \Leftrightarrow
                   (\exists p: paquete)((p \in cd.conjPaquetes)) \land (p = paqueteMásPrioridad(cd.conjPaquetes)) \land
                   (\exists pdn: paqueteDCNet)((pdn \in e.conjPaquetesDCNet) \land (Siguiente(pdn.it) = p) \land
                   (Siguiente(proximo(cd.colaPaquetesDCNet)) = pdn))
                  )
                 ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
                 (cd.enviados \ge enviadosCompu(*(cd.pc), e.vectorCompusDCNet)) \land
                 (¬HaySiguiente?(cd.paqueteAEnviar)) )
                                                                                                                                       \{\neg vacía?(scd)\}
compuQueMásEnvió : secu(compuDCNet) scd \longrightarrow compu
\max Enviado : secu(compuDCNet) scd \longrightarrow nat
                                                                                                                                       \{\neg vacía?(scd)\}
enviaronK : secu(compuDCNet) \times nat \longrightarrow conj(compu)
paqueteMásPrioridad : conj(paquete) cp \longrightarrow paquete
                                                                                                                                             \{\neg\emptyset?(cp)\}
paquetesConPrioridadK : conj(paquete) \times nat \longrightarrow conj(paquete)
altaPrioridad : conj(paquetes) cp \longrightarrow nat
                                                                                                                                             \{\neg\emptyset?(cp)\}
enviadosCompu : compu \times secu(compuDCNet) \longrightarrow nat
aparicionesCompu: compu \times conj(nat) cn \times dicc(nat \times itConj(paqueteDCNet)) <math>dp \longrightarrow nat
```

 $\{\text{claves}(dp) \subseteq cn\}$ 

```
compuQueMásEnvió(scd) \equiv dameUno(enviaronK(scd, maxEnviado(scd)))
\max \text{Enviado}(scd) \equiv \text{if } \text{vac}(\text{a}(\sin(scd))) \text{ then } \text{prim}(scd). \text{enviados } \text{else } \max(\text{prim}(scd), \max \text{Enviado}(\sin(scd))) \text{ fi}
enviaronK(scd, k) \equiv if \text{ vacía}?(scd) then
                             else
                                 if prim(scd).enviados = k then
                                     Ag(*(prim(scd).pc), enviaronK(fin(scd), k))
                                     enviaronK(fin(scd), k)
                                 fi
                             fi
paqueteMásPrioridad(dcn, cp) \equiv dameUno(paquetesConPrioridadK(cp, altaPrioridad(cp)))
altaPrioridad(cp) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(\sin \operatorname{Uno}(cp)) then
                                dameUno(cp).prioridad
                            else
                                \min(\text{dameUno}(cp).\text{prioridad}, \text{altaPrioridad}(\sin \text{Uno}(cp)))
paquetesConPrioridadK(cp, k) \equiv \mathbf{if} \emptyset ? (cp) \mathbf{then}
                                             else
                                                 if dameUno(cp).prioridad = k then
                                                      Ag(dameUno(cp), paquetesConPrioridadK(sinUno(cp), k))
                                                     paquetesConPrioridadK(\sin Uno(cp), k)
enviadosCompu(c, scd) \equiv if  vacía?(scd)  then
                                   else
                                        if prim(scd) = c then
                                            enviadosCompu(c, fin(scd))
                                        else
                                            aparicionesCompu(c, claves(prim(scd).diccPaquetesDCNet),
                                            \operatorname{prim}(scd).\operatorname{diccPaquetesDCNet}) + \operatorname{enviadosCompu}(c, \operatorname{fin}(scd))
                                        fi
aparicionesCompu(c, cn, dpd) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(cn) \mathbf{then}
                                            {f else}
                                                if \operatorname{est\'a?}(c, \operatorname{Siguiente}(\operatorname{obtener}(\operatorname{dameUno}(cn), dpd)).\operatorname{recorrido}) then
                                                    1 + \operatorname{aparicionesCompu}(c, \sin \operatorname{Uno}(cn), dpd)
                                                else
                                                    aparicionesCompu(c, sinUno(cn), dpd)
                                            fi
```

#### 1.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{dcnet} {Rep(e)} Abs(e) =_{\text{obs}} \text{dcn: dcnet} \mid \text{red}(dcn) = e.\text{topología} \land (\forall cdn: \text{compuDCNet})(\text{está?}(cdn, e.\text{vectorCompusDCNet}) \Rightarrow_{\text{L}} \text{enEspera}(dcn, *(cdn.\text{pc})) = cdn.\text{conjPaquetes} \land \text{cantidadEnviados}(dcn, *(cdn.\text{pc})) = cdn.\text{enviados} \land (\forall p: \text{paquete})(p \in cdn.\text{conjPaquetes} \Rightarrow_{\text{L}} \text{caminoRecorrido}(dcn, p) = \text{Siguiente}(\text{obtener}(p.\text{id}, cdn.\text{diccPaquetesDCNet})).\text{recorrido})
```

