

Lógica Digital - Circuitos Secuenciales

Organización del Computador I

David Alejandro González Márquez

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

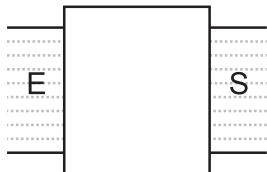
6.02.2018

Agenda

- Introducción
- Flip-flops
- Contadores
- Circuitos secuenciales

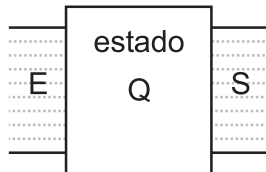
Introducción

Circuitos Combinacionales



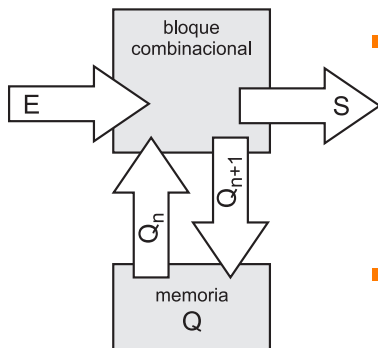
La salida esta determinada únicamente por la entrada del circuito

Circuitos Secuenciales



La salida esta determinada por la entrada y el *estado* del circuito

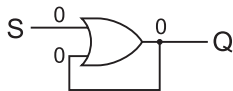
Circuitos Secuenciales



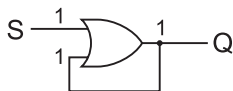
- Cualquier circuito secuencial, se puede separar en dos partes:
 - 1 un *bloque combinacional*
 - 2 un *bloque con memoria*
- La memoria almacena bits que determinan el estado del circuito
- Las entradas del circuito combinacional son las entradas (E) junto con las salidas de la memoria (Q_n)
- El bloque combinacional genera la salida del circuito (S) y el nuevo estado del mismo (Q_{n+1})

¿Cómo almacenar un bit?

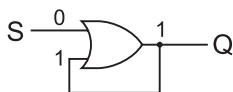
Proponemos el siguiente circuito:



- Supongamos que inicialmente que $S = 0$ y $Q = 0$

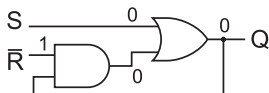


- Si cambiamos el valor $S = 1$, luego que el circuito se *estabiliza*, la salida valdrá $Q = 1$

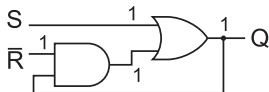


- Si ahora cambiamos $S = 0$, obtendremos como resultado que el valor de salida Q continuará en 1

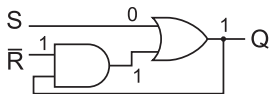
¿Cómo construir un *biestable*?



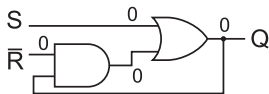
- Supongamos que inicialmente $S = 0$, $\bar{R} = 1$ y $Q = 0$



- Si $S = 1$ y $\bar{R} = 1$ entonces la salida Q valdrá 1



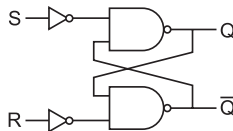
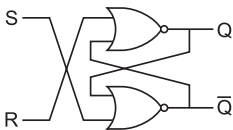
- Si luego $S = 0$ y $\bar{R} = 1$ entonces la salida Q continuará en 1



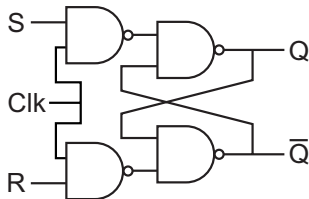
- Ahora si $S = 0$ y $\bar{R} = 0$ entonces la salida Q cambiará a 0

Flip-Flops (1/4)

Flip-Flop RS



Flip-Flop RS con Clock



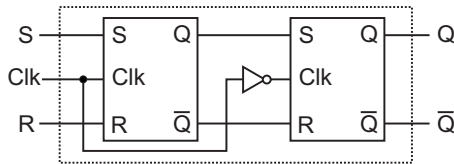
t_n		t_{n+1}
S	R	Q
0	0	Q_0
0	1	0
1	0	1
1	1	×

