

Integración de Bases de Conocimiento

Clase 5: Manejo de Inconsistencia

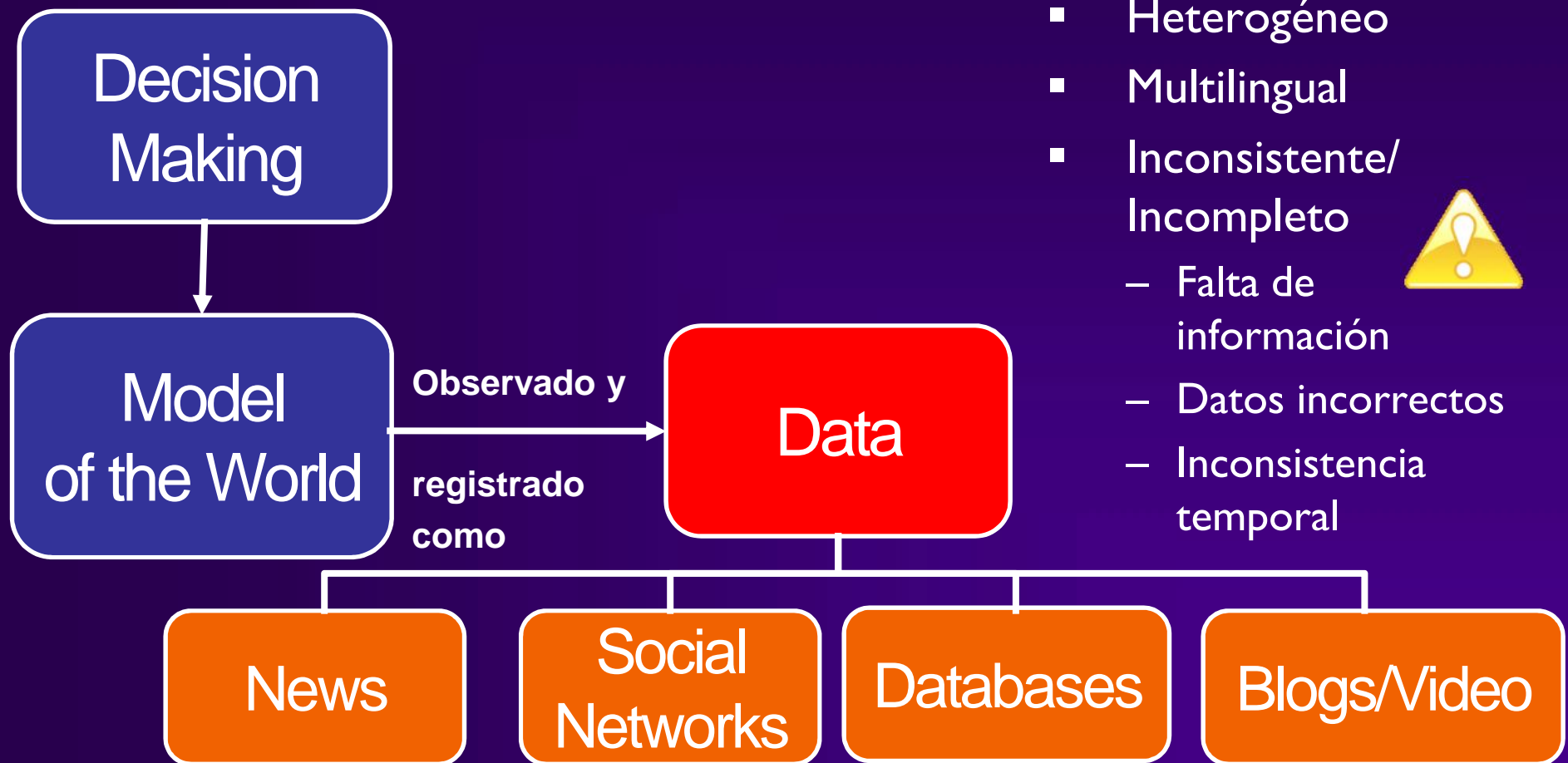
Profesores: Maria Vanina Martinez y Ricardo Rodriguez



UNS Bahía Blanca



El problema de la *integración de conocimiento* tiene como desafío lidiar con la heterogeneidad de las bases de conocimiento con el objetivo de proveer una visión unificada.



Integración de conocimiento

- La integración de conocimiento debe lidiar inevitablemente con problemas de *incertidumbre* y/o *inconsistencia*.
- En un sistema de información, se espera que la resolución (o no) de esos problemas sea *(semi-)automática*:
 - Esto es no sólo deseable sino imprescindible en sistemas que manejan *grandes cantidades* de datos (por ej., provenientes de la Web).
 - Estos mecanismos o métodos deben además tener una correspondencia con los métodos (o resultados) que un ser *humano* utilizaría al enfrentar la tarea.



Sin embargo...

- Durante mucho tiempo se sostuvo la suposición de que existe una *única* forma, *correcta* desde el punto de vista *epistémico*, de solucionar o manejar estos problemas.
- Muchas propuestas tienden a *ocultarle* a los usuarios tanto los problemas como la manera en que se resuelven.
- Los usuarios tienen que trabajar con decisiones tomadas por *terceros*, tal vez ajenos al dominio de experticia.

En muchas aplicaciones es necesario que el usuario aplique su conocimiento sobre el dominio de aplicación para poder sobreponerse a los problemas de integración.



En esta clase... Inconsistencia

Consideremos el siguiente escenario:

- La recaudadora nacional de impuestos dispone de una base de datos que registra los ingresos de todos los empleados en relación de dependencia \Rightarrow resulta de la *integración* de varias bases de datos de *distinta fuente*.
- Distintas entidades tienen acceso y usan estos registros:
 - La misma recaudadora los utiliza para computar los *impuestos*.
 - Los bancos para determinar si otorga *créditos* y de qué monto.
- Existen varios registros que muestran *distintos valores* de sueldo para un cierto empleado Juan en el mismo mes.
- Sin embargo, se supone que un empleado debería tener *un sólo* registro por mes.



En esta clase... Inconsistencia

Cómo interpretaría cada usuario esta potencial inconsistencia?

- La oficina de sueldos de la empresa donde trabaja el empleado podría simplemente *ignorar* la situación.
- El administrativo de un banco que está considerando a Juan para un crédito (siendo cauteloso) podría *tomar el valor más bajo* que figura en los registros.
- La agencia de recaudación seguramente querrá guardar *todos* estos registros como evidencia para una potencial investigación de una situación sospechosa.

Tal vez la *suposición* (restricción de integridad) de que un empleado sólo debe tener un registro de sueldo por mes, sea el residuo de una normativa vieja que ya *no modela correctamente el mundo real*.



Otro ejemplo

- Un analista de ciencias sociales está compilando información acerca de una organización etno-política.
- Su trabajo es recolectar información de interés sobre el grupo y para eso consulta *diferentes fuentes*; por ejemplo, periódicos, artículos en la Web, Facebook, YouTube, etc.
- “¿Qué tipo de liderazgo tiene la organización? Es una de las tantas variables de su registro que debe determinar.

Fuente₁: “El líder de la agrupación es el Sr X.”

Fuente₂: “El grupo no tiene líder, dado que el Sr. X ha desaparecido.”

Fuente₃, citando al Sr. X en una entrevista: “Yo no soy el líder de nada; el grupo se organiza por sí mismo, mi papel es solo el de un vocero.”



Otro ejemplo: cont.

- ¿Cómo *decide* el analista el valor de la variable?
- La respuesta debería depender, más allá de las fuentes, de:
 - cuánto sabe el analista sobre el grupo,
 - cuan crítica es la obtención de una respuesta,
 - el tipo de toma de decisiones que se hará en base a esa respuesta,
 - el riesgo asociado con una respuesta aproximada o con una respuesta incierta,
 - etc...



Otro ejemplo: cont.

- ¿Cómo *decide* el analista el valor de la variable?
 - ¿Qué pasaría si los datos se obtienen automáticamente de la Web y se necesita hacer un pre-procesamiento de toda esa información?
 - ¿Qué herramientas podemos proveerle a un analista de este estilo para ayudarle a entender los datos?

Inconsistencia

- La inconsistencia en sistemas que manipulan conocimiento es un problema que no puede ignorarse y a veces es necesario *convivir* con la información conflictiva.
- Nos enfocamos en datos provenientes (o accesibles por medio de) la Web.
- **Desafío:** interpretar la constantemente creciente cantidad de datos heterogéneos y dinámicos provenientes de dominios y fuentes diversas.
- **Meta:** manejar la inconsistencia con *semánticas razonables* y *métodos computacionalmente eficientes*.



En esta clase...

En esta primera parte veremos:

- Noción de inconsistencia en lenguajes ontológicos
- Consistent Query Answering para Datalog+-
- Resultados de complejidad
- Nuevas propuestas



Datalog+/-

- Asumimos:
 - Un universo infinito de **constantes** Δ
 - Un conjunto infinito de valores **nulos** (etiquetados) Δ_N
 - Un conjunto infinito de **variables** \mathcal{V}
 - Un **esquema relacional** \mathcal{R} , un conjunto finito de nombre de relaciones (o símbolos predicativos).
- Diferentes constantes representan diferentes valores; diferentes nulos pueden representar el mismo valor.
- Usamos \mathbf{X} para denotar la secuencia $X_1, \dots, X_n, n \geq 0$.
- Una (instancia de) **base de datos** D sobre \mathcal{R} es un conjunto de átomos con predicados en \mathcal{R} y argumentos en Δ .



Datalog+/-

- Una **consulta conjuntiva** (CQ) sobre \mathcal{R} tiene la forma $Q(\mathbf{X}) = \exists \mathbf{Y} \Phi(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$, Φ es una conjunción de átomos.
- Una **consulta conjuntiva Booleana** (BCQ) sobre \mathcal{R} tiene la forma $Q() = \exists \mathbf{Y} \Phi(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$, Φ es una conjunción de átomos.
- Las *respuestas* a una consulta se definen vía **homomorfismos**, mapeos $\mu: \Delta \cup \Delta_N \cup \mathcal{V} \rightarrow \Delta \cup \Delta_N \cup \mathcal{V}$:
 - si $c \in \Delta$ entonces $\mu(c) = c$
 - si $c \in \Delta_N$ entonces $\mu(c) \in \Delta \cup \Delta_N$
 - μ se extiende a (conjuntos de) átomos y conjunciones.
- Conjunto de respuestas $Q(D)$: conjunto de tuplas t sobre Δ tal que $\exists \mu: \mathbf{X} \cup \mathbf{Y} \rightarrow \Delta \cup \Delta_N$ tal que $\mu(\Phi(\mathbf{X}, \mathbf{Y})) \subseteq D$, y $\mu(\mathbf{X}) = t$.