## 1.3. Algoritmos

```
iIniciarDCNet (in topo: red) \rightarrow res: estr
                                                                                      O(n! * n^6)
    res.topologia ← Copiar(topo)
    res.vectorCompusDCNet ← Vacia()
                                                                                          O(1)
    res.diccCompusDCNet ← CrearDicc()
                                                                                          O(1)
    res.laQueMasEnvio \leftarrow NULL
                                                                                          O(1)
    res.conjPaquetesDCNet ← Vacio()
                                                                                          O(1)
    itConj(compu): it ← CrearIt(Computadoras(topo))
                                                                                          O(1)
    if (HaySiguiente?(it)) then
                                                                                          O(1)
         res.laQueMasEnvio ← puntero(Siguiente(it))
                                                                                          O(1)
    end if
    while HaySiguiente?(it) do
                                                                                          O(1)
         compuDCNet: compudcnet ← <puntero(Siguiente(it)), Vacio(), CrearDicc(),
             Vacia(), CrearIt(Vacio()), 0>
                                                                                          O(1)
         AgregarAtras (res.vectorCompusDCNet, compudenet)
                                                                                          O(n)
         Definir (res.diccCompusDCNet, Siguiente (it).ip, puntero (compudent))
                                                                                          O(L)
         Avanzar (it)
                                                                                          O(1)
                                                                                  O(n * (n + L))
    end while
Complejidad : O(n*(n+L))
```

```
iCrearPaquete (in/out \ dcn: dcnet, in \ p: paquete)
    puntero(compuDCNet): compudenet ←
         Significado (dcn.diccCompusDCNet, p.origen.ip)
                                                                                            O(L)
    itConj(paquete): itPaq \leftarrow AgregarRapido(compudenet \rightarrow conjPaquetes, p)
                                                                                            O(1)
    lista (compu): recorr ← AgregarAtras (Vacia (), p.origen)
                                                                                            O(1)
    paqueteDCNet: paqDCNet ← <itPaq, recorr>
                                                                                            O(1)
    itConj(paqueteDCNet): itPaqDCNet ←
         AgregarRapido (dcn.conjPaquetesDCNet, paqDCNet)
                                                                                            O(1)
    Definir (compudenet→diccPaquetesDCNet, p.id, itPaqDCNet)
                                                                                        O(\log(k))
    Encolar (compudent -> colaPaquetesDCNet, p. prioridad, itPaqDCNet)
                                                                                        O(\log(k))
Complejidad : O(log(k) + L)
```

```
iAvanzarSegundo (in/out dcn: dcnet)
    nat: \max Enviados \leftarrow 0
    nat: \ i \ \leftarrow \ 0
                                                                                              O(1)
     while \quad i \ < \ Longitud \, (\, dcn \, . \, vectorCompusDCNet \, ) \quad do
                                                                                              O(1)
         if (¬EsVacia?(dcn.vectorCompusDCNet[i].colaPaquetesDCNet)) then
              dcn.vectorCompusDCNet[i].paqueteAEnviar \leftarrow
                  Desencolar (dcn.vectorCompusDCNet[i].colaPaquetesDCNet)
                                                                                          O(\log(k))
         end if
         i++
                                                                                              O(1)
                                                                                       O(n * log(k))
    end while
    i \leftarrow 0
                                                                                              O(1)
     while i < Longitud (dcn.vectorCompusDCNet) do
                                                                                              O(1)
         if (HaySiguiente?(dcn.vectorCompusDCNet[i].paqueteAEnviar)) then
                                                                                              O(1)
              dcn.vectorCompusDCNet[i].enviados++
                                                                                              O(1)
              if (dcn.vectorCompusDCNet[i].enviados > maxEnviados) then
                                                                                              O(1)
                  dcn.laQueMasEnvio ← puntero(dcn.vectorCompusDCNet[i])
                                                                                              O(1)
              end if
              paquete: pAEnviar ←
                  Siguiente (Siguiente (dcn.vectorCompusDCNet[i].paqueteAEnviar).it)
                                                                                              O(1)
              itConj(lista(compu)): itercaminos \leftarrow
                  CrearIt (Caminos Minimos (dcn. topologia,
                  *(dcn.vectorCompusDCNet[i].pc), pAEnviar.destino))
                                                                                              O(1)
             compu: siguientecompu \leftarrow Siguiente(itercaminos)[1]
                                                                                              O(1)
              if (pAEnviar.destino \neq siguientecompu) then
                                                                                              O(1)
                  compuDCNet: siguientecompudcnet ←
                       *(Obtener(dcn.diccCompusDCNet, siguientecompu.ip))
                                                                                              O(L)
                  itConj(paquete): itpaquete \leftarrow
                       AgregarRapido (siguientecompudenet.conjPaquetes, pAEnviar)
                                                                                              O(1)
                  itConj(paqueteDCNet): paqAEnviar \leftarrow
                       Obtener (dcn.vectorCompusDCNet[i].diccPaquetesDCNet,
                       pAEnviar.id)
                                                                                          O(\log(k))
                  AgregarAtras (Siguiente (paqAEnviar). recorrido, siguientecompu)
                                                                                              O(1)
                  Encolar (siguientecompudenet.colaPaquetesDCNet,
                       pAEnviar.prioridad, paqAEnviar)
                                                                                          O(\log(k))
                  Definir \, (\, siguiente compudenet \, . \, dicc Paquetes DCNet \, , \,
                       pAEnviar.id, paqAEnviar)
                                                                                          O(\log(k))
             end if
              Borrar (dcn.vectorCompusDCNet[i].diccPaquetesDCNet,
                  Siguiente (dcn. vectorCompusDCNet [i]. paqueteAEnviar→it). id)
                                                                                          O(\log(k))
              Eliminar Siguiente (Siguiente (dcn. vector Compus DCNet [i]. paquete A Enviar). it)
                                                                                              O(1)
              Eliminar Siguiente (dcn. vector Compus DCNet [i]. paquete A Enviar)
                                                                                              O(1)
             dcn.vectorCompusDCNet[i].paqueteAEnviar ← CrearIt(Vacio())
                                                                                              O(1)
         end if
                                                                                              O(1)
         i++
```

```
\begin{aligned} &\text{end while} \\ &\textbf{Complejidad}: O(n*(L+log(k))) \end{aligned}
```

```
\label{eq:continuous} \text{Red } (\textbf{in } dcn \colon \texttt{dcnet}) \to \text{res: red} \text{res } \leftarrow \text{ dcn.topologia} \qquad \qquad O(1) \textbf{Complejidad} \colon O(1)
```

```
CaminoRecorrido (in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: lista(compu)
    nat: \ i \ \leftarrow \ 0
                                                                                  O(1)
    while i < Longitud (dcn.vectorCompusDCNet) do
                                                                                 O(1)
        if Definido?(dcn.vectorCompusDCNet[i].diccPaquetesDCNet, p.id) then
                                                                              O(\log(k))
            p.id)).recorrido
                                                                              O(\log(k))
        end if
        i++
                                                                                  O(1)
    end while
                                                                           O(n * log(k))
Complejidad : O(n * log(k))
```

```
 \begin{aligned} & \text{CantidadEnviados} \ (\textbf{in} \ dcn \colon \textbf{dcnet}, \ \textbf{in} \ c \colon \textbf{compu}) \to \text{res: nat} \\ & \text{res} \ \leftarrow \ & \text{Obtener} \ (\text{dcn.diccCompusDCNet} \ , \ \text{c.ip} \ ) \to \text{enviados} \end{aligned} \qquad & \text{O(L)} \\ & \textbf{Complejidad} \colon O(L) \end{aligned}
```

```
\label{eq:compu} \mbox{EnEspera (in $dcn$: dcnet, in $c$: compu)$$\rightarrow$ res: nat} \mbox{res } \leftarrow \mbox{Obtener (dcn.diccCompusDCNet}\,,\ c.ip)$\rightarrow$ conjPaquetes $O(L)$} \mbox{Complejidad}: O(L)
```

```
PaqueteEnTransito (in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: bool
     res \leftarrow false
     nat: i \leftarrow 0
                                                                                                         O(1)
     while i < Longitud (dcn.vectorCompusDCNet) do
                                                                                                         O(1)
                                                                                                    O(\log(k))
          if Definido?(dcn.vectorCompusDCNet[i].diccPaquetesDCNet, p.id) then
               res \leftarrow true
                                                                                                         O(1)
          end if
          i++
                                                                                                         O(1)
                                                                                                 O(n * log(k))
     end while
Complejidad : O(n * log(k))
```

```
\label{eq:lagrangian} \begin{split} \text{LaQueMasEnvio} & \text{ (in } dcn : \texttt{dcnet}) \to \text{res: compu} \\ & \text{res } \leftarrow *(\text{dcn.laQueMasEnvio} \to \text{pc}) \end{split} \tag{O(1)} \\ \textbf{Complejidad} & : O(1) \end{split}
```

```
• =_i • (in dcn_1: dcnet, in dcn_2: dcnet) \rightarrow res: bool bool: boolTopo \leftarrow dcn_1. topologia = dcn_2. topologia bool: boolVec \leftarrow dcn_1. vectorCompusDCNet = dcn_2. vectorCompusDCNet bool: boolConj \leftarrow dcn_1. conjPaquetesDCNet = dcn_2. conjPaquetesDCNet bool: boolMasEnvio \leftarrow *(dcn_1. laQueMasEnvio) = *(dcn_2. laQueMasEnvio) O(1) res \leftarrow boolTopo \land boolVec \land boolTrie \land boolConj \land boolMasEnvio O(1) Complejidad: O(n*k^3*(k+n))
```

```
• = compuden • (in c_1: compuDCNet, in c_2: compuDCNet) \rightarrow res: bool
     bool: boolPC \leftarrow *(c_1.pc) = *(c_2.pc)
                                                                                                             O(1)
     bool: boolConj \leftarrow c_1.conjPaquetes = c_1.conjPaquetes
                                                                                                            O(k^2)
     bool: boolAVL ← true
                                                                                                             O(1)
     bool: boolCola ← true
                                                                                                             O(1)
     bool: boolPaq \leftarrow Siguiente (c_1.paquete A Enviar) =_{paqden} Siguiente (c_2.paquete A Enviar)
                                                                                                             O(n)
     bool: boolEnviados \leftarrow c_1.enviados = c_2.enviados
                                                                                                             O(1)
     if boolConj then
                                                                                                             O(1)
          itConj: itconj_1 \leftarrow CrearIt(c_1.conjPaquetes)
                                                                                                             O(1)
           while HaySiguiente?(itconj_1) do
                                                                                                             O(1)
                if Definido?(c_2.diccPaquetesDCNet, Siguiente(itconj_1)).id then
                                                                                                        O(\log(n))
                     if \neg (Siguiente (Obtener (c_1 \cdot \text{diccPaquetesDCNet}, \text{Siguiente}(itconj_1) \cdot \text{id}))
                          Siguiente (Obtener (c_1.\operatorname{diccPaquetesDCNet}, \operatorname{Siguiente}(itconj_1).\operatorname{id})))
                                                                                                             O(n)
                          boolAVL \leftarrow false
                                                                                                             O(1)
                     end if
                else
                     boolAVL \leftarrow false
                                                                                                             O(1)
                end if
                Avanzar (itconj_1)
                                                                                                             O(1)
          end while
                                                                                                         O(n * k)
     end if
                                                                                                             O(1)
     if EsVacia(c_1.colaPrioridad) then
           if \neg EsVacia(c_2.colaPrioridad) then
                                                                                                             O(1)
               boolCola \leftarrow false
                                                                                                             O(1)
          end if
     else
           if EsVacia(c_1.colaPrioridad) then
                                                                                                             O(1)
                boolCola \leftarrow false
                                                                                                             O(1)
           else
                if \neg (Siguiente(Proximo(c_1.colaPrioridad))) =_{paqden}
                                                                                                             O(n)
                     Siguiente (Proximo (c_2 \cdot cola Prioridad))) then
```

$$\begin{array}{c} \text{boolCola} \leftarrow \text{false} & \text{O(1)} \\ \text{end if} \\ \text{end if} \\ \\ \text{res} \leftarrow \text{boolPC} \land \text{boolConj} \land \text{boolAVL} \land \text{boolCola} \land \text{boolPaq} \land \text{boolEnviados} \\ \\ \textbf{Complejidad} : O(k^2 + n * k) = O(k * (k + n)) \end{array}$$

## 2. Módulo Red

## 2.1. Interfaz

```
se explica con: RED.
géneros: red.
INICIARRED() \rightarrow res : red
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ iniciarRed}\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea una red nueva
AGREGARCOMPUTADORA(in/out \ r : red, in \ c : compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{ (r =_{\mathrm{obs}} r_0) \land ((\forall c': \mathrm{compu}) \ (c' \in \mathrm{computadoras}(r) \Rightarrow \mathrm{ip}(c) \neq \mathrm{ip}(c'))) \ \}
\mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{agregarComputadora}(r_0, c)) \}
Complejidad: O((n * L))
Descripción: Agrega una computadora a la red
Aliasing: La compu se agrega por copia
CONECTAR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ r: red, \mathbf{in}\ c: compu, \mathbf{in}\ c': compu, \mathbf{in}\ i: compu, \mathbf{in}\ i': compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{(r =_{obs} r_0) \land (c \in computadoras(r)) \land (c' \in computadoras(r)) \land (ip(c) \neq ip(c'))\}
\land (\neg \text{conectadas}?(r, c, c')) \land (\neg \text{usaInterfaz}?(r, c, i) \land \neg \text{usaInterfaz}?(r, c', i')) \}
\mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{conectar}(r_0, c, i, c', i'))\}\
Complejidad: O(n! * (n^4))
Descripción: Conecta dos computadoras y recalcula los caminos mínimos de la red.
COMPUTADORAS(in r : red) \rightarrow res : conj(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{computadoras}(r)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve el conjunto de computadoras de la red.
Aliasing: El conjunto se da por referencia, y es modificable si y solo si la red es modificable.
CONECTADAS?(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \mathbf{computadoras}(r)) \land (c' \in \mathbf{computadoras}(r))\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas?}(r, c, c')\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Indica si dos computadoras de la red estan conectadas
INTERFAZUSADA(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: interfaz
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{conectadas?}(r, c, c') \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} interfazUsada(r, c, c') \}
Complejidad: O(L+n)
Descripción: Devuelve la interfaz con la cual se conecta c con c'
VECINOS(\mathbf{in}\ r : \mathtt{red},\ \mathbf{in}\ c : \mathtt{compu}) \to res : \mathtt{conj}(\mathtt{compu})
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vecinos(r, c)\}\
Complejidad: O(n^2)
Descripción: Devuelve el conjunto de computadoras conectadas con c
Aliasing: Devuelve una copia de las computadoras conectadas a c
```

```
USAINTERFAZ?(in r: red, in c: compu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} usaInterfaz?(r, c, i)\}
Complejidad: O(L+n)
Descripción: Indica si la interfaz i es usada por la computadora c
CAMINOSMINIMOS(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: conj(lista(compu))
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \operatorname{computadoras}(r)) \land (c' \in \operatorname{computadoras}(r))\}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{caminosMinimos}(r, c, i)) \}
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve el conjunto de caminos minimos de c a c'
Aliasing: Devuelve una refencia no modificable
HAYCAMINO?(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \operatorname{computadoras}(r)) \land (c' \in \operatorname{computadoras}(r))\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{hayCamino?}(r, c, i)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Indica si existe algún camino entre c y c'
COPIAR(in r: red) \rightarrow res: red
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} r\}
Complejidad: O(n!*(n^6))
Descripción: Devuelve una copia la red
ullet = ullet (\mathbf{in} \ r \colon \mathtt{red}, \ \mathbf{in} \ r' \colon \mathtt{red}) 	o res : \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} (r =_{obs} r') \}
Complejidad: O(n + L^2)
Descripción: Indica si r es igual a r'
```