Ecuación Característica:

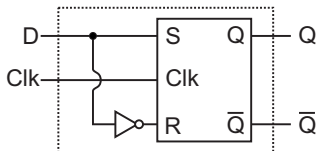
$$Q = S + \bar{R} \cdot Q_0$$

Flip-Flops (2/4)

Flip-Flop RS Maestro-Esclavo

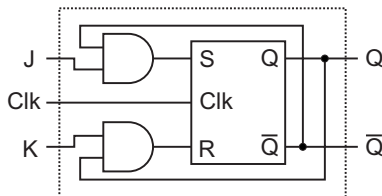


Flip-Flop D a partir de RS



Flip-Flops (3/4)

Flip-Flop JK



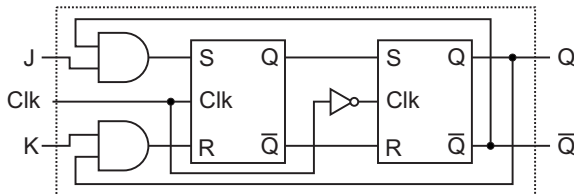
t_n				t_{n+1}
clk	J	K	Q_n	Q_{n+1}
1	0	0	Q_0	Q_0
1	0	1	Q_0	0
1	1	0	Q_0	1
1	1	1	Q_0	$\overline{Q_0}$
0	J_0	K_0	Q_0	Q_0

Ecuación Característica:

$$Q = J \cdot \overline{Q_0} + \overline{K} \cdot Q_0$$

Flip-Flops (4/4)

Flip-Flop JK Maestro-Esclavo



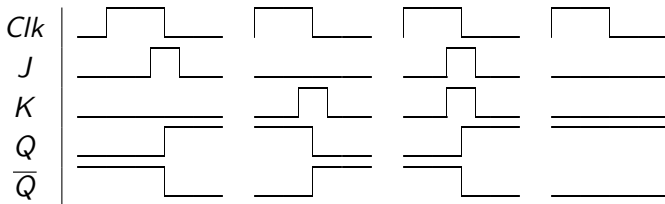
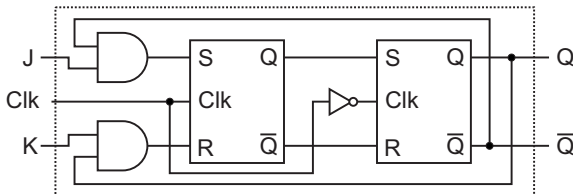
t_n				t_{n+1}
clk	S	R	Q_n	Q_{n+1}
┐	0	0	Q_0	Q_0
┐	0	1	Q_0	0
┐	1	0	Q_0	1
┐	1	1	Q_0	$\overline{Q_0}$
0	S_0	R_0	Q_0	Q_0

Ecuación Característica:

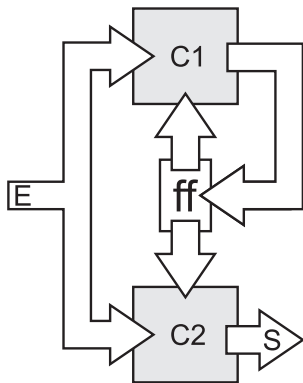
$$Q = J \cdot \overline{Q_0} + \overline{K} \cdot Q_0$$

Funcionamiento de un Flip-Flop JK Maestro-Eslavo

Flip-Flop JK Maestro-Eslavo



Circuito combinacional con Flip-Flops



- C1: circuito combinacional encargado de generar el nuevo estado del circuito. Debe setear las entradas de cada flip-flop según corresponda.
- C2: circuito combinacional encargado de generar la salida del circuito. Su única misión es generar las líneas de salida requeridas.
- FF: Conjunto de flip-flops de alguno o varios tipos.