Datalog+/-

- **Tuple-generating Dependencies** (TGDs) son restricciones de la forma $\sigma: \forall \mathbf{X} \forall \mathbf{Y} \Phi(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \rightarrow \exists \mathbf{Z} \Psi(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$ donde Φ y Ψ son **conjunciones atómicas** sobre \mathcal{R} :
 - $\forall \mathbf{X} \forall \mathbf{Y} \Phi(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ se denomina el cuerpo de σ ($body(\sigma)$)
 - $\exists \mathbf{Z} \Psi(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$ se denomina la cabeza de σ ($head(\sigma)$)
- Dada una BD D y un conjunto Σ de TGDs, el conjunto de **modelos** $mods(D, \Sigma)$ es el conjunto de todos los B tal que:
 - $D \subseteq B$
 - cada $\sigma \in \Sigma$ es satisfecho en B (clásicamente).
- El conjunto de **respuestas** para una CQ Q en D y Σ , $ans(Q, D, \Sigma)$, es el conjunto de todas las tuplas a tal que $a \in Q(B)$ para todo $B \in mods(D, \Sigma)$.



Chase

- El **Chase** es un procedimiento para reparar una BD en relación a un conjunto de dependencias (TGDs).
- (Informalmente) Regla de aplicación de TGD:
 - una TGD σ es **aplicable** a una BD D si $body(\sigma)$ mapea a átomos en D
 - la aplicación de σ sobre D **agrega (si ya no existe) un átomo con nulos “frescos”** correspondientes a cada una de las variables existenciales cuantificadas en $head(\sigma)$.



Negative Constraints y EGDs

- *Negative **constraints*** (NCs) son fórmulas de la forma $\neg \langle \mathbf{X} \mid \varphi(\mathbf{X}) \rangle \star \gamma$, donde $\varphi(\mathbf{X})$ es a conjunción of átomos.
- NCs son **fáciles de verificar**: podemos verificar que la CQ $\varphi(\mathbf{X})$ tiene un conjunto vacío de respuestas en D y \perp .
- *Equality Generating Dependencies* (**EGDs**) son de la forma $\neg \langle \mathbf{X} \mid \varphi(\mathbf{X}) \rangle \star X_i = X_j$, donde φ es una conjunción of átomos y X_i, X_j son variables que aparecen en \mathbf{X} .
- EGDs pueden verse como NCs: $\neg \langle \mathbf{X} \mid \varphi(\mathbf{X}) \rangle, X_i \neq X_j \star \gamma$
- Se asume un conjunto de EGDs **separables**; intuitivamente significa que las EGDs y TGDs son independientes entre sí.



Inconsistencia en Datalog+/-

- La noción de inconsistencia en la que nos enfocamos es la inconsistencia lógica, es decir una teoría lógica es inconsistente si no tiene modelos.
 - Dada una ontología Datalog+/- (D, Σ) , decimos que (D, Σ) es *inconsistente* ssi $mods(D'', \Sigma) \neq \emptyset$ (a veces lo notaremos como $(D, \Sigma) \models \perp$).
- En Datalog+/- la inconsistencia surge de la violación de las restricciones de integridad.
 - $chase(D, \Sigma) \models body(\nu)$, para alguna $\nu \in \Sigma_E \cup \Sigma_{NC}$



Inconsistencia en Datalog+/-

- **Importante**: asumimos que las TGDs son *correctas*; es decir, capturan correctamente la semántica del dominio.
- Esta suposición implica que:
 - el conjunto de TGDs es *siempre* satisfacible; la aplicación de las TGDs no generan inconsistencias
 - Debe ser el caso entonces que los conflictos se generan a partir de los datos \Rightarrow la instancia de base de datos o ABox en DLs es la parte que debe ser *reparada o modificada* para restaurar la consistencia.
- Claramente...¡no es la única opción! Muchos trabajos actuales se enfocan en otras posibilidades.



Repairs

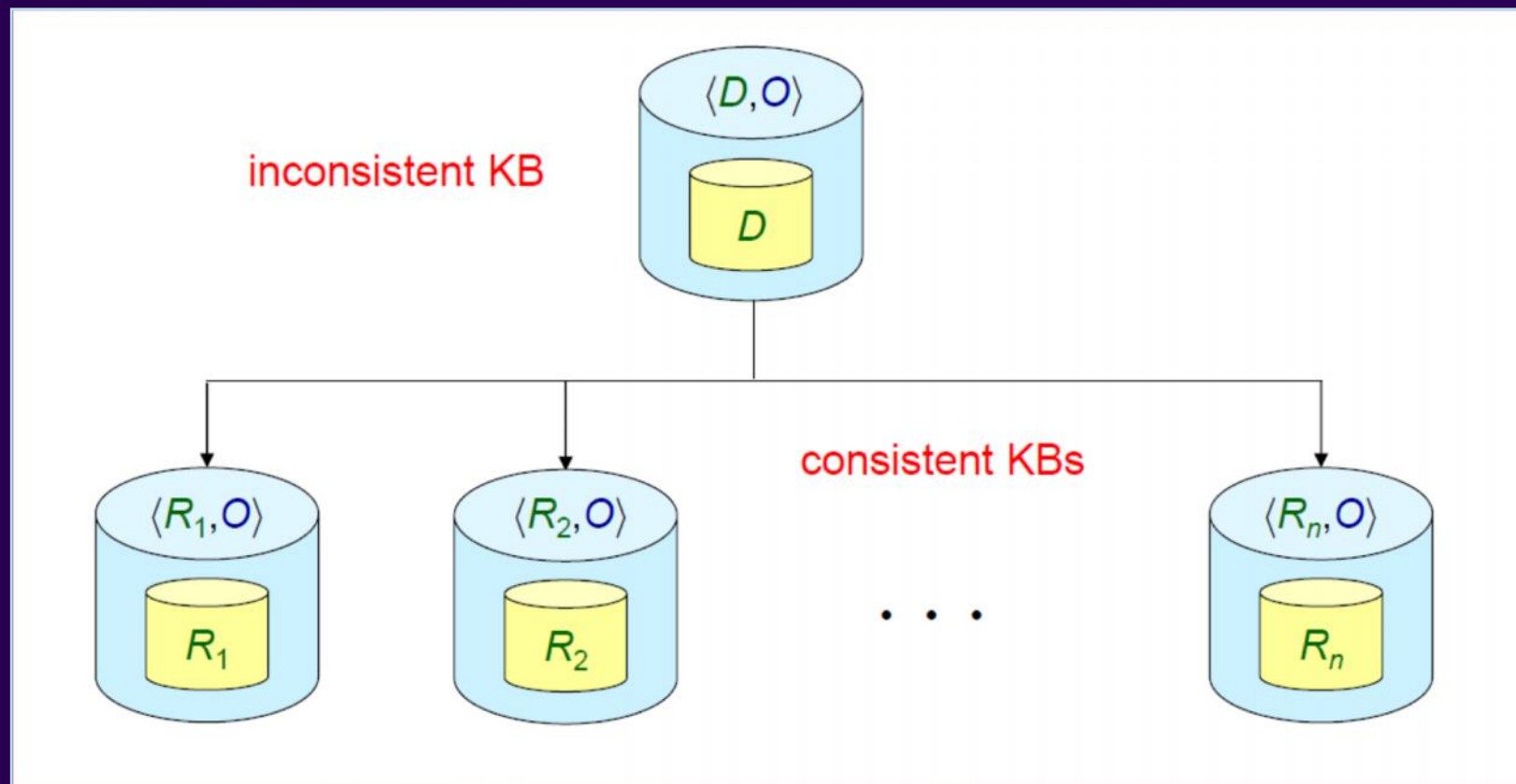
- Definición mas general:

Dada una ontología Datalog+/- (D, Σ) , un *repair* para (D, Σ) es otra ontología (D', Σ') , tal que $mods(D', \Sigma) \neq \emptyset$ y (D', Σ') es “*lo más cercana posible*” a (D, Σ) .

- La noción de *cercanía* cambia según el poder expresivo del lenguaje y de las suposiciones del dominio de aplicación.
- Asumiendo que sólo los *datos* producen conflictos:
- Un *data* (ABox) *repair* para (D, Σ) es una base de datos D' tal que:
 - (1) $D' \subseteq D$,
 - (2) $mods(D', \Sigma) \neq \emptyset$, y
 - (3) no existe $D'' \subseteq D$ tal que $D'' \subseteq D'$ y $mods(D'', \Sigma) \neq \emptyset$.