## 2.2. Representación

### 2.2.1. Estructura

#### 2.2.2. Invariante de Representación

- (I) Todas los elementos de *compus* deben tener IPs distintas.
- (II) Para cada compu, el diccionario de strings dns define para la clave <IP de esa compu> un nodoRed cuyo pc es puntero a esa compu.
- (III) nodoRed.conexiones contiene como claves todas las interfaces usadas de la compu c (que tienen que estar en pc.interfaces)
- (IV) Ningun nodo se conecta con si mismo.
- (V) Ningun nodo se conecta a otro a traves de dos interfaces distintas.
- (VI) Para cada nodoRed en dns, caminos tiene como claves todas las IPs de las compus de la red (estr.compus), y los significados corresponden a todos los caminos mínimos desde la compu pc hacia la compu cuya IP es clave.

```
Rep : estr \longrightarrow bool
Rep(e) \equiv true \iff (
                    ((\forall c1, c2: \text{compu}) \ (c1 \neq c2 \land c1 \in e.\text{compus} \land c2 \in e.\text{compus}) \Rightarrow c1.\text{ip} \neq c2.\text{ip}) \land c1
                    ((\forall c: \text{compu})(c \in e.\text{compus}) \Rightarrow
                      (\text{def?}(c.\text{ip}, e.\text{dns}) \land_{\text{L}} \text{obtener}(c.\text{ip}, e.\text{dns}).\text{pc} = \text{puntero}(c))
                    )) \wedge
                    ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{L} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      (\exists c: \text{compu}) \ (c \in e.\text{compus} \land (n.\text{pc} = \text{puntero}(c)))
                   )) \wedge
                    ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      ((\forall t: nat) (def?(t, n.conexiones) \Rightarrow (t \in n.pc \rightarrow interfaces)))
                   )) \
                    ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      ((\forall t: \text{nat}) (\text{def}?(t, n.\text{conexiones}) \Rightarrow_{\mathsf{L}} (\text{obtener}(t, n.\text{conexiones}) \neq \text{puntero}(n))))
                    )) \
                    ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      (\forall t1, t2: \text{nat}) ((t1 \neq t2 \land \text{def}?(t1, n.\text{conexiones}) \land \text{def}?(t2, n.\text{conexiones})) \Rightarrow_{\perp}
                         (obtener(t1, n.conexiones) \neq obtener(t2, n.conexiones))
                      ))
                    )) ^
                    ((\forall i1, i2: \text{string}, n1, n2: \text{nodoRed}))
                      (\operatorname{def?}(i1, e.\operatorname{dns}) \wedge_{\scriptscriptstyle{L}} n1 = \operatorname{obtener}(i1, e.\operatorname{dns})) \wedge
                      (def?(i2, e.dns) \wedge_L n2 = obtener(i2, e.dns))
                     \Rightarrow (def?(i2, n1.caminos) \land_L obtener(i2, n1.caminos) = darCaminosMinimos(n1, n2))
                    ))
                    )
vecinas
                                      : nodoRed
                                                                                                                                                      → conj(nodoRed)
auxVecinas
                                      : nodoRed \times dicc(nat \times puntero(nodoRed))
                                                                                                                                                      \longrightarrow conj(nodoRed)
secusDeLongK
                                      : \operatorname{conj}(\operatorname{secu}(\alpha)) \times \operatorname{nat}
                                                                                                                                                      \longrightarrow \operatorname{conj}(\operatorname{secu}(\alpha))
longMenorSec
                                      : conj(secu(\alpha)) secus
                                                                                                                                                      \longrightarrow nat
                                                                                                                                                                                \{\neg \emptyset?(secus)\}
```

darRutas

: nodoRed  $nA \times \text{nodoRed } nB \times \text{conj(pc)} \times \text{secu(nodoRed)}$ 

 $\longrightarrow$  conj(secu(nodoRed))

```
: conj(pc) \ vec \times nodoRed \ n \times conj(pc) \times secu(nodoRed)
                                                                                               \longrightarrow conj(secu(nodoRed))
darRutasVecinas
darCaminosMinimos : nodoRed n1 \times nodoRed n1
                                                                                               \longrightarrow conj(secu(compu))
vecinas(n)
                                                 \equiv \text{auxVecinas}(n, n.\text{conexiones})
\operatorname{auxVecinas}(n, cs)
                                                 \equiv if \emptyset?(cs) then
                                                       \emptyset
                                                    else
                                                        Ag(obtener(dameUno(claves(cs)), cs), auxVecinas(n, sinUno(cs)))
secusDeLongK(secus, k)
                                                   if \emptyset?(secus) then
                                                        Ø
                                                    else
                                                       if long(dameUno(secus)) = k then
                                                           dameUno(secus) \cup secusDeLongK(sinUno(secus), k)
                                                       else
                                                           secusDeLongK(sinUno(secus), k)
                                                    fi
longMenorSec(secus)
                                                 \equiv if \emptyset?(sinUno(secus)) then
                                                        long(dameUno(secus))
                                                    else
                                                       \min(\log(\text{dameUno}(secus)),
                                                       longMenorSec(sinUno(secus)))
                                                    fi
darRutas(nA, nB, rec, ruta)
                                                 \equiv if nB \in \text{vecinas}(nA) then
                                                        Ag(ruta \circ nB, \emptyset)
                                                       if \emptyset?(vecinas(nA) - rec) then
                                                           Ø
                                                        else
                                                           darRutas(dameUno(vecinas(nA) - rec),
                                                           nB, Ag(nA, rec),
                                                           ruta \circ dameUno(vecinas(nA) - rec)) \cup
                                                           darRutasVecinas(sinUno(vecinas(nA) - rec),
                                                           nB, Ag(nA, rec),
                                                           ruta \circ dameUno(vecinas(nA) - rec)
                                                    fi
darRutasVecinas(vecinas, n, rec, ruta)
                                                 \equiv if \emptyset?(vecinas) then
                                                        Ø
                                                    else
                                                        darRutas(dameUno(vecinas), n, rec, ruta) \cup
                                                        darRutasVecinas(sinUno(vecinas), n, rec, ruta)
                                                    fi
darCaminosMinimos(nA, nB)
                                                   secusDeLongK(darRutas(nA, nB, \emptyset, \langle \rangle),
                                                    longMenorSec(darRutas(nA, nB, \emptyset, <>)))
```

#### 2.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{red} {Rep(e)} 

Abs(e) =<sub>obs</sub> r: red | e.compus =<sub>obs</sub> computadoras(r) \land ((\forall c1, c2: compu, i1, i2: string, n1, n2: nodoRed) (
 (c1 \in e.\text{compus} \land i1 = c1.\text{ip} \land \text{def?}(i1, e.\text{dns}) \land_{\text{L}} n1 = \text{obtener}(i1, e.\text{dns}) \land c1 = *n1.\text{pc}) \land (c2 \in e.\text{compus} \land i2 = c2.\text{ip} \land \text{def?}(i2, e.\text{dns}) \land_{\text{L}} n2 = \text{obtener}(i2, e.\text{dns}) \land c2 = *n2.\text{pc}) \land (c1 \neq c2))) \Rightarrow_{\text{L}}  (conectadas?(r, c1, c2) \Leftrightarrow (\exists t1, t2: nat) (
 t1 = \text{interfazUsada}(r, c1, c2) \land t2 = \text{interfazUsada}(r, c2, c1) \land \text{def?}(t1, n1.\text{conexiones}) \land \text{def?}(t2, n2.\text{conexiones}) \land_{\text{L}} (
 \& n2 = \text{obtener}(t1, n1.\text{conexiones}) \land \& n1 = \text{obtener}(t2, n2.\text{conexiones}) ))))
```

## 2.3. Algoritmos

```
 \begin{array}{l} \text{iIniciarRed ()} \rightarrow \text{res: red} \\ \text{res.compus} \leftarrow \text{Vacio()} \\ \text{res.dns} \leftarrow \text{Vacio()} \\ \text{\textbf{Complejidad}} : O(1) \\ \end{array}
```

```
iAgregarComputadora (in/out r: red, in c: compu)
    itCompus:itConj(compu) \leftarrow CrearIt(r.compus)
                                                                                                       O(1)
    while HaySiguiente?(itCompus) do
                                                                                                       O(1)
      nr:nodoRed ← Significado(r.dns, Siguiente(itCompus).ip)
                                                                                                       O(L)
      Definir(nr.caminos, c.ip, Vacio())
                                                                                                       O(L)
      Avanzar(itCompus)
                                                                                                       O(1)
    end while
                                                                                                     O(n*L)
    AgregarRapido(r.compus, c)
                                                                                                       O(1)
    Definir(r.dns, compu.ip, Tupla<&c, Vacio(), Vacio()>)
                                                                                                       O(L)
    InicializarConjCaminos(r, c)
                                                                                                     O(n*L)
  Complejidad : O(n * L)
```

```
\begin{array}{lll} \text{InicializarConjCaminos} & (\textbf{in/out} \ r \colon \texttt{red, in} \ c \colon \texttt{compu}) \\ & \text{itCompus} \colon \texttt{itConj}(\texttt{compu}) \leftarrow \texttt{CrearIt}(\texttt{r.compus}) & \texttt{O}(1) \\ & \texttt{cams} \colon \texttt{diccTrie}(\texttt{ip\,,conj}(\texttt{lista\,(compu}))) \leftarrow \\ & \texttt{Significado}(\texttt{r.dns, c.ip\,).caminos} & \texttt{O}(\texttt{L}) \\ & \text{while HaySiguiente?}(\texttt{itCompus}) & \texttt{do} & \texttt{O}(1) \\ & \texttt{Definir}(\texttt{cams, Siguiente}(\texttt{itCompus}).\texttt{ip\,, Vacio}()) & \texttt{O}(\texttt{L}) \\ & \texttt{Avanzar}(\texttt{itCompus}) & \texttt{O}(1) \\ & \texttt{end while} & \texttt{O}(\texttt{n*L}) \\ \\ & \textbf{Complejidad} \colon O(n*L) \end{array}
```

