

Práctica 5: Funciones exponenciales y logarítmicas

1. Realizar un gráfico de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = 2^x$.

(b) $f(x) = 2^{-x}$.

2. Hallar, analíticamente, los puntos del plano que son intersección de los gráficos de los siguientes pares de funciones:

(a) $f(x) = 5^{3x-2}$, $g(x) = 5^{4x+3}$.

(d) $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$.

(b) $f(x) = 9^{x^2}$, $g(x) = 3^{3x+2}$.

(c) $f(x) = 4x^3e^{4x}$, $g(x) = -3x^2e^{4x}$.

(e) $f(x) = 5^x$, $g(x) = 6 - 5^x$.

3. Sea $f(x) = e^{|3x-2|} - e^2$.

(a) Hallar $C_0(f)$ y $C_+(f)$.

(b) Hallar $Im(f)$. ¿Es f inyectiva?

4. Sea $f(x) = 2 \cdot 3^{x^2-ax-2} - b$.

(a) Hallar valores a y $b \in \mathbb{R}$ para los cuales $x = -1$ y $x = 3$ son raíces de f .

Para los a y b hallados en (a):

(b) Calcular $Im(f)$.

(c) Hallar un intervalo I donde f es inyectiva y, considerando $f : I \rightarrow Im(f)$, calcular la expresión de f^{-1} . (Sugerencia: Halle la expresión canónica de la función cuadrática que interviene en f).

5. Realizar un gráfico de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \log_2(x)$.

(d) $f(x) = \log(x)$.

(b) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$.

(e) $f(x) = \log_a(x)$, ($a > 1$).

(c) $f(x) = \ln(x)$.

(f) $f(x) = \log_a(x)$, ($0 < a < 1$).

6. Hallar, analíticamente, el dominio de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \ln(x - 2)$.

(d) $f(x) = \ln(e^{2x-3} - 1)$.

(b) $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$.

(c) $f(x) = \ln(e^x - 1)$.

(e) $f(x) = \ln(1 - e^{-2x+3})$.

7. Hallar, analíticamente, los puntos del plano que son intersección de los gráficos de los siguientes pares de funciones:

(a) $f(x) = 2 \ln(x)$, $g(x) = -2$.

(b) $f(x) = \ln(x^2)$, $g(x) = -2$.

(c) $f(x) = \ln(2x - 3)$, $g(x) = \ln(x - 2)$.

8. Para cada una de las siguientes funciones definir Dominio y Codominio para que resulte biyectiva y hallar la expresión de su inversa:

(a) $f(x) = 3^{x+2} - 2$.

(d) $f(x) = \ln(x^2 + 1) \quad (Im(f) = [0, +\infty))$.

(b) $f(x) = 3 \log_2(x) - 5$.

(e) $f(x) = e^{x^2+1} \quad (Im(f) = [e, +\infty))$.

(c) $f(x) = \log_7(49^x)$.

9. Para cada una de las siguientes funciones f : 1) hallar el $Dom(f)$, 2) hallar $C_0(f)$, 3) hallar $C_+(f)$, 4) hallar $C_-(f)$.

(a) $f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^{-2x+3} + 4$.

(b) $f(x) = |\log_{\frac{1}{2}}(x-1)| - 2$.

(c) $f(x) = \ln(2) - |\ln(3-x)|$.

10. Para cada una de las siguientes funciones f , hallar $Dom(f)$, $Im(f)$, $C_0(f)$, $C_+(f)$ y $C_-(f)$. Restringir, si es necesario, el Dominio y/o Codominio para que resulte biyectiva y hallar la expresión de su inversa.

(a) $f(x) = \ln(3x-2)$.

(d) $f(x) = \ln\left(\frac{3x-2}{x-2}\right) \quad (Im(f) = \mathbb{R} - \{\ln(\frac{3}{2})\})$.

(b) $f(x) = -2 \log_4(x-1) + 1$.

(e) $f(x) = \ln(4x^2 + 4x + 1) \quad (Im(f) = \mathbb{R})$.

(c) $f(x) = 2 \log_2(2-3x) - 6$.

(f) $f(x) = \ln\left(\frac{3x-2}{2x-3}\right) \quad (Im(f) = \mathbb{R} - \{\ln(\frac{3}{2})\})$.

11. Resolver las siguientes ecuaciones:

(a) $\log_2(\log_2((-4x+8)^2)) = 2$.

(b) $e^x + 2 - 3e^{-x} = 0$

(c) $2 \log_{\frac{1}{2}}(2-x) \log_2(x+1) + 6 \log_2(x+1) = 0$.