Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico II

Grupo: 12

Integrante	LU	Correo electrónico
Pondal, Iván	078/14	ivan.pondal@gmail.com
Paz, Maximiliano León	251/14	m4xileon@gmail.com
Mena, Manuel	313/14	manuelmena1993@gmail.com
Demartino, Francisco	348/14	demartino.francisco@gmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1.	Mó	dulo DCNet
	1.1.	Interfaz
		1.1.1. Operaciones básicas de DCNet
	1.2.	Representación
		1.2.1. Representación de dcnet
		1.2.2. Invariante de Representación
		1.2.3. Función de Abstracción
	1.3.	Algoritmos
2.	Mó	dulo Red
		Interfaz
		Representación
	2.2.	2.2.1. Estructura
		2.2.2. Invariante de Representación
		2.2.3. Función de Abstracción
	2 2	Algoritmos
	2.0.	Algorithios
3.	Mó	dulo Cola de mínima prioridad (α)
	3.1.	Especificación
	3.2.	Interfaz
		3.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad
	3.3.	Representación
		3.3.1. Representación de colaMinPrior
		3.3.2. Invariante de Representación
		3.3.3. Función de Abstracción
	3.4.	Algoritmos
4.	Mó	dulo Diccionario AVL (α)
		Interfaz
	2121	4.1.1. Operaciones básicas de Diccionario AVL (α)
		4.1.2. Operaciones auxiliares del TAD
	4.2.	Representación
	1.2.	4.2.1. Representación de $\mathrm{dicc}_{avl}(\alpha)$
		4.2.1. Representación de $\operatorname{dicc}_{avl}(\alpha)$
		4.2.2. Invariante de Representación
	4.9	
	4.5.	Algoritmos
5.	Mó	dulo Trie (α)
	5.1	Interfaz

1. Módulo DCNet

1.1. Interfaz

```
se explica con: DCNET.
géneros: dcnet.
```

```
1.1.1. Operaciones básicas de DCNet
    INICIARDCNET(in r: red) \rightarrow res : dcnet
    \mathbf{Pre} \equiv \{\mathrm{true}\}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} iniciarDCNet(red)\}\
    Complejidad: O(n*(n+L)) donde n es es la cantidad de computadoras y L es la longitud de nombre de
    computadora mas larga
    Descripción: crea una DCNet nueva tomando una red
    CREARPAQUETE(in/out \ dcn: dcnet, in \ p: paquete)
    \mathbf{Pre} \equiv \{
           dcn =_{\text{obs}} dcn_0 \wedge
          \neg(\exists p':paquete)(paqueteEnTransito(dcn, p') \land id(p) = id(p') \land origen(p) \in computadoras(red(dcn)) \land<sub>L</sub>
                   \operatorname{destino}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn)) \wedge_{\operatorname{L}} \operatorname{hayCamino}(\operatorname{red}(dcn), \operatorname{origen}(p), \operatorname{destino}(p))))
    \mathbf{Post} \equiv \{dcn =_{obs} \operatorname{crearPaquete}(dcn_0)\}\
    Complejidad: O(L + log(k)) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga y k es la longitud de
    la cola de paquetes mas larga
    Descripción: crea un nuevo paquete
    AVANZARSEGUNDO(in/out \ dcn: dcnet)
    \mathbf{Pre} \equiv \{dcn =_{\mathrm{obs}} dcn_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{dcn =_{obs} avanzar Segundo(dcn_0)\}\
    Complejidad: O(n*(L+log(k))) donde n es es la cantidad de computadoras, L es la longitud de nombre de
    computadora mas larga y k es la longitud de la cola de paquetes mas larga
    Descripción: envia los paquetes con mayor prioridad a la siguiente compu
    Red(\mathbf{in}\ dcn: \mathtt{dcnet}) \rightarrow res: \mathtt{red}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{red}(dcn)) \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: devuelve la red de una DCNet
    Aliasing: res es una referencia no modificable
    CAMINORECORRIDO(in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: secu(compu)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{paqueteEnTransito?}(dcn, p) \}
    Post \equiv \{alias(res =_{obs} caminoRecorrido(dcn, p))\}
    Complejidad: O(n * log(k)) donde n es es la cantidad de computadoras y k es la longitud de la cola de paquetes
    mas larga
    Descripción: devuelve el camino recorrido por un paquete
    Aliasing: res es una referencia no modificable
    CANTIDADENVIADOS(in dcn: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: nat
    \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn))\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{cantidadEnviados}(dcn, c)\}\
    Complejidad: O(L) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga
```

Descripción: devuelve la cantidad de paquetes enviados por una compu

```
ENESPERA(in dcn: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: conj(paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(dcn))\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{enEspera}(dcn, c)) \}
Complejidad: O(L) donde L es la longitud de nombre de computadora mas larga
Descripción: devuelve el conjunto de paquetes encolados en una compu
Aliasing: res es una referencia no modificable
PAQUETEENTRANSITO(in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} paqueteEnTransito(dcn, p) \}
Complejidad: O(n * log(k)) donde n es es la cantidad de computadoras y k es la longitud de la cola de paquetes
mas larga
Descripción: indica si el paquete está en transito
LaQueMasEnvio(in dcn: dcnet) \rightarrow res: compu
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{laQueMasEnvio}(dcn)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve la compu que mas paquetes envió
Aliasing: res es una referencia no modificable
ullet = ullet(in dcn_1: dcnet, in dcn_2: dcnet) 
ightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathbf{obs}} dcn_1 = dcn_2\}
Complejidad: O(n * k^3 * (k+n))
Descripción: compara dcn_1 y dcn_2 por igualdad
```

1.2. Representación

${\bf 1.2.1.} \quad {\bf Representaci\'on} \,\, {\bf de} \,\, {\bf dcnet}$

 ${\tt donde\ compu\ es\ tupla}(\mathit{ip}\colon \mathtt{string},\,\mathit{interfaces}\colon \mathtt{conj(nat)})$

1.2.2. Invariante de Representación

- (I) Las compus de los elementos de vectorCompusDCNet son punteros a todas las compus de la topología
- (II) Las claves de diccCompusDCNet son todos los hostnames de la topología
- (III) Los significados de diccCompusDCNet son punteros que apuntan a las compuDCNet cuyo hostname equivale a su clave en vectorCompusDCNet
- (IV) laQueMásEnvió es un puntero a la compuDCNet en vectorCompusDCNet que más paquetes enviados tiene. Si no hay compus es NULL
- (V) El conjPaquetesDCNet contiene tuplas con iteradores a todos los paquetes en tránsito en la red y sus recorridos
- (VI) Todos los paquetes en conj Paquetes de cada compu
DCNet tienen id único y tanto su origen como destino existen en la topología
- (VII) El paquete en conjPaquetes tiene que tener en su recorrido a la compuDCNet en la que se encuentra y esta no puede ser igual al destino del recorrido
- (VIII) Las claves de diccPaquetesDCNet son los id de los paquetes en conjPaquetes
 - (IX) Los significados de diccPaquetesDCNet son un iterador al paqueteDCNet de conjPaquetesDCNet que contiene un iterador al paquete con el id equivalente a su clave y un recorrido que es uno de los caminos mínimos del origen del paquete a la compu en la que se encuentra
 - (X) La cantidad de enviados de una compuDCNet es igual o mayor a la cantidad de apariciones de esa compu en los caminos recorridos de paquetes en la red
 - (XI) El paquete a enviar de cada compuDCNet es un iterador que no tiene siguiente

```
\text{Rep}: \text{estr} \longrightarrow \text{bool}
Rep(e) \equiv true \iff
               (\forall c: \text{compu})(c \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \Leftrightarrow
                 (\exists cd: compuDCNet) (está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \land (cd.pc = puntero(c)) \land
                 (\exists s: \text{string})(\text{def}?(s, e.\text{diccCompusDCNet}) \land (s = c.\text{ip})))
               ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
               (\forall cd: compuDCNet)(está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \Leftrightarrow
                (\exists s: \text{string})((s = cd.\text{pc} \rightarrow \text{ip}) \land \text{def}?(s, e.\text{diccCompusDCNet}) \land_{L}
                obtener(s, e.diccCompusDCNet) = puntero(cd))
               ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
               (\exists cd: compuDCNet)(está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \land_{t}
               *(cd.pc) = \text{compuQueMásEnvi}ó(e.\text{vectorCompusDCNet}) \land e.\text{laQueMásEnvi}ó= \text{puntero}(cd)) \land_{\text{L}}
               (\forall cd_1: compuDCNet)(está?(cd_1, e.vectorCompusDCNet) \Rightarrow
                (\forall p_1: paquete)(p_1 \in cd_1.conjPaquetes \Rightarrow
                 (\forall cd_2: compuDCNet)((está?(cd_2, e.vectorCompusDCNet) \land cd_1 \neq cd_2) \Rightarrow
                  (\forall p_2: paquete)(p_2 \in cd_2.conjPaquetes \Rightarrow p_1.id \neq p_2.id)
               ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
               (\forall cd: compuDCNet)(está?(cd, e.vectorCompusDCNet) \Rightarrow
                 (\forall p: paquete)(p \in cd.conjPaquetes \Leftrightarrow
                   ((p.\text{origen} \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \land p.\text{destino} \in \text{computadoras}(e.\text{topologia}) \land
                   p.\text{destino} \neq *(cd.\text{pc})) \land_{L}
                   (\exists sc: secu(compu))(sc \in caminosMinimos(e.topologia, p.origen, p.destino) \land está(*(cd.pc), sc))) \land
                   (\exists n: \text{nat}) ((\text{def}?(n, cd.\text{diccPaquetesDCNet}) \land p.\text{id} = n) \land_{\text{L}}
                    (\exists pdn: paqueteDCNet)(pdn \in e.conjPaquetesDCNet \land Siguiente(pdn.it) = p \land
                      ((p.\text{origen} = *(cd.\text{pc}) \land pdn.\text{recorrido} = *(cd.\text{pc}) \bullet <>) \lor
                      (p.\text{origen} \neq *(cd.\text{pc}) \land pdn.\text{recorrido} \in \text{caminosMinimos}(e.\text{topologia}, p.\text{origen}, *(cd.\text{pc})))) \land
                     Siguiente(obtener(n, cd.diccPaquetesDCNet)) = pdn
                 ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
                 (\neg vacía?(cd.colaPaquetesDCNet) \Leftrightarrow
                   (\exists p: paquete)((p \in cd.conjPaquetes)) \land (p = paqueteMásPrioridad(cd.conjPaquetes)) \land
                   (\exists pdn: paqueteDCNet)((pdn \in e.conjPaquetesDCNet) \land (Siguiente(pdn.it) = p) \land
                   (Siguiente(proximo(cd.colaPaquetesDCNet)) = pdn))
                  )
                 ) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
                 (cd.enviados \ge enviadosCompu(*(cd.pc), e.vectorCompusDCNet)) \land
                 (¬HaySiguiente?(cd.paqueteAEnviar)) )
                                                                                                                                       \{\neg vacía?(scd)\}
compuQueMásEnvió : secu(compuDCNet) scd \longrightarrow compu
\max Enviado : secu(compuDCNet) scd \longrightarrow nat
                                                                                                                                       \{\neg vacía?(scd)\}
enviaronK : secu(compuDCNet) \times nat \longrightarrow conj(compu)
paqueteMásPrioridad : conj(paquete) cp \longrightarrow paquete
                                                                                                                                             \{\neg\emptyset?(cp)\}
paquetesConPrioridadK : conj(paquete) \times nat \longrightarrow conj(paquete)
altaPrioridad : conj(paquetes) cp \longrightarrow nat
                                                                                                                                             \{\neg\emptyset?(cp)\}
enviadosCompu : compu \times secu(compuDCNet) \longrightarrow nat
aparicionesCompu: compu \times conj(nat) cn \times dicc(nat \times itConj(paqueteDCNet)) <math>dp \longrightarrow nat
```