```
CrearTodosLosCaminos (in/out r: red)
  itCompuA: itConj(compu) \leftarrow CrearIt(r.compus)
                                                                                                         O(1)
  while HaySiguiente?(itCompuA) do
                                                                                                         O(1)
    nr:nodoRed ← Significado(r.dns, Siguiente(itCompuA).ip)
                                                                                                         O(L)
    itCompuB:itConj(compu) ← CrearIt(r.compus)
                                                                                                         O(1)
    while HaySiguiente?(itCompuB) do
                                                                                                         O(1)
      caminimos: conj(lista(compu)) \leftarrow Minimos(Caminos)
                                                                                            O( n! * n*(n + L))
        (nr, Siguiente(itCompuB).ip)
      Definir(nr.caminos, Siguiente(itCompuB).ip, caminimos)
                                                                                                         O(L)
      Avanzar(itCompuB)
                                                                                                         O(1)
                                                                                         O(n! * (n^2 * (n + L)))
    end while
    Avanzar(itCompuA)
                                                                                                         O(1)
                                                                                         O(n! * (n^3 * (n + L)))
  end while
Complejidad : O(n! * (n^3 * (n + L)))
```

Caminos (in $c1$ : nodoRed, in $ipDestino$ : string) $\rightarrow$ res: conj(lista(compu)) res $\leftarrow$ Vacio()	O(1)
	O(1) O(1)
iCandidatos: lista (nodoRed) ← listaNodosVecinos(c1) iRecorrido: lista (compu) ← Vacia() AgregarAdelante(iRecorrido, *(c1.pc))	O(n) O(1) O(1)
Apilar(frameRecorrido, iRecorrido) Apilar(frameCandidatos, iCandidatos)	O(1) O(1)
pCandidatos:compu fCandidatos:lista(nodoRed)	O(1) O(1)
while ¬EsVacia?(frameRecorrido) do iRecorrido ← Tope(frameRecorrido) iCandidatos ← Tope(frameCandidatos)	O(1) O(1) O(1)
Desapilar(frameRecorrido) Desapilar(frameCandidatos)	O(1) O(1)
$pCandidatos \leftarrow Primero(iCandidatos)$	O(1)
// sigue	

```
if ¬EsVacio?(iCandidatos) then
                                                                                                       O(1)
      Fin(iCandidatos)
                                                                                                       O(1)
      fCandidatos \leftarrow iCandidatos
                                                                                                       O(n)
      if ult(iRecorrido).pc→ip = ipDestino then
                                                                                                       O(L)
        AgregarRapido(res, iRecorrido)
                                                                                                       O(n)
      else
        Apilar(frameRecorrido, iRecorrido)
                                                                                                       O(1)
        Apilar(frameCandidatos, fCandidatos)
                                                                                                       O(1)
        if ¬nodoEnLista(pCandidatos, iRecorrido) then
                                                                                               O(n*(n + L))
          iRecorrido ← Copiar(iRecorrido)
                                                                                                       O(n)
          AgregarAtras(iRecorrido, *(pCandidatos))
                                                                                                       O(n)
          Apilar(frameRecorrido, iRecorrido)
                                                                                                       O(1)
          Apilar(frameCandidatos, listaNodosVecinos(pCandidatos))
                                                                                                       O(n)
                                                                                               O(n*(n + L))
        fi
                                                                                               O(n*(n + L))
      fi
    fi
                                                                                               O(n*(n + L))
                                                                                           O(n! * n*(n + L))
  end while
Complejidad : O(n! * n * (n + L))
```

```
Minimos (in caminos: conj(lista(compu))) \rightarrow res: conj(lista(compu))
  res \leftarrow Vacio()
                                                                                                         O(1)
  longMinima: int
                                                                                                         O(1)
  itCaminos:itConj(lista(compu)) ← CrearIt(caminos)
                                                                                                         O(1)
  if HaySiguiente?(itCaminos) then
                                                                                                         O(1)
    longMinima ← Longitud(Siguiente(itCaminos))
                                                                                                         O(1)
    Avanzar(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
    while HaySiguiente?(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
      if Longitud(Siguiente(itCaminos)) < longMinima then
        longMinima ← Longitud(Siguiente(itCaminos))
                                                                                                         O(1)
      Avanzar(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
    end while
                                                                                                         O(n)
    itCaminos \leftarrow CrearIt(caminos)
                                                                                                         O(1)
    while HaySiguiente?(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
      if Longitud(Siguiente(itCaminos)) = longMinima then
                                                                                                         O(1)
        AgregarRapido(res, Siguiente(itCaminos))
                                                                                                         O(1)
      Avanzar(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
    end while
                                                                                                         O(n)
  end if
                                                                                                         O(1)
Complejidad : O(n)
```

```
\begin{array}{ll} \operatorname{listaNodosVecinos}\;(\textbf{in}\;n\colon \mathtt{nodoRed}) \to \operatorname{res:}\;\operatorname{lista(nodoRed)} \\ \operatorname{res}\;\leftarrow\;\operatorname{Vacia}() & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{itVecinos}\;:\operatorname{itDicc}(\operatorname{interfaz}\;,\;\operatorname{puntero(nodoRed)})) \leftarrow \operatorname{CrearIt}(\operatorname{n,conexiones}) & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{while}\;\operatorname{HaySiguiente?}(\operatorname{itVecinos})\;\operatorname{do} & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{AgregarAdelante}(\operatorname{res}\;,\;*\operatorname{SiguienteSignificado}(\operatorname{itVecinos})) & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{Avanzar}(\operatorname{itVecinos}) & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{end}\;\operatorname{while} & \operatorname{O}(\operatorname{n}) \\ \\ \operatorname{Complejidad}\;:O(n) & \\ \end{array}
```

```
nodoEnLista (in n: nodoRed, in ns: lista(nodoRed)) \rightarrow res: bool
  res \leftarrow false
                                                                                                                  O(1)
  itNodos: itLista(lista(nodoRed)) \leftarrow CrearIt(ns)
                                                                                                                  O(1)
  while HaySiguiente?(itNodos) do
                                                                                                                  O(1)
     if Siguiente(itNodos) = n then
                                                                                                             O(n + L)
       res \leftarrow true
                                                                                                                  O(1)
    end if
                                                                                                                  O(1)
                                                                                                                  O(1)
    Avanzar(itNodos)
                                                                                                        O(n*(n + L))
  end while
Complejidad : O(n * (n + L))
```

```
iComputadoras (in r : red) \rightarrow res: conj(compu)
res \leftarrow r.compus
Complejidad : O(1)
```

```
iConectadas? (in r: red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: bool
    nr0:nodoRed ← Significado(r.dns, c0.ip)
                                                                                                              O(L)
    it :itDicc(interfaz, puntero(nodoRed))) 

← CrearIt(nr0.conexiones)
                                                                                                              O(1)
                                                                                                              O(1)
    res \leftarrow false
    while HaySiguiente?(it) do
                                                                                                              O(1)
       if c1.ip = SiguienteSignificado(it)->pc->ip then
                                                                                                              O(1)
        res \leftarrow true
                                                                                                              O(1)
      end if
                                                                                                              O(1)
      Avanzar(it)
                                                                                                              O(1)
    end while
                                                                                                              O(n)
  Complejidad : O(L+n)
```

```
iInterfazUsada (in r: red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: interfaz
    nr0:nodoRed \leftarrow Significado(r.dns, c0.ip)
                                                                                                                  O(L)
    it :itDicc(interfaz, puntero(nodoRed))
       \leftarrow \text{CrearIt}(\text{nr0.conexiones})
                                                                                                                  O(1)
    while HaySiguiente?(it) do
                                                                                                                  O(1)
       if c1.ip = SiguienteSignificado(it)->pc->ip then
                                                                                                                  O(1)
         res ← SiguienteClave(it)
                                                                                                                  O(1)
       end if
                                                                                                                  O(1)
       Avanzar(it)
                                                                                                                  O(1)
    end while
                                                                                                                  O(n)
  Complejidad : O(L+n)
```

```
iVecinos (in r: red, in c: compu) \rightarrow res: conj(compu)
                                                                                                               O(L)
    nr:nodoRed \leftarrow Significado(r.dns, c.ip)
    res:conj(compu) \leftarrow Vacio()
                                                                                                                O(1)
    it :itDicc(interfaz, puntero(nodoRed))
       \leftarrow CrearIt(nr.conexiones)
                                                                                                                O(1)
                                                                                                                O(1)
    while HaySiguiente?(it) do
      AgregarRapido(res,*(SiguienteSignificado(it)->pc))
                                                                                                                O(1)
      Avanzar(it)
                                                                                                                O(1)
    end while
                                                                                                               O(n)
  Complejidad : O(L+n)
```

```
 \begin{split} & \text{iCaminosMinimos} \ (\textbf{in} \ r \colon \textbf{red}, \ \textbf{in} \ c_0 \colon \textbf{compu}, \ \textbf{in} \ c_1 \colon \textbf{compu}) \to \textbf{res:} \ \textbf{conj}(\textbf{secu}(\textbf{compu})) \\ & \text{nr} \colon \textbf{nodoRed} \leftarrow \ \textbf{Significado} \ (\textbf{r.dns}, \ \textbf{c0.ip}) \\ & \text{res} \leftarrow \ \textbf{Significado} \ (\textbf{pnr.caminos}, \ \textbf{c1.ip}) \\ & \textbf{Complejidad} \colon O(L) \\ \end{split}
```

```
 \begin{aligned} & \text{HayCamino? (in } r \colon \texttt{red, in } c_0 \colon \texttt{compu, in } c_1 \colon \texttt{compu}) \to \texttt{res: bool} \\ & \text{nr:nodoRed} \leftarrow & \text{Significado}(\texttt{r.dns, c0.ip}) & & \text{O(L)} \\ & \text{res} \leftarrow \neg \texttt{EsVacio?}(\texttt{Significado}(\texttt{pnr.caminos, c1.ip})) & & \text{O(L)} \\ & \textbf{Complejidad} \colon O(L) \end{aligned}
```