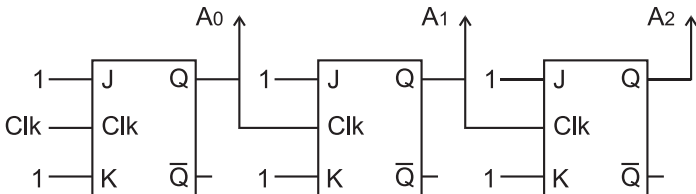
Contador

- Un contador es un circuito secuencial sincrónico que por cada ciclo de reloj genera una combinación en su salida.

La cantidad de *estados* por los que pase, define su módulo.

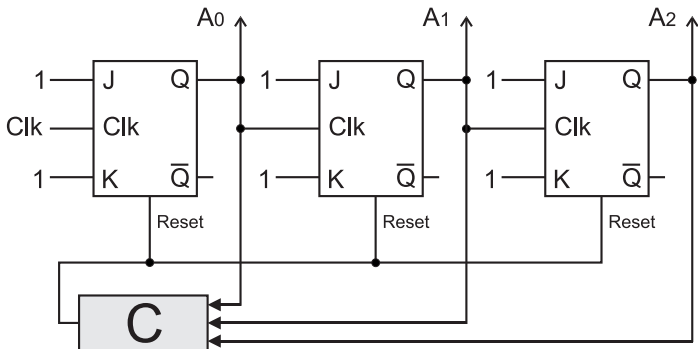
- Los contadores sincrónicos pueden ser:

1 Módulo potencia de dos



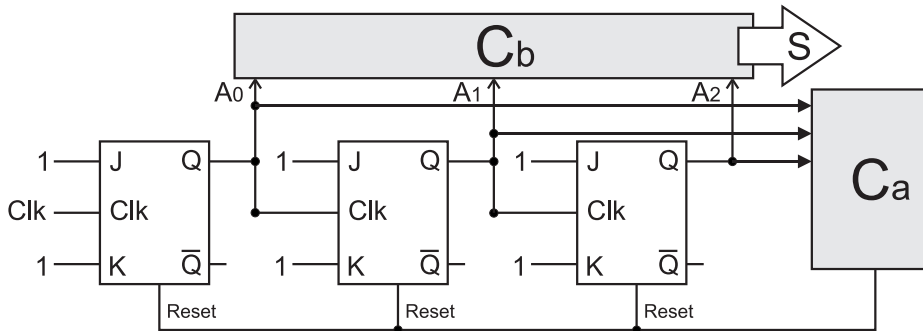
Contador

2 Módulo arbitrario (cambio de estado forzado)



Contador

3 Módulo arbitrario y cuenta arbitraria

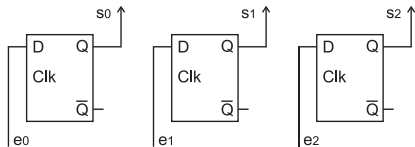


Registros

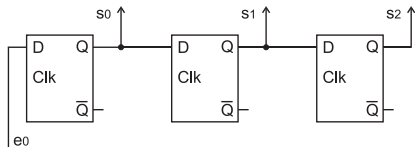
- Un registro es un conjunto de n flip-flops asociados, que permiten almacenar temporariamente una palabra o grupo de n bits
- Los tipos de registro dependen de la forma en que los datos son leídos o almacenados:
 - 1 Registro paralelo-paralelo
 - 2 Registro serie-paralelo
 - 3 Registro paralelo-serie
 - 4 Registro serie-serie
 - 5 Registro de desplazamiento
 - 6 Registro de desplazamiento circular