 $\{\text{claves}(dp) \subseteq cn\}$

```
compuQueMásEnvió(scd) \equiv dameUno(enviaronK(scd, maxEnviado(scd)))
\max \text{Enviado}(scd) \equiv \text{if } \text{vac}(\text{a}(\sin(scd)) \text{ then } \text{prim}(scd).\text{enviados } \text{else } \max(\text{prim}(scd), \max \text{Enviado}(\sin(scd))) \text{ fi}
enviaronK(scd, k) \equiv if \text{ vacía}?(scd) then
                             else
                                 if prim(scd).enviados = k then
                                     Ag(*(prim(scd).pc), enviaronK(fin(scd), k))
                                     enviaronK(fin(scd), k)
                                 fi
                             fi
paqueteMásPrioridad(dcn, cp) \equiv dameUno(paquetesConPrioridadK(cp, altaPrioridad(cp)))
altaPrioridad(cp) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset?(\sin \operatorname{Uno}(cp)) then
                                dameUno(cp).prioridad
                            else
                                \min(\text{dameUno}(cp).\text{prioridad}, \text{altaPrioridad}(\sin \text{Uno}(cp)))
paquetesConPrioridadK(cp, k) \equiv \mathbf{if} \emptyset ? (cp) \mathbf{then}
                                             else
                                                 if dameUno(cp).prioridad = k then
                                                      Ag(dameUno(cp), paquetesConPrioridadK(sinUno(cp), k))
                                                      paquetesConPrioridadK(\sin Uno(cp), k)
enviadosCompu(c, scd) \equiv \mathbf{if} \text{ vacía}?(scd) \mathbf{then}
                                    else
                                        if prim(scd) = c then
                                            enviadosCompu(c, fin(scd))
                                        else
                                            aparicionesCompu(c, claves(prim(scd).diccPaquetesDCNet),
                                            \operatorname{prim}(scd).\operatorname{diccPaquetesDCNet}) + \operatorname{enviadosCompu}(c, \operatorname{fin}(scd))
                                        fi
aparicionesCompu(c, cn, dpd) \equiv \mathbf{if} \ \emptyset ? (cn) \mathbf{then}
                                            {f else}
                                                if \operatorname{est\'a?}(c, \operatorname{Siguiente}(\operatorname{obtener}(\operatorname{dameUno}(cn), dpd)).\operatorname{recorrido}) then
                                                    1 + \text{aparicionesCompu}(c, \sin \text{Uno}(cn), dpd)
                                                else
                                                    aparicionesCompu(c, sinUno(cn), dpd)
                                            fi
```

1.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{dcnet} {Rep(e)} Abs(e) =_{\text{obs}} \text{dcn}: dcnet | red(dcn) = e.topología \land (\forall cdn: compuDCNet)(está?(cdn, e.\text{vectorCompusDCNet}) \Rightarrow_{\text{L}} enEspera(dcn, *(cdn.\text{pc})) = cdn.\text{conjPaquetes} \land cantidadEnviados(dcn, *(cdn.\text{pc})) = cdn.\text{enviados} \land (\forall p: paquete)(p \in cdn.\text{conjPaquetes} \Rightarrow_{\text{L}} caminoRecorrido(dcn, p) = \text{Siguiente}(\text{obtener}(p.\text{id}, cdn.\text{diccPaquetesDCNet})).\text{recorrido} )
```

1.3. Algoritmos

```
iIniciarDCNet (in topo: red) \rightarrow res: estr
                                                                                     O(n! * n^6)
    res.topologia ← Copiar(topo)
    res.vectorCompusDCNet ← Vacia()
                                                                                          O(1)
    res.diccCompusDCNet ← CrearDicc()
                                                                                          O(1)
    res.laQueMasEnvio \leftarrow NULL
                                                                                          O(1)
    res.conjPaquetesDCNet ← Vacio()
                                                                                          O(1)
    itConj(compu): it ← CrearIt(Computadoras(topo))
                                                                                          O(1)
    if (HaySiguiente?(it)) then
                                                                                          O(1)
         res.laQueMasEnvio ← puntero(Siguiente(it))
                                                                                          O(1)
    end if
    while HaySiguiente?(it) do
                                                                                          O(1)
         compuDCNet: compudcnet ← <puntero(Siguiente(it)), Vacio(), CrearDicc(),
             Vacia(), CrearIt(Vacio()), 0>
                                                                                          O(1)
         AgregarAtras (res.vectorCompusDCNet, compudenet)
                                                                                          O(n)
         Definir (res.diccCompusDCNet, Siguiente(it).ip, puntero(compudenet))
                                                                                          O(L)
         Avanzar (it)
                                                                                          O(1)
                                                                                  O(n * (n + L))
    end while
Complejidad : O(n*(n+L))
```

```
iCrearPaquete (in/out \ dcn: dcnet, in \ p: paquete)
    puntero(compuDCNet): compudenet ←
         Significado (dcn.diccCompusDCNet, p.origen.ip)
                                                                                             O(L)
    itConj(paquete): itPaq \leftarrow AgregarRapido(compudenet \rightarrow conjPaquetes, p)
                                                                                              O(1)
     lista (compu): recorr ← AgregarAtras (Vacia (), p.origen)
                                                                                              O(1)
    paqueteDCNet: paqDCNet \leftarrow < itPaq, recorr >
                                                                                              O(1)
    itConj(paqueteDCNet): itPaqDCNet ←
         AgregarRapido (dcn.conjPaquetesDCNet, paqDCNet)
                                                                                              O(1)
     Definir (compudcnet→diccPaquetesDCNet, itPaqDCNet)
                                                                                          O(\log(k))
    Encolar (compudenet→colaPaquetesDCNet, itPaqDCNet)
                                                                                          O(\log(k))
Complejidad : O(log(k) + L)
```

```
iAvanzarSegundo (in/out dcn: dcnet)
    nat: maxEnviados \leftarrow 0
    nat: \ i \ \leftarrow \ 0
                                                                                            O(1)
    while \quad i \ < \ Longitud \, (\, dcn \, . \, vectorCompusDCNet \, ) \quad do
                                                                                            O(1)
         if (¬EsVacia?(dcn.vectorCompusDCNet[i].colaPaquetesDCNet)) then
             dcn.vectorCompusDCNet[i].paqueteAEnviar \leftarrow
                  Desencolar (dcn.vectorCompusDCNet[i].colaPaquetesDCNet)
                                                                                       O(\log(k))
         end if
         i++
                                                                                           O(1)
                                                                                     O(n * log(k))
    end while
    i \leftarrow 0
                                                                                            O(1)
    while i < Longitud (dcn.vectorCompusDCNet) do
                                                                                            O(1)
         if (HaySiguiente?(dcn.vectorCompusDCNet[i].paqueteAEnviar)) then
                                                                                            O(1)
             dcn.vectorCompusDCNet[i].enviados++
                                                                                            O(1)
             i\,f\,(\,dcn\,.\,vectorCompusDCNet\,[\,i\,]\,.\,enviados\,>\,maxEnviados\,)\ then
                                                                                            O(1)
                  dcn.laQueMasEnvio ← puntero(dcn.vectorCompusDCNet[i])
                                                                                            O(1)
             end if
             paquete: pAEnviar ←
                  Siguiente (Siguiente (dcn.vectorCompusDCNet[i].paqueteAEnviar).it)
                                                                                           O(1)
             itConj(lista(compu)): itercaminos \leftarrow
                  CrearIt (Caminos Minimos (dcn. topologia,
                  *(dcn.vectorCompusDCNet[i].pc), pAEnviar.destino))
                                                                                            O(1)
             compu: siguientecompu \leftarrow Siguiente(itercaminos)[1]
                                                                                            O(1)
             if(pAEnviar.destino \neq siguientecompu) then
                                                                                            O(1)
                  compuDCNet: siguientecompudcnet ←
                      *(Obtener(dcn.diccCompusDCNet, siguientecompu.ip))
                                                                                           O(L)
                  itConj(paquete): itpaquete \leftarrow
                      AgregarRapido (siguientecompudenet.conjPaquetes, pAEnviar)
                                                                                            O(1)
                  itConj(paqueteDCNet): paqAEnviar \leftarrow
                      Obtener (dcn.vectorCompusDCNet[i].diccPaquetesDCNet,
                      pAEnviar.id)
                                                                                        O(\log(k))
                  AgregarAtras (Siguiente (paqAEnviar). recorrido, siguientecompu)
                                                                                           O(1)
                  Encolar (siguientecompudenet.colaPaquetesDCNet, paqAEnviar)
                                                                                        O(\log(k))
                  Definir (siguientecompudenet.diccPaquetesDCNet, pAEnviar.id,
                      paqAEnviar)
                                                                                        O(\log(k))
             end if
             Borrar (dcn.vectorCompusDCNet[i].diccPaquetesDCNet,
                  Siguiente (dcn. vectorCompusDCNet [i]. paqueteAEnviar→it). id)
                                                                                        O(\log(k))
             Eliminar Siguiente (Siguiente (dcn. vector Compus DCNet [i]. paquete A Enviar). it)
                                                                                            O(1)
             Eliminar Siguiente (dcn. vector Compus DCNet [i]. paquete A Enviar)
                                                                                           O(1)
             O(1)
         end if
                                                                                            O(1)
         i++
                                                                               O(n * (L + log(k)))
    end while
```

```
Complejidad : O(n * (L + log(k)))
```

```
\label{eq:continuous} \begin{tabular}{ll} Red & (in $dcn$: dcn.topologia \\ \hline res & \leftarrow dcn.topologia \\ \hline \\ Complejidad: $O(1)$ \\ \hline \end{tabular}
```

```
CaminoRecorrido (in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: lista(compu)
    nat: i \leftarrow 0
                                                                                O(1)
    while i < Longitud (dcn.vectorCompusDCNet) do
                                                                                O(1)
        if Definido?(dcn.vectorCompusDCNet[i].diccPaquetesDCNet, p.id) then
                                                                             O(\log(k))
            O(\log(k))
               p.id)).recorrido
        end if
        i++
                                                                                O(1)
    end while
                                                                          O(n * log(k))
Complejidad : O(n * log(k))
```