```
iCopiar (in otraRed : red) \rightarrow res: red
    res \leftarrow iIniciarRed
                                                                                                        O(1)
    // copia el conjunto de tuplas
    res.compus \leftarrow Copiar(otraRed.compus)
                                                                                                        O(n)
    // rearma los nodos (con conexiones en blanco) del diccionario dos
    itCompus:itConj(compu) ← CrearIt(res.compus)
                                                                                                        O(1)
    while HaySiguiente?(itCompus) do
                                                                                                        O(1)
                                                                                                        O(1)
      c:compu ← Siguiente(itCompus)
      nodoAux:nodoRed ← Obtener(otraRed.dns, c.ip)
                                                                                                        O(L)
      copiaCaminos:diccString(conj(lista(compu))) 	← Copiar(nodoAux.caminos)
                                                                                                        O(n)
      Definir(res.dns, c.ip, Tupla &c, copiaCaminos, Vacio()>)
                                                                                                        O(L)
                                                                                                        O(1)
      Avanzar(itCompus)
                                                                                                 O(n^2 + n*L)
    end while
    // rearma las conexiones
    itCompus:itConj(compu) ← CrearIt(res.compus)
                                                                                                        O(1)
    while HaySiguiente?(itCompus) do
                                                                                                        O(1)
      nodoMio:nodoRed ← Obtener(res.dns, c.ip)
                                                                                                        O(L)
      nodoOtra:nodoRed ← Obtener(otraRed.dns, c.ip)
                                                                                                        O(L)
      itInterfs:itConj(nat) \leftarrow CrearIt(nodoMio.pc \rightarrow interfaces)
                                                                                                        O(1)
      while HaySiguiente?(itInterfs) do
                                                                                                        O(1)
        interf:nat ← Siguiente(itInterfs)
                                                                                                        O(1)
        ip:string ← Obtener(nodoOtra.conexiones, interf)
                                                                                                        O(n)
        Definir (nodoMio.conexiones, interf, &Obtener (res.dns, ip))
                                                                                                        O(L)
        Avanzar(itInterfs)
                                                                                                        O(1)
                                                                                                 O(n^2 + n*L)
      end while
      Avanzar(itCompus)
                                                                                              O(n^3 + n^2 * L)
    end while
  Complejidad : O(n^3 + n^2 * L)
```

```
ullet = ullet (in r_0: red, in r_1: red) 	o res: bool res \leftarrow (r0.compus = r1.compus) \wedge (r0.dns = r1.dns) O(n + L<sup>2</sup>) Complejidad : O(n + L(L + n))
```

# 3. Módulo Cola de mínima prioridad( $\alpha$ )

El módulo cola de mínima prioridad consiste en una cola de prioridad de elementos del tipo  $\alpha$  cuya prioridad está determinada por un nat de forma tal que el elemento que se ingrese con el menor nat será el de mayor prioridad.

## 3.1. Especificación

**TAD** COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD $(\alpha)$ 

## igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \operatorname{colaMinPrior}(\alpha)) \quad \left( c =_{\operatorname{obs}} c' \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} \operatorname{vac\'ia?}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{vac\'ia?}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\neg \operatorname{vac\'ia?}(c) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{pr\'oximo}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{pr\'oximo}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\operatorname{desencolar}(c) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{pr\'oximo}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{pr\'oximo}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\operatorname{desencolar}(c')) \end{pmatrix} \right)$$

#### parámetros formales

géneros o

operaciones • < :  $\alpha \times \alpha \longrightarrow bool$ 

Relación de orden total estricto<sup>1</sup>

**géneros** cola $MinPrior(\alpha)$ 

exporta colaMinPrior( $\alpha$ ), generadores, observadores

usa Bool

#### observadores básicos

vacía? :  $\operatorname{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \operatorname{bool}$  próximo :  $\operatorname{colaMinPrior}(\alpha) c \longrightarrow \alpha$ 

 $\{\neg \text{ vacía}?(c)\}\$  $\{\neg \text{ vacía}?(c)\}\$ 

## generadores

 $\text{vac\'ia} : \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$  encolar :  $\alpha \times \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$ 

#### otras operaciones

tamaño :  $\operatorname{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \operatorname{nat}$ 

**axiomas**  $\forall c: \operatorname{colaMinPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$ 

vacía?(vacía)  $\equiv$  true vacía?(encolar(e, c))  $\equiv$  false

desencolar :  $colaMinPrior(\alpha) c$ 

 $\operatorname{pr\'oximo}(\operatorname{encolar}(e,\,c)) \qquad \equiv \ \mathbf{if} \ \operatorname{vac\'ia?}(c) \ \vee_{\scriptscriptstyle \mathrm{L}} \ \operatorname{proximo}(c) > e \ \mathbf{then} \ e \ \mathbf{else} \ \operatorname{pr\'oximo}(c) \ \mathbf{fi}$ 

 $\longrightarrow$  colaMinPrior( $\alpha$ )

 $\operatorname{desencolar}(\operatorname{encolar}(e, c)) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac\'a}?(c) \vee_{\operatorname{L}} \operatorname{proximo}(c) > e \operatorname{then} c \operatorname{else} \operatorname{encolar}(e, \operatorname{desencolar}(c)) \operatorname{fi}$ 

## Fin TAD

Antirreflexividad:  $\neg a < a$  para todo  $a : \alpha$ 

Antisimetría:  $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$  para todo  $a,b:\alpha, a \neq b$ Transitividad:  $((a < b \land b < c) \Rightarrow a < c)$  para todo  $a,b,c:\alpha$ 

**Totalidad:**  $(a < b \lor b < a)$  para todo  $a, b : \alpha$ 

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

#### 3.2. Interfaz

```
parámetros formales géneros \alpha se explica con: Cola de Mínima Prioridad(nat). géneros: colaMinPrior(\alpha).
```

## 3.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad

```
VACÍA() \rightarrow res : colaMinPrior(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacía\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea una cola de prioridad vacía
VACÍA?(\mathbf{in}\ c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} vacía?(c) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía
PRÓXIMO(in c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vac}(c)\}\
\mathbf{Post} \equiv { \{ alias(res =_{obs} \operatorname{pr\'oximo}(c)) \} }
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve el próximo elemento a desencolar
Aliasing: res es modificable si y sólo si c es modificable
DESENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vacía}?(c) \land c =_{obs} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{\mathrm{obs}} \operatorname{pr\'oximo}(c_0) \land c =_{\mathrm{obs}} \operatorname{desencolar}(c_0) \}
Complejidad: O(\log(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c)))
Descripción: Quita el elemento más prioritario
Aliasing: Se devuelve el elemento por copia
ENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha), in p: nat, in a: \alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} \mathrm{encolar}(p, c_0)\}\
Complejidad: O(\log(tama\tilde{n}o(c)))
Descripción: Agrega al elemento \alpha con prioridad p a la cola
Aliasing: Se agrega el elemento por copia
ullet = ullet (	ext{in } c : 	ext{colaMinPrior}(lpha), 	ext{in } c' : 	ext{colaMinPrior}(lpha)) 	o res: 	ext{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{\mathrm{true}\}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} (c =_{obs} c') \}
Complejidad: O(\min(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c), \tan \tilde{a} \tilde{n} o(c')))
Descripción: Indica si c es igual c'
```

## 3.3. Representación

## 3.3.1. Representación de colaMinPrior

```
colaMinPrior(\alpha) se representa con estr
donde estr es diccLog(nodoEncolados)
donde nodoEncolados es tupla(encolados: cola(\alpha), prioridad: nat)
```

#### 3.3.2. Invariante de Representación

- (I) Todos los significados del diccionario tienen como clave el valor de prioridad
- (II) Todos los significados del diccionario no pueden tener una cola vacía

```
Rep : estr \longrightarrow bool \operatorname{Rep}(e) \equiv \operatorname{true} \Longleftrightarrow \\ (\forall n : \operatorname{nat}) \operatorname{def}?(n, e) \Rightarrow_{\operatorname{L}} ((\operatorname{obtener}(n, e).\operatorname{prioridad} = n) \land \neg \operatorname{vac\'a}?(\operatorname{obtener}(n, e).\operatorname{encolados}))
```

## 3.3.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{colaMinPrior} {Rep(e)}

Abs(e) =_{\text{obs}} \text{ cmp: colaMinPrior} \mid (\text{vac\'a?}(cmp) \Leftrightarrow (\#\text{claves}(e) = 0)) \land \\ \neg \text{vac\'a?}(cmp) \Rightarrow_{\text{L}} \\ ((\text{pr\'oximo}(cmp) = \text{pr\'oximo}(\text{m\'inimo}(e).\text{encolados})) \land \\ (\text{desencolar}(cmp) = \text{desencolar}(\text{m\'inimo}(e).\text{encolados})))
```

## 3.4. Algoritmos

```
iVacía\ () \rightarrow res: colaMinPrior(\alpha) res \leftarrow CrearDicc() O(1) Complejidad: O(1)
```

```
iVacía? \ (\textbf{in} \ c : \texttt{colaMinPrior}(\alpha)) \rightarrow res: \ bool res \leftarrow Vacio?(c)   O(1)   \textbf{Complejidad} : O(1)
```

```
iPr\'oximo\ (in/out\ c: colaMinPrior(lpha)) 
ightarrow res: lpha
res\ \leftarrow\ Proximo(Minimo(c).encolados) \hspace{1cm} O(1)
Complejidad: O(1)
```

```
iEncolar (in/out c: colaMinPrior(\alpha), in p: nat, in a: \alpha)
if Definido?(c, p) then
                                                                                                               O(\log(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c)))
                                                                                                  O(\log(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c)) + \cos(\alpha))
     \operatorname{Encolar}(\operatorname{Obtener}(c, p).\operatorname{encolados}, a)
else
     {\bf nodoEncolados} \ nuevoNodoEncolados
                                                                                                                               O(1)
     nuevoNodoEncolados.encolados \leftarrow Vacia()
                                                                                                                               O(1)
     nuevoNodoEncolados.prioridad \leftarrow p
                                                                                                                               O(1)
     Encolar(nuevoNodoEncolados.encolados, a)
                                                                                                                        O(copy(a))
     Definir(c, p, nuevoNodoEncolados)
                                                                                 O(\log(\tan \tilde{a}no(c)) + \cos(nodoEncolados))
end if
\textbf{Complejidad}: O(log(tamano(c)) + O(copy(\alpha))
```

```
ullet = ullet ( 	ext{in } c_0 : 	ext{colaMinPrior}(lpha), 	ext{in } c_1 : 	ext{colaMinPrior}(lpha) ) 	o 	ext{res: bool} 
	ext{res} \leftarrow c_0 = c_1
	ext{Complejidad} : O(min(tamano(c_0), tamano(c_1)))
	ext{Omplejidad} : O(min(tamano(c_0), tamano(c_1)))
```

se explica con: DICCIONARIO(NAT,  $\alpha$ ).

