

Inferencia de Tipos

Paradigmas de Lenguajes de Programación

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Abril - 2018

Inferencia

- Dada una expresión, ¿tiene tipo? ¿cuál es este tipo? ¿es el más general?
- Árbol Sintáctico
- Algoritmo de inferencia.
unificación, sustituciones, variables de tipos, contextos, etc.

Algoritmo de inferencia (W)

Dado un término U sin anotaciones de tipos, hallar un término M tipable, un contexto Γ y un tipo σ , tal que:

- ① $\Gamma \triangleright M : \sigma$
- ② $\text{Erase}(M) = U$

si U es tipable, y demostrar que no lo es en caso contrario.

Ejemplos

- $(\lambda x.x) \text{ true}$

Inferencia

Algoritmo de inferencia (W)

Dado un término U sin anotaciones de tipos, hallar un término M tipable, un contexto Γ y un tipo σ , tal que:

- ① $\Gamma \triangleright M : \sigma$
- ② $\text{Erase}(M) = U$

si U es tipable, y demostrar que no lo es en caso contrario.

Ejemplos

- $(\lambda x.x) \text{ true} \xrightarrow{\text{algoritmo W}} \emptyset \triangleright (\lambda x : \text{Bool}.x) \text{ true} : \text{Bool}$

Algoritmo de inferencia (W)

Dado un término U sin anotaciones de tipos, hallar un término M tipable, un contexto Γ y un tipo σ , tal que:

- ① $\Gamma \triangleright M : \sigma$
- ② $\text{Erase}(M) = U$

si U es tipable, y demostrar que no lo es en caso contrario.

Ejemplos

- $(\lambda x.x) \text{ true} \xrightarrow{\text{algoritmo W}} \emptyset \triangleright (\lambda x : \text{Bool}.x) \text{ true} : \text{Bool}$
- $(\lambda x.x) \text{ true } y$

Inferencia

Algoritmo de inferencia (W)

Dado un término U sin anotaciones de tipos, hallar un término M tipable, un contexto Γ y un tipo σ , tal que:

- ① $\Gamma \triangleright M : \sigma$
- ② $\text{Erase}(M) = U$

si U es tipable, y demostrar que no lo es en caso contrario.

Ejemplos

- $(\lambda x.x) \text{ true} \xrightarrow{\text{algoritmo W}} \emptyset \triangleright (\lambda x : \text{Bool}.x) \text{ true} : \text{Bool}$
- $(\lambda x.x) \text{ true} \text{ y } \xrightarrow{\text{algoritmo W}} \text{No tipa}$

Inferencia

Algoritmo de inferencia (W)

Dado un término U sin anotaciones de tipos, hallar un término M tipable, un contexto Γ y un tipo σ , tal que:

- ① $\Gamma \triangleright M : \sigma$
- ② $\text{Erase}(M) = U$

si U es tipable, y demostrar que no lo es en caso contrario.

Ejemplos

- $(\lambda x.x) \text{ true} \xrightarrow{\text{algoritmo W}} \emptyset \triangleright (\lambda x : \text{Bool}.x) \text{ true} : \text{Bool}$
- $(\lambda x.x) \text{ true } y \xrightarrow{\text{algoritmo W}} \text{No tipa}$
- $y (\lambda x.x) \text{ true}$

Inferencia

Algoritmo de inferencia (W)

Dado un término U sin anotaciones de tipos, hallar un término M tipable, un contexto Γ y un tipo σ , tal que:

- ① $\Gamma \triangleright M : \sigma$
- ② $\text{Erase}(M) = U$

si U es tipable, y demostrar que no lo es en caso contrario.

Ejemplos

- $(\lambda x.x) \text{ true} \xrightarrow{\text{algoritmo W}} \emptyset \triangleright (\lambda x : \text{Bool}.x) \text{ true} : \text{Bool}$
- $(\lambda x.x) \text{ true } y \xrightarrow{\text{algoritmo W}} \text{No tipa}$
- $y (\lambda x.x) \text{ true} \xrightarrow{\text{algoritmo W}} ??$

Aplicando el algoritmo

Ejercicios

- $y (\lambda x.x) \text{ true}$
- $\text{if } x \text{ then } y \text{ else succ}(y)$
- $\lambda x.\lambda y.(x \ y) (\lambda z.x)$

