Secuencias y cuantificadores

Carolina Lang (robada a Guido Rajngewerc)

25 de agosto de 2017

¿Qué vamos a ver?

- Secuencias
- Ejercicios
- Cuantificadores
    - Para todo ($\forall$)
    - Existe ($\exists$)
- Ejercicios
- Sumatorias ($\sum$)
- Productorias ($\prod$)
- Ejercicios

Repaso

- ¿Qué es una secuencia?
  - Lista o colección de elementos.
  - Puede tener repetidos.
  - Los elementos tienen cierto orden.
  - Todos los elementos son del mismo tipo.

Las siguientes expresiones, ¿son secuencias válidas?

- $\langle 1, 2, 3+4, 5, 7-6 \rangle = \langle 1, 2, 7, 5, 1 \rangle$ **SI!**
- $\langle \langle 1 \rangle, 3, \langle \rangle, \langle 4, 3+4 \rangle \rangle$ **NO!**
- $\langle \langle 2, 3 \rangle, \langle 5+1, 2 \rangle, \langle \rangle \rangle$ **SI!**
- $\langle 1, 2, 3, 'a' \rangle$ **NO!**
- $\langle '1', '2', '3', 'a' \rangle$ **SI!**

Todo muy lindo... Pero ¿Cómo se si dos secuencias son iguales?

tipos elementos orden

¡Más sobre esto luego!

Funciones sobre secuencias

- $length(a : seq\langle T\rangle) : \mathbb{Z}$ (notación: $|a|$)
- $a[i]$
- $head(a : seq\langle T\rangle) : T$
- $tail(a : seq\langle T\rangle) : seq\langle T\rangle$
- $addFirst(t : T, a : seq\langle T\rangle) : seq\langle T\rangle$
- $concat(a : seq\langle T\rangle, b : seq\langle T\rangle) : seq\langle T\rangle$
- $subseq(a : seq\langle T\rangle, d, h : \mathbb{Z}) : \langle T\rangle$
- $setAt(a : seq\langle T\rangle, i : \mathbb{Z}, val : T) : seq\langle T\rangle$

- $|\langle 4, 3, 1\rangle| = 3$
- $|\langle 4, 'a', ocho\rangle| = X$
- $head(tail(\langle 5, 6, 7, 8\rangle)) = 6$
- $\langle 'a', '3', 'q', '2'\rangle[0] = 'a'$
- $concat(\langle\langle\rangle, \langle 2, 6\rangle\rangle, \langle\langle 1\rangle\rangle) = \langle\langle\rangle, \langle 2, 6\rangle, \langle 1\rangle\rangle$
- $setAt(\langle 5, 4, 3, 2\rangle, 3, 1) = \langle 5, 4, 3, 1\rangle$

- $\forall$: Para Todo (forma copada de escribir Todos)
  - Notación: $(\forall x : T)P(x)$
  - Equivale a: "Para todo x de tipo T se cumple P de x"
- $\exists$: Existe (forma copada de escribir Alguno)
  - Notación: $(\exists x : T)P(x)$
  - Equivale a: "Hay algún elemento x de tipo T que cumple P de x"

Pensemos

Estos predicados, ¿evalúan a *True* o *False*? ¿Son iguales?

- $(\exists x : \mathbb{Z})((\forall y : \mathbb{Z})(x + y = 0))$
- $(\forall x : \mathbb{Z})((\exists y : \mathbb{Z})(x + y = 0))$

Entonces... ¿Cómo definiríamos la igualdad de secuencias?

Dado S1 y S2

- $((|S1| = |S2|) \wedge_L$
  $(\forall i : \mathbb{N})((0 \leq i < |S1|) \rightarrow_L (S1[i] = S2[i])))$

Ejercicios 1 y 2

Escriba los siguientes predicados auxiliares sobre secuencias de enteros, aclarando los tipos de los parámetros que reciben:

A *TodosPrimos*, que es verdadero sii todos los elementos de una secuencia son primos (se puede usar el predicado *EsPrimo* de la semana pasada).

B *TodosIguales*, que es verdadero sii todos los elementos de una secuencia son iguales.

Escriba los siguientes predicados auxiliares sobre secuencias de enteros, aclarando los tipos de los parámetros que reciben:

A *Capicúa*, que es verdadero sii una secuencia dada es capicúa.

B *NingunoEnSuLugar*, que es verdadero sii ninguna posición de la secuencia contiene un valor que sea igual a su índice.

Ejercicio 5

Sean P(x) y Q(x) predicados que nunca se indefinen, y S una secuencia no nula. Escribir el predicado asociado a cada uno de los siguientes enunciados.

A *"Si un entero en s cumple P, también cumple Q"*

B *"Todos los enteros de s que cumplen P y están en posiciones que cumplen Q, son pares"*

C *"En toda secuencia no vacia de enteros cuyo primer elemento cumple P sucede que su largo cumple Q o su último elemento cumple Q"*

¿Cómo decimos que un elemento pertenece ($\in$) a una secuencia?

El término

$$\sum_{i=from}^{to} Expr(i)$$

retorna la suma de todas las expresiones $Expr(i)$ entre *from* y *to*. Es decir,

$$Expr(from) + Expr(from + 1) + \cdots + Expr(to - 1) + Expr(to)$$

El término

$$\prod_{i=from}^{to} Expr(i)$$

retorna el producto de todas las expresiones $Expr(i)$ entre *from* y *to*. Es decir,

$$Expr(from) * Expr(from + 1) * \cdots * Expr(to - 1) * Expr(to)$$

Y aun más ejercicios

- Dada una secuencia S y un elemento e escribir un predicado que cuente la cantidad de apariciones del elemento e en S
- Dada una secuencia S escribir una función que sume los elementos en posiciones impares de S
- Dada una secuencia S escribir una función que devuelva 1 si todos los elementos de S son mayores a 5 y 0 si no

- Dada una sucesión S y un indice i indique si S es decreciente a partir de la posición i

- Dada una lista de listas de enteros y un entero N decidir si alguna de las listas tiene longitud N y ademas contiene el elemento N.