## 4. Módulo Diccionario logarítmico( $\alpha$ )

## 4.1. Interfaz

```
géneros: diccLog(\alpha).
      Operaciones básicas de Diccionario logarítimico(\alpha)
CREARDICC() \rightarrow res : diccLog(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un diccionario vacío
DEFINIDO?(in d: diccLog(\alpha), in c: nat) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(c, d)\}\
Complejidad: O(log(\#claves(d)))
Descripción: Devuelve true si y sólo si la clave fue previamente definida en el diccionario
DEFINIR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ d: \mathbf{diccLog}(\alpha), \mathbf{in}\ c: \mathbf{nat}, \mathbf{in}\ s: \alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\text{obs}} \operatorname{definir}(c, s, d_0)\}\
Complejidad: O(log(\#claves(d)) + copy(s))
Descripción: Define la clave c con el significado s en d
OBTENER(in/out d: diccLog(\alpha), in c: nat) \rightarrow res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{ \det?(c, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(c, d)) \}
Complejidad: O(log(\#claves(d)))
Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave en el diccionario
Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable
BORRAR(in/out d: diccLog(\alpha), in c: nat)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \det?(c, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} borrar(c, d))\}\
Complejidad: O(log(\#claves(d)))
Descripción: Borra el elemento con la clave dada
VACÍO?(\mathbf{in}\ d: \mathtt{diccLog}(\alpha)) \to res: \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \emptyset ? (\text{claves}(d)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve true si y sólo si el diccionario está vacío
MÍNIMO(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ d: \mathbf{diccLog}(\alpha)) \to res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \emptyset?(\operatorname{claves}(d))\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(\operatorname{claveMinima}(d), d)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave de mínimo valor en el diccionario
Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable
```

```
• = •(in d: diccLog(\alpha), in d': diccLog(\alpha)) \rightarrow res: bool

Pre \equiv {true}

Post \equiv {res = obs (d = obs d')}

Complejidad: O(max(\#claves(d),\#claves(d')))

Descripción: Devuelve true si y sólo si ambos diccionarios son iguales
```

## 4.1.2. Operaciones auxiliares del TAD

```
\begin{array}{lll} {\rm claveM\'inima} &: {\rm dicc(nat} \times \alpha) \ d & \longrightarrow {\rm nat} & \{\neg \emptyset?({\rm claves}(d))\} \\ {\rm darClaveM\'inima} &: {\rm dicc(nat} \times \alpha) \ d \times {\rm conj(nat)} \ c & \longrightarrow {\rm nat} & \{\neg \emptyset?({\rm claves}(d)) \wedge ({\rm c} \subseteq {\rm claves}(d))\} \\ {\rm claveM\'inima}(d) & \equiv {\rm darClaveM\'inima}(d, {\rm claves}(d)) \\ {\rm darClaveM\'inima}(d, c) & \equiv {\bf if} \ \emptyset?({\rm sinUno}(c)) \ {\bf then} \\ & {\rm dameUno}(c) \\ & {\bf else} \\ & {\rm min}({\rm dameUno}(c), {\rm darClaveM\'inima}(d, {\rm sinUno}(c))) \\ & {\bf fi} \end{array}
```

## 4.2. Representación

## 4.2.1. Representación de dicc $Log(\alpha)$

```
diccLog(\alpha) se representa con estr
donde estr es tupla(abAvl: ab(nodoAvl), m\'{n}imo: puntero(ab(nodoAvl)))
donde nodoAvl es tupla(clave: nat, data: \alpha, balance: int)
```

## 4.2.2. Invariante de Representación

- (I) Se mantiene el invariante de árbol binario de búsqueda para las claves de los nodos.
- (II) Cada nodo tiene  $balance \in \{-1, 0, 1\}$  donde balance es:
  - \* 0 si el arbol esta balanceado
  - \* 1 si la diferencia en altura entre el hijo derecho y el izquierdo es de uno
  - \* -1 si la diferencia en altura entre el hijo izquierdo y el derecho es de uno
- (III) Todas las claves son distintas.
- (IV) El minimo apunta al árbol con el la clave de menor valor, si el diccionario está vacío vale NULL.

```
Rep : estr \longrightarrow bool
\operatorname{Rep}(e) \equiv \operatorname{true} \iff \operatorname{esABB}(e.\operatorname{abAvl}) \wedge \operatorname{balanceadoBien}(e.\operatorname{abAvl}) \wedge \operatorname{claves\acute{U}nicas}(e.\operatorname{abAvl}, \operatorname{vac\'{io}}) \wedge_{\operatorname{L}}
                  e.mínimo = árbolClaveMínima(e.abAvl)
esABB
                                   : ab(nodoAvl)
                                                                                           \rightarrow bool
balanceadoBien
                                   : ab(nodoAvl)
                                                                                          \rightarrow bool
clavesEnÁrbol
                                   : ab(nodoAvl)
                                                                                          \rightarrow conj(nat)
clavesÚnicas
                                   : ab(nodoAvl)
                                                                                          \longrightarrow bool
árbolClaveMínima
                                   : ab(nodoAvl)
                                                                                          \rightarrow puntero(ab(nodoAvl))
darSignificado
                                                                                                                        \{c \in \text{clavesEnArbol}(a) \land \text{esABB}(a)\}
                                   : ab(nodoAvl) \ a \times nat \ c
                                                                                          \rightarrow \alpha
```

```
esABB(a)
                                   \equiv (\neg \text{nil}?(a)) \Rightarrow_{\text{L}} (
                                         (\neg \text{nil?}(\text{izq}(a)) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{ra\'iz}(a).\text{clave} > \text{ra\'iz}(\text{izq}(a)).\text{clave} \land \text{esABB}(\text{izq}(a)))) \land
                                         (\neg \text{nil}?(\text{der}(a)) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{ra\'iz}(a).\text{clave} < \text{ra\'iz}(\text{der}(a)).\text{clave} \land \text{esABB}(\text{der}(a))))
balanceadoBien(a)
                                   \equiv if (nil?(a)) then
                                            true
                                       else
                                            (abs(altura(der(a)) - altura(izq(a))) < 2) \land
                                            (\operatorname{raiz}(a) \rightarrow \operatorname{balance} = \operatorname{altura}(\operatorname{der}(a)) - \operatorname{altura}(\operatorname{izq}(a))) \wedge
                                            balanceadoBien(izq(a)) \land balanceadoBien(der(a))
clavesEnÁrbol(a)
                                   \equiv if (nil?(a)) then
                                            Ø
                                       else
                                            Ag(raíz(a).clave, (clavesEnÁrbol(izq(a)) \cup clavesEnÁrbol(der(a))))
claves Únicas(a)
                                   \equiv \tan \tilde{\text{ano}}(a) = \#(\text{clavesEnArbol}(a))
árbolClaveMínima(a) \equiv \mathbf{if} (nil?(a)) \mathbf{then}
                                            NULL
                                       else
                                            if (nil?(izq(a))) then puntero(a) else arbolClaveMinima(izq(a)) fi
darSignificado(a, c)
                                   \equiv if (raiz(a).clave = c) then
                                            raíz(a).data
                                       else
                                            if (raíz(a).clave < c) then
                                                 darSignificado(izq(a), c)
                                                 darSignificado(der(a), c)
                                       fi
```

## 4.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \operatorname{dicc}(\operatorname{nat}, \alpha) {Rep(e)} 
Abs(e) =_{\operatorname{obs}} d: dicc(\operatorname{nat}, \alpha) \mid (\forall n : \operatorname{nat}) ( (def?(n, d) \Leftrightarrow n \in \operatorname{clavesEn\acute{A}rbol}(e.\operatorname{abAvl})) \land_{\operatorname{L}} (def?(n, d) \Rightarrow_{\operatorname{L}} \operatorname{obtener}(n, d) = \operatorname{darSignificado}(e.\operatorname{abAvl}, n)))
```

## 4.3. Algoritmos

```
 \begin{split} & \text{iCrearDicc ()} \rightarrow \text{res: diccLog}(\alpha) \\ & \text{res } \leftarrow <& \text{Nil} \,, \, \, \text{NULI} > \\ & \textbf{Complejidad} : O(1) \end{split}
```

```
 \begin{array}{ll} \mathrm{iDefinir}\; (\mathbf{in/out}\; \mathit{diccLog}(\alpha)\colon \mathtt{d},\, \mathbf{in}\; \mathit{nat}\colon \mathtt{c},\, \mathbf{in}\; \alpha\colon \mathtt{s}) \\ \mathrm{if}\; (\mathrm{Nil?}(\mathtt{d}.\mathtt{abAvl})) \;\; \mathrm{then} \\ \mathrm{d}.\mathtt{abAvl}\; \leftarrow \; \mathrm{crearArbol}(\mathtt{c},\; \mathtt{s}) \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{ll} \mathrm{O}(1) \\ \mathrm{O}(\mathrm{copy}(\mathtt{s})) \end{array}
```

```
O(1)
         d.minimo \leftarrow puntero(d.abAvl)
    else
         it: ab(nodoAvl) \leftarrow d.abAvl
                                                                                                                  O(1)
         up: pila(puntero(ab(nodoAvl)))
                                                                                                                  O(1)
                                                                                                                  O(1)
         upd: pila(bool)
         Apilar(upd, (Raiz(it).clave < c))
                                                                                                                  O(1)
         Apilar(up, puntero(it))
                                                                                                                  O(1)
         while (\neg Nil?(subArbol(it, Tope(upd))))
                                                                                                                  O(1)
             it \leftarrow subArbol(it, Tope(upd))
                                                                                                                  O(1)
             Apilar(upd, (Raiz(it).clave < c))
                                                                                                                  O(1)
                                                                                                                  O(1)
              Apilar(up, puntero(it))
                                                                                                   O(\log(\#claves(d)))
         do
         subArbol(it, Tope(upd)) \leftarrow crearArbol(c, s)
                                                                                                            O(copy(s))
         if (c < Raiz(*d.minimo).clave) then
                                                                                                                 O(1)
             d.minimo \leftarrow puntero(subArbol(it, Tope(upd)))
                                                                                                                  O(1)
         end if
         break \leftarrow false
                                                                                                                  O(1)
         while ((Tamano(up) > 0) \land \neg break)
                                                                                                                  O(1)
              if (Tope(upd)) then
                                                                                                                  O(1)
                  Raiz(*Tope(up)).balance \leftarrow Raiz(*Tope(up)).balance + 1
                                                                                                                  O(1)
              else
                  Raiz(*Tope(up)).balance \leftarrow Raiz(*Tope(up)).balance - 1
                                                                                                                  O(1)
             end if
              if(Raiz(*Tope(up)).balance = 0) then
                                                                                                                  O(1)
                  break \leftarrow true
                                                                                                                  O(1)
              else
                   if (abs(Raiz(*Tope(up)).balance > 1)) then
                                                                                                                  O(1)
                       *Tope(up) \leftarrow puntero(insertarBalance(*Tope(up), Tope(upd)))
                                                                                                                  O(1)
                                                                                                                  O(1)
                       if (Tamano(up) > 1) then
                                                                                                                  O(1)
                           upTope: puntero(ab(nodoAvl)) \leftarrow copy(Tope(up))
                                                                                                                  O(1)
                            Desapilar (up)
                           Desapilar (upd)
                                                                                                                  O(1)
                           subArbol(*Tope(up), Tope(upd)) \leftarrow *upTope
                                                                                                                  O(1)
                       else
                           d.abAvl \leftarrow *Tope(up)
                                                                                                                  O(1)
                       end if
                       break \leftarrow true
                                                                                                                  O(1)
                   else
                                                                                                                  O(1)
                       Desapilar (up)
                       Desapilar (upd)
                                                                                                                  O(1)
                  end if
             end if
         do
                                                                                                   O(\log(\#claves(d)))
Complejidad : O(log(\#claves(d))) + O(copy(s))
```