Repairs



Consistent Query Answering



Resumen CQA

- Repasaremos algunas semánticas para query answering tolerantes a la inconsistencia (algunas desarrolladas para *RDBMSs* y otras específicamente para *OBDA*).
- *Consistent Query Answering* [ABC99], conocida como semántica *AR* para lenguajes ontológicos [LemboRR10]
- *Aproximaciones* a *consistent answers* (certain answers):
 - *IAR*, *CAR*, *ICAR* [LemboRR11] y *ICR* [BienvenuAAAI12]
 - *k-defeater* y *k-support* [BRIJCAI13]
- *Lazy Answers* [LMSECAI12]

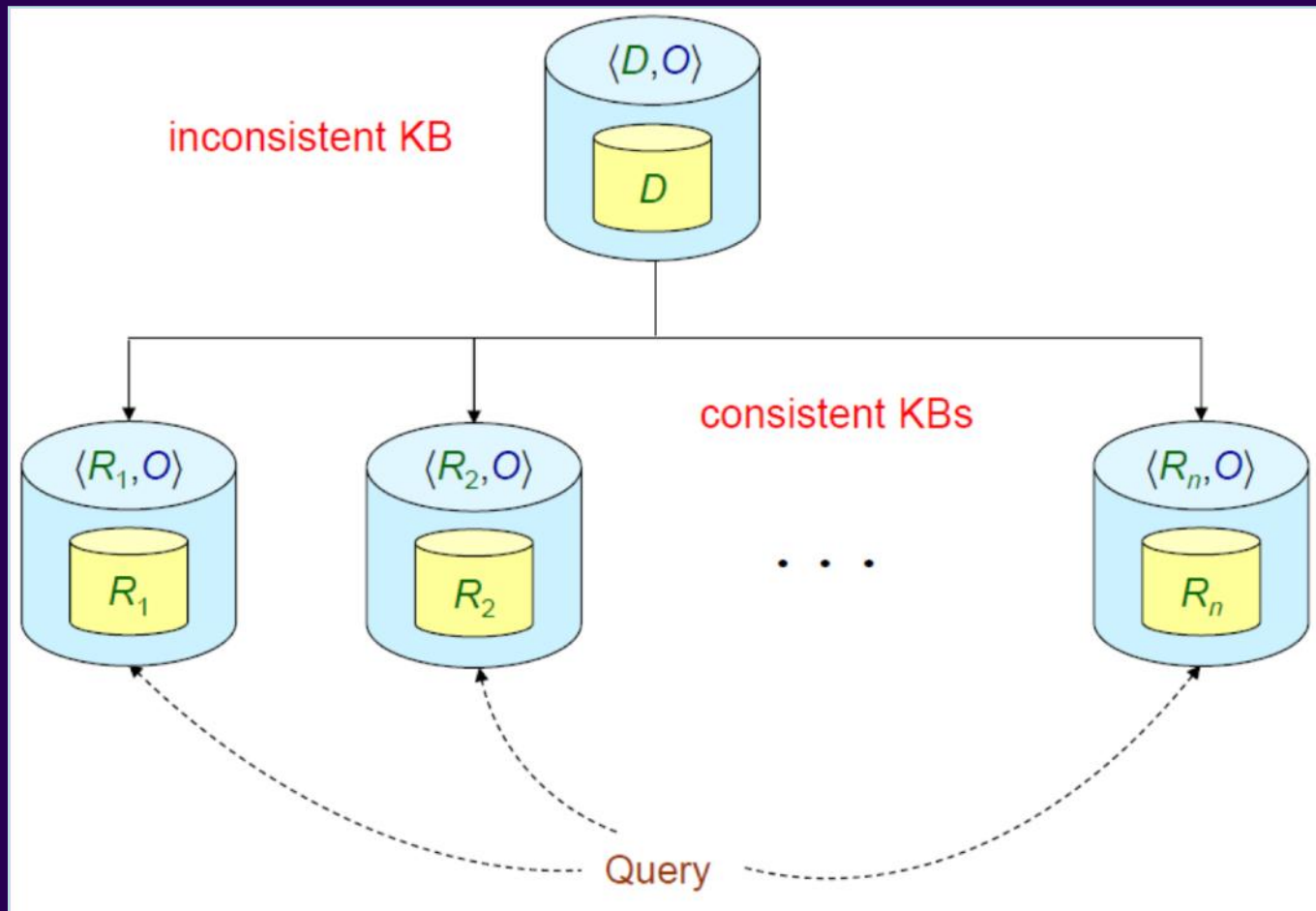


Semántica AR [LemboRR10]

- La *inconsistencia* en Datalog+/- surge de la violación de las restricciones de integridad.
- **Meta:** poder manejar la inconsistencia usando procesos de razonamiento con semánticas *razonables* y métodos computacionalmente *eficientes*.
- La semántica *AR*, inspirada en *consistent answers* (CQA) para RDBMS es la más aceptada para query answering en ontologías potencialmente inconsistentes.
- Dada $KB = (D, \Sigma)$ y una CQ Q , decimos que $KB \models_{AR} Q$ ssi $(R, \Sigma) \models Q$ para cada $R \in Rep(KB)$.
- Decidir si $KB \models_{AR} Q$ (aun para queries atómicas) es **coNP-completo** para **linear Datalog+/-**.



Semántica AR [LemboRR10]



Semántica AR: Ejemplo

$$D = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), coach(lio), \\ midfielder(pep)\}$$

$$\Sigma_T = \{player(X) \rightarrow teamMember(X), striker(X) \rightarrow player(X), \\ coach(X) \rightarrow teamMember(X), striker(X) \rightarrow plays(X, forward), \\ midfielder(X) \rightarrow plays(X, midfield), midfielder(X) \rightarrow player(X)\}$$

$$chase(D, \Sigma) = D \cup \{teamMember(lio), teamMember(pep), \\ plays(lio, forward), plays(pep, midfield), player(pep)\}$$

$$\Sigma_{NC} = \{player(X) \wedge coach(X) \rightarrow \perp\}$$

$$\Sigma_E = \{coach(X) \wedge coach(Y) \rightarrow X = Y\}$$



Semántica AR [LemboRR10]

$$D = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), coach(lio), \\ midfielder(pep)\}$$

Tenemos 3 data repairs:

$$R_1 = \{player(lio), striker(lio), coach(pep)\}$$

$$R_2 = \{player(lio), striker(lio), midfielder(pep)\}$$

$$R_3 = \{ coach(lio), midfielder(pep) \}$$

$$KB \models_{AR} \exists X teamMember(X) \wedge player(X)$$

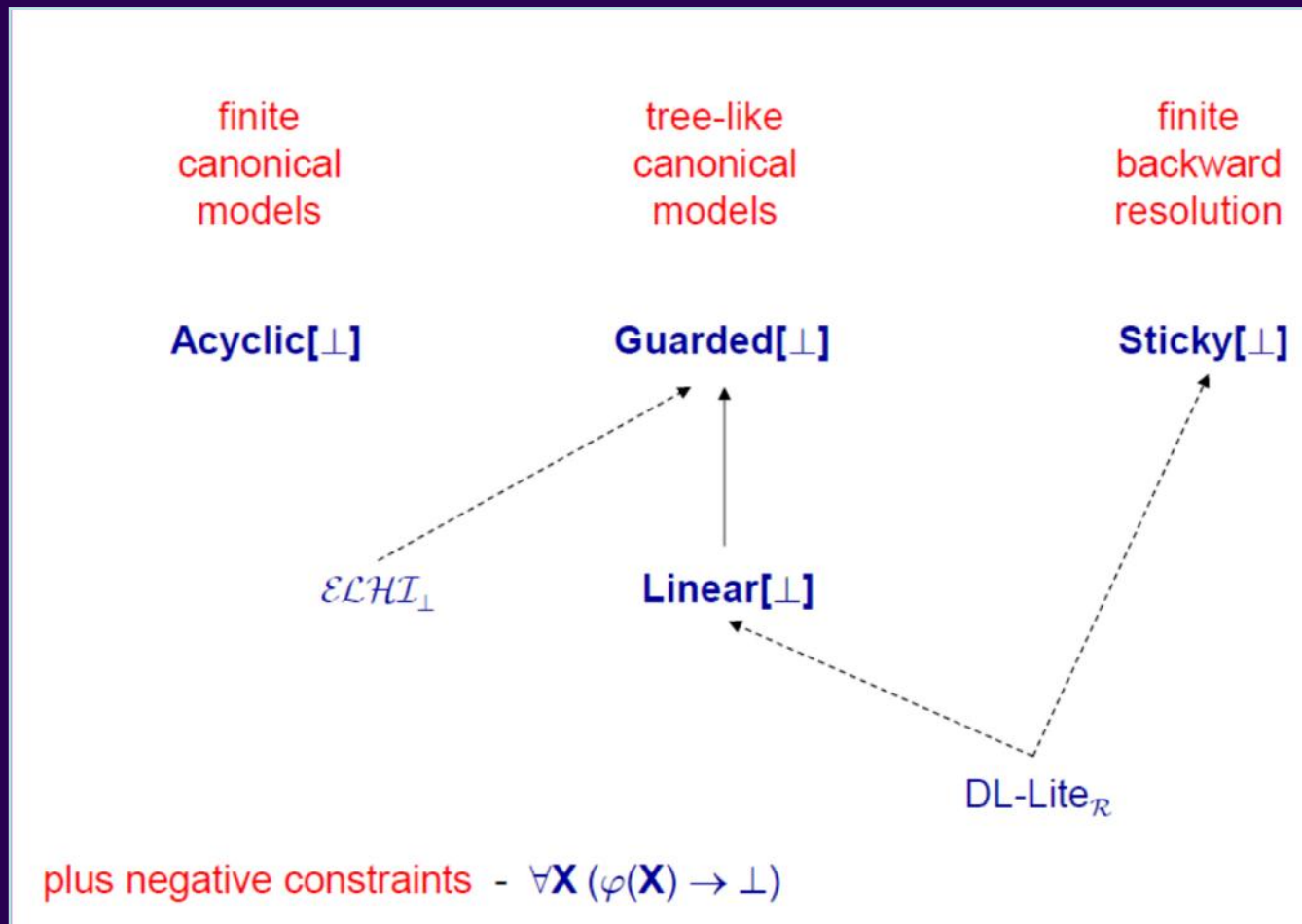
$$KB \not\models_{AR} \exists X plays(pep, X)$$



Resultados de complejidad para la semántica AR



Semántica AR: Complejidad



Semántica AR: Complejidad

	Combined	Bounded Arity	Fixed Ontology	Data
Acyclic[\perp]	NEXP - P ^{NE}	NEXP - P ^{NE}	$\Pi_{p,2}$	coNP
Guarded[\perp]	2EXPTIME	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$	coNP
Linear[\perp]	PSPACE	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$	coNP
Sticky[\perp]	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$	coNP

Resultado de complejidad genérico

métrica de complejidad

clase de TGDs

clase de complejidad

Complejidad **M** de *query answering clásico* bajo **L** es **C**-completo



Complejidad **M** consistent *query answering* bajo **L**[\perp] es:

$\Pi_{p,2}$ -complete	if	$\mathbb{C} = \text{NP}$
\mathbb{C} -complete	if	$\mathbb{C} \supseteq \text{PSPACE}$ \mathbb{C} is deterministic



Resultado de complejidad genérico: Cota superior

Algoritmo *Adivinar y Verificar* (para el complemento del problema)

Input: $D, O \in L[\perp], Q$:

1. Adivinar $R \subseteq D$ (un posible repair)
2. Verificar que R es un repair y que $(R, O) \not\models Q$

Nuestro problema está en coNP^C ; entonces:

$$\text{Si } C = NP \Rightarrow \text{coNP}^{NP} = \text{co}\Sigma_{p,2} = \Pi_{p,2}$$

$$\text{Si } C \supseteq PSPACE \text{ y determinístico} \Rightarrow \text{coNP}^C = \text{co}C = C$$



Semántica AR: Complejidad

	Combined	Bounded Arity	Fixed Ontology	Data
Acyclic[\perp]	NEXP - P ^{NF}	NEXP - P ^{NF}	$\Pi_{p,2}$	coNP
Guarded[\perp]	2EXPTIME	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$	coNP
Linear[\perp]	PSPACE	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$	coNP
Sticky[\perp]	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$	coNP

Semántica AR: Complejidad

Un resultado fuerte de $\Pi_{p,2}$ -hardness

Consistent query answering con *una sola restricción* de la forma $\forall X \forall Y \forall Z \ p(X, Y, Z) \wedge p(W, X, Z) \rightarrow \perp$

- La base de datos y la query utilizan sólo predicados binarios y ternarios (reducción a partir de satisfacibilidad de formulas 2QBF)



Para cada clase *L* de TGDs, la complejidad de consistente query answering asumiendo ontología fija bajo *L*[\perp] es

$\Pi_{p,2}$ -hard



De QA clásico a CQA

	Combined	Bounded Arity	Fixed Ontology
Acyclic[\perp]	NEXPTIME	NEXPTIME	NP
Guarded[\perp]	2EXPTIME	EXPTIME	NP
Linear[\perp]	PSPACE	NP	NP
Sticky[\perp]	EXPTIME	NP	NP

De QA clásico a CQA

	Combined	Bounded Arity	Fixed Ontology
Acyclic[\perp]	?	?	$\Pi_{p,2}$
Guarded[\perp]	2EXPTIME	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$
Linear[\perp]	PSPACE	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$
Sticky[\perp]	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$

$\Pi_{p,2}$ -complete if $\mathbb{C} = \text{NP}$

\mathbb{C} -complete if $\mathbb{C} \supseteq \text{PSPACE}$
 \mathbb{C} is deterministic

De QA clásico a CQA

	Combined	Bounded Arity	Fixed Ontology
Acyclic[\perp]	NEXP – P ^{NE}	NEXP - P ^{NE}	$\Pi_{p,2}$
Guarded[\perp]	2EXPTIME	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$
Linear[\perp]	PSPACE	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$
Sticky[\perp]	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$

Conjetura: complejidad (ba-)combined para Acyclic[\perp] es NEXPTIME-completo.



Complejidad CQA sin existenciales

	Combined	Bounded Arity	Fixed Ontology
Acyclic[\perp]	PSPACE	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$
Guarded[\perp]	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$
Linear[\perp]	PSPACE	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$
Sticky[\perp]	EXPTIME	$\Pi_{p,2}$	$\Pi_{p,2}$

Complejidad de $\text{Acyclic}[\perp]$

- El algoritmo *Adivinar y Verificar* nos da una cota superior $\text{coNP}^{\text{NEXPTIME}}$
- La clase $\text{NP}^{\text{NEXPTIME}}$ se encuentra a un nivel muy alto de la *jerarquía exponencial fuerte* (SEH)
- SEH colapsa en su segundo nivel Δ_2 , entonces tenemos que $\text{NP}^{\text{NEXPTIME}} = \text{P}^{\text{NE}}$
- P^{NE} es una clase determinista y por lo tanto $\text{coP}^{\text{NE}} = \text{P}^{\text{NE}}$
- CQA para $\text{Acyclic}[\perp]$ está entre $\text{NEXP} - \text{P}^{\text{NE}}$



Consistent Query Answering:

Aproximaciones a *certain answers*



Semántica IAR [LemboRR10]

- Dada $KB = (D, \Sigma)$ y una CQ Q , decimos que $KB \models_{IAR} Q$ ssi $(\bigcap_{R \in Rep(D, \Sigma)} R, \Sigma) \models Q$.
- *Aproximación sana* de AR .
- P-TIME completo para guarded Datalog+/- para UCQs
- AC0 (FO re-escribible) para linear Datalog+/-.



Semántica IAR [LemboRR10]

$$D = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), coach(lio), \\ midfielder(pep)\}$$

Tenemos 3 data repairs:

$$R_1 = \{player(lio), striker(lio), coach(pep)\}$$

$$R_2 = \{player(lio), striker(lio), midfielder(pep)\}$$

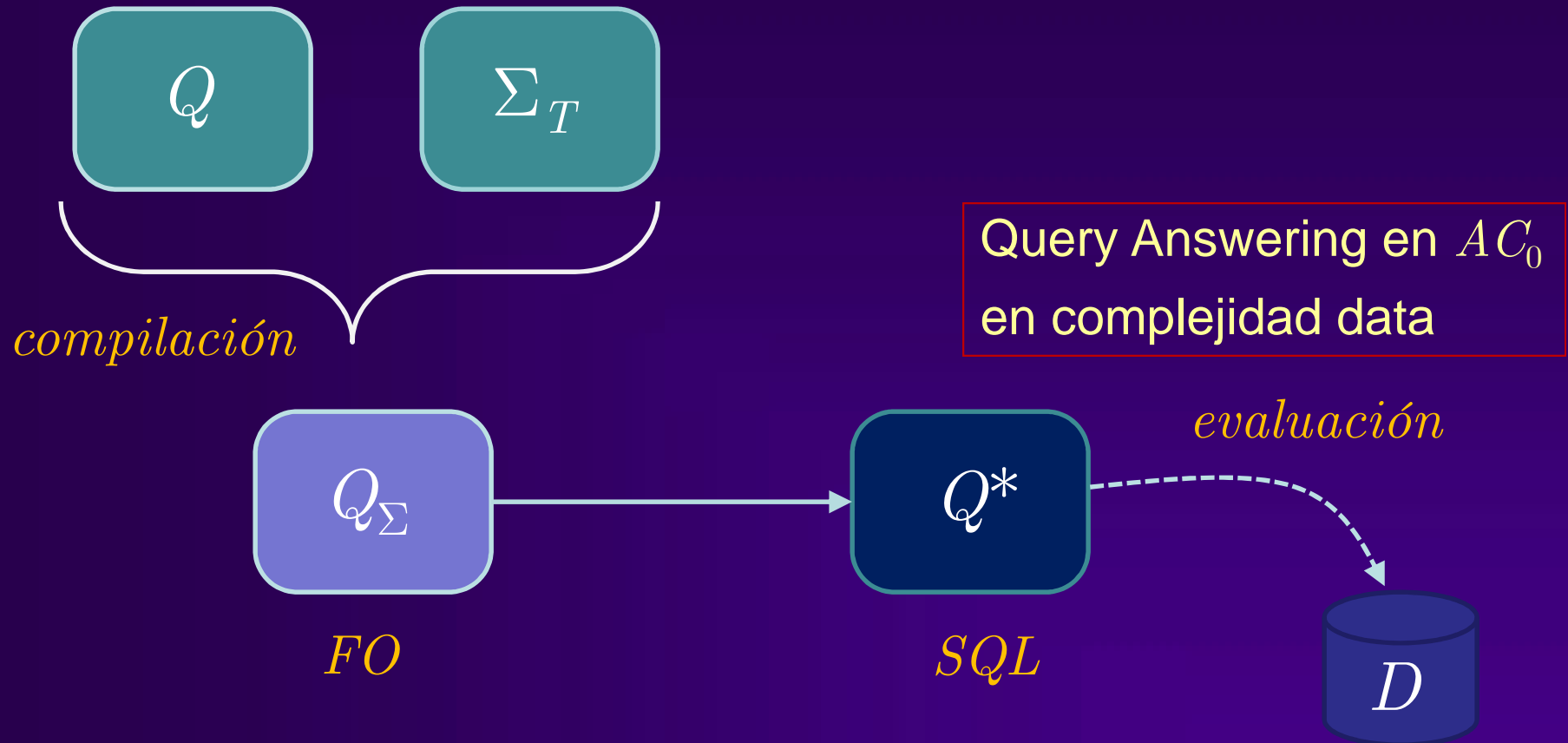
$$R_3 = \{ coach(lio), midfielder(pep) \}$$

