Introducción a la Robótica Móvil

Primer cuatrimestre de 2018

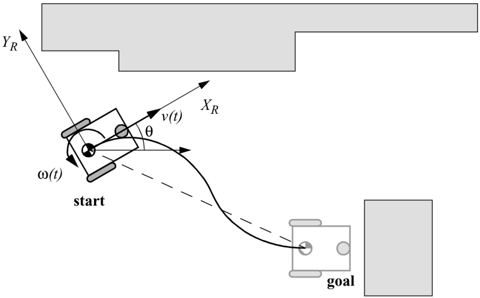
Departamento de Computación - FCEyN - UBA

Planificación de movimientos - clase 10

Seguimiento de trayectorias a lazo cerrado

Recordemos el problema

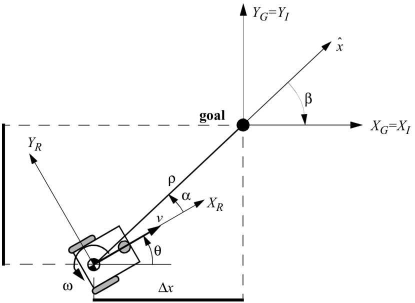
Queremos ir de una pose a otra. Estas poses van a ser puntos vía de un camino más largo que me va a dar el **path planner**



- → La clase pasada vimos cómo resolver este problema a lazo abierto, i.e. no tenemos un feedback de los movimientos, asumimos que el robot se mueve siguiendo perfectamente las consignas de velocidades.
- → Hoy vamos a resolver este problema a lazo cerrado, i.e. asumimos que tenemos un feedback en tiempo real del estado (la pose en este caso) del robot.

Definición del problema

- Vamos a considerar (por ahora!!!), sin perder generalidad que la pose objetivo (*goal*) coincide con el marco inercial.
- El error en cada instante entre la pose actual del robot y la pose objetivo es $(\Delta x, \Delta y, \theta)^\top$.
- Podemos calcular el error porque vamos a asumir que conocemos la pose del robot en todo momento (lazo cerrado).



Definición del problema

La forma del controlador que vamos a proponer consiste en hallar una matriz **K** si exite:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} \end{pmatrix}$$

donde $k_{i,j} = k(t, e)$ de forma tal que el control de $v(t)$ y $\omega(t)$ definido como:

$$\begin{pmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix} = \mathbf{K}.e = \mathbf{K}. \begin{pmatrix} {}^{I}x \\ {}^{I}y \\ {}^{I}\theta \end{pmatrix} \text{ cumpla que } \lim_{t \to \infty} e(t) = 0.$$

Modelo cinemático de un robot diferencial

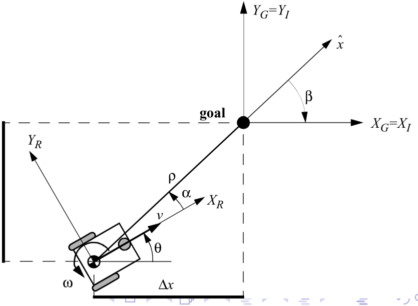
Recordemos que en el caso de un robot diferencial:

$$\begin{pmatrix} {}^I\dot{x} \\ {}^I\dot{y} \\ {}^I\dot{\theta} \end{pmatrix} = {}^I\mathbf{R}(\theta) \begin{pmatrix} {}^R\dot{x} \\ {}^R\dot{y} \\ {}^R\dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\theta) & 0 \\ sen(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

ya que $v = {}^R\dot{x}$, $0 = {}^R\dot{y}$ y que $\omega = {}^R\dot{\theta}$.

- Sea α el ángulo ente el eje X_R en el marco de referencia del robot y el vector $\tilde{\mathbf{x}}$ que conecta el origen del marco del robot con el origen del marco de la pose objetivo (el ángulo entre la orientación actual del robot y "mirar hacia el goal").
- Sea θ es el ángulo entre la orientación del goal y la del robot.
- Si $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ podemos considerar la transformación de coordenadas euclídeas a coordenadas polares con su origen en el marco objetivo:

$$
\begin{aligned}
\rho &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\
\alpha &= atan2(\Delta y, \Delta x) - \theta \\
\beta &= -\theta - \alpha
\end{aligned}
$$



Entonces, la descripción del modelo en el nuevo sistema de coordenadas polares nos queda como:

$$\begin{pmatrix} {}^I\dot{\rho} \\ {}^I\dot{\alpha} \\ {}^I\dot{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -cos(\alpha) & 0 \\ sen(\alpha)/\rho & -1 \\ -sen(\alpha)/\rho & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

donde: ${}^I\dot{\rho}$ es la velocidad a la cual el robot se acerca al goal,${}^I\dot{\alpha}$ es la velocidad a la cual el robot se orienta hacia el goal y ${}^I\dot{\beta}$ es la velocidad a la cual el robot se orienta hacia donde tiene que quedar orientado en el goal.

Por otro lado, si $\alpha \in (-\pi, -\frac{\pi}{2}] \cup (\frac{\pi}{2}, \pi]$ entonces redefinimos la dirección de velocidad lineal del robot $v = -v$, obtenemos la descripción del sistema por una ecuación de la forma:

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\alpha) & 0 \\ -sen(\alpha)/\rho & 1 \\ sen(\alpha)/\rho & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

Control de movimiento a lazo cerrado

Las consignas de control v y ω deben ser definidas para guiar al robot desde su pose actual $(\rho_0, \alpha_0, \beta_0)$ hasta la pose final. Acá se presenta una discontinuidad para $\rho = 0$.