Registros

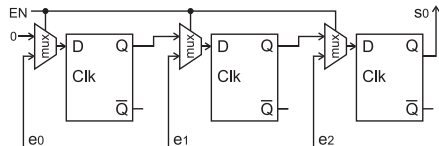
Registro paralelo-paralelo



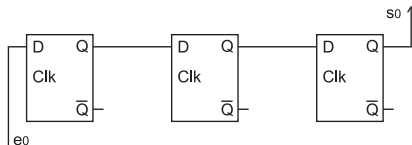
Registro serie-paralelo



Registro paralelo-serie

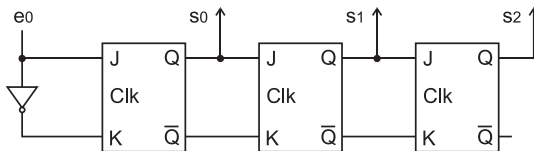


Registro serie-serie

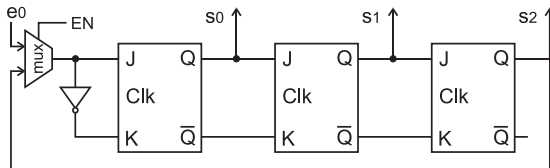


Registros de desplazamiento

Registro de desplazamiento



Registro de desplazamiento circular



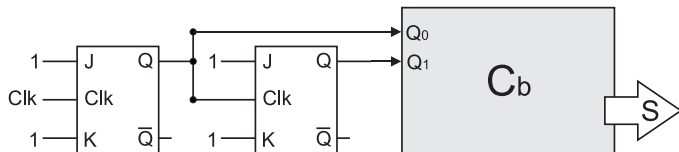
Ejercicio 1: Contadores

- Construir un contador de 3 bits que respete la siguiente secuencia:

Paso	s_2	s_1	s_0
1	0	0	0
2	1	0	1
3	0	0	0
4	0	1	0

Ejercicio 1: Solución

- El circuito va a estar compuesto por un contador y un circuito combinacional que transforme la cuenta en las salidas que buscamos



- Sabemos armar un contador módulo 4, así que sólo resta diseñar la tabla de verdad para el circuito combinacional

q_0	q_1	s_0	s_1	s_2
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	0

Ejercicio 1: Solución

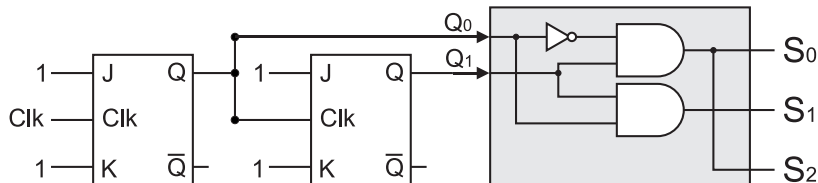
q_0	q_1	s_0	s_1	s_2
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	0

■ Luego las ecuaciones son:

$$s_0 = \overline{q_0} \cdot q_1$$

$$s_1 = q_0 \cdot q_1$$

$$s_2 = \overline{q_0} \cdot q_1$$

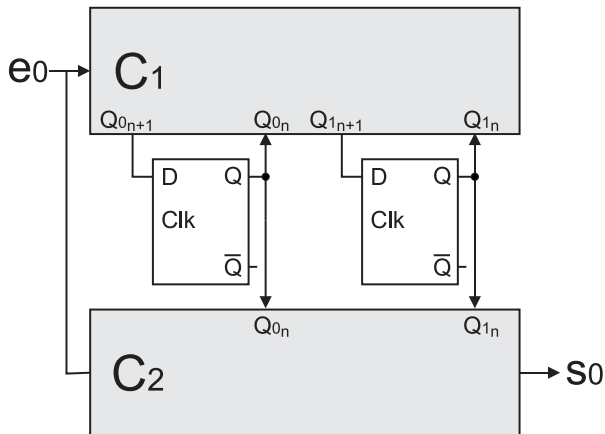


Ejercicio 2: Circuitos secuenciales genéricos

- Construir un circuito secuencial que respete la siguiente tabla característica:

$e0$	$q0_n$	$q1_n$	$s0$	$q0_{n+1}$	$q1_{n+1}$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Ejercicio 2: Solución



Ejercicio 2: Solución

- Debemos obtener las expresiones que definan los próximos estados y la salida del circuito

$e0$	$q0_n$	$q1_n$	$s0$	$q0_{n+1}$	$q1_{n+1}$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

