UNIVERSIDAD DE SAN ANDRÉS – Introducción al Razonamiento Matemático
Primavera 2020

Práctica 4: Funciones trigonométricas

1. Para cada una de las siguientes funciones f, hallar el $Dom(f)$, $C_0(f)$ y realizar un gráfico aproximado.
   (a) $f(x) = \text{sen}(x)$.
   (b) $f(x) = \cos(x)$.
   (c) $f(x) = \text{tg}(x)$.

2. Calcular en forma exacta:
   (a) $\cos(\frac{7}{6}\pi)$.
   (b) $\text{sen}(-\frac{1}{4}\pi)$.
   (c) $\text{tg}(7\pi)$.

3. Sea $t \in (0, \frac{\pi}{2})$ tal que $\cos(t) = \frac{1}{10}$. Sin hallar t, usando propiedades, calcular:
   (a) $\text{sen}(t)$.
   (b) $\text{sen}(\frac{\pi}{2} - t)$.
   (c) $\cos(\pi + t)$.
   (d) $\text{sen}(\frac{\pi}{2} + t)$.
   (e) $\cos(3\pi - t)$.
   (f) $\cos(t + \frac{3}{2}\pi)$.

4. Sea $t \in (\pi, \frac{3}{2}\pi)$ tal que $\cos(t) = -\frac{4}{5}$. Sin hallar t, usando propiedades, calcular:
   (a) $\text{sen}(t)$.
   (b) $\cos(\frac{11}{2}\pi - t)$.
   (c) $\text{tg}(\pi - t)$.

5. Hallar todos los $x \in \mathbb{R}$ que verifican
   (a) $\text{sen}(x) = 0$.
   (b) $\cos(x) = 0$.
   (c) $\text{sen}(x) = 1$.
   (d) $\cos(x) = 1$.
   (e) $\text{sen}(x) = -1$.
   (f) $\cos(x) = -1$.
   (g) $\text{sen}(x) = \frac{1}{2}$.
   (h) $\cos(x) = \frac{1}{2}$.
   (i) $\text{sen}(x) = -\frac{1}{2}$.
   (j) $\cos(x) = -\frac{1}{2}$.
   (k) $\text{sen}(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
   (l) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
   (m) $\text{sen}(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
   (n) $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
   (o) $\text{sen}(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   (p) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   (q) $\text{tg}(x) = 0$.
   (r) $\text{tg}(x) = 1$.
   (s) $\text{tg}(x) = -1$.
   (t) $\text{tg}(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
   (u) $\text{tg}(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.
   (v) $\text{tg}(x) = \sqrt{3}$.
   (w) $\text{tg}(x) = -\sqrt{3}$.

6. Para cada una de las siguientes funciones f, hallar $Im(f)$, los máximos y mínimos de f en el intervalo I indicado. I indicado:
   (a) $f(x) = -3\cos(x - \frac{\pi}{2}) + 2$, $I = [\pi, 4\pi]$.
   (b) $f(x) = \text{sen}(\pi x) - 2$, $I = [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$.
   (c) $f(x) = \frac{1}{4}\cos(-3x + \pi) + 1$, $I = [0, 2\pi]$.

7. Hallar las raíces de cada una de las siguientes funciones en el intervalo I indicado.

   (a) $f(x) = 2\mathrm{sen}(3x - \pi) + 1$, $I = \mathbb{R}$.
   (b) $f(x) = 3\cos(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}) + 3$, $I = [\pi, 8\pi]$.
   (c) $f(x) = 2 - 6\mathrm{tg}^2(4x)$, $I = [-\pi/2, \pi/2]$.
   (d) $f(x) = 12\cos^2(2x) - 6$, $I = [-\frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{4}]$.
   (e) $f(x) = \cos^2(\pi x - \pi/2) - 3\cos(\pi x - \pi/2) + 2$, $I = [-2, 3]$.

8. Sea $f(x) = 3\cos(t\,x + \pi) + 2$.

   (a) Hallar $Im(f)$.
   (b) Hallar todos los $t \in [-7, 7]$ para los cuales $x = 1$ es un mínimo de f.

9. En cada uno de los siguientes casos, hallar todos los $x \in [0, 2\pi]$ que verifican:

   (a) $2\mathrm{sen}(2x) + 1 = 0$.
   (b) $2\cos^2(x) + 3\mathrm{sen}(x) - 3 = 0$.
   (c) $\mathrm{tg}(\frac{x}{2}) + 1 = 0$.
   (d) $\cos(x) \cdot \mathrm{sen}(2x) - \cos(2x) \cdot \mathrm{sen}(x) = \frac{1}{2}$.
   (e) $\frac{1}{\cos^2(x)} + \frac{1}{\mathrm{sen}^2(x)} = 4$.

10. Sea $f(x) = a\,\mathrm{sen}(\frac{\pi}{3}x - \pi) + b$.

    (a) Hallar analíticamente, todos los $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, para los cuales el valor mínimo de f es -5 y el valor máximo de f es 15.
    (b) Hallar todos los mínimos de f en $[-2, 4]$.
    (c) Hallar todos los x en $[-2, 4]$ para los cuales $f(x) = 0$.