

Ejercicio 0-19. Cálculo de la energía potencial para cargas alternas en línea recta.

Francisco Javier Fernández Caro

5 de febrero de 2024

1. Introducción

En este ejercicio haremos el cálculo de la energía potencial de una carga debida a su interacción con cargas puntuales idénticas, pero de signo opuesto, dispuestas alternadamente a lo largo de una línea recta a una distancia d entre ellas.

2. Planteamiento del problema

El programa realiza una suma en un bucle para calcular iterativamente la energía potencial (E_p) siguiendo la expresión:

$$E_p = E_{p0} + \frac{2 \cdot q \cdot Q_f}{d \cdot i}$$

donde E_{p0} es la energía potencial previa (que iniciamos en 0), q es la carga que genera el potencial (que va alternando entre 1 y -1 en cada iteración), Q_f es la carga fija (que hemos supuesto igual a 1), d es la distancia fija inicial y i es el índice del bucle. He utilizado ésta expresión para hacer el ejercicio de forma simétrica, calculando la energía potencial de una sola carga a una distancia d y multiplicandola por dos para obtener la suma de su carga espejo para cada iteración. Tras esto, si no se ha llegado a la convergencia, se actualiza el valor de E_{p0} , que ahora será igual a la E_p calculada en la iteración previa.

3. Convergencia

La convergencia se verifica calculando el error relativo entre E_p y E_p analítica con una tolerancia dada de $tol = 0,01$. El programa continúa el bucle hasta que el error relativo alcanza la tolerancia especificada con la expresión analítica para la energía potencial que nos da el enunciado del ejercicio:

$$E_p = -2 \ln(2) \left(\frac{q^2}{d} \right)$$

Para ello utilizamos la siguiente fórmula para el error relativo:

$$dif = \left| \frac{E_p^{\text{analítica}} - E_p}{E_p^{\text{analítica}}} \right|$$

Cuando éste valor es menor o igual a nuestra tolerancia, el programa se detiene y nos muestra la iteración y el valor obtenido para E_p con esa tolerancia.

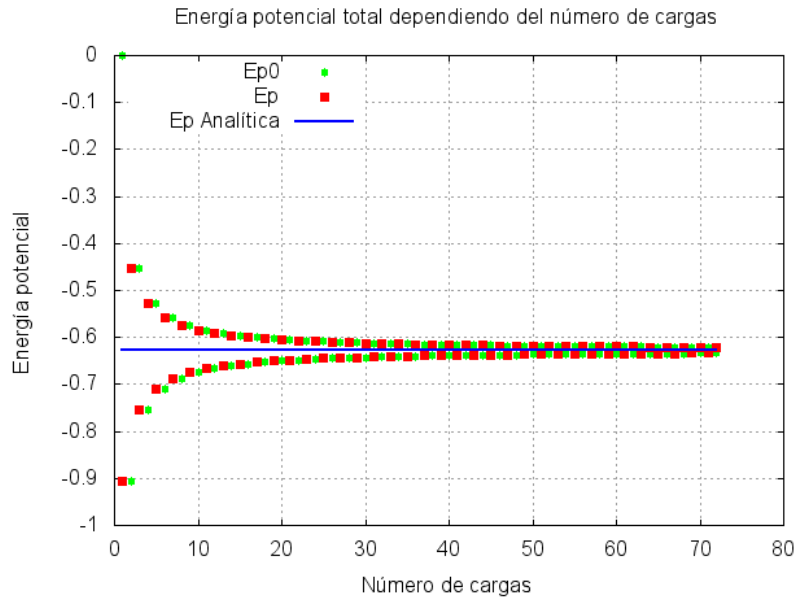


Figura 1: Convergencia de E_p a E_p Analítica según el número de cargas.

La Figura 1 muestra cómo la energía potencial converge hacia el valor analítico a medida que aumenta el número de cargas que situamos.

4. Resultados

Dados nuestros datos iniciales $d=2.21$, $tol=0.01$ y las expresiones para la energía potencial experimental y analítica, el programa se detiene a las 72 iteraciones, dando un resultado de $E_p=-0.62104158984124402$ y siendo $E_p\text{Analítica}=-0.62728251806751101$. Vemos que obtenemos un muy buen resultado, siendo la convergencia para el error determinado a las 144 cargas (2 cargas por iteración), es decir, 72 cargas a la derecha y 72 a la izquierda, alternándose entre cargas negativas y positivas