$$R_1 \cap R_2 \cap R_3 = \{\}$$

$$KB \not\models_{IAR} \exists X player(X)$$

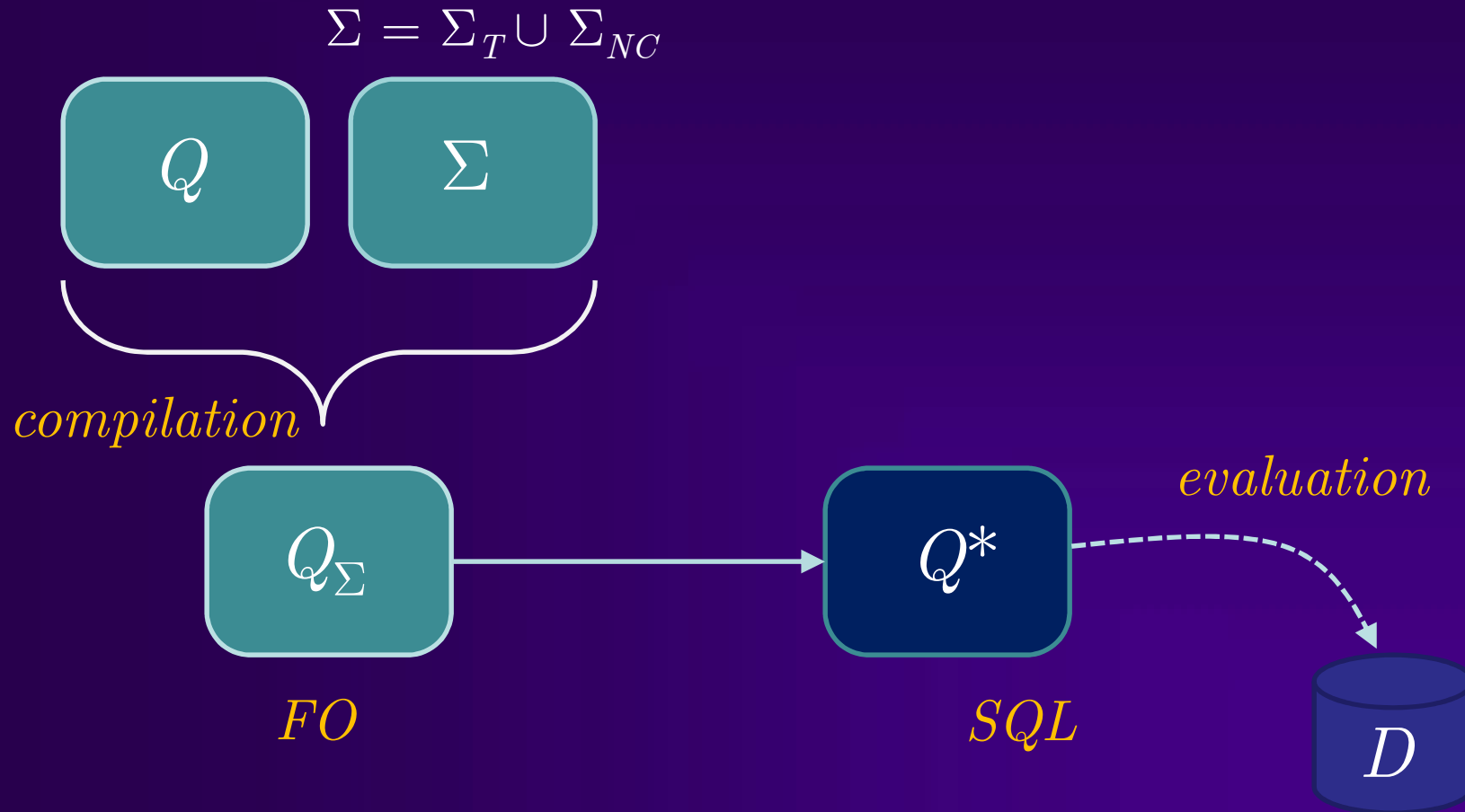


TGDs FO re-escribibles



$$\forall D (D \cup \Sigma \models Q) \Leftrightarrow D \models Q^*$$

Re-escritura de consultas FO: Semántica IAR



$$\forall D (D \cup \Sigma \models_{IAR} Q) \Leftrightarrow D \models Q^*$$

Semántica CAR [LemboRR10]

- AR no es independiente de la **forma** (sintáctica) de la KB : dos KB s inconsistentes que son lógicamente equivalentes pueden tener repairs distintos.
- $CLC(D, \Sigma) = \{\alpha \mid \alpha \in HB(\mathcal{L}_{\mathcal{R}}) \text{ s.t. } \exists S \subseteq D \text{ y } mods(S, \Sigma) \neq \emptyset \text{ y } (S, \Sigma) \models \alpha\}$ es la **clausura consistente** de D y Σ .
- Closed (AR-) repair de (D, Σ) : una base de datos D' tal que:
(1) $D' \subseteq CLC(D, \Sigma)$, (2) $mods(D', \Sigma) \neq \emptyset$, y (3) no existe $D'' \subseteq CLC(D, \Sigma)$ tal que $mods(D'', \Sigma) \neq \emptyset$ y:
 - $D'' \cap D \supset D' \cap D$ o,
 - $D'' \cap D = D' \cap D$ y $D'' \supset D'$
- Un *closed repair* **preserva máximamente** a D .



Semántica CAR

- Dada $KB = (D, \Sigma)$ y una CQ Q , decimos que $KB \models_{CAR} Q$ ssi $(R, \Sigma) \models Q$ para cada $R \in CRep(D, \Sigma)$.
- *Aproximación completa* de AR .
- Es PTIME para linear Datalog+/- para *atomic queries* (coincide con $ICAR$ para $DL-Lite_A$, FO-rewritable)
- CONP-completo para UCQs para linear Datalog+/-.
- DP-completo para EL / guarded Datalog+/- (UCQs).



Semántica CAR

$CLC(D, \Sigma) = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), teamMember(pep), teamMember(lio), plays(lio, forward), midfielder(pep), plays(pep, mildfielder), coach(lio), player(pep)\}$

$RC_1 = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), teamMember(lio), teamMember(pep), plays(lio, forward), plays(pep, mildfilder)\}$

$RC_2 = \{player(lio), striker(lio), midfielder(pep), teamMember(lio), teamMember(pep), plays(lio, forward), plays(pep, midfield), player(pep)\}$

$RC_3 = \{coach(lio), midfielder(pep), teamMember(lio), player(pep), teamMember(pep), plays(lio, forward), plays(pep, midfield)\}$

$KB \models_{CAR} \exists X \text{ plays } (X, \text{midfield})$



Semántica ICAR [LemboRR11]

- Dada $KB = (D, \Sigma)$ y una CQ Q , decimos que $KB \models_{ICAR} Q$ ssi $(\bigcap_{R \in CRep(D, \Sigma)} R, \Sigma) \models Q$.

$$D_{RC} = \{teamMember(lio), teamMember(pep), \\ plays(pep, mildfilder), plays(lio, forward)\}$$

- *Aproximación sana* de *CAR*, y una *aproximación completa* para *IAR*, y ni sana ni completa para *AR*.
- PTIME para linear Datalog+/- para UCQs (FO re-escribible para *DL-Lite_A*).
- DP-completo para EL / guarded Datalog+/-.



Semántica ICR [BienvenuAAAI12]

- Sea $Cn(D, \Sigma)$ la clausura lógica de D y Σ .
- Sea $KB = (D, \Sigma)$ y una CQ Q , decimos que $KB \models_{ICR} Q$ ssi $(\bigcap_{R \in Rep(KB)} Cn(R, \Sigma)) \models Q$.
- Aproximación sana de AR e $ICAR$; las respuestas bajo IAR son respuestas de ICR , pero no vale al revés.
- coNP-hard para $DL-Lite_{Core}$ (más restringido que $DL-Lite_A$ y linear Datalog+/-); vale aún para queries atómicas.
- FO-rewritable para UCQs para ontologías muy **simples** (sólo inclusiones de conceptos y NCs binarias).



Semántica ICR

$$Cn(R_1, \Sigma) = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), plays(lio, forward), teamMember(lio), teamMember(pep)\}$$

$$Cn(R_2, \Sigma) = \{player(lio), striker(lio), midfielder(pep), teamMember(lio), teamMember(pep), plays(lio, forward), plays(pep, midfield), player(pep)\}$$

$$Cn(R_3, \Sigma) = \{coach(lio), midfielder(pep), teamMember(lio), teamMember(pep), player(pep), plays(pep, midfield)\}$$

La intersección de todos los closed repairs es:

$$D_{CR} = \{teamMember(lio), teamMember(pep)\}$$

$$KB \not\models_{ICR} \exists X teamMember(X) \wedge player(X)$$



ICR vs. ICAR

$$Cn(R_1, \Sigma) = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), teamMember(lio), teamMember(pep), plays(lio, forward)\} \subseteq RC_1$$

$$Cn(R_2, \Sigma) = \{player(lio), striker(lio), midfielder(pep), teamMember(lio), teamMember(pep), plays(lio, forward), plays(pep, midfield), player(pep)\} = RC_2$$

$$Cn(R_3, \Sigma) = \{coach(lio), midfielder(pep), teamMember(lio), teamMember(pep), player(pep), plays(pep, midfield)\} \subseteq RC_3$$

$$D_{CR} = \{teamMember(lio), teamMember(pep)\}$$

\subseteq

$$D_{RC} = \{teamMember(lio), teamMember(pep), plays(pep, mildfilder), plays(lio, forward)\}$$

$$KB \models_{ICAR} plays(lio, forward)$$

$$KB \not\models_{ICR} plays(lio, forward)$$



Consistent Answers:

Alternativas no basadas en data repairs



Semántica k -lazy



Inconsistencia en Datalog+/-: Otra perspectiva

Dada una ontología $KB = (D, \Sigma)$:



- **Culprits** o subconjuntos inconsistentes minimales de D .
- **Clusters**: conjunto de culprits que *comparten* elementos (se superponen)
 - Los clusters agrupan a los átomos por “el *tipo* de inconsistencia”, es decir los que son inconsistentes entre sí por el mismo conflicto.
 - Clase de *equivalencia* con respecto a la relación de “superposición”.

$$c_1 = \{player(lio), coach(lio)\}$$

$$c_2 = \{striker(lio), coach(lio)\}$$

$$c_3 = \{coach(pep), coach(lio)\}$$

$$c_4 = \{midfielder(pep), coach(pep)\}$$

$$clusters(KB) = c_1 \cup c_2 \cup c_3 \cup c_4$$



Clusters (otro ejemplo)

$$D = \{ \textit{player}(\textit{lio}), \textit{plays}(\textit{lio}, \textit{forward}), \textit{coach}(\textit{pep}), \textit{coach}(\textit{lio}), \\ \textit{midfielder}(\textit{pep}), \textit{striker}(\textit{lio}) \}$$

$$\Sigma_{NC} = \{ \textit{player}(X) \wedge \textit{coach}(X) \rightarrow \perp \}$$

Subconjuntos minimales inconsistentes de D :

$$c_1 = \{ \textit{player}(\textit{lio}), \textit{coach}(\textit{lio}) \},$$

$$c_2 = \{ \textit{striker}(\textit{lio}), \textit{coach}(\textit{lio}) \}$$

$$c_4 = \{ \textit{midfielder}(\textit{pep}), \textit{coach}(\textit{pep}) \}$$

$$\textit{clusters}(KB) = \{ \{ \textit{player}(\textit{lio}), \textit{striker}(\textit{lio}), \textit{coach}(\textit{lio}) \}, \\ \{ \textit{midfielder}(\textit{pep}), \textit{coach}(\textit{pep}) \} \}$$



Funciones de incisión: Una perspectiva dual

- Informalmente, una función de incisión permite *cortar inconsistencias* de los clusters.
- Dada una ontología $KB = (D, \Sigma)$, y una *función de incisión* es una función χ tal que:
 - $\chi(\text{clusters}(KB)) \subseteq \bigcup_{cl \in \text{clusters}(KB)} cl$
 - $\text{mods}(D - \chi(\text{clusters}(KB))) \neq \emptyset$
- Las funciones de incisión son generalizaciones de funciones de incisión de *kernel* usadas en el área de revisión de creencias para *kernel contraction* [Hansson94].