- Nuevos estados:

$$q0_{n+1} = (\overline{e0} \cdot \overline{q0_n} \cdot q1_n) + (\overline{e0} \cdot q0_n \cdot \overline{q1_n})$$

$$q1_{n+1} = (\overline{e0} \cdot \overline{q0_n} \cdot \overline{q1_n}) + (\overline{e0} \cdot q0_n \cdot \overline{q1_n})$$

- Salida del circuito:

$$s0 = (e0 + q0_n + q1_n) \cdot (\overline{e0} + q0_n + q1_n)$$

Ejercicio 2: Solución

■ Nuevos estados:

$$q0_{n+1} = (\overline{e0} \cdot \overline{q0_n} \cdot q1_n) + (\overline{e0} \cdot q0_n \cdot \overline{q1_n})$$

$$\begin{aligned} q1_{n+1} &= (\overline{e0} \cdot \overline{q0_n} \cdot \overline{q1_n}) + (\overline{e0} \cdot q0_n \cdot \overline{q1_n}) \\ &= (\overline{e0} \cdot \overline{q1_n}) \cdot (\overline{q0_n} + q0_n) \\ &= (\overline{e0} \cdot \overline{q1_n}) \cdot 1 \\ &= \overline{e0} \cdot \overline{q1_n} \end{aligned}$$

■ Salida del circuito:

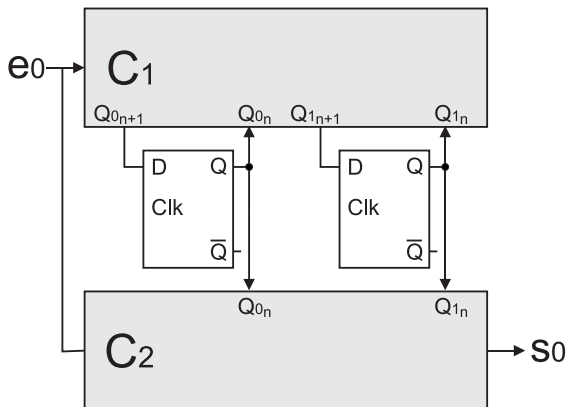
$$\begin{aligned} s0 &= (e0 + q0_n + q1_n) \cdot (\overline{e0} + q0_n + q1_n) \\ &= (e0 \cdot \overline{e0}) + (q0_n + q1_n) \\ &= 0 + (q0_n + q1_n) \\ &= q0_n + q1_n \end{aligned}$$

Ejercicio 2: Solución

$$q0_{n+1} = (\overline{e0} \cdot \overline{q0_n} \cdot q1_n) + (\overline{e0} \cdot q0_n \cdot \overline{q1_n})$$

$$q1_{n+1} = \overline{e0} \cdot \overline{q1_n}$$

$$s0 = q0_n + q1_n$$

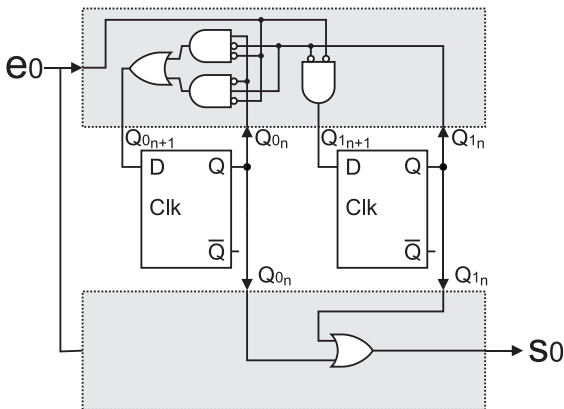


Ejercicio 2: Solución

$$q0_{n+1} = (\overline{e0} \cdot \overline{q0_n} \cdot q1_n) + (\overline{e0} \cdot q0_n \cdot \overline{q1_n})$$

$$q1_{n+1} = \overline{e0} \cdot \overline{q1_n}$$

$$s0 = q0_n + q1_n$$



Ejercicio 3: Construcción de circuitos secuenciales por bloques

La conjetura de Collatz, es un famoso problema matemático aún no resuelto. Esta conjetura enuncia la siguiente función $f : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}$, aplicable a cualquier número entero positivo:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \\ 3n + 1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

Se dice que si se toma cualquier número y se aplica esta función reiteradas veces, el resultado siempre converge a 1.