```
CantidadEnviados (in dcn: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: nat  res \leftarrow Obtener(dcn.diccCompusDCNet, c.ip) \rightarrow enviados  O(L)  Complejidad: O(L)
```

```
EnEspera (in dcn: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: nat  res \leftarrow Obtener(dcn.diccCompusDCNet, c.ip) \rightarrow conjPaquetes  O(L)  Complejidad: O(L)
```

```
PaqueteEnTransito (in dcn: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: bool
     res \leftarrow false
     nat: i \leftarrow 0
                                                                                                         O(1)
     while i < Longitud (dcn.vectorCompusDCNet) do
                                                                                                         O(1)
          if Definido?(dcn.vectorCompusDCNet[i].diccPaquetesDCNet, p.id) then
                                                                                                    O(\log(k))
               res \leftarrow true
                                                                                                         O(1)
          end if
          i++
                                                                                                         O(1)
                                                                                                 O(n * log(k))
     end while
Complejidad : O(n * log(k))
```

```
LaQueMasEnvio (in dcn:dcnet) \rightarrow res: compu
```

```
res \leftarrow *(dcn.laQueMasEnvio\rightarrow pc)  O(1)  Complejidad : O(1)
```

```
• =_i • (in dcn_1: dcnet, in dcn_2: dcnet) \rightarrow res: bool bool: boolTopo \leftarrow dcn_1. topologia = dcn_2. topologia bool: boolVec \leftarrow dcn_1. vectorCompusDCNet = dcn_2. vectorCompusDCNet bool: boolConj \leftarrow dcn_1. conjPaquetesDCNet = dcn_2. conjPaquetesDCNet bool: boolMasEnvio \leftarrow dcn_1 \rightarrow = paqdcn dcn_2 \rightarrow O(n * k * (k + n)) O(k^3 * (k + n))
```

```
• = compuden • (in c_1: compuDCNet, in c_2: compuDCNet) \rightarrow res: bool
     bool: boolPC \leftarrow *(c_1.pc) = *(c_2.pc)
                                                                                                            O(1)
                                                                                                           O(k^2)
     bool: boolConj \leftarrow c_1.conjPaquetes = c_1.conjPaquetes
     bool: boolAVL ← true
                                                                                                            O(1)
     bool: boolCola ← true
                                                                                                            O(1)
     bool: boolPaq \leftarrow Siguiente(c_1.paqueteAEnviar) =_{paqden} Siguiente(c_2.paqueteAEnviar)
                                                                                                            O(n)
     bool: boolEnviados \leftarrow c_1.enviados = c_2.enviados
                                                                                                            O(1)
     if boolConj then
                                                                                                            O(1)
          itConj: itconj_1 \leftarrow CrearIt(c_1.conjPaquetes)
                                                                                                            O(1)
          while HaySiguiente?(itconj_1) do
                                                                                                            O(1)
                if Definido?(c_2. diccPaquetesDCNet, Siguiente(itconj_1)).id then
                                                                                                       O(\log(n))
                     if \neg (Siguiente (Obtener (c_1 . diccPaquetesDCNet, Siguiente <math>(itconj_1) . id))
                          Siguiente (Obtener (c_1. \operatorname{diccPaquetesDCNet}, \operatorname{Siguiente}(itconj_1). \operatorname{id})))
                                                                                                            O(n)
                          boolAVL \leftarrow false
                                                                                                            O(1)
                     end if
                else
                     boolAVL \leftarrow false
                                                                                                            O(1)
               end if
                                                                                                            O(1)
                Avanzar (itconj_1)
                                                                                                        O(n * k)
          end while
     end if
     if EsVacia(c_1.colaPrioridad) then
                                                                                                            O(1)
          if \neg \text{EsVacia}(c_2.\text{colaPrioridad}) then
                                                                                                            O(1)
               boolCola \leftarrow false
                                                                                                            O(1)
          end if
     else
                                                                                                            O(1)
          if EsVacia(c_1.colaPrioridad) then
                boolCola \leftarrow false
                                                                                                            O(1)
          else
                if \neg (Siguiente(Proximo(c_1.colaPrioridad))) =_{paqden}
                     Siguiente (Proximo (c_2 \cdot cola Prioridad))) then
                                                                                                            O(n)
                     boolCola \leftarrow false
                                                                                                            O(1)
               end if
```

```
end if end if \text{res} \leftarrow \text{boolPC} \land \text{boolConj} \land \text{boolAVL} \land \text{boolCola} \land \text{boolPaq} \land \text{boolEnviados} \qquad \text{O(1)} \textbf{Complejidad} : O(k^2 + n * k) = O(k * (k + n))
```

```
ullet =_{paqdcn} ullet (	ext{in } p_1 : 	ext{paqueteDCNet, in } p_2 : 	ext{paqueteDCNet,}) 	o 	ext{res: bool} bool: boolPaq \leftarrow Siguiente (p_1. 	ext{it}) = 	ext{Siguiente} (p_2. 	ext{it}) bool: boolRecorrido \leftarrow p_1. 	ext{recorrido} = p_2. 	ext{recorrido} O(n) res \leftarrow 	ext{boolPaq} \wedge 	ext{boolRecorrido} O(1) Complejidad: O(n)
```

2. Módulo Red

2.1. Interfaz

```
se explica con: RED.
géneros: red.
INICIARRED() \rightarrow res : red
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ iniciarRed}\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea una red nueva
AGREGARCOMPUTADORA(in/out \ r : red, in \ c : compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{ (r =_{\mathrm{obs}} r_0) \land ((\forall c': \mathrm{compu}) \ (c' \in \mathrm{computadoras}(r) \Rightarrow \mathrm{ip}(c) \neq \mathrm{ip}(c'))) \ \}
\mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{agregarComputadora}(r_0, c)) \}
Complejidad: O((n * L))
Descripción: Agrega una computadora a la red
Aliasing: La compu se agrega por copia
CONECTAR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ r: red, \mathbf{in}\ c: compu, \mathbf{in}\ c': compu, \mathbf{in}\ i: compu, \mathbf{in}\ i': compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{(r =_{obs} r_0) \land (c \in computadoras(r)) \land (c' \in computadoras(r)) \land (ip(c) \neq ip(c'))\}
\land (\neg \text{conectadas}?(r, c, c')) \land (\neg \text{usaInterfaz}?(r, c, i) \land \neg \text{usaInterfaz}?(r, c', i')) \}
\mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{conectar}(r_0, c, i, c', i'))\}\
Complejidad: O(n! * (n^4))
Descripción: Conecta dos computadoras
COMPUTADORAS(in r : red) \rightarrow res : conj(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{computadoras}(r)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve las computadoras de la red Devuelve una referancia no modificable
CONECTADAS?(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \operatorname{computadoras}(r)) \land (c' \in \operatorname{computadoras}(r))\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas}?(r, c, c')\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Indica si dos computadoras de la red estan conectadas
INTERFAZUSADA(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: interfaz
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{conectadas}?(r, c, c') \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} interfazUsada(r, c, c') \}
Complejidad: O(L+n)
Descripción: Devuelve la interfaz con la cual se conecta c con c'
VECINOS(\mathbf{in}\ r : \mathtt{red},\ \mathbf{in}\ c : \mathtt{compu}) \to res : \mathtt{conj}(\mathtt{compu})
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{vecinos}(r, c)\}
Complejidad: O(n^2)
Descripción: Devuelve el conjunto de computadoras conectadas con c
Aliasing: Devuelve una copia de las computadoras conectadas a c
```

```
USAINTERFAZ?(in r: red, in c: compu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} usaInterfaz?(r, c, i)\}\
Complejidad: O(L+n)
Descripción: Indica si la interfaz i es usada por la computadora c
CAMINOSMINIMOS(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: conj(lista(compu))
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \operatorname{computadoras}(r)) \land (c' \in \operatorname{computadoras}(r))\}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{caminosMinimos}(r, c, i)) \}
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve el conjunto de caminos minimos de c a c'
Aliasing: Devuelve una refencia no modificable
HAYCAMINO?(in r: red, in c: compu, in c': compu) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{(c \in \operatorname{computadoras}(r)) \land (c' \in \operatorname{computadoras}(r))\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{hayCamino?}(r, c, i)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Indica si existe algún camino entre c y c'
COPIAR(in \ r : red) \rightarrow res : red
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} r\}
Complejidad: O(n!*(n^6))
Descripción: Devuelve una copia la red
ullet = ullet (\mathbf{in} \ r \colon \mathtt{red}, \ \mathbf{in} \ r' \colon \mathtt{red}) 	o res : \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} (r =_{obs} r') \}
Complejidad: O(n + L^2)
Descripción: Indica si r es igual a r'
```

2.2. Representación

2.2.1. Estructura

```
red se representa con estr  \begin{aligned} & \text{donde estr es tupla}(compus: \texttt{conj}(\texttt{compu}) \;, \\ & dns: \texttt{dicc}_{Trie}(\texttt{nodoRed}) \;) \end{aligned} \\ & \text{donde nodoRed es tupla}(pc: \texttt{puntero}(\texttt{compu}) \;, \\ & & caminos: \texttt{dicc}_{Trie}(\texttt{conj}(\texttt{lista}(\texttt{compu}))) \;, \\ & & conexiones: \texttt{dicc}_{Lineal}(\texttt{nat}, \; \texttt{puntero}(\texttt{nodoRed})) \;) \end{aligned} \\ & \text{donde compu es tupla}(ip: \texttt{string}, \; interfaces: \texttt{conj}(\texttt{nat})) \end{aligned}
```

2.2.2. Invariante de Representación

(I) Todas los elementos de *compus* deben tener IPs distintas.

- (II) Para cada compu, el trie dns define para la clave <IP de esa compu> un nodoRed cuyo pc es puntero a esa compu.
- (III) nodo Red. conexiones contiene como claves todas las interfaces usadas de la compu c (que tienen que estar en pc. interfaces)
- (IV) Ningun nodo se conecta con si mismo.
- (V) Ningun nodo se conecta a otro a traves de dos interfaces distintas.
- (VI) Para cada nodoRed en dns, caminos tiene como claves todas las IPs de las compus de la red (estr.compus), y los significados corresponden a todos los caminos mínimos desde la compu pc hacia la compu cuya IP es clave.