Funciones de incisión y CQA

- Una función de incisión χ_{opt} es *optimal* ssi para cada subconjunto $B \subset \chi(clusters(KB))$ tenemos que $mods(D - B) = \emptyset$.
- $R \in Rep(KB)$ ssi existe una función de incisión optimal χ tal que $R = D - \chi(clusters(KB))$.
- Un repair es lo que queda en D luego de aplicar una función de incisión optimal a sus *clusters*.
- Función de incisión: $\chi_{all}(clusters(KB)) = \bigcup_{cl \in clusters(KB)} cl$.

$$KB \models_{IAR} Q \text{ ssi } (D - \chi_{all}(clusters(KB)), \Sigma) \models Q.$$



Semántica k -lazy [LMSECAI12]

- Semántica para query answering basada en **incisiones** a los clusters de tamaño a lo sumo k :
 - χ_{k-cut} retorna **todos los subconjuntos de un cluster cl de tamaño a lo sumo k** , tal que sacándole a cl cada subconjunto queda un conjunto consistente con respecto a Σ .
 - $\chi_{lazy}(k, clusters(KB)) = \bigcup_{cl \in clusters(KB)} c_{cl}, c_{cl} \in \chi_{k-cut}(cl)$
- **k -lazy-repair**: conjunto $R = D - \chi_{lazy}(k, clusters(KB))$.
- **k -lazy answers**: $KB \models_{LCONS} Q$ ssi $(R, \Sigma) \models Q$ para cada $R \in LRep(k, KB)$.



Ejemplo

$$D = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), coach(lio), \\ midfielder(pep)\}$$

$$\Sigma_T = \{player(X) \rightarrow teamMember(X), striker(X) \rightarrow player(X), \\ coach(X) \rightarrow teamMember(X), striker(X) \rightarrow plays(X, forward), \\ midfielder(X) \rightarrow plays(X, midfield), midfielder(X) \rightarrow player(X)\}$$

$$chase(D, \Sigma) = D \cup \{teamMember(lio), teamMember(pep), \\ plays(lio, forward), plays(pep, midfield), player(pep)\}$$

$$\Sigma_{NC} = \{player(X) \wedge coach(X) \rightarrow \perp\}$$

$$\Sigma_E = \{coach(X) \wedge coach(Y) \rightarrow X = Y\}$$



Ejemplo: Data Repairs

$D = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), coach(lio),$
 $midfielder(pep)\}$

Tenemos 3 data repairs:

$R_1 = \{player(lio), striker(lio), coach(pep)\}$

$R_2 = \{player(lio), striker(lio), midfielder(pep)\}$

$R_3 = \{ coach(lio), midfielder(pep) \}$



Ejemplo

$D = \{player(lio), striker(lio), coach(pep), coach(lio), midfielder(pep)\}$

$cl: \{player(lio), striker(lio), coach(lio), midfielder(pep), coach(pep)\}$

Para $k = 1$ tenemos: $\chi_{1-cut}(cl) = \{cl\}$ $LR = D - cl = \{\}$

Para $k = 2$ tenemos:

$\chi_{2-cut}(cl) = \{\{coach(lio), coach(pep)\}, \{coach(lio), midfielder(pep)\}\}$

2-lazy repairs:

$LR_1 = D - \{coach(lio), coach(pep)\} = \{player(lio), striker(lio), coach(pep)\}$

$LR_2 = D - \{coach(lio), midfielder(pep)\} = \{player(lio), striker(lio), midfielder(pep)\}$

$Q() = \exists X \text{ player}(X, forward)$

$KB \not\models_{AR} Q$ pero $KB \models_{2-LCONS} Q$



Ejemplo (Cont.)

Para $k = 3$ tenemos:

$$\chi_{3-cut}(cl) = \chi_{2-cut}(cl) \cup \{ \{player(lio), striker(lio), coach(pep)\} \}$$

3-lazy repairs:

$$LR_1 = D - \{coach(lio), coach(pep)\} = \{player(lio), \\ striker(lio), coach(pep)\} = R_1$$

$$LR_2 = D - \{coach(lio), midfielder(pep)\} = \{player(lio), \\ striker(lio), midfielder(pep)\} = R_2$$

$$LR_3 = D - \{player(lio), striker(lio), coach(pep)\} = \{player(lio), \\ striker(lio), midfielder(pep)\} = \{coach(lio), midfielder(pep)\} = R_3$$

$$LRep(3, KB) = Rep(KB)$$



Semántica k -lazy

- Para cualquier $KB = (D, \Sigma)$, y CQ Q tenemos:
 - $KB \models_{IAR} Q$ ssi $KB \models_{0-LCONS} Q$
 - Existe $k \geq 0$ tal que $KB \models_{AR} Q$ ssi $KB \models_{k-LCONS} Q$
- Las incisiones k -lazy no son siempre minimales, por lo tanto no todo k -lazy repair es un *data repair*.
- En general, las respuestas bajo la semántica k -lazy no son ni *sanas* ni *completas* con respecto a AR ni CAR .
- Las respuestas bajo la semántica k -lazy no son *monotónicas* en k .



Semántica k -lazy

- Computar el conjunto de respuestas bajo k -lazy answers es coNP-hard para ontologías guarded.
- Tratabilidad para linear Datalog+/-:
 - Para un conjunto de linear TGDs, el conjunto de clusters pueden computarse en tiempo polinomial (complejidad data).
 - Las **derivaciones** a partir de un cluster (menos los cortes correspondientes) son **independientes** de otros clusters: no hay necesidad de mirar a cada combinación de cortes a través de los clusters.