```
crearArbol (in nat: c, in \alpha: s) \rightarrow res: ab(nodoAvl)
res \leftarrow Bin(Nil, <c, copy(s), 0>, Nil)
Complejidad: O(copy(s))
```

```
\begin{array}{l} \operatorname{subArbol}\left(\operatorname{in/out}\,ab(nodoAvl)\colon \mathtt{a},\,\operatorname{in}\,bool\colon\operatorname{dir}\right)\to\operatorname{res:}\,\operatorname{ab}(\operatorname{nodoAvl})\\ \operatorname{if}\left(\operatorname{dir}\right)\,\operatorname{then} & \operatorname{O}(1)\\ \operatorname{res}\leftarrow\operatorname{Der}(\mathtt{a}) & \operatorname{O}(1)\\ \operatorname{else} & \operatorname{res}\leftarrow\operatorname{Izq}(\mathtt{a})\\ \operatorname{end}\,\operatorname{if} & \operatorname{Complejidad}\colon O(1) \end{array}
```

```
insertarBalance (in/out ab(nodoAvl): root, in bool: dir) \rightarrow res: ab(nodoAvl)
     hijo: ab(nodoAvl) \leftarrow subArbol(root, dir)
                                                                                                                         O(1)
     if (dir) then
                                                                                                                         O(1)
         bal: int \leftarrow 1
                                                                                                                         O(1)
     else
         bal: int \leftarrow -1
                                                                                                                         O(1)
     end if
     if(Raiz(hijo).balance = bal) then
                                                                                                                         O(1)
         Raiz(root).balance \leftarrow 0
                                                                                                                         O(1)
         Raiz(hijo).balance \leftarrow 0
                                                                                                                         O(1)
         root \leftarrow rotacionSimple(root, \neg dir)
                                                                                                                         O(1)
     else
         ajustarBalance(root, dir, bal)
                                                                                                                         O(1)
         root \leftarrow rotacionDoble(root, \neg dir)
                                                                                                                         O(1)
     end if
                                                                                                                         O(1)
     res \leftarrow root
Complejidad : O(1)
```

```
 \begin{array}{lll} \operatorname{rotacionSimple} \ (\mathbf{in/out} \ ab(nodoAvl) \colon \mathbf{root}, \ \mathbf{in} \ bool \colon \mathbf{dir}) \to \operatorname{res:} \ ab(\operatorname{nodoAvl}) \\ \operatorname{hijo} \colon \operatorname{ab}(\operatorname{nodoAvl}) \ \leftarrow \ \operatorname{subArbol}(\operatorname{root}, \ \neg \operatorname{dir}) \\ \operatorname{subArbol}(\operatorname{root}, \ \neg \operatorname{dir}) \ \leftarrow \ \operatorname{subArbol}(\operatorname{hijo}, \ \operatorname{dir}) \\ \operatorname{subArbol}(\operatorname{hijo}, \ \operatorname{dir}) \ \leftarrow \ \operatorname{root} \\ \end{array} \qquad \begin{array}{ll} O(1) \\ \operatorname{res} \ \leftarrow \ \operatorname{hijo} \\ \operatorname{\mathbf{Complejidad}} \colon O(1) \\ \end{array}
```

```
rotacionDoble (in/out ab(nodoAvl): root, in bool: dir) \rightarrow res: ab(nodoAvl)
     nieto: ab(nodoAvl) ← subArbol(subArbol(root, ¬dir), dir)
                                                                                                                             O(1)
     subArbol(subArbol(root, \neg dir), dir) \leftarrow subArbol(nieto, \neg dir)
                                                                                                                             O(1)
     subArbol(nieto, \neg dir) \leftarrow subArbol(root, \neg dir)
                                                                                                                             O(1)
     subArbol(root, \neg dir) \leftarrow nieto
                                                                                                                             O(1)
     nieto \leftarrow subArbol(root, \neg dir)
                                                                                                                             O(1)
     subArbol(root, \neg dir) \leftarrow subArbol(nieto, dir)
                                                                                                                             O(1)
     subArbol(nieto\,,\ dir\,)\ \leftarrow\ root
                                                                                                                             O(1)
     res \leftarrow nieto
                                                                                                                             O(1)
```

## Complejidad : O(1)

```
ajustarBalance (in/out ab(nodoAvl): root, in bool: dir, in int: bal)
     hijo: ab(nodoAvl) \leftarrow subArbol(root, dir)
                                                                                                                      O(1)
     nieto: ab(nodoAvl) \leftarrow subArbol(hijo, \neg dir)
                                                                                                                      O(1)
     if(Raiz(nieto).balance = 0) then
                                                                                                                      O(1)
         Raiz(root). balance \leftarrow 0
                                                                                                                      O(1)
         Raiz(hijo).balance \leftarrow 0
                                                                                                                      O(1)
     else
         if(Raiz(nieto).balance = bal) then
                                                                                                                      O(1)
              Raiz(root).balance \leftarrow -bal
                                                                                                                      O(1)
              Raiz(hijo).balance \leftarrow 0
                                                                                                                      O(1)
         else
              Raiz(root).balance \leftarrow 0
                                                                                                                      O(1)
              Raiz(hijo).balance \leftarrow bal
                                                                                                                      O(1)
         end if
    end if
                                                                                                                      O(1)
    Raiz(nieto).balance \leftarrow 0
Complejidad : O(1)
```

```
iBorrar (in/out diccLog(\alpha): d, in nat: c)
     it: ab(nodoAvl) \leftarrow d.abAvl
                                                                                                                        O(1)
    padre: ab(nodoAvl) \leftarrow Nil
                                                                                                                        O(1)
    padreDir: bool \leftarrow false
                                                                                                                        O(1)
    up: pila(puntero(ab(nodoAvl)))
                                                                                                                        O(1)
    upd: pila(bool)
                                                                                                                        O(1)
     while (Raiz (it). clave \neq c)
                                                                                                                        O(1)
         Apilar(upd, (Raiz(it).clave < c))
                                                                                                                        O(1)
         Apilar(up, puntero(it))
                                                                                                                        O(1)
                                                                                                                        O(1)
         padre \leftarrow it
         padreDir \leftarrow Tope(upd)
                                                                                                                        O(1)
          it \leftarrow subArbol(it, Tope(upd))
                                                                                                                        O(1)
    do
                                                                                                         O(\log(\#claves(d)))
     if(Raiz(it).clave = Raiz(*d.minimo).clave) then
                                                                                                                        O(1)
          if (Nil?(padre)) then
                                                                                                                        O(1)
              \text{d.minimo} \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                        O(1)
         else
              d.minimo \leftarrow puntero(padre)
                                                                                                                        O(1)
         end if
    end if
     if(Nil?(Izq(it)) \vee Nil?(Der(it))) then
                                                                                                                        O(1)
         dir: bool \leftarrow Nil?(Izq(it))
                                                                                                                        O(1)
                                                                                                                        O(1)
          if (Tamano(up) > 1) then
              SubArbol(*Tope(up)\,,\ Tope(upd))\ \leftarrow\ subArbol(it\,,\ dir\,)
                                                                                                                        O(1)
          else
              d.abAvl \leftarrow subArbol(it, dir)
                                                                                                                        O(1)
         end if
```

```
else
    heredero: ab(nodoAvl) \leftarrow Der(it)
                                                                                                               O(1)
    Apilar (Tope (upd), true)
                                                                                                               O(1)
                                                                                                               O(1)
    Apilar (Tope(up), puntero(it))
    while (\neg Nil?(Izq(heredero)))
                                                                                                               O(1)
         Apilar(upd, false)
                                                                                                               O(1)
         Apilar(up, puntero(heredero))
                                                                                                               O(1)
         heredero \leftarrow Izq(heredero)
                                                                                                               O(1)
                                                                                                O(\log(\#claves(d)))
    do
    subArbol(*Tope(up), Tope(up) = puntero(it)) \leftarrow Der(heredero)
                                                                                                               O(1)
    Izq(heredero) \leftarrow Izq(it)
                                                                                                               O(1)
    Der(heredero) \leftarrow Der(it)
                                                                                                               O(1)
    if (\neg Nil?(padre)) then
                                                                                                               O(1)
         subArbol(padre, padreDir) \leftarrow heredero
                                                                                                               O(1)
    end if
end if
break: bool \leftarrow false
                                                                                                               O(1)
while ((Tamano(up) > 0) \land \neg break)
                                                                                                               O(1)
    if (Tope(upd)) then
                                                                                                               O(1)
         Raiz(*Tope(up)).balance \leftarrow Raiz(*Tope(up)).balance + 1
                                                                                                               O(1)
         Raiz(*Tope(up)).balance \leftarrow Raiz(*Tope(up)).balance - 1
                                                                                                               O(1)
    end if
    if(abs(Raiz(*Tope(up)).balance) = 1) then
                                                                                                               O(1)
         break \leftarrow true
                                                                                                               O(1)
    _{
m else}
                                                                                                               O(1)
         if(abs(Raiz(*Tope(up)).balance) > 1) then
              *Tope(up) \leftarrow removerBalanceo(*Tope(up), Tope(upd), \&break)
                                                                                                               O(1)
              if(Tamano(up) > 1) then
                                                                                                               O(1)
                  upTope: puntero(ab(nodoAvl)) \leftarrow copy(Tope(up))
                                                                                                               O(1)
                  Desapilar (up)
                                                                                                               O(1)
                  Desapilar (upd)
                                                                                                               O(1)
                  subArbol(*Tope(up), Tope(upd)) \leftarrow *upTope
                                                                                                               O(1)
              else
                  d.abAvl \leftarrow *Tope(up)
                                                                                                               O(1)
             end if
         else
              Desapilar(up)
                                                                                                               O(1)
              Desapilar (upd)
                                                                                                               O(1)
         end if
    end if
do
                                                                                                O(\log(\#claves(d)))
Complejidad : O(log(\#claves(d)) + copy(data))
```