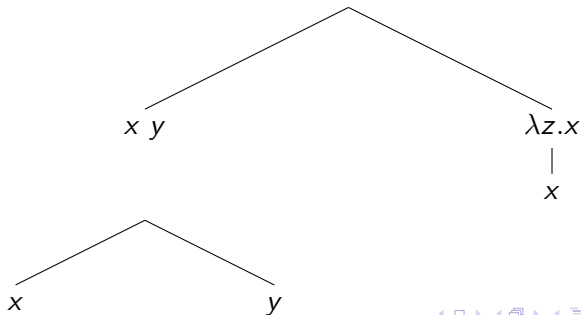
$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$

Ejercicios

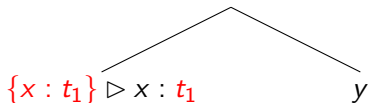
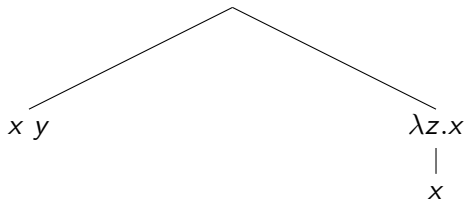
$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$

$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$

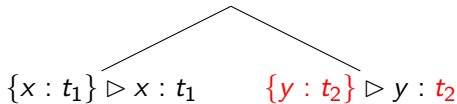
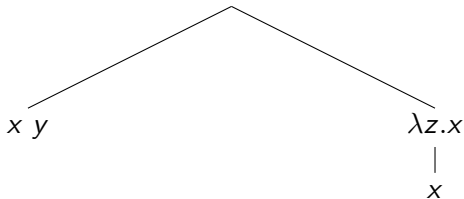
$(x \ y) \ (\lambda z. x)$



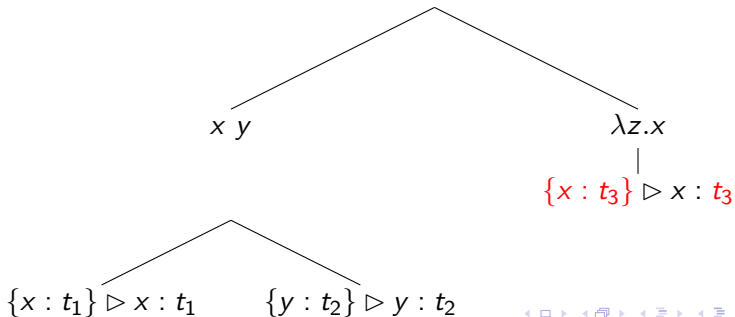
Ejercicios

$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$(x \ y) \ (\lambda z. x)$$


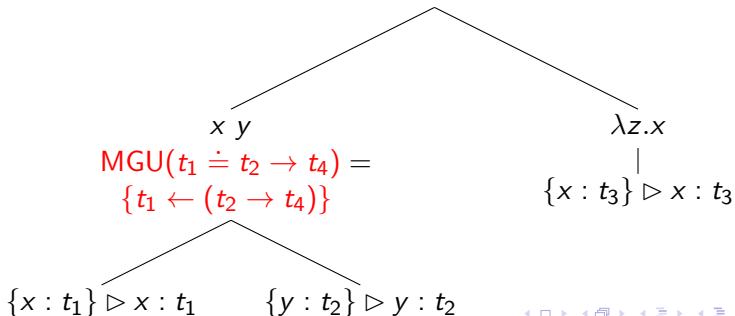
Ejercicios

$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$(x \ y) \ (\lambda z. x)$$


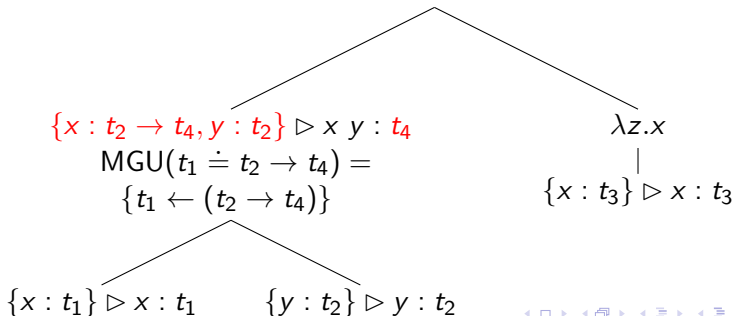
Ejercicios

$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$(x \ y) \ (\lambda z. x)$$