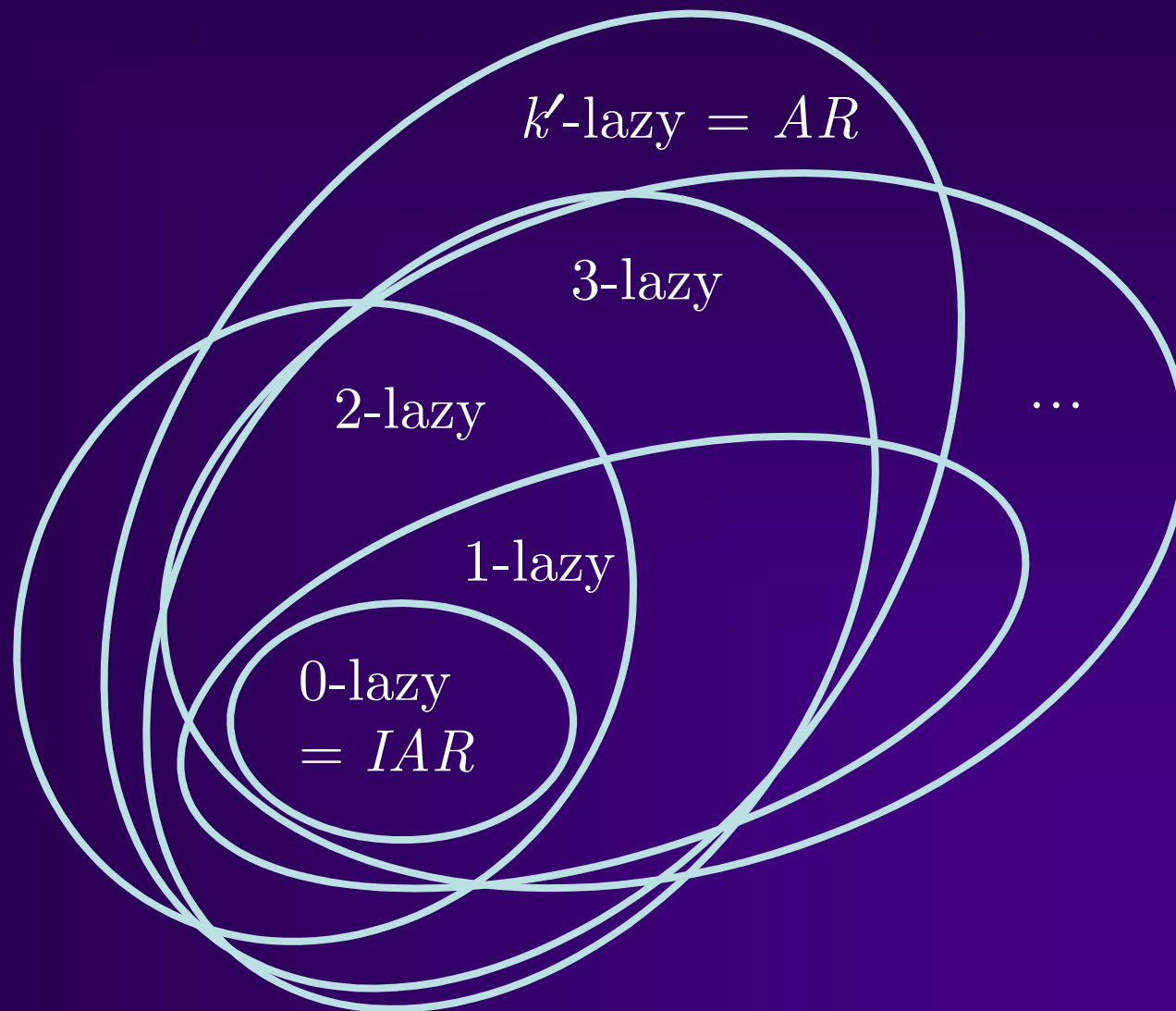


k -lazy y union- k -lazy

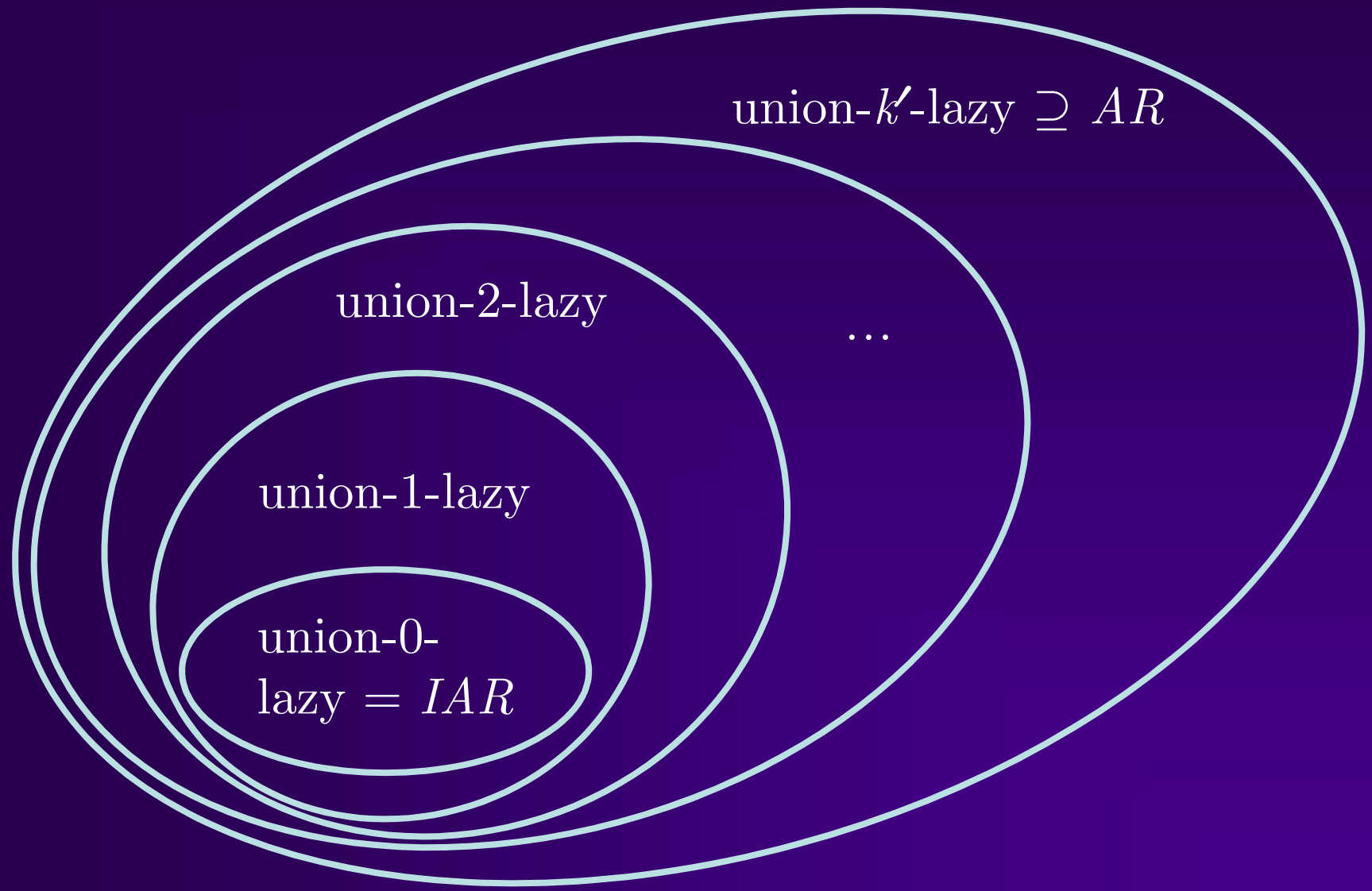
- Dada $KB = (D, \Sigma)$, y CQ Q , para cualquier $k \geq 0$, decimos que Q se infiere bajo la semántica **union- k -lazy** ssi $KB \models_{k'-LCONS} Q$ para algún $0 \leq k' \leq k$.
- Proposición: Para $k \geq 0$, cualquier respuesta bajo union- k -lazy para Q es también una respuesta bajo union- $k+1$ -lazy.
 - Query answering bajo union- k -lazy es monótonico en k .
- Teorema: Dada $KB = (D, \Sigma)$ y CQ Q , para cualquier $k \geq 0$, el conjunto de todas las respuestas para Q bajo k -lazy y union- k -lazy Q son **siempre consistentes con respecto a Σ** .



k -lazy



union- k -lazy



Semánticas k -support y k -defeater



Semántica k -support [BienvenuIJCAI13]

- Dada $KB = (D, \Sigma)$ y una CQ Q , un conjunto $S \subseteq D$ es un Σ -support para Q en D si $mods(S, \Sigma) \neq \emptyset$ y $(S, \Sigma) \models Q$.
- Dado $KB = (D, \Sigma)$ y una CQ Q , $KB \models_{k-supp} Q$ si existe S_1, \dots, S_k tal que cada S_i es un Σ -support para Q en D , y para cada $D' \in Rep(D, \Sigma)$ existe algún $S_i \subseteq D'$.

Consideremos $Q() = \exists X \text{ teamMember}(X) \wedge \text{player}(X)$

$$S_1 = \{\text{player}(\text{lio})\} \quad S_2 = \{\text{midfielder}(\text{pep})\}$$

$$S_1 \subseteq r_1, S_1 \subseteq r_2, \text{ y } S_2 \subseteq r_3$$



Semántica k -support

- Aproximación sana de AR .
- Para cualquier $KB = (D, \Sigma)$, y CQ Q tenemos:
 - $KB \models_{IAR} Q$ ssi $KB \models_{1-supp} Q$
 - $KB \models_{AR} Q$ ssi $KB \models_{k-supp} Q$ para algún k
 - Para $k \geq 0$, si $KB \models_{k-supp} Q$ entonces $KB \models_{k+1-supp} Q$
- Para ontologías $KB = (D, \Sigma)$ FO-rewritable tal que el tamaño de los Σ -supports están acotados por la query Q , KB es FO-rewritable bajo la semántica k -support para todo $k \geq 1$.

Semántica k -defeater [BienvenuIJCAI13]

- Dada $KB = (D, \Sigma)$ y CQ Q , un k -defeater para Q en D es un conjunto $S \subseteq D$ tal que $|S| \leq k$, $mods(S, \Sigma) \neq \emptyset$, y $mods(S \cup C, \Sigma) = \emptyset$ para cada Σ -support minimal C de Q en D .
- Dada $KB = (D, \Sigma)$ y una CQ Q , $KB \models_{k-def} Q$ si no existe $S \subseteq D$ que sea un k -defeater para Q en D .

Consideremos $Q() = \exists X \text{ teamMember}(X) \wedge \text{player}(X)$

$C_1 = \{\text{player}(\text{lio})\}$ $C_2 = \{\text{striker}(\text{lio})\}$ $C_3 = \{\text{midfielder}(\text{pep})\}$

$KB \models_{1-def} Q$



Semántica k -defeater

Una familia de aproximaciones progresivamente completas de AR, comenzando desde la semántica **brave** (osada).

Nota: el conjunto de respuestas **puede ser inconsistente**.

- Para cualquier $KB = (D, \Sigma)$, y CQ Q tenemos:
 - $KB \models_{brave} Q$ ssi $KB \models_{0-def} Q$
 - $KB \models_{AR} Q$ ssi $KB \models_{k-sdef} Q$ para todo $k \geq 0$
 - Para todo $k \geq 1$, si $KB \models_{k+1-def} Q$ entonces $KB \models_{k-def} Q$
- Si $KB = (D, \Sigma)$ es FO-rewritable tal que el tamaño de todos los culprits de D están acotados, KB es FO-rewritable bajo k -support para todo $k \geq 1$.



Consideraciones finales

- *Consistent answers* (semántica AR) es la semántica *default* para query answering en ontologías potencialmente inconsistentes.
- Las aproximaciones desarrolladas apuntan a proveer procedimientos *tratables* computacionalmente con resultados *significativos*.
- Otras alternativas como k -lazy intenta separarse del paradigma de *consistent answers* y obtener respuestas que son *consistentes entre ellas*.
- Nuevas alternativas buscan alejarse del paradigma basado en *repairs*.



Referencias

- [ABC99] Marcelo Arenas, Leopoldo Bertossi, and Jan Chomicki. “*Consistent query answers in inconsistent databases*”. Proceedings of PODS 1999. ACM, pp. 68–79.
- [LemboRR10] Domenico Lembo, Maurizio Lenzerini, Riccardo Rosati, Marco Ruzzi, Domenico Fabio Savo: “*Inconsistency-Tolerant Semantics for Description Logics*”. RR 2010: 103–117.
- [LemboRR11] Domenico Lembo, Maurizio Lenzerini, Riccardo Rosati, Marco Ruzzi, Domenico Fabio Savo: “*Query Rewriting for Inconsistent DL-Lite Ontologies*”. RR 2011: 155–169.
- [BienvenuAAAI12] Meghyn Bienvenu: “*On the Complexity of Consistent Query Answering in the Presence of Simple Ontologies*”. AAI 2012.
- [BRIJCAI13] Meghyn Bienvenu, Riccardo Rosati: “*Tractable Approximations of Consistent Query Answering for Robust Ontology-based Data Access*”. IJCAI 2013.



Referencias

[LMSECAI12] Thomas Lukasiewicz, Maria Vanina Martinez, Gerardo I. Simari: *“Inconsistency Handling in Datalog+/- Ontologies”*. ECAI 2012: 558–563.

[LMSDat12] Thomas Lukasiewicz, Maria Vanina Martinez, Gerardo I. Simari: *“Inconsistency-Tolerant Query Rewriting for Linear Datalog+/-”*. Datalog 2012: pp. 123–134.

[LMPSAAAI15] Thomas Lukasiewicz, Maria Vanina Martinez, Andreas Pieris, Gerardo I. Simari: *“From Classical to Consistent Query Answering under Existential Rules”*. AAI 2015: 1546–1552.

[Hansson94] Sven Ove Hansson, "Kernel Contraction", Journal of Symbolic Logic 59:845-859, 1994.

Parte del contenido de este curso está basado en trabajo de investigación realizado en colaboración con Thomas Lukasiewicz, Georg Gottlob, V.S. Subrahmanian, Avigdor Gal, Andreas Pieris, Giorgio Orsi, Livia Predoiu y Oana Tifrea-Marcuska.