- 1 Construir un circuito combinatorio que realice la función $f(n)$ para una entrada de 5 bits.
- 2 Construir un circuito secuencial, que aplique reiteradas veces la función anterior por cada ciclo de reloj.
- 3 Modificar el circuito anterior de forma que si el valor de entrada es 1, entonces la salida también sea 1.

Ejercicio 3: Primer intento...

- Debemos construir una tabla de verdad de 5 entradas y 5 salidas
- Esto corresponde a 32 posiciones y 5 funciones, una para cada salida
- Resolver una tabla de verdad de estas dimensiones resulta muy complejo y puede llevar a errores
- Otra opción, pensar en bloques y reutilizar circuitos conocidos

Ejercicio 3: Pensando un poco...

entrada

salida

Ejercicio 3: Pensando un poco...

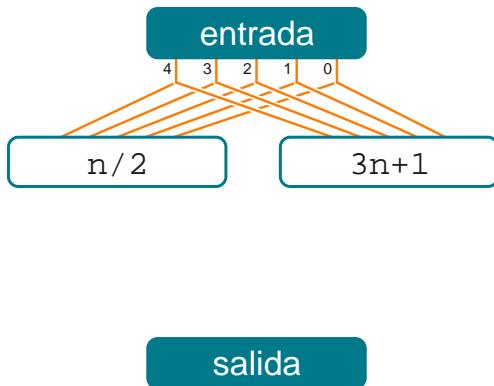
entrada

$n/2$

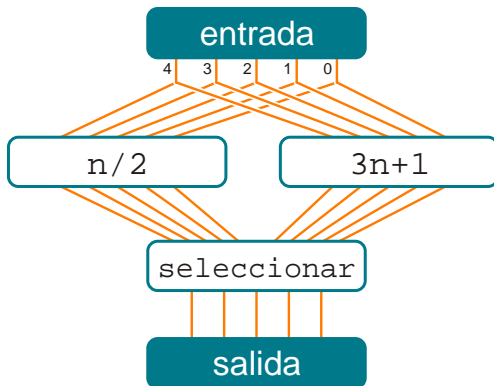
$3n+1$

salida

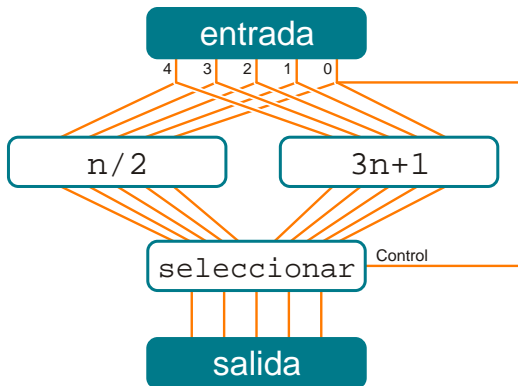
Ejercicio 3: Pensando un poco...



Ejercicio 3: Pensando un poco...

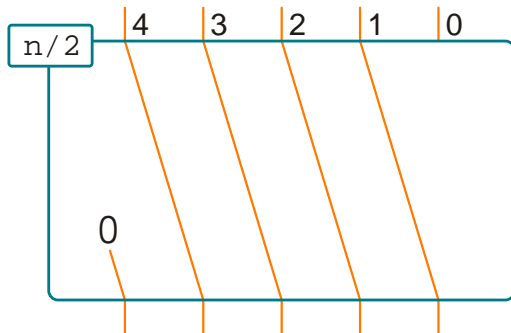


Ejercicio 3: Pensando un poco...



