

Práctica 6: Aplicaciones de la Practica 5.

1. La función de demanda de un producto viene dada por:

$$p = D(x) = 250e^{-x+1}$$

¿Qué cantidad se espera vender para un precio de \$50 la unidad?

2. Un capital C se deposita en un banco durante t meses a un interés del $r\%$ anual con capitalización mensual produciendo un monto:

$$M(t) = C \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^t$$

- (a) ¿Qué monto produce un capital de \$100000 al 15% al cabo de un año?
 - (b) ¿Qué monto produce al cabo de un año y medio?
 - (c) ¿Cuánto se debe invertir para ganar \$100000 en tres años al 21%?
 - (d) ¿En cuánto tiempo se triplica un capital al 18%?
3. En 1989 la inflación anual de Estados Unidos era de 4,6%, mientras que en la Argentina se alcanzaba una inflación mensual del 33% en dicho año.
- (a) ¿Cuál fue la inflación anual en Argentina?
 - (b) ¿Cuál fue la inflación mensual en Estados Unidos?
4. Si se realiza un *plazo fijo tradicional* en el Manu-Bank, el interés anual es del 25% y se puede reinvertir mensualmente. Por otro lado, el *super plazo fijo* tiene un interés anual del 27% y se puede reinvertir trimestralmente.
- (a) Hallar el modelo de capital de ambos plazos fijos.
 - (b) Si se invierten \$10000, ¿cuánto se obtiene en 3 meses con el plazo fijo tradicional? ¿Cuánto se obtiene en 3 meses con el super plazo fijo?
 - (c) Si se invierten \$15000, ¿en cuánto tiempo se obtienen \$20000 con el plazo fijo tradicional? ¿Y con el super plazo fijo?
 - (d) Supongamos que el *mega plazo fijo* da un interés anual del 26% continuo. ¿Cuál de las tres opciones da más beneficios para un capital invertido por el período de un año?
 - (e) ¿Cuántos días deben pasar para que con el mega plazo fijo se obtengan \$20000 si se empieza con un capital inicial de \$15000?
5. La presión de aire P decrece exponencialmente a medida que aumenta la altura sobre la tierra, y se expresa con la ecuación

$$P(h) = P_0 e^{-1,2 \cdot 10^{-4} h},$$

donde P_0 es la presión del aire a nivel del mar y h es la altura en metros.

- (a) Si en la cima del Aconcagua la altura es de 6959 metros, ¿cuál es la presión de aire como un porcentual de la presión al nivel del mar?
- (b) La altura crucero de un avión comercial es de 12000 metros. A esa altura, ¿cuál es la presión de aire como un porcentual de su valor a nivel del mar?

6. El número de habitantes de la República Argentina podría estimarse aproximadamente mediante la fórmula $N(t) = 40e^{0,01t}$ millones de habitantes, donde la variable t indica el número de años transcurridos a partir del 2014. Siguiendo esta hipótesis
 - (a) ¿Cuál será el número estimable de habitantes para el año 2040?
 - (b) ¿En qué año habrán más de 50 millones de habitantes?
 - (c) ¿En qué año se duplicará el número de habitantes del año 2014?
7. Un cultivo se inicia con 1000 bacterias y duplica su tamaño cada 3 horas. Deduzca un modelo exponencial para el tamaño del cultivo en función del tiempo t en horas. Pronostique, con el modelo, cuántas bacterias habrá después de dos días.

Ejercicio de Modelización

Hoy en día varias organizaciones ecologistas proponen el cambio de piscinas tradicionales clorados a piscinas naturales (eco-piscinas), para evitar la picazón en ojos rojos y piel seca. La idea principal es imitar la biodiversidad y la función del medio natural. El logro de un equilibrio saludable no es fácil. Uno de los problemas que surge a menudo es el crecimiento de algas. El volumen de las algas puede reducirse introduciendo *Daphnia magna* y *pulex Daphnia*, que son criaturas microscópicas comunes en la mayoría de los lagos y estanques.

El 31 de octubre, ($t = 0$), la concentración de algas en una piscina estaba por encima de los valores considerados saludables. Por esa razón se decidió introducir colonias de *Daphnia magna* y *Daphnia pulex* en la eco-piscina. A partir de ese momento, las tres especies comenzaron a interactuar. La superficie (medida en mm^2) ocupada por las algas, así como la superficie cubierta de las colonias de *Daphnia magna* y *pulex*, siguen modelos exponenciales,

$$f(t) = ka^t,$$

donde t denota el número de días a partir del 31 de octubre.

Se observó que al cuarto día de comenzar el experimento la colonia *Daphnia magna* cubría una superficie de 1280 mm^2 y que el área cubierta se cuadruplicaba cada día.

- (a) Hallar la expresión $A(t) = ka^t$ que determina el comportamiento de la colonia *Daphnia magna*.
- (b) ¿Cuál era el área cubierta por la colonia *Daphnia magna* al comenzar el experimento?
- (c) ¿Cuál fue el área cubierta al noveno día?
- (d) ¿En qué día de comenzado el experimento la superficie cubierta por la colonia *Daphnia magna* fue de 81920 mm^2 .
- (e) Realice un gráfico aproximado de la función $A(t)$.

Con respecto a la colonia *pulex Daphnia*, se observó que al comenzar el experimento la colonia cubría una superficie de 40 mm^2 y al día siguiente el área cubierta fue de 80 mm^2 .

- (a) Hallar la expresión $B(t) = ka^t$ que determina el comportamiento de la colonia *pulex Daphnia*.
- (b) ¿En qué día de comenzado el experimento la superficie cubierta por la colonia *pulex Daphnia* fue de 40960 mm^2 ?
- (c) Realice un gráfico aproximado de la función $B(t)$.
- (d) ¿En algún momento la superficie cubierta por las colonias *Daphnia magna* y *pulex* fueron iguales?
- (e) ¿En qué intervalo de tiempo la superficie cubierta por la colonia *Daphnia magna* fue menor que la superficie cubierta por la colonia *pulex Daphnia*?

Al tercer día de comenzar el experimento se observó que el volumen ocupado por las algas cubría una superficie de 20480 mm^2 y al quinto día el área cubierta fue de 5120 mm^2 .

- (a) La superficie cubierta por las algas, ¿fue creciendo o decreciendo?
- (b) Hallar la expresión $C(t) = ka^t$ que determina el comportamiento de la colonia pulex Daphnia.
- (c) ¿En qué día de comenzado el experimento la superficie cubierta por las algas fue de 64 mm^2 ?
- (d) ¿En algún día la superficie cubierta por las algas fue de 0 mm^2 ?
- (e) Realice un gráfico aproximado de la función $C(t)$.
- (f) ¿En algún día la superficie cubierta por la colonia Daphnia magna y las algas fueron iguales?
- (g) ¿En algún día la superficie cubierta por la colonia pilex Daphnia y las algas fueron iguales?
- (h) ¿En qué intervalo de tiempo la superficie cubierta por las algas fue menor que la superficie cubierta por la colonia pulex Daphnia?
- (i) ¿En qué intervalo de tiempo la superficie cubierta por las algas fue mayor que la superficie cubierta por la colonia pulex Daphnia?