IRM- clase 2. HOJA Nº 1
FECHA

INECUACIONES (o desigualdades).

Resolver es encontrar todos los $x \in \mathbb{R}$ que la satisfacen. Muchas veces nos van a pedir expresar la solución como intervalos o como unión de intervalos.

Ejemplos:

1) $4x + 3 > -3$. $\quad Dom = \mathbb{R}$.

- si $x = 2 \Rightarrow$ $4 \cdot 2 + 3 > -3$.

$$8 + 3 > -3$$

$$11 > -3 \quad \text{V}$$

La inecuación se cumple para $x = 2$.

- si $x = -3 \Rightarrow$ $4 \cdot (-3) + 3 > -3$

$$-12 + 3 > -3$$

$$-9 > -3 \quad \text{F}$$

La inecuación NO se cumple para $x = -3$.

- Busquemos a todos los $x \in \mathbb{R}$ que son soluciones y los escribimos como intervalo.

$$4x + 3 > -3$$

$$4x + \cancel{3} \cancel{-3} > -3 - 3$$

sumo (-3) en ambos lados

$$4x > -6$$

$$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} > \frac{-\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{4}_{\,2}}$$

divido por 4 en ambos lados

$$x > -\frac{3}{2}$$

$Sol = (-\frac{3}{2} ; +\infty)$

Observación:

- Si: $a < b \iff a + c < b + c$.
  $>$ (si y solo si) $>$

y esto vale cualquiera sean $a, b, c \in \mathbb{R}$.

- $a < b \iff \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ con $\boxed{c > 0}$
  $>$ $>$

a y b pueden ser cualquiera en $\mathbb{R}$
pero c tiene que ser positivo

- $a < b \iff \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ con $\boxed{c < 0}$
  $>$ $<$

se invierte el sentido de la desigualdad.

otra vez: $a, b \in \mathbb{R}$, $c < 0$.

ej: $2 < 3$.

$$\frac{2}{-1} \ (?) \ \frac{3}{-1} \qquad c = -1$$

$$-2 \ (?) \ (-3) \quad \text{es mayor!}$$

$$\Rightarrow -2 > -3.$$

(2)

$$5x - 3 \leq -8x + 1$$

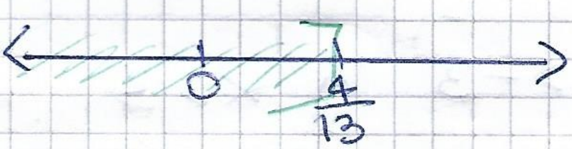
$$-3 - 1 \leq -8x - 5x$$

$$-4 \leq -13x$$

$$\frac{-4}{-13} \geq x$$

$$\frac{4}{13} \geq x$$

$$Sol = \left(-\infty, \frac{4}{13}\right]$$



observación.

- $a \underset{\geq}{\leq} b \iff a+c \underset{\geq}{\leq} b+c$

  $a,b,c \in \mathbb{R}$.

- $a \underset{\geq}{\leq} b \iff \frac{a}{c} \underset{\geq}{\leq} \frac{b}{c}$, $\boxed{c>0}$

  $a,b \in \mathbb{R}$.

- $a \underset{\geq}{\leq} b \iff \frac{a}{c} \underset{\leq}{\geq} \frac{b}{c}$, $\boxed{c<0}$

  $a,b \in \mathbb{R}$

(3) $-3 \leq 2x+3 < 3$

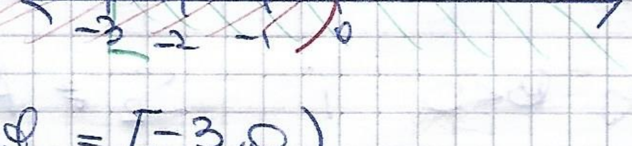
$-3 \leq 2x+3$ y $2x+3 < 3$.

intersección

$-6 \leq 2x$; $2x < 0$

$\frac{-6}{2} \leq x$; $x < \frac{0}{2}$

$-3 \leq x$; $x < 0$.

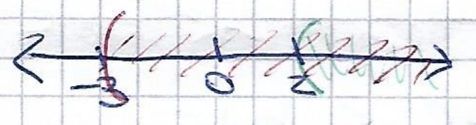
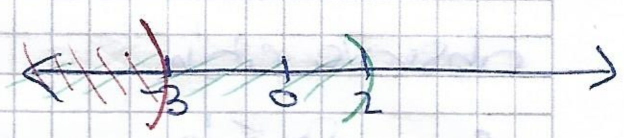


$$Sol = [-3, 0)$$

④. $(x+3)\cdot(x-2) > 0$.

$\underbrace{\left(x+3>0 \text{ y } x-2>0 \right)}_{S_1}$ $\underset{\substack{\text{Unión} \\ S_1 \cup S_2}}{\text{o}}$ $\underbrace{\left(x+3<0 \text{ y } x-2<0 \right)}_{S_2}$

$x>-3$ $\underset{\text{intersección}}{\text{y}}$ $x>2$ $\qquad\qquad$ $x<-3$ y $x<2$

$S_1 = (2, +\infty)$ $\qquad\qquad$ $S_2 = (-\infty, -3)$

$$Sol = (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$$

<u>En general</u>: • $A \cdot B \geq 0$

S_1: $A \geq 0$ y $B \geq 0$; $S_2 = A \leq 0$ y $B \leq 0$

$Sol = S_1 \cup S_2$.