Ejercicio 3: Pensando un poco... $n/2$

Resolver la operación de división por dos es simple, ya que se trata de un desplazamiento a derecha



Ejercicio 3: Pensando un poco... $3n + 1$

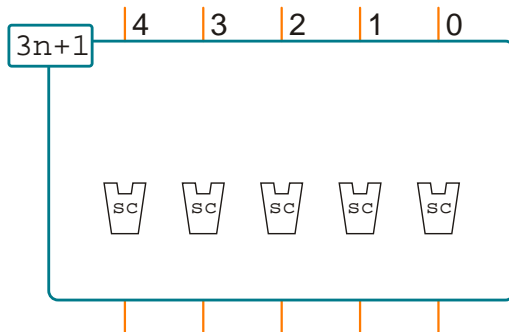
La operación $3n + 1$ se puede escribir como:

1 $n + n + n + 1$

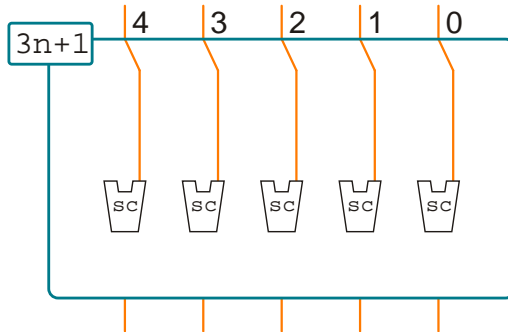
2 $2n + n + 1$

- Para el primer caso, utilizaríamos dos circuitos sumadores
- En la segunda opción, tan solo se utiliza un circuito sumador, ya que la multiplicación por dos se realiza mediante un desplazamiento
- Elegimos la segunda opción ... $2n + n + 1$

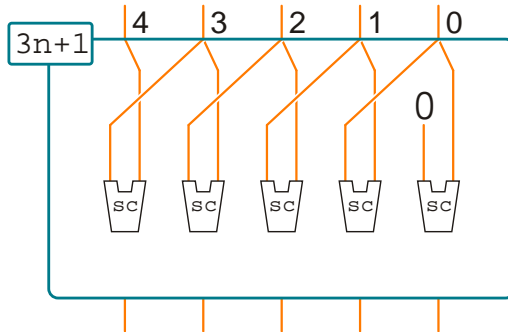
Ejercicio 3: Pensando un poco... $3n + 1 = 2n + n + 1$



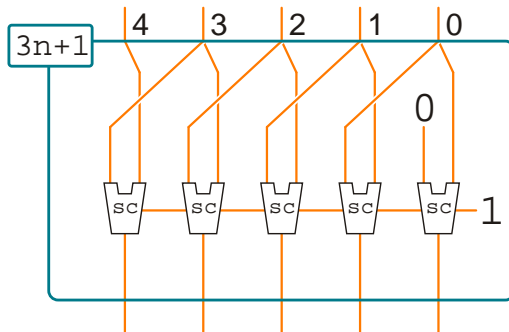
Ejercicio 3: Pensando un poco... $3n + 1 = 2n + n + 1$



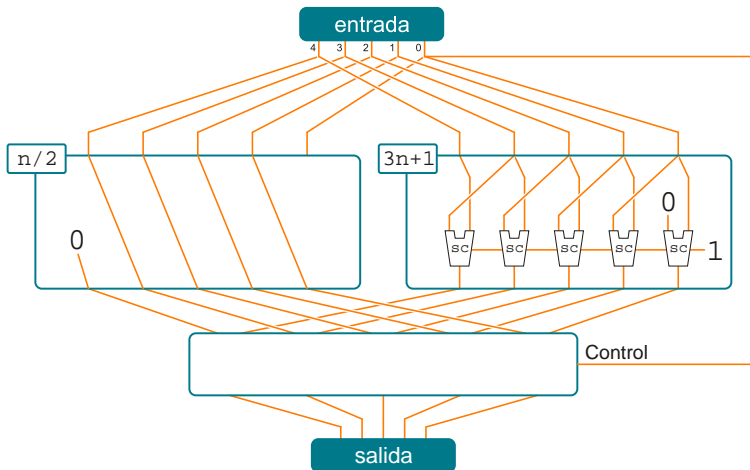
Ejercicio 3: Pensando un poco... $3n + 1 = 2n + n + 1$