```
\operatorname{Rep}:\operatorname{estr}\longrightarrow\operatorname{bool}
Rep(e) \equiv true \iff (
                    ((\forall c1, c2: \text{compu}) \ (c1 \neq c2 \land c1 \in e.\text{compus} \land c2 \in e.\text{compus}) \Rightarrow c1.\text{ip} \neq c2.\text{ip}) \land c1
                   ((\forall c: \text{compu})(c \in e.\text{compus} \Rightarrow
                      (\text{def?}(c.\text{ip}, e.\text{dns}) \land_{\text{L}} \text{obtener}(c.\text{ip}, e.\text{dns}).\text{pc} = \text{puntero}(c))
                   )) \wedge
                   ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      (\exists c: \text{compu}) \ (c \in e.\text{compus} \land (n.\text{pc} = \text{puntero}(c)))
                   )) \
                   ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns}) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      ((\forall t: \text{nat}) (\text{def}?(t, n.\text{conexiones}) \Rightarrow (t \in n.\text{pc} \rightarrow \text{interfaces})))
                   )) \wedge
                   ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{L} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      ((\forall t: \text{nat}) (\text{def}?(t, n.\text{conexiones}) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{obtener}(t, n.\text{conexiones}) \neq \text{puntero}(n))))
                   )) \wedge
                    ((\forall i: \text{string}, n: \text{nodoRed}) ((\text{def}?(i, e.\text{dns})) \land_{\text{L}} n = \text{obtener}(i, e.\text{dns})) \Rightarrow
                      ((\forall t1, t2: \text{nat}) ((t1 \neq t2 \land \text{def}?(t1, n.\text{conexiones}) \land \text{def}?(t2, n.\text{conexiones})) \Rightarrow_{\text{L}}
                         (obtener(t1, n.conexiones) \neq obtener(t2, n.conexiones))
                      ))
                   )) \wedge
                    ((\forall i1, i2: \text{string}, n1, n2: \text{nodoRed}))
                      (def?(i1, e.dns) \wedge_{L} n1 = obtener(i1, e.dns)) \wedge
                      (\text{def?}(i2,\,e.\text{dns}) \wedge_{\scriptscriptstyle{\mathbf{L}}} n2 = \text{obtener}(i2,\,e.\text{dns}))
                    ) \ \Rightarrow \ (\operatorname{def?}(i2, \, n1.\operatorname{caminos}) \, \wedge_{\scriptscriptstyle{L}} \, \operatorname{obtener}(i2, \, n1.\operatorname{caminos}) = \operatorname{darCaminosMinimos}(n1, \, n2))
                   ))
                   )
vecinas
                                      : nodoRed
                                                                                                                                                    → conj(nodoRed)
auxVecinas
                                      : nodoRed \times dicc(nat \times puntero(nodoRed))
                                                                                                                                                     \longrightarrow conj(nodoRed)
secusDeLongK
                                      : \operatorname{conj}(\operatorname{secu}(\alpha)) \times \operatorname{nat}
                                                                                                                                                    \longrightarrow \operatorname{conj}(\operatorname{secu}(\alpha))
longMenorSec
                                      : conj(secu(\alpha)) secus
                                                                                                                                                                              \{\neg\emptyset?(secus)\}
                                                                                                                                                    \longrightarrow nat
darRutas
                                      : nodoRed nA \times \text{nodoRed } nB \times \text{conj(pc)} \times \text{secu(nodoRed)}
                                                                                                                                                    \longrightarrow conj(secu(nodoRed))
darRutasVecinas
                                      : conj(pc) vec \times nodoRed n \times conj(pc) \times secu(nodoRed)
                                                                                                                                                    \longrightarrow conj(secu(nodoRed))
darCaminosMinimos : nodoRed n1 \times nodoRed n1
                                                                                                                                                    \longrightarrow conj(secu(compu))
vecinas(n)
                                                                            \equiv \text{auxVecinas}(n, n.\text{conexiones})
\operatorname{auxVecinas}(n, cs)
                                                                            \equiv if \emptyset?(cs) then
                                                                                       Ø
                                                                                 else
                                                                                       Ag(obtener(dameUno(claves(cs)), cs), auxVecinas(n, sinUno(cs)))
                                                                                 fi
```

```
\equiv if \emptyset?(secus) then
secusDeLongK(secus, k)
                                                      Ø
                                                  else
                                                     if long(dameUno(secus)) = k then
                                                         dameUno(secus) \cup secusDeLongK(sinUno(secus), k)
                                                      else
                                                         secusDeLongK(sinUno(secus), k)
                                                     fi
                                                  fi
longMenorSec(secus)
                                               \equiv if \emptyset?(sinUno(secus)) then
                                                      long(dameUno(secus))
                                                  else
                                                     \min(\log(\text{dameUno}(secus))),
                                                      longMenorSec(sinUno(secus)))
                                                  fi
                                               \equiv if nB \in \text{vecinas}(nA) then
darRutas(nA, nB, rec, ruta)
                                                      Ag(ruta \circ nB, \emptyset)
                                                     if \emptyset?(vecinas(nA) - rec) then
                                                         Ø
                                                      else
                                                         darRutas(dameUno(vecinas(nA) - rec),
                                                         nB, Ag(nA, rec),
                                                         ruta \circ dameUno(vecinas(nA) - rec)) \cup
                                                         darRutasVecinas(sinUno(vecinas(nA) - rec),
                                                         nB, Ag(nA, rec),
                                                         ruta \circ dameUno(vecinas(nA) - rec)
                                                  \mathbf{fi}
darRutasVecinas(vecinas, n, rec, ruta)
                                               \equiv if \emptyset?(vecinas) then
                                                  else
                                                      darRutas(dameUno(vecinas), n, rec, ruta) \cup
                                                      darRutasVecinas(sinUno(vecinas), n, rec, ruta)
                                                  fi
                                                  secusDeLongK(darRutas(nA, nB, \emptyset, <>),
darCaminosMinimos(nA, nB)
                                                  longMenorSec(darRutas(nA, nB, \emptyset, <>)))
```

2.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{red} \{\text{Rep}(e)\}
\text{Abs}(e) =_{\text{obs}} \text{r: red} \mid e.\text{compus} =_{\text{obs}} \text{computadoras}(r) \land ((\forall c1, c2: \text{compu}, i1, i2: \text{string}, n1, n2: \text{nodoRed}) (
(c1 \in e.\text{compus} \land i1 = c1.\text{ip} \land \text{def}?(i1, e.\text{dns}) \land_{\text{L}} n1 = \text{obtener}(i1, e.\text{dns}) \land c1 = *n1.\text{pc}) \land (c2 \in e.\text{compus} \land i2 = c2.\text{ip} \land \text{def}?(i2, e.\text{dns}) \land_{\text{L}} n2 = \text{obtener}(i2, e.\text{dns}) \land c2 = *n2.\text{pc}) \land (c1 \neq c2)) ) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{conectadas}?(r, c1, c2) \Leftrightarrow ((\exists t1, t2: \text{nat}) (
t1 = \text{interfazUsada}(r, c1, c2) \land t2 = \text{interfazUsada}(r, c2, c1) \land \text{def}?(t1, n1.\text{conexiones}) \land \text{def}?(t2, n2.\text{conexiones}) \land_{\text{L}} (
\& n2 = \text{obtener}(t1, n1.\text{conexiones}) \land \& n1 = \text{obtener}(t2, n2.\text{conexiones})
))))
```