Re-escritura \models_{IAR} : Caso sin TGDs

- Para re-escribir una query bajo IAR necesitamos *imponer* las NCs dentro de la reescritura.
- Establecer una *correspondencia* entre la *minimización de negative constraints en la reescritura* de Q y la *minimización codificada inherentemente en los culprits*.

$$\Sigma_{NC} = \{v_1: p(U, U) \rightarrow \perp, v_2: p(X, Y) \wedge q(X) \rightarrow \perp\}$$
$$Q: \exists X q(X)$$

$$D_1 = \{p(a, a), q(a)\} \quad culprits(KB) = \{p(a, a)\}$$
$$D_2 = \{p(a, b), q(a)\} \quad culprits(KB) = \{p(a, b), q(a)\}$$

Re-escritura FO \models_{IAR} : 1 – Normalización de NCs

Definición: Sea $v \in \Sigma_{NC}$ y Q una BCQ; entonces, \sim_v es una *relación de equivalencia* sobre los argumentos del cuerpo de v y las constantes en v y Q tal que cada clase de equivalencia contiene al menos una constante.

$$v_1: p(U, U) \rightarrow \perp \quad v_2: p(X, Y) \wedge q(X) \rightarrow \perp \quad Q: q(a)$$

$$\begin{aligned} \sim_{v_1}: & \{ \{ U, a \} \} \\ & \{ \{ U \}, \{ a \} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sim_{v_2}: & \{ \{ X, Y, a \} \} \\ & \{ \{ X \}, \{ Y \}, \{ a \} \} \end{aligned}$$

Re-escritura FO \models_{IAR} : 1 – Normalización de NCs

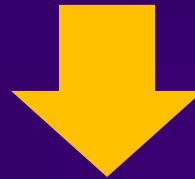
Definición: Sea $v \in \Sigma_{NC}$ y Q una BCQ; la normalización de v con respecto a \sim_v , se obtiene *reemplazando cada argumento en el cuerpo de v* por un *representante* de su clase de equivalencia (una constante si la clase de equivalencia contiene una) y *agregando* al cuerpo la conjunción de todos los $s \neq t$ para cada par de representantes s y t tal que s sea una variable que ocurre en la instancia, y t es o bien una variable que ocurre en la instancia o una constante en Σ_{NC} y Q .

La normalización de v , $\mathcal{N}(v, Q)$, es el conjunto de todas las instancias de v sujetas a las relaciones de equivalencia \sim_v . y $\mathcal{N}(\Sigma_{NC}, Q) = \bigcup_{v \in \Sigma_{NC}} \mathcal{N}(v, Q)$.



Normalización de NCs

$$\Sigma_{NC} = \{v_1: p(U, U) \rightarrow \perp, v_2: p(X, Y) \wedge q(X) \rightarrow \perp\}$$
$$Q: \exists X q(X)$$



$$\mathcal{N}(\Sigma_{NC}) = \{v_1: p(U, U) \rightarrow \perp, v_2': p(X, X) \wedge q(X) \rightarrow \perp, \\ v_2': p(X, Y) \wedge q(X) \wedge X \neq Y \rightarrow \perp\}$$

FO Query Rewriting \models_{IAR} : 2 – Imposición de NCs

- *Identificar* el conjunto de restricciones que necesitan ser impuestas en la reescritura.
- Definición: Dada una BCQ Q y un conjunto Σ_{NC} , $v \in \mathcal{N}(\Sigma_{NC}, Q)$ *necesita ser impuesta* ssi existe $C \subseteq Q$, $C \neq \emptyset$, tal que C unifica con $B \subseteq body(v)$, y no existe v' tal que $body(v)$ mapea mediante un homomorfismo en $B' \subseteq body(v)$.

$$\mathcal{N}(\Sigma_{NC}) = \{v_1: p(U, U) \rightarrow \perp, v_2': p(X, X) \wedge q(X) \rightarrow \perp, \\ v_3': p(X, Y) \wedge q(X) \wedge X \neq Y \rightarrow \perp\}$$

$$Q: \exists X q(X)$$

v_1', v_2' no necesitan ser impuestas, pero v_3' si.



FO Query Rewriting \models_{IAR} : 2 – Imposición de NCs

Algorithm Enforcement(*BCQ* $Q = \exists G$, *normalized negative constraints* IC)

Here, G is a quantifier-free formula, and $\exists G$ is the existential closure of G .

1. $F := G$;
2. **for every** $v \in IC$ **do**
3. **for every** $C \subseteq Q$, $C \neq \emptyset$, that unifies with $B \subseteq \text{body}(v)$ via mgu $\gamma_{C,B}$ **do**
4. **if** for no $v' \in IC$, $\text{body}(v')$ maps isomorphically to $B' \subset \text{body}(v)$ **then**
5. $F := F \wedge \neg \exists_{\overline{G}} ((\bigwedge_{X \in \text{var}(C)} X = \gamma_{C,B}(X)) \wedge \gamma_{C,B}(\text{body}(v)))$
 (where $\exists_{\overline{G}} R$ is the existential closure of R
 relative to all variables in R that are not in G);
6. **return** $\exists F$.

$$v_3': p(X, Y) \wedge q(X) \wedge X \neq Y \rightarrow \perp$$

$$Q: \exists X q(X)$$

$$F = q(X) \wedge \neg \exists Y (p(X, Y) \wedge q(X) \wedge X \neq Y)$$



Re-escritura FO \models_{IAR} : 2 – Imposición de NCs

- Proposición: Sea $KB = (D, \Sigma_{NC})$, Q una CQ, y $\Sigma_Q \subseteq \mathcal{M}(\Sigma_{NC}, Q)$ el conjunto de restricciones que necesitan ser impuestas en Q . Entonces, $KB \models_{IAR} Q$ ssi $(D, \Sigma_Q) \models_{IAR} Q$.
- Teorema: $KB \models_{IAR} Q$ ssi $D \models \text{enforcement}(Q, \mathcal{M}(\Sigma_{NC}, Q))$.



Re-escritura FO \models_{IAR} : Caso general

- Re-escritura de Q bajo IAR cuando $\Sigma = \Sigma_T \cup \Sigma_{NC}$.
- Es posible *reescribir el cuerpo de una NC* en Q , primero relativo a un conjunto de Σ_T y después *imponer el nuevo conjunto de NCs* (que contienen todas las posibles reescrituras de las NCs).
- Muchos trabajos han desarrollado algoritmos para reescritura FO de diferentes fragmentos de Datalog+/-; en lo que sigue asumimos el uso de un algoritmo *arbitrario* aplicable a Linear Datalog+/-.



Re-escritura FO \models_{IAR} : Caso general

- Proposición: Sea $KB = (D, \Sigma)$ con $\Sigma = \Sigma_T \cup \Sigma_{NC}$, Q una CQ, y $\Sigma_{Rew} = \{F \rightarrow \perp \mid F \in \text{TGDrewrite}(\text{body}(v), \Sigma_T) \text{ con } v \in \Sigma_{NC}\}$. Entonces, $\text{culprits}(KB) = \text{culprits}(KB')$ con $KB' = (D, \Sigma_{Rew})$.
- Proposición: $KB \models_{ICons} Q$ ssi $(D, \Sigma_{Rew} \cup \Sigma_T) \models Q$.



Re-escritura $\text{FO} \models_{IAR}$: Caso general

Algorithm `rewriteICons`(BCQ Q , set of negative constraints and linear TGDs $\Sigma_{NC} \cup \Sigma_T$)

1. $\Sigma_{Rew} := \{F \rightarrow \perp \mid F \in \text{TGD-rewrite}(\text{body}(v), \Sigma_T) \text{ for some } v \in \Sigma_{NC}\};$
2. $Q_{rw} := \text{TGD-rewrite}(Q, \Sigma_T);$
3. $out := \emptyset;$
4. **for each** $Q \in Q_{rw}$ **do**
5. $out := out \cup \text{Enforcement}(Q, \mathcal{N}(\Sigma_{Rew}));$
6. **return** $out.$

Teorema: Sea $KB = (D, \Sigma)$ con (linear) $\Sigma = \Sigma_T \cup \Sigma_{NC}$, y Q una BCQ. Entonces, $KB \models_{IAR} Q$ ssi $D \models \text{rewriteICons}(Q, \Sigma)$.



rewriteCons: Ejemplo

$$\begin{aligned}\Sigma_T &= \{s(X) \rightarrow q(X), t(X, Y) \rightarrow \exists Z p(Z, X)\} \\ \Sigma_{NC} &= \{v_1: p(U, U) \rightarrow \perp, v_2: p(X, Y) \wedge q(X) \rightarrow \perp\} \\ Q &: \exists X q(X)\end{aligned}$$



1 – Reescribir Σ_{NC} relativo a Σ_T

$$\begin{aligned}\Sigma_T &= \{s(Z) \rightarrow q(Z)\} \\ \Sigma_{Rew} &= \{v_1: p(U, U) \rightarrow \perp, v_2: p(X, Y) \wedge q(X) \rightarrow \perp, \\ &\quad v_3: p(X, Y) \wedge s(X) \rightarrow \perp\}\end{aligned}$$



2 – Normalizar Σ_{Rew}

$$\begin{aligned}\mathcal{N}(\Sigma_{Rew}) &= \{v_1: p(U, U) \rightarrow \perp, v_2': p(X, X) \wedge q(X) \rightarrow \perp, \\ v_2'': p(X, X) \wedge s(X) \rightarrow \perp, v_3': p(X, Y) \wedge q(X) \wedge X \neq Y \rightarrow \perp, \\ v_4': p(X, Y) \wedge s(X) \wedge X \neq Y \rightarrow \perp\}\end{aligned}$$

rewriteICons: Ejemplo

$$\mathcal{N}(\Sigma_{Rew}) = \{v_1': p(U, U) \rightarrow \perp, v_2': p(X, X) \wedge q(X) \rightarrow \perp, \\ v_2': p(X, X) \wedge s(X) \rightarrow \perp, v_3': p(X, Y) \wedge q(X) \wedge X \neq Y \rightarrow \perp, \\ v_4': p(X, Y) \wedge s(X) \wedge X \neq Y \rightarrow \perp\}$$



3 – Reescribir Q relativo a Σ_T

$$Q_{rew} = \{\exists X_1 q(X_1), \exists X_2 s(X_2)\}$$



4 – Imponer $\mathcal{N}(\Sigma_{Rew})$ en Q_{rew}

$$F_1 = q(X_1) \wedge \neg \exists Y (p(X_1, Y) \wedge \\ q(X_1) \wedge X_1 \neq Y)$$

$$F_2 = q(X) \wedge \neg \exists Y (p(X, Y) \wedge \\ s(X) \wedge X \neq Y)$$



$$\exists X [q(X) \wedge \neg \exists Y (p(X, Y) \wedge q(X) \wedge X \neq Y)]$$

\vee

$$\exists X [q(X) \wedge \neg \exists Y (p(X, Y) \wedge s(X) \wedge X \neq Y)]$$