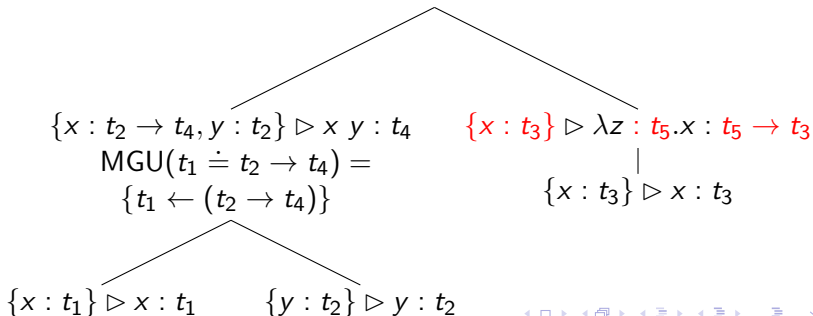
Ejercicios

$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$(x \ y) \ (\lambda z. x)$$


Ejercicios

$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$(x \ y) \ (\lambda z. x)$$


Ejercicios

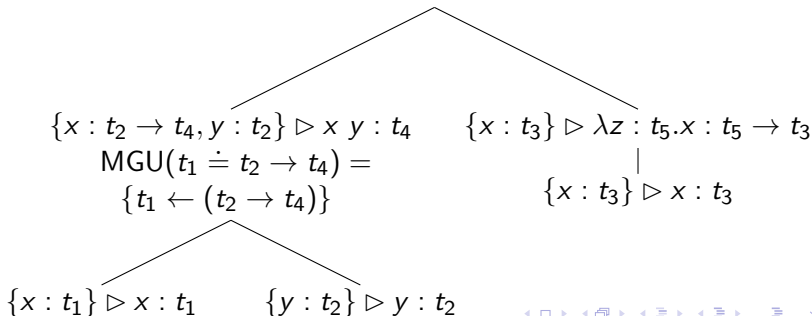
$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$(x \ y) \ (\lambda z. x)$$


Ejercicios

$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$

$$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$

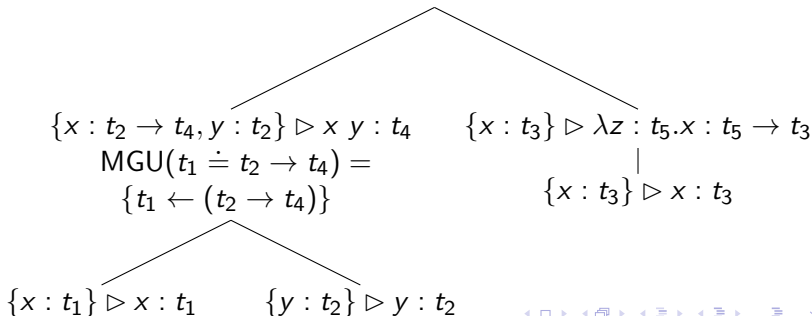
$$(x \ y) \ (\lambda z. x)$$

$$\text{MGU}(t_4 \doteq (t_5 \rightarrow t_3) \rightarrow t_6, t_2 \rightarrow t_4 \doteq t_3) =$$


Ejercicios

$$\lambda x. \lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$\lambda y. (x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$(x \ y) \ (\lambda z. x)$$
$$\text{MGU}(t_4 \doteq (t_5 \rightarrow t_3) \rightarrow t_6, t_2 \rightarrow t_4 \doteq t_3) =$$

no tiene solución, pues debería ser $t_3 \doteq t_2 \rightarrow (t_5 \rightarrow t_3) \rightarrow t_6$
lo cual falla por *occur check*



Método del Árbol: paso por paso

- 1 Convencerse de que tipa (...o de que no tipa).
- 2 Construir el árbol de análisis sintáctico.
- 3 Aplicar las reglas sobre las hojas, indicando qué reglas, unificaciones y sustituciones se aplican en cada paso.
- 4 Hacer lo mismo para los nodos internos a medida que sus hijos queden resueltos.
- 5 Si se pudo tipar la raíz, listo. Si no, indicar qué fue lo que falló.