2.3. Algoritmos

```
 \begin{aligned} & \text{iIniciarRed ()} \rightarrow \text{res: red} \\ & \text{res.compus} \leftarrow \text{Vacio()} \end{aligned} \tag{O(1)}
```

```
res.dns \leftarrow Vacio()
Complejidad : O(1)
```

```
 \begin{array}{lll} \text{iAgregarComputadora } (\textbf{in/out} \ r \colon \textbf{red, in} \ c \colon \textbf{compu}) \\ & \text{AgregoCompuNuevaAlResto}(\textbf{r.dns,c}) & \text{O(n*L)} \\ & \text{AgregarRapido}(\textbf{r.compus, c}) & \text{O(1)} \\ & \text{Definir}(\textbf{r.dns, compu.ip, Tuplaske,Vacio(),Vacio()>)} & \text{O(L)} \\ & \text{InicializarConjCaminos}(\textbf{r.c}) & \text{O(n*L)} \\ & \textbf{Complejidad} \colon O(n*L) \\ \end{array}
```

```
\begin{array}{lll} \text{InicializarConjCaminos} & (\textbf{in/out} \ r \colon \texttt{red, in} \ c \colon \texttt{compu}) \\ & \text{itCompus} \colon \texttt{itConj}(\texttt{compu}) \leftarrow \texttt{CrearIt}(\texttt{r.compus}) & \texttt{O}(1) \\ & \texttt{cams} \colon \texttt{diccTrie}(\texttt{ip},\texttt{conj}(\texttt{lista}(\texttt{compu}))) \leftarrow \\ & \texttt{Significado}(\texttt{r.dns}, \ c.\texttt{ip}).\texttt{caminos} & \texttt{O}(\texttt{L}) \\ & \text{while HaySiguiente?}(\texttt{itCompus}) \ \text{do} & \texttt{O}(1) \\ & \texttt{Definir}(\texttt{cams}, \ \texttt{Siguiente}(\texttt{itCompus}).\texttt{ip}, \ \texttt{Vacio}()) & \texttt{O}(\texttt{L}) \\ & \texttt{Avanzar}(\texttt{itCompus}) & \texttt{O}(1) \\ & \texttt{end} \ \text{while} & \texttt{O}(\texttt{n*L}) \\ & \textbf{Complejidad} \colon O(n*L) \end{array}
```

```
 \begin{aligned} & \text{iConectar } (\textbf{in/out } r \colon \texttt{red, in } c_0 \colon \texttt{compu, in } c_1 \colon \texttt{compu, in } i_0 \colon \texttt{compu, in } i_1 \colon \texttt{compu)} \\ & \text{nr0} \colon \texttt{nodoRed} \leftarrow \texttt{Significado}(\texttt{r.dns, c0.ip}) & \texttt{O(L)} \\ & \text{nr1} \colon \texttt{nodoRed} \leftarrow \texttt{Significado}(\texttt{r.dns, c1.ip}) & \texttt{O(L)} \\ & \texttt{DefinirRapido}(\texttt{nr0.conexiones, i0, nr1}) & \texttt{O(1)} \\ & \texttt{DefinirRapido}(\texttt{nr1.conexiones, i1, nr0}) & \texttt{O(1)} \\ & \texttt{CrearTodosLosCaminos}(\texttt{r}) & \texttt{O(n!*(n^3*(\texttt{n}+\texttt{L})))} \\ & \textbf{Complejidad} \colon O(n!*(n^3*(\texttt{n}+\texttt{L}))) \end{aligned}
```

```
CrearTodosLosCaminos (in/out r: red)
                                                                                                         O(1)
  itCompuA: itConj(compu) ← CrearIt(r.compus)
  while HaySiguiente?(itCompuA) do
                                                                                                         O(1)
    nr:nodoRed ← Significado(r.dns, Siguiente(itCompuA).ip)
                                                                                                         O(L)
    itCompuB:itConj(compu) \leftarrow CrearIt(r.compus)
                                                                                                         O(1)
    while HaySiguiente?(itCompuB) do
                                                                                                         O(1)
      caminimos: conj(lista(compu)) \leftarrow Minimos(Caminos)
        (nr, Siguiente(itCompuB).ip)
                                                                                           O(n! * n*(n + L))
      Definir (nr. caminos, Siguiente (itCompuB). ip, caminimos)
                                                                                                         O(L)
      Avanzar(itCompuB)
                                                                                                         O(1)
```

```
end while  \begin{aligned} & \text{O(n! * (n^2 * (n + L)))} \\ & \text{Avanzar(itCompuA)} \\ & \text{end while} \\ & \text{Complejidad}: O(n! * (n^3 * (n + L))) \end{aligned}
```

```
Caminos (in c1: nodoRed, in ipDestino: string) \rightarrow res: conj(lista(compu))
  res \leftarrow Vacio()
                                                                                                            O(1)
  frameRecorrido: pila (lista (compu)) ← Vacia()
                                                                                                            O(1)
  frameCandidatos: pila(lista(nodoRed)) \leftarrow Vacia()
                                                                                                            O(1)
  iCandidatos: lista(nodoRed) \leftarrow listaNodosVecinos(c1)
                                                                                                            O(n)
  iRecorrido: lista (compu) \leftarrow Vacia()
                                                                                                            O(1)
  AgregarAdelante(iRecorrido, *(c1.pc))
                                                                                                            O(1)
  Apilar (frameRecorrido, iRecorrido)
                                                                                                            O(1)
  Apilar (frameCandidatos, iCandidatos)
                                                                                                            O(1)
                                                                                                            O(1)
  pCandidatos:compu
  fCandidatos: lista (nodoRed)
                                                                                                            O(1)
  while ¬EsVacia?(frameRecorrido) do
                                                                                                            O(1)
    iRecorrido \leftarrow Tope(frameRecorrido)
                                                                                                            O(1)
    iCandidatos \leftarrow Tope(frameCandidatos)
                                                                                                            O(1)
    Desapilar (frameRecorrido)
                                                                                                            O(1)
    Desapilar (frameCandidatos)
                                                                                                            O(1)
    pCandidatos \leftarrow Primero(iCandidatos)
                                                                                                            O(1)
    if ¬EsVacio?(iCandidatos) then
                                                                                                            O(1)
      Fin(iCandidatos)
                                                                                                            O(1)
      fCandidatos \leftarrow iCandidatos
                                                                                                            O(n)
      if ult(iRecorrido).pc→ip = ipDestino then
                                                                                                            O(L)
        AgregarRapido(res, iRecorrido)
                                                                                                            O(n)
      else
        Apilar(frameRecorrido, iRecorrido)
                                                                                                            O(1)
        Apilar (frameCandidatos, fCandidatos)
                                                                                                            O(1)
        if ¬nodoEnLista(pCandidatos, iRecorrido) then
                                                                                                   O(n*(n + L))
          iRecorrido ← Copiar(iRecorrido)
                                                                                                            O(n)
          AgregarAtras(iRecorrido, *(pCandidatos))
                                                                                                            O(n)
          Apilar(frameRecorrido, iRecorrido)
                                                                                                            O(1)
           Apilar(frameCandidatos, listaNodosVecinos(pCandidatos))
                                                                                                            O(n)
                                                                                                   O(n*(n + L))
        fi
                                                                                                   O(n*(n + L))
      fi
    fi
                                                                                                   O(n*(n + L))
                                                                                               O(n! * n*(n + L))
  end while
Complejidad : O(n! * n * (n + L))
```

```
Minimos (in caminos: conj(lista(compu))) → res: conj(lista(compu))
```

```
res ← Vacio()
                                                                                                         O(1)
                                                                                                         O(1)
  longMinima: int
  itCaminos:itConj(lista(compu)) \leftarrow CrearIt(caminos)
                                                                                                         O(1)
  if HaySiguiente?(itCaminos) then
                                                                                                         O(1)
    longMinima \leftarrow Longitud(Siguiente(itCaminos))
                                                                                                         O(1)
    Avanzar(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
    while HaySiguiente?(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
      if Longitud(Siguiente(itCaminos)) < longMinima then
        longMinima ← Longitud(Siguiente(itCaminos))
                                                                                                         O(1)
      Avanzar(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
    end while
                                                                                                         O(n)
    itCaminos \leftarrow CrearIt(caminos)
                                                                                                         O(1)
    while HaySiguiente?(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
      if Longitud(Siguiente(itCaminos)) = longMinima then
                                                                                                         O(1)
        AgregarRapido(res, Siguiente(itCaminos))
                                                                                                         O(1)
      Avanzar(itCaminos)
                                                                                                         O(1)
    end while
                                                                                                         O(n)
  end if
                                                                                                         O(1)
Complejidad : O(n)
```

```
\begin{array}{ll} \operatorname{listaNodosVecinos}\;(\textbf{in}\;n\colon \mathtt{nodoRed}) \to \operatorname{res:}\;\operatorname{lista}(\mathtt{nodoRed}) \\ \operatorname{res}\; \leftarrow \operatorname{Vacia}() & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{itVecinos}\; :\operatorname{itDicc}(\operatorname{interfaz}\;,\; \mathtt{puntero}(\mathtt{nodoRed}))) \; \leftarrow \; \operatorname{CrearIt}(\mathtt{n},\mathtt{conexiones}) & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{while}\; \operatorname{HaySiguiente}?(\operatorname{itVecinos})\; \operatorname{do} & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{AgregarAdelante}(\mathtt{res}\;,\; *\operatorname{SiguienteSignificado}(\operatorname{itVecinos})) & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{Avanzar}(\operatorname{itVecinos}) & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{end}\; \operatorname{while} & \operatorname{O}(\mathtt{n}) \\ \\ \mathbf{Complejidad}\; : O(n) \end{array}
```

```
nodoEnLista (in n: nodoRed, in ns: lista(nodoRed)) \rightarrow res: bool
  res \leftarrow false
                                                                                                                  O(1)
  itNodos: itLista(lista(nodoRed)) \leftarrow CrearIt(ns)
                                                                                                                  O(1)
  while HaySiguiente?(itNodos) do
                                                                                                                  O(1)
     if Siguiente(itNodos) = n then
                                                                                                             O(n + L)
       res \leftarrow true
                                                                                                                  O(1)
    end if
                                                                                                                  O(1)
    Avanzar(itNodos)
                                                                                                                  O(1)
                                                                                                         O(n*(n + L))
  end while
Complejidad : O(n * (n + L))
```

```
iComputadoras (in r : red) \rightarrow res: conj(compu)
res \leftarrow r.compus
Complejidad : O(1)
```

```
iConectadas? (in r: red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: bool

nr0:nodoRed \leftarrow Significado(r.dns, c0.ip) O(L)

it :itDicc(interfaz, puntero(nodoRed))) \leftarrow CrearIt(nr0.conexiones) O(1)

res \leftarrow false O(1)

while HaySiguiente?(it) do O(1)

if c1.ip = SiguienteSignificado(it)->pc->ip then O(1)

res \leftarrow true O(1)

end if O(1)
```

```
Avanzar(it) O(1) end while O(n) Complejidad: O(L+n)
```

```
iInterfazUsada (in r: red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: interfaz
    nr0:nodoRed \leftarrow Significado(r.dns, c0.ip)
                                                                                                              O(L)
    it :itDicc(interfaz, puntero(nodoRed))
      \leftarrow CrearIt(nr0.conexiones)
                                                                                                              O(1)
                                                                                                              O(1)
    while HaySiguiente?(it) do
      if c1.ip = SiguienteSignificado(it)->pc->ip then
                                                                                                              O(1)
         res ← SiguienteClave(it)
                                                                                                              O(1)
      end if
                                                                                                              O(1)
      Avanzar(it)
                                                                                                              O(1)
    end while
                                                                                                              O(n)
  Complejidad : O(L+n)
```

```
iVecinos (in r: red, in c: compu) \rightarrow res: conj(compu)
    nr:nodoRed \leftarrow Significado(r.dns, c.ip)
                                                                                                                   O(L)
    res:conj(compu) \leftarrow Vacio()
                                                                                                                   O(1)
    it : itDicc(interfaz \,, \,\, puntero(nodoRed)) \\
       \leftarrow CrearIt(nr.conexiones)
                                                                                                                   O(1)
    while HaySiguiente?(it) do
                                                                                                                   O(1)
       AgregarRapido(res,*(SiguienteSignificado(it)->pc))
                                                                                                                   O(1)
                                                                                                                   O(1)
       Avanzar(it)
    end while
                                                                                                                   O(n)
  Complejidad : O(L+n)
```

```
iUsaInterfaz? (in r: red, in c: compu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool

nr:nodoRed \leftarrow Significado(r.dns, c.ip) O(L)

res \leftarrow Definido?(pnr.conexiones,i) O(n)

Complejidad: O(L+n)
```

```
iCaminosMinimos (in r: red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: conj(secu(compu))

nr:nodoRed \leftarrow Significado(r.dns, c0.ip)

res \leftarrow Significado(pnr.caminos, c1.ip)

Complejidad: O(L)
```

```
HayCamino? (in r: red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: bool nr:nodoRed \leftarrow Significado(r.dns, c0.ip) O(L) res \leftarrow \neg \text{EsVacio}?(Significado(pnr.caminos, c1.ip)) O(L) Complejidad: O(L)
```

```
\begin{split} &O(Copiar(nodoRed)) = O(copy(pc) + Copiar(conexiones) + Copiar(caminos)) \\ &O(copy(pc)) = O(1) \\ &O(Copiar(conexiones)) = O(n) \\ &O(Copiar(caminos)) = O((n*L)*(Copiar(conj(lista(compu))))) \\ &O(Copiar(conj(lista(compu)))) = O(n^2) \\ &O(Copiar(nodoRed)) = O(n^3*L) \end{split}
```

```
ullet = ullet (in r_0: red, in r_1: red) 	o res: bool res \leftarrow (r0.compus = r1.compus) \wedge (r0.dns = r1.dns) O(n + L<sup>2</sup>) Complejidad : O(n + L(L + n))
```

3. Módulo Cola de mínima prioridad(α)

El módulo cola de mínima prioridad consiste en una cola de prioridad de elementos del tipo α cuya prioridad está determinada por un nat de forma tal que el elemento que se ingrese con el menor nat será el de mayor prioridad.

