Clase Práctica 16/04/2018

Introducción a la computación

1^{er} cuatrimestre 2018

Ejercicio 1. *Escribir una especificación (encabezado, precondición y postcondición) que describa el siguiente problema: dado un entero obtener su predecesor.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $predecesor$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$.
- **PRE:** $\{x = x_0\}$
- **POST:** $\{RV = x_0 - 1\}$

□

Ejercicio 2. *Escribir una especificación que describa el siguiente problema: dado un entero multiplicarlo por 2.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $duplicar$: $x \in \mathbb{Z} \to \emptyset$.
- **PRE:** $\{x = x_0\}$
- **POST:** $\{x = x_0 \times 2\}$

□

Ejercicio 3. *Escribir una especificación que describa la función constante que dado un entero evalúa siempre 3.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $tres$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$.
- **PRE:** $\{true\}$
- **POST:** $\{RV = 3\}$

□

Ejercicio 4. *Escribir una especificación que describa el problema de determinar si un número entero es mayor que cero.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $positivo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0\}$
- **POST:** $\{RV = (x_0 > 0)\}$

□

Ejercicio 5. *Escribir una especificación que describa los siguientes problemas:*

a) determinar si un número positivo es primo;

b) determinar si un número positivo no *es primo.*

Resolución.

a)
- **ENCABEZADO:** $esPrimo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0 \wedge x > 0\}$
- **POST:** $\big\{RV = x_0 > 1 \wedge (\forall y)(2 \leq y < x_0 \Rightarrow \neg y | x_0)\big\}$

b)
- **ENCABEZADO:** $noEsPrimo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0 \wedge x > 0\}$
- **POST:** $\big\{RV = (x_0 = 1) \vee (\exists y)(2 \leq y < x_0 \wedge y | x_0)\big\}$

Solución alternativa: definir un predicado $PRIMO(x)$, y usarlo en ambas especificaciones.

$$PRIMO(x) \equiv \big(x > 1 \wedge (\forall y)(2 < y < x \Rightarrow \neg y | x)\big)$$

De este modo,

a)
- **ENCABEZADO:** $esPrimo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0 \wedge x > 0\}$
- **POST:** $\{RV = PRIMO(x_0)\}$

b)
- **ENCABEZADO:** $noEsPrimo$: $x \in \mathbb{Z} \to \mathbb{B}$.
- **PRE:** $\{x = x_0 \wedge x > 0\}$
- **POST:** $\{RV = \neg PRIMO(x_0)\}$

□

Ejercicio 6. *Escribir una especificación que describa el problema de invertir el signo de todos los elementos de un arreglo de enteros.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $invertir$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \emptyset$.
- **PRE:** $\{A = A_0\}$
- **POST:** $\{|A| = |A_0| \wedge \big(\forall i)(0 \leq i < |A| \Rightarrow A[i] = -A_0[i])\}$

□

Ejercicio 7. *Escribir una especificación que describa el problema de, dado un arreglo de enteros, obtener otro arreglo que consista de exactamente todos los primos positivos que dividen a los elementos del primer arreglo. Cada factor primo debe aparecer una sola vez en el arreglo construido.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $obtenerLosPrimos$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \mathbb{Z}[]$
- **PRE:**$\{A = A_0\}$
- **POST:** $\{todosDistintos(RV) \wedge todosPositivos(RV) \wedge todosPrimos(RV)$
  $\wedge\ todosDividenAlgunoNoNuloDeA(RV, A_0)$
  $\wedge\ todosLosFactoresPrimosDeAEstan(RV, A_0)\}$