• $A \cdot B \leq 0$.

S_1: $A \geq 0$ y $B \leq 0$; $S_2 = A \leq 0$ y $B \geq 0$.

$Sol = S_1 \cup S_2$

• $\dfrac{A}{B} \geq 0$ $\qquad$ Dom: $B \neq 0$.

S_1: $A \geq 0$ y $B > 0$; o S_2: $A \leq 0$ y $B < 0$.

$Sol = S_1 \cup S_2$.

• $\dfrac{A}{B} \leq 0$ $\qquad$ Dom: $B \neq 0$.

S_1: $A \geq 0$ y $B < 0$; $S_2 = A \leq 0$ y $B > 0$.

$Sol = S_1 \cup S_2$.

FUNCIONES:

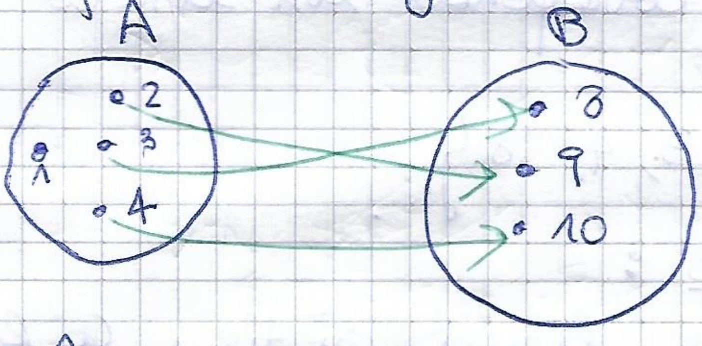
Definición: Dados dos conjuntos A y B se llama **función** de A en B a una ley o asignación de f, que a cada elemento $a \in A$ le asigna un **único** elemento $b \in B$.

Notación: $f: A \to B$, y para todo $a \in A$ indicamos $f(a)$ el único elemento de B que le corresponde por la función.

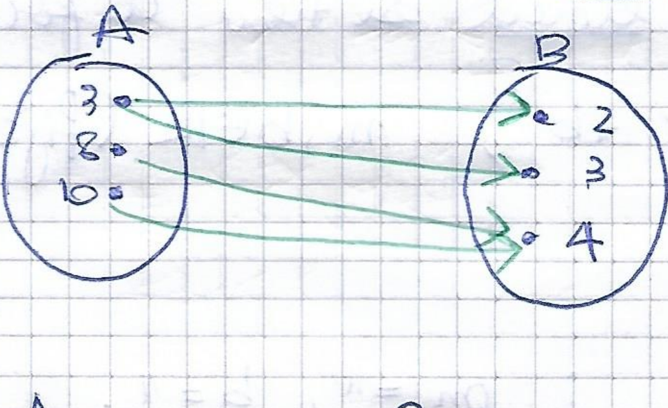
A es el **dominio** de f y se nota Dom(f).

B es el **codominio** de f y se nota codom(f).

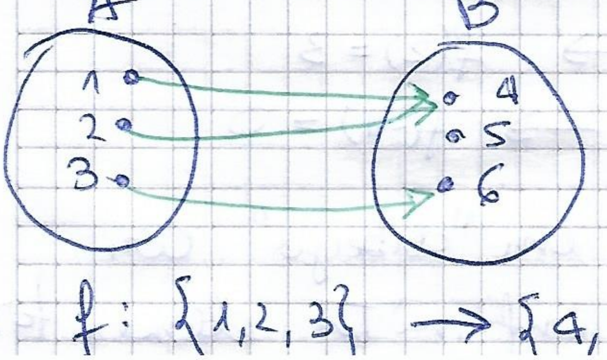
Ejemplos de asignaciones.



No es una función pues $1 \in A$ y no tiene asignado nada en B.



No es una función pues $3 \in A$ y tiene asignado dos elementos distintos de B.



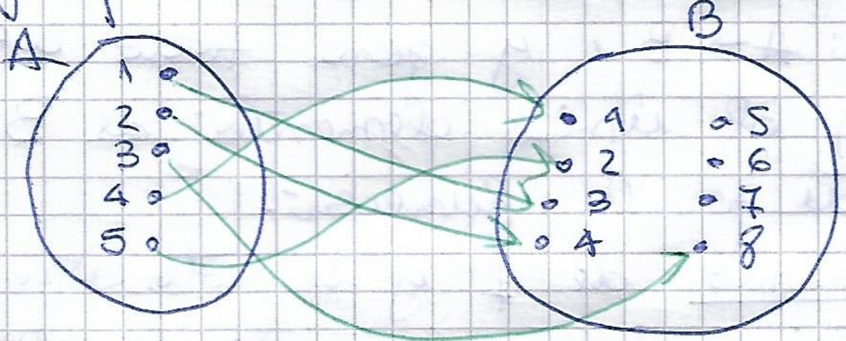
Sí es una función.