3.1. Especificación

TAD COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD (α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \operatorname{colaMinPrior}(\alpha)) \quad \left(c =_{\operatorname{obs}} c' \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} \operatorname{vac\'ia?}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{vac\'ia?}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\neg \operatorname{vac\'ia?}(c) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{pr\'oximo}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{pr\'oximo}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\operatorname{desencolar}(c) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{pr\'oximo}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{pr\'oximo}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\operatorname{desencolar}(c')) \end{pmatrix} \right)$$

parámetros formales

géneros o

operaciones • < : $\alpha \times \alpha \longrightarrow bool$

Relación de orden total estricto¹

géneros cola $MinPrior(\alpha)$

exporta colaMinPrior(α), generadores, observadores

usa Bool

observadores básicos

 $\begin{array}{lllll} {\rm vac\'ia?} & : & {\rm colaMinPrior}(\alpha) & \longrightarrow & {\rm bool} \\ \\ {\rm pr\'oximo} & : & {\rm colaMinPrior}(\alpha) \ c & \longrightarrow & \alpha & \{\neg \ {\rm vac\'ia?}(c)\} \\ \\ {\rm desencolar} & : & {\rm colaMinPrior}(\alpha) \ c & \longrightarrow & {\rm colaMinPrior}(\alpha) & \{\neg \ {\rm vac\'ia?}(c)\} \end{array}$

generadores

vacía : \longrightarrow colaMinPrior (α) encolar : $\alpha \times$ colaMinPrior (α) \longrightarrow colaMinPrior (α)

otras operaciones

tamaño : $\operatorname{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \operatorname{nat}$

axiomas $\forall c: \operatorname{colaMinPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$

vacía?(vacía) \equiv true vacía?(encolar(e, c)) \equiv false

 $\operatorname{próximo}(\operatorname{encolar}(e, c)) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac\'a}(c) \vee_{\operatorname{L}} \operatorname{proximo}(c) > e \operatorname{then} e \operatorname{else} \operatorname{próximo}(c) \operatorname{fi}$

 $\operatorname{desencolar}(\operatorname{encolar}(e, c)) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac\'{a}}?(c) \vee_{\operatorname{L}} \operatorname{proximo}(c) > e \operatorname{then} c \operatorname{else} \operatorname{encolar}(e, \operatorname{desencolar}(c)) \operatorname{fi}$

Fin TAD

Antirreflexividad: $\neg a < a$ para todo $a : \alpha$

Antisimetría: $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$ para todo $a,b:\alpha, a \neq b$ Transitividad: $((a < b \land b < c) \Rightarrow a < c)$ para todo $a,b,c:\alpha$

Totalidad: $(a < b \lor b < a)$ para todo $a, b : \alpha$

¹Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

3.2. Interfaz

```
parámetros formales géneros \alpha se explica con: Cola de mínima prioridad(nat). géneros: cola\minPrior(\alpha).
```

3.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad

```
VACÍA() \rightarrow res : colaMinPrior(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{vac}(\mathbf{a})\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea una cola de prioridad vacía
VACÍA?(\mathbf{in}\ c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} vacía?(c) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía
DESENCOLAR(in/out\ c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vacía}?(c) \land c =_{obs} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{proximo}(c_0) \land c =_{obs} \operatorname{desencolar}(c_0)\}\
Complejidad: O(\log(\tan \tilde{a}no(c)))
Descripción: Quita el elemento más prioritario
Aliasing: Se devuelve el elemento por copia
ENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha), in p: nat, in a: \alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} \mathrm{encolar}(p, c_0)\}\
Complejidad: O(\log(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c)))
Descripción: Agrega al elemento \alpha con prioridad p a la cola
Aliasing: Se agrega el elemento por copia
\bullet = \bullet (in \ c: colaMinPrior(\alpha), in \ c': colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} (c =_{obs} c') \}
Complejidad: O(n^2)
Descripción: Indica si c es igual c'
```

3.3. Representación

3.3.1. Representación de colaMinPrior

```
colaMinPrior(\alpha) se representa con estr donde estr es dicc_{avl}(nat, nodoEncolados) donde nodoEncolados es tupla(encolados: cola(\alpha), prioridad: nat)
```

3.3.2. Invariante de Representación

- (I) Todos los significados del diccionario tienen como clave el valor de prioridad
- (II) Todos los significados del diccionario no pueden tener una cola vacía

3.3.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{colaMinPrior} {Rep(e)}

Abs(e) =_{\text{obs}} \text{ cmp}: colaMinPrior | (vacía?(cmp) \Leftrightarrow (\#\text{claves}(e) = 0)) \land \neg \text{vacía}?(cmp) \Rightarrow_{\text{L}} ((\text{pr\'oximo}(cmp) = \text{pr\'oximo}(\text{m\'inimo}(e).\text{encolados}))) <math>\land (\text{desencolar}(cmp) = \text{desencolar}(\text{m\'inimo}(e).\text{encolados})))
```

3.4. Algoritmos

```
iVacía\ () 	o res: colaMinPrior(lpha) res\ \leftarrow\ Vacio\ () \mathbf{Complejidad}: O(1)
```

```
iVacía? (in c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: bool res \leftarrow (#Claves(c) = 0) O(1)

Complejidad : O(1)
```

```
\begin{array}{lll} \text{iEncolar } (\textbf{in/out } c : \texttt{colaMinPrior}(\alpha), \textbf{in } p : \texttt{nat, in } a : \alpha) \\ \text{if Definido?}(p) \text{ then } & \texttt{O}(\log(\tan(c))) \\ & \texttt{Encolar}(\texttt{Significado}(c, p).\texttt{encolados}, a) & \texttt{O}(\log(\tan(c)) + \texttt{copy}(\alpha)) \\ \text{else} & \\ & \texttt{nodoEncolados } nuevoNodoEncolados \\ & \texttt{nuevoNodoEncolados}.\texttt{encolados} \leftarrow \texttt{Vacia}() & \texttt{O}(1) \\ & nuevoNodoEncolados.\texttt{prioridad} \leftarrow p & \texttt{O}(1) \\ \end{array}
```

```
\begin{array}{ll} \operatorname{Encolar}(nuevoNodoEncolados\,.\operatorname{encolados}\,,\,\,a) & \operatorname{O}(\operatorname{copy}(a)) \\ \operatorname{Definir}(c,\,\,p,\,\,nuevoNodoEncolados) & \operatorname{O}(\operatorname{log}(\operatorname{tama\~no}(c)) + \operatorname{copy}(nodoEncolados)) \\ \operatorname{\mathbf{Complejidad}}:O(\log(\operatorname{tamano}(c)) + O(\operatorname{copy}(\alpha)) \end{array}
```

```
ullet = ullet \left( \mathbf{in} \ c_0 \colon \mathbf{colaMinPrior}(lpha), \ \mathbf{in} \ c_1 \colon \mathbf{colaMinPrior}(lpha) 
ight) 	o \mathrm{res} \colon \mathrm{bool} \ \mathrm{res} \ \leftarrow \ \mathrm{c}0 = \mathrm{c}1 \ \mathbf{Complejidad} \colon O(n^2)
```

4. Módulo Diccionario $AVL(\alpha)$

se explica con: DICCIONARIO(NAT, α).

4.1. Interfaz

```
géneros: dicc_{avl}(\alpha).
      Operaciones básicas de Diccionario AVL(\alpha)
CREARDICC() \rightarrow res : dicc_{avl}(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un diccionario vacío
DEFINIDO?(in c: nat, in d: dicc_{avl}(\alpha))) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(c, d)\}\
Complejidad: O(log(\#claves(d)))
Descripción: Devuelve true si y sólo si la clave fue previamente definida en el diccionario
DEFINIR(in c: nat, in s: \alpha, in/out d: dicc<sub>avl</sub>(\alpha))
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\text{obs}} \operatorname{definir}(c, s, d_0)\}\
Complejidad: O(log(\#claves(d)) + copy(s))
Descripción: Define la clave c con el significado s en d
OBTENER(in c: string, in/out d: dicc_{avl}(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{ \det?(c, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(c, d)) \}
Complejidad: O(log(\#claves(d)))
Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave en el diccionario
Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable
BORRAR(in c: string, in/out d: dicc<sub>avl</sub>(\alpha))
\mathbf{Pre} \equiv \{ \det?(c, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} borrar(c, d))\}
Complejidad: O(log(\#claves(d)))
Descripción: Borra el elemento con la clave dada
\#\text{CLAVES}(\textbf{in }d: \text{dicc}_{avl}(\alpha)) \rightarrow res: \texttt{nat}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \# \text{claves}(d) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la cantidad de claves en el diccionario
MÍNIMO(\operatorname{in/out} d : \operatorname{dicc}_{avl}(\alpha)) \to res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{ \# \operatorname{claves}(d) > 0 \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(\operatorname{claveMinima}(d), d)) \}
Complejidad: O(log(\#claves(d)))
Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave de mínimo valor en el diccionario
Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable
```

4.1.2. Operaciones auxiliares del TAD

```
claveMínima : \operatorname{dicc}(\operatorname{nat} \times \alpha) \ d \longrightarrow \operatorname{nat} \qquad \{\#\operatorname{claves}(\operatorname{d}) > 0\} \operatorname{darClaveMínima} : \operatorname{dicc}(\operatorname{nat} \times \alpha) \ d \times \operatorname{conj}(\operatorname{nat}) \ c \longrightarrow \operatorname{nat} \qquad \{(\#\operatorname{claves}(\operatorname{d}) > 0) \land (\operatorname{c} \subseteq \operatorname{claves}(\operatorname{d}))\} \operatorname{claveMínima}(\operatorname{d}) \equiv \operatorname{darClaveMínima}(\operatorname{d}, \operatorname{claves}(\operatorname{d})) \operatorname{darClaveMínima}(\operatorname{d}, \operatorname{c}) \equiv \operatorname{if} \emptyset ? (\operatorname{sinUno}(c)) \operatorname{then} \qquad \operatorname{dameUno}(c) \operatorname{else} \qquad \operatorname{min}(\operatorname{dameUno}(c), \operatorname{darClaveMínima}(\operatorname{d}, \operatorname{sinUno}(c))) \operatorname{fi}
```

4.2. Representación

4.2.1. Representación de dicc_{avl}(α)

```
dicc_{avl}(\alpha) se representa con estr donde estr es puntero(nodoAvl) donde nodoAvl es tupla( clave: nat, data: \alpha, balance: int, hijos: arreglo[2] de puntero(nodoAvl))
```

4.2.2. Invariante de Representación

- (I) Se mantiene el invariante de árbol binario de búsqueda para las claves de los nodos.
- (II) Cada nodo tiene $balance \in \{-1, 0, 1\}$ donde balance es:
 - * 0 si el arbol esta balanceado
 - * 1 si existe un nodo en el ultimo nivel de balance tal que tenga un hijo a la izq
 - * -1 si existe un nodo en el ultimo nivel de balance tal que tenga un hijo a la der
- (III) Todas las claves son distintas.