Ejercicio 3: Pensando un poco... $3n + 1 = 2n + n + 1$

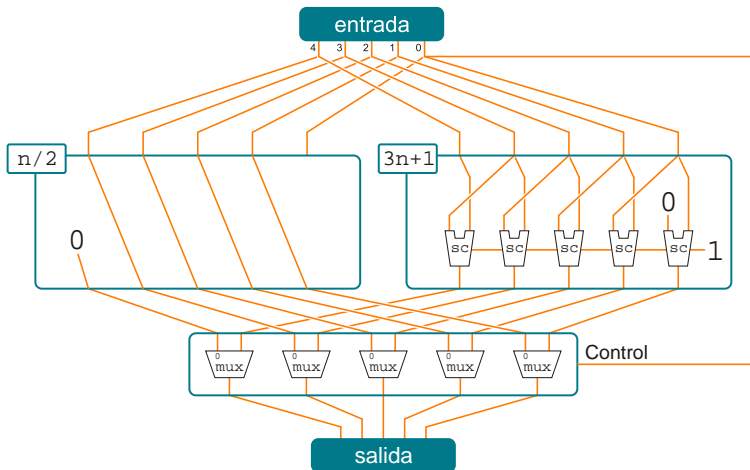


Ejercicio 3: Pensando un poco...



Resta considerar como resolvemos el selector.

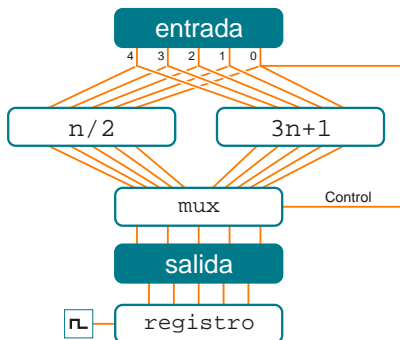
Ejercicio 3: Pensando un poco...



Para eso utilizamos un conjunto de 5 multiplexores.

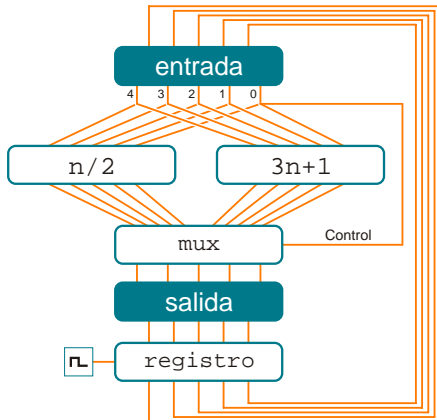
Ejercicio 3: Segundo punto...

- 2 Construir un circuito secuencial, que aplique reiteradas veces la función anterior por cada ciclo de reloj.
- En el segundo punto nos piden aplicar la función reiteradas veces a un número dado
- Para esto necesitamos un registro donde almacenar el resultado



Ejercicio 3: Segundo punto...

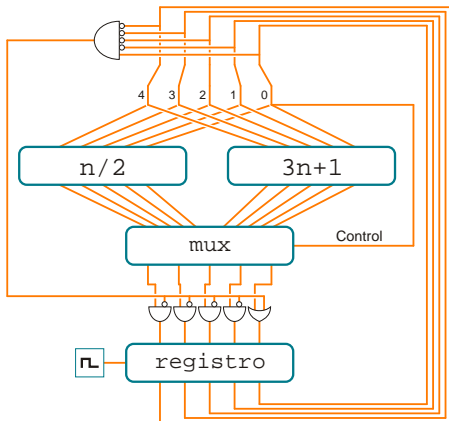
- 2 Construir un circuito secuencial, que aplique reiteradas veces la función anterior por cada ciclo de reloj.
- Una vez almacenado el resultado en un registro
 - Se puede realimentar el circuito de forma que el resultado sea la próxima entrada a nuestra función



Ejercicio 3: Tercer punto...

- 3 Modificar el circuito anterior de forma que si el valor de entrada es 1, entonces la salida también sea 1.

- Para el tercer punto, se debe considerar si la entrada es 1
- En ese caso, debemos fijar la salida a 1



¿Preguntas?

