

Práctica 1: Funciones lineales y cuadráticas

1. En cada uno de los siguientes casos, hallar la expresión de la función lineal f que verifica las condiciones pedidas.
 - (a) El gráfico de f corta al eje x en $x = 2$ y $f(3) = 4$.
 - (b) El gráfico de f corta al eje y en $y = 3$ y es una recta perpendicular a la recta de ecuación $y = 2x + 1$.
 - (c) El gráfico de f pasa por los puntos $(3, 5)$ y $(9, 7)$.
 - (d) El gráfico de f pasa por el punto $(3, 2)$ y es una recta paralela a la recta de ecuación $y = \frac{1}{2}x + 7$.
2. En cada uno de los siguientes casos, hallar la expresión de la función cuadrática f que verifica las condiciones pedidas.

- (a) Tiene vértice en el punto $(1, -1)$ y su gráfico pasa por el punto $(2, 1)$.
- (b) Su gráfico corta al eje x en $x = -1$, al eje y en $y = 2$ y $f(1) = 1$.
- (c) $f(2) = 1$, $f(-2) = 0$ y $f(4) = 0$.
- (d) $f(2) = 0$, la primera coordenada del vértice es 3 y su gráfico corta al eje y en $y = -5$.
- (e) Su gráfico corta al eje y en $y = 2$, $f(1) = 4$ y $f(-3) = 4$.
- (f) $C_0(f) = \{3, 5\}$ y $f(0) = 5$.
- (g) $C_0(f) = \{2, 8\}$ y su valor máximo es 18.
- (h) $C_0(f) = \{2, 8\}$ y su valor mínimo es -9 .

Para cada una de las funciones cuadráticas f halladas, calcular su vértice, su intersección con el eje y , y los conjuntos $C_0(f)$, $C_+(f)$, $C_-(f)$ e $Im(f)$.

3.
 - (a) Hallar la expresión de la función cuadrática f cuyo gráfico pasa por los puntos $(3, 0)$, $(4, -12)$ y $(0, -12)$. Determinar su vértice, sus raíces (si es que las tiene) y su intersección con el eje y .
 - (b) Hallar la expresión de la función lineal g cuyo gráfico pasa por el punto $(2, -8)$ y corta al eje y en $y = 8$. Graficar f y g en un mismo sistema de coordenadas.
 - (c) Hallar analíticamente la intersección entre los gráficos de f y g .
 - (d) Sea $h(x) = -2f(x - 2) + 6$. Hallar analíticamente el vértice, las raíces (si es que las tiene) y la intersección con el eje y de la parábola determinada por el gráfico de h .
 - (e) Hallar, analíticamente, la intersección de los gráficos de g y h (si es que existe).
4. Sean $f(x) = x^2 - x + 2$ y $g(x) = mx + b$. Hallar analíticamente todos los $m, b \in \mathbb{R}$ para los cuales los gráficos de f y g se intersecan únicamente en el punto $(1, 2)$.
5. Sea $f(x) = x^2 - kx - \frac{1}{4}k + d$.
 - (a) Hallar todos los $k, d \in \mathbb{R}$ para los cuales $f(1) = \frac{1}{4}$ y f tiene una única raíz.
 - (b) Hallar todos los $k, d \in \mathbb{R}$ para los cuales $f(1) = \frac{3}{2}$ e $Im(f) = [\frac{1}{2}, +\infty)$.
6. Sea $f(x) = kx^2 - 2k^2x + 10$. Hallar todos los $k \in \mathbb{R}$ para los cuales $Im(f) = (-\infty, 2]$.
7. Para cada una de las siguientes funciones, realizar un gráfico aproximado y hallar analíticamente su intersección con los ejes coordenados. Calcular $C_0(f)$, $C_+(f)$ y $C_-(f)$ e $Im(f)$. Verificar con el gráfico realizado.

(a) $f(x) = 2x + 1.$

(b) $f(x) = -3x - 1.$

(c) $f(x) = 2.$

(d) $f(x) = x^2 - 3x + 2.$

(e) $f(x) = -2x^2 + x + 6.$

(f) $f(x) = 1 - x^2.$