```
removerBalanceo (\mathbf{in/out} ab(nodoAvl): root, \mathbf{in} bool: \mathbf{dir}, \mathbf{in/out} puntero(bool): \mathbf{done}) \rightarrow res: ab(nodoAvl) hijo: ab(nodoAvl) \leftarrow subArbol(root, \neg dir)

O(1)

if (\mathbf{dir}) then

bal \leftarrow 1

else
```

```
bal \leftarrow -1
                                                                                                                        O(1)
    end if
     if(Raiz(hijo).balance = -bal) then
                                                                                                                        O(1)
         Raiz(root). balance \leftarrow 0
                                                                                                                        O(1)
         Raiz(hijo).balance \leftarrow 0
                                                                                                                        O(1)
         root \leftarrow rotacionSimple(root, dir)
                                                                                                                        O(1)
     else
          if(Raiz(hijo).balance) = bal) then
                                                                                                                        O(1)
              ajustarBalance(root, ¬dir, −bal)
                                                                                                                        O(1)
              root \leftarrow rotacionDoble(root, dir)
                                                                                                                        O(1)
          else
              Raiz(root).balance \leftarrow -bal
                                                                                                                        O(1)
              Raiz(hijo).balance \leftarrow bal
                                                                                                                        O(1)
              root \leftarrow rotacionSimple(root, dir)
                                                                                                                        O(1)
              *done \leftarrow true
                                                                                                                        O(1)
         end if
    end if
                                                                                                                        O(1)
    res \leftarrow root
Complejidad : O(1)
```

```
iMínimo (in diccLog(\alpha): d) \rightarrow res: \alpha res \leftarrow Raiz(*d.minimo).data O(1)
Complejidad: O(1)
```

```
iDefinido? (in diccLog(\alpha): d, in nat: c) \rightarrow res: bool
     definido:bool \leftarrow false
                                                                                                                            O(1)
     it:ab(nodoAvl) \leftarrow d.abAvl
                                                                                                                            O(1)
     while (\neg Nil?(it) \land \neg definido) do
                                                                                                                            O(1)
          definido \leftarrow (Raiz(it).clave = c)
                                                                                                                            O(1)
          it ← subArbol(it, (Raiz(it).clave < c))
                                                                                                                            O(1)
     end while
                                                                                                            O(\log(\#claves(d)))
     res \leftarrow definido
                                                                                                                            O(1)
Complejidad : O(log(\#claves(d)))
```

```
\begin{split} \text{iObtener } (\textbf{in/out } \textit{diccLog}(\alpha) : \texttt{d}, \textbf{in } \textit{nat} : \texttt{c}) \rightarrow \text{res: } \alpha \\ \text{it } : \text{ab}(\text{nodoAvl}) \leftarrow \text{d.abAvl} & \text{O}(1) \\ \text{while } (\text{Raiz}(\text{it}).\text{clave} \neq \text{c}) \text{ do} & \text{O}(1) \\ \text{it } \leftarrow \text{subArbol}(\text{it}, (\text{Raiz}(\text{it}).\text{clave} < \text{c})) & \text{O}(1) \\ \text{end while} & \text{O}(\log(\#\text{claves}(d))) \\ \text{res } \leftarrow \text{Raiz}(\text{it}).\text{data} & \text{O}(1) \\ \textbf{Complejidad} : \textit{O}(\log(\#\text{claves}(d))) & & \text{O}(1) \\ \end{split}
```

```
iVacio? (in diccLog(\alpha): d) \rightarrow res: bool
res \leftarrow Nil?(d.abAvl)
Complejidad : O(1)
```

```
inorder (in diccLog(\alpha): d) \rightarrow res: lista(tupla(nat, \alpha))
    root:ab(nodoAvl) \leftarrow d.abAvl
                                                                                                                       O(1)
    p:pila(puntero(ab(nodoAvl))) \leftarrow Vacia()
                                                                                                                       O(1)
    done:bool \leftarrow false
                                                                                                                       O(1)
    res \leftarrow Vacia()
                                                                                                                       O(1)
    while (!done) do
                                                                                                                       O(1)
          if (\neg Nil?(root)) then
                                                                                                                       O(1)
                                                                                                                       O(1)
              Apilar(p, puntero(root))
              root \leftarrow Izq(root)
                                                                                                                       O(1)
         else
               if ¬EsVacia?(p) then
                                                                                                                       O(1)
                   AgregarAtras(res, < Raiz(*Tope(p)).clave, Raiz(*Tope(p)).data>)
                                                                                                                       O(1)
                   root \leftarrow Der(*Tope(p))
                                                                                                                       O(1)
              else
                   done \leftarrow true
                                                                                                                       O(1)
              end if
         end if
    end while
                                                                                                             O(\#claves(d))
Complejidad : O(\#claves(d))
```

# 5. Módulo Árbol binario( $\alpha$ )

## 5.1. Interfaz

```
se explica con: ÁRBOL BINARIO(\alpha). géneros: ab(\alpha).
```

#### 5.1.1. Operaciones básicas de Árbol binario( $\alpha$ )

```
\mathrm{NiL}() \to res : \mathtt{ab}(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{\mathrm{true}\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} nil\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un árbol binario nulo
BIN(in i: ab(\alpha), in r: \alpha, in d: ab(\alpha)) \rightarrow res: ab(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} bin(i, r, d)\}\
Complejidad: O(copy(r) + copy(i) + copy(d))
Descripción: Crea un árbol binario con hijo izquierdo i, hijo derecho d y raíz de valor r
Raiz(in/out \ a: ab(\alpha)) \rightarrow res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \operatorname{nil}?(a)\}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{raız}(a)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve el valor de la raíz del árbol
Aliasing: res es modificable si y sólo si a lo es
IzQ(in/out \ a: ab(\alpha)) \rightarrow res : ab(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \operatorname{nil}?(a)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{izq}(a)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve el hijo izquierdo
Aliasing: res es modificable si y sólo si a lo es
Der(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ a : ab(\alpha)) \to res : ab(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \mathrm{nil}?(a)\}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{der}(a)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve el hijo derecho
Aliasing: res es modificable si y sólo si a lo es
Nil?(\mathbf{in/out}\ a: \mathtt{ab}(\alpha)) \rightarrow res: \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{nil}?(a)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve true si res es un árbol vacío
```

## 5.2. Representación

## 5.2.1. Representación de $ab(\alpha)$

```
ab(\alpha) se representa con estr donde estr es puntero(nodoAb) donde nodoAb es tupla( raiz: \alpha, hijos: arreglo[2] de ab(\alpha))
```

## 5.2.2. Invariante de Representación

- (I) No puede haber ciclos en el árbol
- (II) Los hijos no pueden apuntar a un mismo árbol

#### 5.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow ab(\alpha) {Rep(e)} 

Abs(e) =_{obs} abn: ab(\alpha) \mid (nil?(abn) \Leftrightarrow e = NULL) \land (\neg nil?(abn) \Rightarrow_{L} (raíz(abn) = e \rightarrow raíz \land izq(abn) = e \rightarrow hijos[0] \land der(abn) = e \rightarrow hijos[1])
```

## 5.3. Algoritmos

```
iNil\ () 	o res: ab(lpha) res\ \leftarrow NULL   O(1)   Complejidad: O(1)
```

```
i Bin \ (\textbf{in} \ i : \textbf{ab}(\alpha), \ \textbf{in} \ r : \alpha, \ \textbf{in} \ d : \textbf{ab}(\alpha)) \rightarrow res: \textbf{ab}(\alpha) nuevo Ab : nodo Ab nuevo Ab : raiz \leftarrow copy(r) nuevo Ab : hijos [0] \leftarrow copy(i) nuevo Ab : hijos [1] \leftarrow copy(d) O(copy(i)) nuevo Ab : hijos [1] \leftarrow copy(d) O(copy(d)) res \leftarrow puntero(nuevo Ab) O(1) \textbf{Complejidad} : O(copy(r) + copy(i) + copy(d))
```

```
iRaíz\ (in/out\ a:ab(lpha)) 
ightarrow res: lpha res \leftarrow (a 
ightarrow raiz) O(1) Complejidad: O(1)
```

```
iIzq (in/out a: ab(\alpha)) \rightarrow res: ab(\alpha)
```

$$res \leftarrow (a \rightarrow hijos[0])$$
 O(1)

 ${\bf Complejidad}: O(1)$ 

$$iDer (in/out \ a: ab(\alpha)) \rightarrow res: ab(\alpha)$$

$$res \leftarrow (a \rightarrow hijos[1])$$
 O(1)

 ${\bf Complejidad}: O(1)$ 

iNil? (in 
$$a: ab(\alpha)$$
)  $\rightarrow res: bool$ 

$$res \leftarrow (a = NULL)$$

 ${\bf Complejidad}: O(1)$ 

## 6. Módulo Diccionario String( $\alpha$ )

## 6.1. Interfaz

```
se explica con: DICCIONARIO(STRING, \alpha). géneros: diccString(\alpha).
Se representa mediante un árbol n-ario con invariante de trie
CREARDICC() \rightarrow res: diccString(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} vacio() \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un diccionario vacío.
DEFINIDO?(in d: diccString(\alpha), in c: string)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(d, c)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.
DEFINIR(in d: diccString(\alpha), in c: string, in s: \alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\text{obs}} d_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{definir}(c, s, d_0)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Define la clave c con el significado s
Aliasing: Almacena una copia de s.
OBTENER(in d: diccString(\alpha), in c: string) \rightarrow res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{ \det?(c, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(c, d)) \}
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c.
Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.
• = •(in/out d: diccString(\alpha), in/out d': diccString(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} (d =_{obs} d') \}
Complejidad: O(L * n * (\alpha =_{obs} \alpha'))
Descripción: Indica si d es igual d'
COPIAR(in dicc: diccString(\alpha)) \rightarrow res: diccString(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} dicc\}
Complejidad: O(n * L * copy(\alpha))
Descripción: Devuelve una copia del diccionario
```