Si consideramos entonces la ley de control lineal nos queda:

$$\begin{aligned} v =& k_\rho \rho \\ \omega =& k_\alpha \alpha + k_\beta \beta \end{aligned}$$

Con lo cual el sistema de control a lazo cerrado nos queda:

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_\rho cos(\alpha) \\ k_\rho sen(\alpha) - k_\alpha \alpha - k_\beta \beta \\ -k_\rho sen(\alpha) \end{pmatrix}$$

Este sistema no tiene singularidad en $\rho = 0$ y tiene un punto único de equilibrio en $(\rho_0, \alpha_0, \beta_0) = (0, 0, 0)$. Además para que el sistema sea estable debe valer que $k_\rho > 0, k_\beta < 0$ y $k_\rho < k_\alpha$.

Para tener en cuenta

Dijimos que ibamos a considerar que la pose objetivo (goal) coincide con el marco inercial para hacer más fáciles las cuentas. Pero, ¿qué pasa si no es así? (en el Taller por ejemplo, el marco inercial está fijo y no es el goal)

Tenemos que hacer un cambio de coordenas (ya sabemos cómo hacerlo!):

Para tener en cuenta

Dijimos que ibamos a considerar que la pose objetivo (goal) coincide con el marco inercial para hacer más fáciles las cuentas. Pero, ¿qué pasa si no es así? (en el Taller por ejemplo, el marco inercial está fijo y no es el goal)

Tenemos que hacer un cambio de coordenas (ya sabemos cómo hacerlo!):

$$
\begin{aligned}
{}^{I}\Delta x &= {}^{I}x_g - {}^{I}x_r \\
{}^{I}\Delta y &= {}^{I}y_g - {}^{I}y_r
\end{aligned}
$$

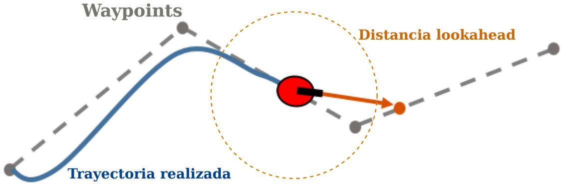
Entonces:

$$
\begin{pmatrix} {}^{G}\Delta x \\ {}^{G}\Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(-{}^{I}\theta_G) & -sen(-{}^{I}\theta_G) \\ sen(-{}^{I}\theta_G) & cos(-{}^{I}\theta_G) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{I}\Delta x \\ {}^{I}\Delta y \end{pmatrix}
$$

con $-{}^{I}\theta_G = {}^{G}\theta_I$, ${}^{I}\theta_G = {}^{G}\theta_R - {}^{I}\theta_R$ y $({}^{I}\mathbf{R}_G({}^{I}\theta_G))^{-1} = {}^{I}\mathbf{R}_G(-{}^{I}\theta_G) = {}^{G}\mathbf{R}_I$.

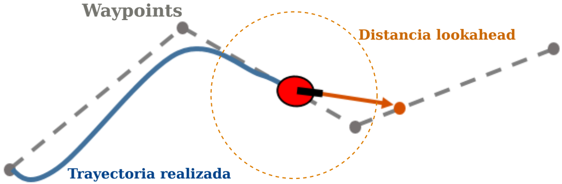
Algoritmo de siga la zanahoria (pure pursuit)

- Determinar la pose actual del robot.
- Encontrar el punto del camino más cercano al robot.
- Encontrar un punto objetivo (goal) delante del robot (lookahead).
- Transformar el goal a las coordenadas del robot.
- Realizar el control a lazo cerrado hacia el goal.
- Calcular la nueva pose del robot.

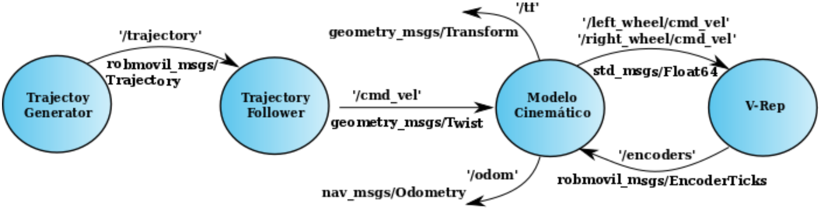


Cómo encontrar el siguiente goal

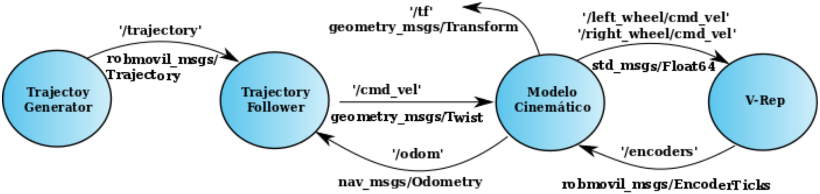
- → Verifico si estoy cerca del waypoint final del camino lo seteo como goal. Si es así, lo seteo como goal. Sino:
- → Busco el waypoint más cercano (tengo que recorrer todos los waypoints y medir la distancia euclídea).
- → A partir del más cercano busco el siguiente waypoint que se distancie al menos el lookahead definido.
- → Este es el waypoint que seteamos como goal.



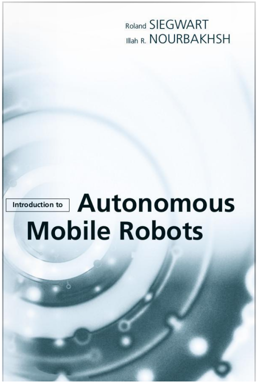
Para el Taller, ¿de dónde venimos?



Para el Taller, ¿qué tenemos que hacer?



Más sobre seguimiento de trayectorias



"Introduction to autonomous mobile robots", Siegwart, Roland, Illah Reza Nourbakhsh, Davide Scaramuzza. MIT press, 2011. **Capítulo 3**