# Las relación de subtipado

La relación

Sustitutividad

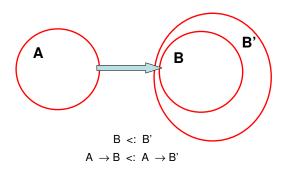
- ullet Cualquier término de tipo S puede ser usado en forma segura en un contexto en el cual un término de tipo  ${\cal T}$  es esperado
- ullet Todo valor descripto por S también es descripto por T
- Los elementos de S son un subconjunto de los elementos de T

#### Principio de Sustitutividad

$$\frac{\Gamma \triangleright M : \sigma \qquad \sigma <: \tau}{\Gamma \triangleright M : \tau} \text{(T-SUB)}$$

# $\overline{Bool} <: \textit{Nat} \text{ (S-Boolnat)} \qquad \overline{Nat} <: \textit{Int} \text{ (S-NatInt)}$ $\overline{Int} <: \textit{Float} \text{ (S-IntFloat)} \qquad \overline{\sigma} <: \overline{Top} \text{ (S-Top)}$ $\overline{\sigma} <: \sigma \text{ (S-Refl)} \qquad \overline{\sigma} <: \rho \text{ (S-Trans)}$

## Diagramas ... de Venn?



ué onda La rel. de subtipado En acción Extensión

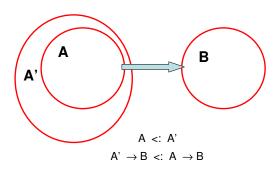
Las relación de subtipado

Pensar en el principio de sustitutividad... ¿Cuándo una función es reemplazable por otra?

$$\frac{\sigma <: \sigma' \qquad \tau' <: \tau}{\sigma' \to \tau' <: \sigma \to \tau}$$
 (S-Arrow)

- Bancarse todos los argumentos, o más. (contravarianza)
- El resultado tiene que ser reemplazable. (covarianza)

## Diagramas ... se Venn?



#### Axiomas de tipado

$$\frac{x : \sigma \in \Gamma}{\Gamma \triangleright x : \sigma} \text{ (T-VAR)}$$

$$\frac{}{\Gamma \triangleright true : Bool} \text{ (T-TRUE)} \qquad \frac{}{\Gamma \triangleright false : Bool} \text{ (T-FALSE)}$$

#### Tipado

$$\frac{\Gamma \rhd M_i : \sigma_i \quad \text{para cada } i \in 1..n}{\Gamma \rhd \{I_i = M_i \stackrel{i \in 1..n}{i}\} : \{I_i : \sigma_i \stackrel{i \in 1..n}{i}\}} \text{(T-RcD)}$$

$$\frac{\Gamma \rhd M : \{l_i : \sigma_i^{\ i \in 1..n}\} \quad j \in 1..n}{\Gamma \rhd M.l_i : \sigma_i} \text{ (T-Proj)}$$

### Reglas de tipado

$$\frac{\Gamma \rhd M : Bool \quad \Gamma \rhd P : \sigma \quad \Gamma \rhd Q : \sigma}{\Gamma \rhd if \quad M \ then \ P \ else \ Q : \sigma} \left( \text{T-IF} \right)$$

$$\frac{\Gamma, x : \sigma \rhd M : \tau}{\Gamma \rhd \lambda x : \sigma.M : \sigma \to \tau} \left( \text{T-Abs} \right) \qquad \frac{\Gamma \rhd M : \sigma \to \tau \quad \Gamma \rhd N : \sigma}{\Gamma \rhd M N : \tau} \left( \text{T-App} \right)$$