```
Rep : estr \longrightarrow bool
Rep(e) \equiv true \iff esABB(e) \land balanceadoBien(e) \land clavesDistintas(e, vacío)
esABB
                                  : puntero(nodoAvl)
                                                                                        \rightarrow bool
balanceadoBien
                                  : puntero(nodoAvl)
                                                                                         \rightarrow bool
clavesDistintas
                                  : puntero(nodoAvl) \times conj(nat)
                                                                                      \longrightarrow bool
balanceado
                                  : puntero(nodoAvl)
                                                                                         \rightarrow bool
esABB(n)
                                   \equiv (n \neq \text{NULL}) \Rightarrow_{\text{L}} (
                                        ((\text{prim}(n \to \text{hijos}) \neq \text{NULL}) \Rightarrow_{\text{L}} (n \to \text{clave} > \text{prim}(n.\text{hijos}) \land \text{esABB}(\text{prim}(n \to \text{hijos})))) \land
                                        ((\text{ult}(n \to \text{hijos}) \neq \text{NULL}) \Rightarrow_{\text{L}} (n \to \text{clave} < \text{ult}(n \to \text{hijos}) \land \text{esABB}(\text{ult}(n \to \text{hijos})))))
balanceadoBien(n)
                                   \equiv (balanceado(n) \wedge_{L} (n \neq NULL) \Rightarrow_{L} (
                                        if ((\text{prim}(n \rightarrow \text{hijos}) \neq \text{NULL}) \land (\text{ult}(n \rightarrow \text{hijos}) \neq \text{NULL})) then
                                             balanceadoBien(prim(n \rightarrow hijos)) \land balanceadoBien(ult(n \rightarrow hijos)))
                                        else
                                             if (prim(n.hijos) \neq NULL) then
                                                  n \rightarrow \text{balance} = 1
                                             else
                                                  if (prim(n.hijos) \neq NULL) then n \rightarrow balance = -1 else n \rightarrow balance = 0 fi
                                             fi
```

fi

```
\begin{array}{lll} \operatorname{clavesDistintas}(n,\,cs) & \equiv & (n \neq \operatorname{NULL}) \Rightarrow_{\operatorname{L}} \\ & n \to \operatorname{clave} \notin cs \wedge \\ & \operatorname{clavesDistintas}(\operatorname{prim}(n \to \operatorname{hijos}),\,\operatorname{Ag}(n \to \operatorname{clave},\,cs)) \wedge \\ & \operatorname{clavesDistintas}(\operatorname{ult}(n \to \operatorname{hijos}),\,\operatorname{Ag}(n \to \operatorname{clave},\,cs)) \wedge \\ & \operatorname{balanceado}(n) & \equiv & (n \neq \operatorname{NULL}) \Rightarrow_{\operatorname{L}} \\ & & (\operatorname{if} \; ((\operatorname{prim}(n \to \operatorname{hijos}) \neq \operatorname{NULL}) \wedge (\operatorname{ult}(n \to \operatorname{hijos}) \neq \operatorname{NULL})) \; \operatorname{then} \\ & \operatorname{balanceado}(\operatorname{prim}(n \to \operatorname{hijos})) \wedge \operatorname{balanceado}(\operatorname{ult}(n \to \operatorname{hijos}))) \\ & \operatorname{else} \\ & \operatorname{if} \; (\operatorname{prim}(n . \operatorname{hijos}) \neq \operatorname{NULL}) \; \operatorname{then} \\ & \operatorname{false} \\ & \operatorname{else} \\ & \operatorname{if} \; (\operatorname{prim}(n . \operatorname{hijos}) \neq \operatorname{NULL}) \; \operatorname{then} \; \operatorname{false} \; \operatorname{else} \; \operatorname{true} \; \operatorname{fi} \\ & \operatorname{fi} \end{array}
```

4.2.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \operatorname{dicc}(\operatorname{nat}, \alpha) {Rep(e)}
Abs(e) =_{\operatorname{obs}} d: dicc(\operatorname{nat}, \alpha) \mid \operatorname{auxAbs}(e, \operatorname{vac\'{no}})

auxAbs(n, d) \equiv \operatorname{if} n = \operatorname{NULL} \operatorname{then} d
else
definir(n.\operatorname{clave}, n.\operatorname{data}, \operatorname{auxAbs}(\operatorname{prim}(n.\operatorname{hijos}), \operatorname{auxAbs}(\operatorname{ult}(n.\operatorname{hijos}), d)))
```