$f: \{1,2,3\} \to \{4,5,6\}$.

con $f(1) = 4$; $f(2) = 4$; $f(3) = 6$.

Definición: Sea $f: A \to B$, llamamos imagen de f al conjunto $\{ f(a) : a \in A$ $= \{ b \in B : \exists\, a \in A$ tal que $f(a) = b \}$.
Se nota $Im(f)$.

ejemplo:



$f: A \to B$ es una función ya que a cada elemento de A le corresponde un único elemento de B.

$$Im(f) = \{1, 2, 3, 4, 8\}.$$

Funciones lineales:

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se dice lineal si tiene la forma:

$$f(x) = mx + b, \quad m, b \in \mathbb{R} \text{ (fijos)}$$

$Dom(f) = \mathbb{R}$

ejemplos:

1) $f(x) = x + 1$. ; $m = 1$, $b = 1$.

$f(2) = 2 + 1 = 3 \to f(2) = 3$

$f(-1) = -1 + 1 = 0 \longrightarrow f(-1) = 0$

obs: No podemos hacer un "dibujo" con flechas pues $\mathbb{R}$ tiene infinitos elementos.

Es por esto que usamos a la variable "x" para poder definir a mi función, a través de la fórmula.

"$f(x) = x+1$"

queda determinado a donde va a parar (asignación) cada elemento $x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) = 2x - 8$. $m = 2$, $b = -8$.

$f(1) = 2.1 - 8 = -6 \rightarrow f(1) = -6$.

$f(0) = 2.0 - 8 = -8 \rightarrow f(0) = -8$.

$f(4) = 2.4 - 8 = 0 \rightarrow f(4) = 0$.

<u>Gráfico de una función</u>.

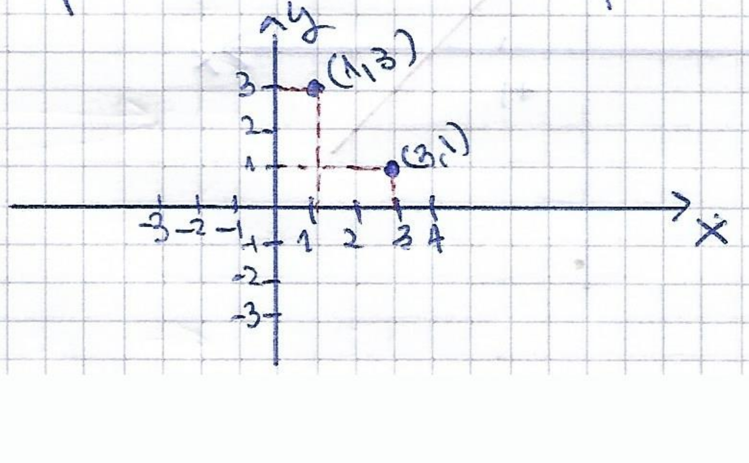
Si $f : A \rightarrow B$, con $A, B \subseteq \mathbb{R}$ entonces el gráfico de f vive en $\mathbb{R}^2$.

$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$$

es el conjunto de pares <u>ordenados</u> de números reales.

<u>Ordenados</u>: No es lo mismo $(1,3)$ a $(3,1)$

$\mathbb{R}^2$ se representa con un plano cartesiano



Si $f: A \to B$, $A, B \subseteq \mathbb{R}$

se define el gráfico de f como

$$\{ \underbrace{(x, f(x))}_{\in \mathbb{R}^2} : x \in A \} \subseteq \mathbb{R}^2$$

se nota $Gr(f)$

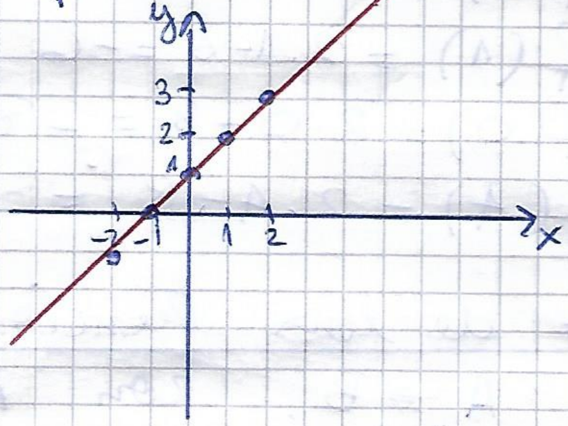
- Gráfico de funciones lineales

$Gr(f) = \{ (x, f(x)) : x \in \mathbb{R} \}$

siempre es una recta en $\mathbb{R}^2$.

Ejemplos: 1) $f(x) = x + 1$

x	$f(x)$
1	2
2	3
0	1
-1	0
-2	-1



Obs: Puedo poner DOS puntos del gráfico y luego unir con una regla.

2) $f(x) = -x + 2$