La definición de las funciones auxiliares se deja como ejercicio. $\square$

Ejercicio 8. *Escribir una especificación que describa el problema de determinar si una lista de enteros es sublista de otra lista. Por convención, la lista vacía es sublista de cualquier otra lista.*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $esSublista$: $A \in \mathbb{Z}[] \times B \in \mathbb{Z}[] \to \mathbb{B}$
- **PRE:**$\{A = A_0 \wedge B = B_0\}$
- **POST:** $\Big\{RV = (\,|A_0| = 0\,) \vee$
  $\vee\,(\,0 < |A_0| \leq |B_0| \wedge (\exists i)_{0 \leq i \leq |B_0| - |A_0|}(\forall j)_{0 \leq j < |A_0|}(B[i+j] = A[j]))\Big\}$

$\square$

Ejercicio 9. *Escribir una especificación que describa el problema de determinar si una lista de enteros es un prefijo de la sucesión de fibonacci (por ejemplo, [0,1,1,2,3,5,8] es un prefijo de fibonacci pero [3,5,8,13,21] y [0,1,8,3,2,1] no lo son).*

Resolución.

- **ENCABEZADO:** $esPrefijoDeFibonacci$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \mathbb{B}$
- **PRE:**$\{A = A_0\}$
- **POST:** $\Big\{RV = (\,|A_0| = 0\,) \vee (\,|A_0| = 1 \wedge A_0[0] = 0\,) \vee$
  $\vee\,(\,|A_0| \geq 2 \wedge A_0[0] = 0 \wedge A_0[1] = 1 \wedge (\forall i)_{2 \leq i < |A_0|} A_0[i] = A_0[i-2] + A_0[i-1]\,)\Big\}$

$\square$

Ejercicio 10.

a) Escribir una especificación que describa el problema de obtener alguna permutación de los elementos de un arreglo de enteros.

b) Extender la postcondición del punto a) de forma tal que la permutación obtenida contenga todos los números pares a la izquierda de los impares.

c) Extender la postcondición del punto a) de forma tal que los números pares aparezcan en el orden relativo al de la entrada, y lo mismo con los impares.

Resolución.

a)
- **ENCABEZADO:** $permutacion$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \mathbb{Z}[]$.
- **PRE:** $\{A = A_0\}$
- **POST:** $\{esPermutacion(RV, A_0)\}$

donde:

- $esPermutacion(A, B) = \Big(|A| = |B| \wedge (\forall i)_{0 \leq i < |A|} cuenta(A, A[i]) = cuenta(B, A[i]) \Big)$
- $cuenta(A, a) = \Big(\sum_{0 \leq j < |A| \wedge A[j] = a} 1 \Big)$

b)
- **ENCABEZADO:** $permutacionParesPrimero$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \mathbb{Z}[]$.
- **PRE:** $\{A = A_0\}$
- **POST:** $\Big\{ esPermutacion(RV, A_0) \wedge$
  $(\forall i)_{0 \leq i < |RV|} (\forall j)_{0 \leq j < |RV|} \big(esPar(RV[i]) \wedge \neg esPar(RV[j]) \Rightarrow i < j \big) \Big\}$

c)
- **ENCABEZADO:** $permutacionRespetandoParesEImpares$: $A \in \mathbb{Z}[] \to \mathbb{Z}[]$.
- **PRE:** $\{A = A_0\}$
- **POST:** $\Big\{ esPermutacion(RV, A_0) \wedge respetaPares(RV, A_0) \wedge respetaImpares(RV, A_0) \Big\}$

donde

- $respetaPares(A, B) =$
  $\Big((\forall n) \big(n = cantidadPares(B) \Rightarrow (\forall i)_{1 \leq i \leq n} iesimoPar(A, i) = iesimoPar(B, i) \big) \Big)$
- $cantidadPares(A) = \Big(cantidadParesHasta(A, |A| - 1) \Big)$
- $iesimoPar(A, i) =$
  $\Big(-1 + \sum_{0 \leq j < |A| \wedge esPar(A[j]) \wedge (cantidadParesHasta(A,j) = i)} (A[j] + 1) \Big)$
- $cantidadParesHasta(A, j) = \Big(\sum_{0 \leq k \leq j \wedge esPar(A[k])} 1 \Big)$
- ... y del lado de los impares es análogo.

$\square$