4.3. Algoritmos

```
iDefinir (\mathbf{in}/\mathbf{out}\ dicc_{avl}(\alpha): tree, \mathbf{in}\ nat: c, \mathbf{in}\ \alpha: s)
     if (tree = NULL) then
                                                                                                                                    O(1)
           tree \leftarrow crearNodo(c, s)
                                                                                                                             O(copy(s))
     else
                                                                                                                                    O(1)
           it: puntero(nodoAvl) \leftarrow tree
          up: pila(puntero(nodoAvl))
                                                                                                                                    O(1)
          upd: pila(int)
                                                                                                                                    O(1)
          break: bool \leftarrow false
                                                                                                                                    O(1)
                                                                                                                                    O(1)
           while(break = false)
                if (it \rightarrow clave < c) then
                                                                                                                                    O(1)
                Apilar (upd, 1)
                                                                                                                                    O(1)
                _{
m else}
                Apilar(upd, 0)
                                                                                                                                    O(1)
                end if
                Apilar(up, it)
                                                                                                                                    O(1)
                                                                                                                                    O(1)
                if (it \rightarrow hijos[Tope(upd)] = NULL)
                     break \leftarrow true
                                                                                                                                    O(1)
                end if
                it \leftarrow (it \rightarrow hijos[Tope(upd)])
                                                                                                                                    O(1)
          do
          (it \rightarrow hijos[Tope(upd)]) \leftarrow crearNodo(c, s)
                                                                                                                                    O(1)
          break \leftarrow false
                                                                                                                                    O(1)
           while((Tamano(up) > 0) \land (break = false))
                                                                                                                                    O(1)
```

```
O(1)
               if(Tope(upd) = 0) then
                    (Tope(up) \rightarrow balance) \leftarrow (Tope(up) \rightarrow balance) - 1
                                                                                                                             O(1)
               else
                    (Tope(up) \rightarrow balance) \leftarrow (Tope(up) \rightarrow balance) + 1
                                                                                                                             O(1)
               end if
               if(Tope(up) \rightarrow balance = 0) then
                                                                                                                             O(1)
                    break \leftarrow true
                                                                                                                             O(1)
               else
                    if (abs(Tope(up) \rightarrow balance) > 1) then
                                                                                                                             O(1)
                         Tope(up) \leftarrow insertarBalance(Tope(up), Tope(upd))
                                                                                                                             O(1)
                         if(Tamano(up) > 1) then
                                                                                                                             O(1)
                                                                                                                             O(1)
                              upTope: puntero(nodoAvl) \leftarrow Tope(up)
                                                                                                                             O(1)
                              Desapilar (up)
                              Desapilar (upd)
                                                                                                                             O(1)
                              (Tope(up) \rightarrow hijos[Tope(upd)]) \leftarrow upTope
                                                                                                                             O(1)
                         else
                              tree \leftarrow Tope(up)
                                                                                                                             O(1)
                         end if
                         break \leftarrow true
                                                                                                                             O(1)
                    end if
               end if
                                                                                                                             O(1)
               Desapilar (up)
               Desapilar (upd)
                                                                                                                             O(1)
                                                                                                                        O(\log(k))
          do
end if
Complejidad : O(log(k)) + O(copy(s))
```

```
 \begin{array}{lll} \operatorname{crearNodo} \left( \operatorname{\mathbf{in}} \ nat \colon \mathsf{c}, \ \operatorname{\mathbf{in}} \ \alpha \colon \mathsf{s} \right) \to \operatorname{res:} \operatorname{puntero}(\operatorname{nodoAvl}) \\ \operatorname{hijos} \colon \operatorname{arreglo\_estatico}[1] \ \operatorname{de} \ \operatorname{puntero}(\operatorname{nodoAvl}) & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{hijos}[0] \leftarrow \operatorname{NULL} & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{hijos}[1] \leftarrow \operatorname{NULL} & \operatorname{O}(1) \\ \operatorname{res} \leftarrow \operatorname{puntero}(<\!\operatorname{c}, \operatorname{copy}(\mathsf{s}), \ 0, \ \operatorname{hijos}>) & \operatorname{O}(\operatorname{copy}(\mathsf{s})) \\ \operatorname{\mathbf{Complejidad}} \colon O(\operatorname{copy}(s)) & & & & & & & \\ \end{array}
```

```
insertarBalance (in/out puntero(nodoAvl): root, in int: dir) \rightarrow res: puntero(nodoAvl)
     nodo: puntero(nodoAvl) \leftarrow (root \rightarrow hijos[dir])
                                                                                                                                     O(1)
     if(dir = 0) then
                                                                                                                                     O(1)
          bal: int \leftarrow -1
                                                                                                                                     O(1)
     else
          bal: int \leftarrow 1
                                                                                                                                     O(1)
     end if
                                                                                                                                     O(1)
     if (nodo \rightarrow balance = bal) then
                                                                                                                                     O(1)
           (\text{root} \rightarrow \text{balance}) \leftarrow 0
                                                                                                                                     O(1)
           (nodo \rightarrow balance) \leftarrow 0
          root \leftarrow rotacionSimple(root, \neg dir)
                                                                                                                                     O(1)
     else
          ajustarBalance(root, dir, bal)
                                                                                                                                     O(1)
          root \leftarrow rotacionDoble(root, \neg dir)
                                                                                                                                     O(1)
     end if
```

```
\begin{array}{l} \operatorname{res} \leftarrow \operatorname{root} \\ \mathbf{Complejidad}: O(1) \end{array}
```

```
rotacionSimple (in/out puntero(nodoAvl): root, in int: dir) \rightarrow res: puntero(nodoAvl)

nodo: puntero(nodoAvl) \leftarrow (root \rightarrow hijos[\negdir])

(root \rightarrow hijos[\negdir]) \leftarrow (nodo \rightarrow hijos[dir])

(nodo \rightarrow hijos[dir]) \leftarrow root

res \leftarrow nodo

Complejidad: O(1)
```

```
rotacionDoble (in/out puntero(nodoAvl): root, in int: dir) \rightarrow res: puntero(nodoAvl)
       nodo: puntero(nodoAvl) \leftarrow ((root \rightarrow hijos[\negdir]) \rightarrow hijos[dir])
                                                                                                                                                                                          O(1)
       ((\text{root} \rightarrow \text{hijos}[\neg \text{dir}]) \rightarrow \text{hijos}[\text{dir}]) \leftarrow (\text{nodo} \rightarrow \text{hijos}[\neg \text{dir}])
                                                                                                                                                                                          O(1)
        (\text{nodo} \rightarrow \text{hijos}[\neg \text{dir}]) \leftarrow (\text{root} \rightarrow \text{hijos}[\neg \text{dir}])
                                                                                                                                                                                          O(1)
       (\text{root} \rightarrow \text{hijos}[\neg \text{dir}]) \leftarrow \text{nodo}
                                                                                                                                                                                          O(1)
       nodo \leftarrow (root \rightarrow hijos[\neg dir])
                                                                                                                                                                                          O(1)
       (\text{root} \rightarrow \text{hijos}[\neg \text{dir}]) \leftarrow (\text{nodo} \rightarrow \text{hijos}[\text{dir}])
                                                                                                                                                                                          O(1)
       (nodo \rightarrow hijos[dir]) \leftarrow root
                                                                                                                                                                                          O(1)
       res \; \leftarrow \; nodo
                                                                                                                                                                                          O(1)
Complejidad : O(1)
```

```
ajustarBalance (in/out puntero(nodoAvl): root, in int: dir, in int: bal) \rightarrow res: puntero(nodoAvl)
     nodo: puntero(nodoAvl) \leftarrow (root \rightarrow hijos[dir])
                                                                                                                                                O(1)
     nodoHijo: puntero(nodoAvl) \leftarrow (nodoUno \rightarrow hijos[\neg dir])
                                                                                                                                                O(1)
      if (nodoHijo \rightarrow balance = 0) then
                                                                                                                                                O(1)
            (\text{root} \rightarrow \text{balance}) \leftarrow 0
                                                                                                                                                O(1)
            (nodo \rightarrow balance) \leftarrow 0
                                                                                                                                                O(1)
      else
            if(nodoHijo \rightarrow balance = bal) then
                                                                                                                                                O(1)
                 (root \rightarrow balance) \leftarrow -bal
                                                                                                                                                O(1)
                  (nodo \rightarrow balance) \leftarrow 0
                                                                                                                                                O(1)
            else
                  (\text{root} \rightarrow \text{balance}) \leftarrow 0
                                                                                                                                                O(1)
                  (nodo \rightarrow balance) \leftarrow bal
                                                                                                                                                O(1)
           end if
     end if
      (nodoHijo \rightarrow balance) \leftarrow 0
                                                                                                                                                O(1)
Complejidad : O(1)
```

```
 \begin{array}{ll} \mathrm{iBorrar} \; (\mathbf{in/out} \; \mathit{dicc}_{avl}(\alpha) \colon \mathsf{tree, in} \; \mathit{nat} \colon \mathsf{c}) \\ \mathrm{if} \; (\mathsf{tree} \; != \; \mathsf{NULL}) \; \; \mathsf{then} & \qquad & O(1) \\ \mathrm{it} \colon \; \mathsf{puntero}(\mathsf{nodoAvl}) \; \leftarrow \; \mathsf{tree} & \qquad & O(1) \\ \mathrm{up:} \; \; \mathsf{pila}(\mathsf{puntero}(\mathsf{nodoAvl})) & \qquad & O(1) \\ \mathrm{upd:} \; \; \mathsf{pila}(\mathsf{int}) & \qquad & O(1) \\ \end{array}
```

```
break: bool \leftarrow false
                                                                                                                         O(1)
while(break = false)
                                                                                                                         O(1)
     if (it \rightarrow clave = c) then
                                                                                                                         O(1)
          break \leftarrow true
                                                                                                                         O(1)
     end if
     if (it \rightarrow clave < c) then
                                                                                                                         O(1)
           Apilar (upd, 1)
                                                                                                                         O(1)
     else
          Apilar(upd, 0)
                                                                                                                         O(1)
     end if
                                                                                                                         O(1)
     Apilar(up, it)
     it \leftarrow (it \rightarrow hijos[Tope(upd)])
                                                                                                                         O(1)
                                                                                                                   O(\log(k))
do
if((it \rightarrow hijos[0] = NULL) \lor (it \rightarrow hijos[0] = NULL)) then
                                                                                                                         O(1)
     if(it \rightarrow hijos[0] = NULL) then
                                                                                                                         O(1)
          dir: int \leftarrow 1
                                                                                                                         O(1)
     else
           dir: int \leftarrow 0
                                                                                                                         O(1)
     end if
     if (Tamano(up) > 1) then
                                                                                                                         O(1)
           (Tope(up) \rightarrow hijos[Tope(upd)]) \leftarrow (it \rightarrow hijos[dir])
                                                                                                                         O(1)
          tree \leftarrow (it \rightarrow hijos[dir])
                                                                                                                         O(1)
     end if
else
     heredero: puntero(nodoAvl) \leftarrow (it \rightarrow hijos[1])
                                                                                                                         O(1)
     Tope(upd) \leftarrow 1
                                                                                                                         O(1)
     Tope(up) \leftarrow it
                                                                                                                         O(1)
     while (heredero \rightarrow hijos [0] != null)
                                                                                                                         O(1)
                                                                                                                         O(1)
          Apilar(upd, 0)
                                                                                                                         O(1)
          Apilar(up, heredero)
          heredero \leftarrow (heredero \rightarrow hijos[0])
                                                                                                                         O(1)
     do
                                                                                                                   O(\log(k))
     (it \rightarrow clave) \leftarrow (heredero \rightarrow clave)
                                                                                                                         O(1)
     Desapilar (up)
                                                                                                                         O(1)
     Desapilar (upd)
                                                                                                                         O(1)
                                                                                                                         O(1)
     if(Tope(up) = it) then
           (Tope(up) \rightarrow hijos[1]) \leftarrow (heredero \rightarrow hijos[1])
                                                                                                                         O(1)
           (Tope(up) \rightarrow hijos[0]) \leftarrow (heredero \rightarrow hijos[1])
                                                                                                                         O(1)
     end if
end if
break \leftarrow false
                                                                                                                         O(1)
while ((break = false) \land (Tamano(up) > 0))
                                                                                                                         O(1)
     if(Tope(upd) != 0) then
                                                                                                                         O(1)
           (Tope(up) \rightarrow balance) \leftarrow (Tope(up) \rightarrow balance) - 1
                                                                                                                         O(1)
     else
           (Tope(up) \rightarrow balance) \leftarrow (Tope(up) \rightarrow balance) + 1
                                                                                                                         O(1)
```

```
end if
          if (abs(Tope(up) \rightarrow balance) = 1) then
                                                                                                                     O(1)
              break \leftarrow true
                                                                                                                     O(1)
          else
               if (abs(Tope(up) \rightarrow balance) > 1) then
                                                                                                                     O(1)
                   Tope(up) \leftarrow removerBalanceo(Tope(up), Tope(upd), \&break)
                                                                                                                     O(1)
                    if(Tamano(up) > 1) then
                                                                                                                     O(1)
                        upTope: \ puntero(nodoAvl) \ \leftarrow \ Tope(up)
                                                                                                                     O(1)
                        Desapilar (up)
                                                                                                                     O(1)
                        Desapilar (upd)
                                                                                                                     O(1)
                         (Tope(up) \rightarrow hijos[Tope(upd)]) \leftarrow upTope
                                                                                                                     O(1)
                    else
                         tree \leftarrow Tope(up)
                                                                                                                    O(1)
                   end if
              end if
         end if
    do
                                                                                                               O(\log(k))
end if
Complejidad : O(log(k))
```

```
removerBalanceo (in/out puntero(nodoAvl): root, in int: dir, in/out puntero(bool): done)
     nodo: puntero(nodoAvl) \leftarrow (root \rightarrow hijos[\negdir])
                                                                                                                                    O(1)
     if (dir = 0) then
                                                                                                                                    O(1)
          bal \leftarrow -1
                                                                                                                                    O(1)
     else
          bal \leftarrow 1
                                                                                                                                    O(1)
     end if
     if (nodo \rightarrow balance = -bal) then
                                                                                                                                    O(1)
                                                                                                                                    O(1)
           (\text{root} \rightarrow \text{balance}) \leftarrow 0
           (nodo \rightarrow balance) \leftarrow 0
                                                                                                                                    O(1)
          root \leftarrow rotacionSimple(root, dir)
                                                                                                                                    O(1)
     else
           if((nodo \rightarrow balance) = bal) then
                                                                                                                                    O(1)
                ajustarBalance(root, ¬dir, -bal)
                                                                                                                                    O(1)
                root \leftarrow rotacionDoble(root, dir)
                                                                                                                                    O(1)
           else
                (root \rightarrow balance) \leftarrow -bal
                                                                                                                                    O(1)
                (nodo \rightarrow balance) \leftarrow bal
                                                                                                                                    O(1)
                root \leftarrow rotacionSimple(root, dir)
                                                                                                                                    O(1)
                *done \leftarrow true
                                                                                                                                    O(1)
          end if
     end if
     res \leftarrow root
                                                                                                                                    O(1)
Complejidad : O(1)
```

```
Mínimo (in dicc_{avl}(\alpha): d) \rightarrow res: \alpha

actual:puntero(nodoAvl) \leftarrow d

hijoMenor:puntero(nodoAvl)

done:bool \leftarrow false
```

```
while (!done) do
hijoMenor ← (actual→hijos[0])

if (hijoMenor != NULL) then
    actual ← hijoMenor
else
    res ← (actual→data)
    done ← true
end if
end while
```

```
Inorder (in dicc_{avl}(\alpha): n) \rightarrow res: lista(tupla(clave, significado))
     c:puntero(nodoAvl) \leftarrow n
     p:pila(puntero(nodoAvl)) \leftarrow Vacia()
     done:bool \,\leftarrow\, false
     res \leftarrow Vacia()
     while (!done) do
           if (c != NULL) then
                 Apilar(p, c)
                 c \leftarrow (c \rightarrow hijos[0])
           else
                 if !EsVacia?(p) then
                       AgregarAtras(\,res\,,\,<<\,Tope(p)\!-\!>\!clave\,,\,\,Tope(p)\!-\!>\!data\,>>)
                       c \leftarrow \text{Tope}(p) \rightarrow \text{hijos}[1]
                 else
                       done \leftarrow true
                 end if
           end if
     end while
```

```
\bullet = \bullet \text{ (in } dicc_{avl}(\alpha) \colon d1, \text{ in } dicc_{avl}(\alpha) \colon d2) \to \text{res: bool}
\text{res } \leftarrow \text{Inorder}(d1) = \text{Inorder}(d2)
```

5. Módulo Trie(α)

5.1. Interfaz

```
se explica con: DICCIONARIO(STRING, \alpha). géneros: dicc_{Trie}(\alpha).
CREARDICC() \rightarrow res : dicc_{Trie}(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacío\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un diccionario vacío.
DEFINIDO?(in c: string, in d: dicc_{Trie}(\alpha))) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(c, d)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.
DEFINIR(in c: string, in s: \alpha, in/out d: dicc_{Trie}(\alpha))
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\text{obs}} d_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\text{obs}} \operatorname{definir}(c, s, d_0)\}\
Complejidad: O(L)
Descripción: Define la clave c con el significado s
Aliasing: Almacena una copia de s.
OBTENER(in c: string, in d: dicc_{Trie}(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{def}?(c, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(c, d)) \}
Complejidad: O(L)
Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c.
Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.
ullet = ullet (\mathbf{in}/\mathbf{out}\ d\colon \mathtt{dicc}_{Trie}(lpha),\ \mathbf{in}/\mathbf{out}\ d'\colon \mathtt{dicc}_{Trie}(lpha)) 	o res: \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} (\mathbf{d} =_{obs} \mathbf{d}') \}
Complejidad: O(L * n * (\alpha =_{obs} \alpha'))
Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c.
Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.
```