

# Producción y costos

---

Tutorial n° 3

24 de marzo, 2021

*Profesor: Juan Carlos De Pablo*

*Tutor: Diego Gabriel Delic*

# ¿Qué es la producción?

## Definición

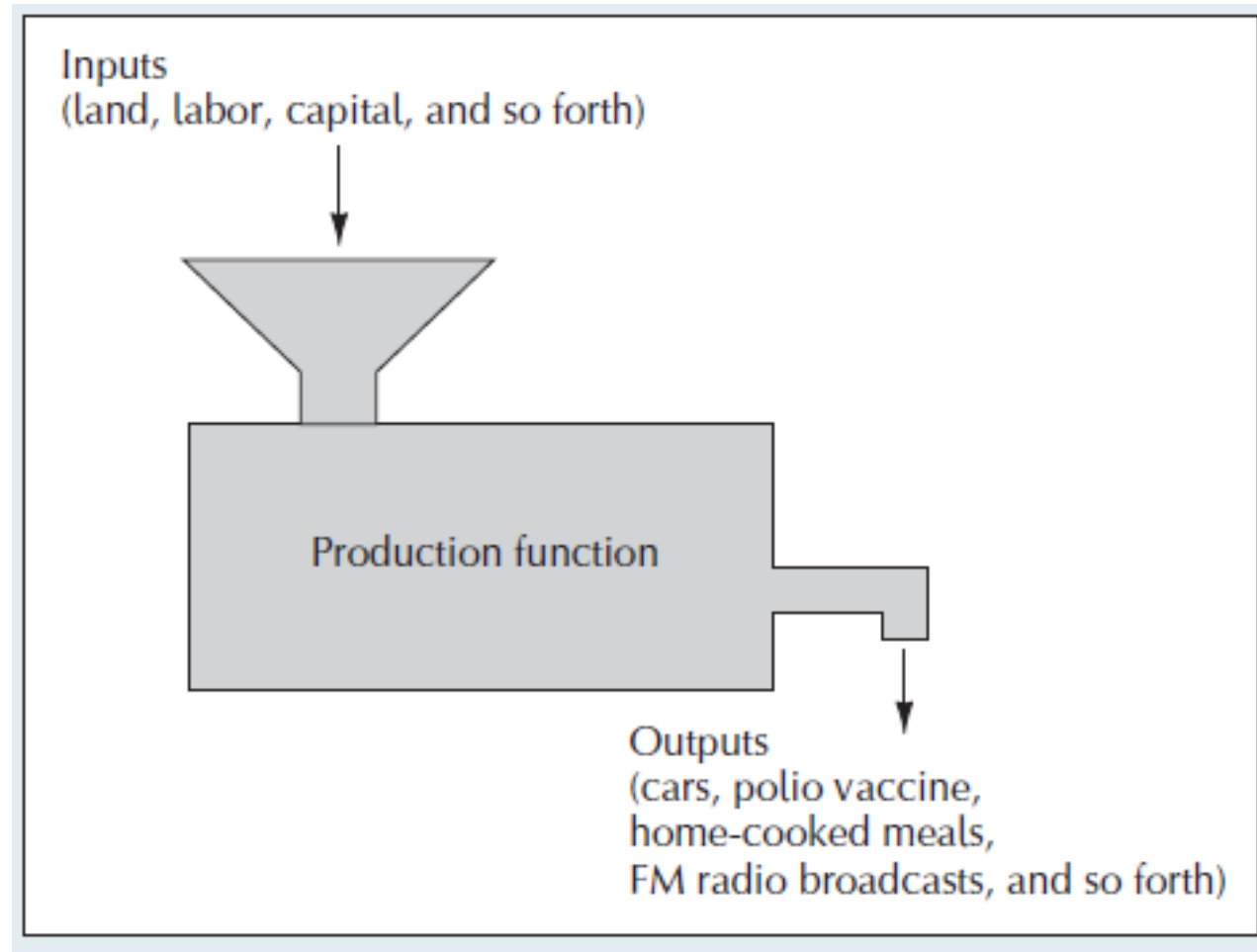
Lo vamos a entender como la combinación de insumos (o **factores** de producción) con el fin de obtener un producto

## Formalmente

$$Q = f(k, l)$$

- $Q$  = cantidad producida
- $L$  = cantidad de trabajo (factor)
- $K$  = cantidad de capital (factor)
- Podríamos tener menos (solo trabajo) o más (un tercero que sea “tierra”) factores

# ¿Qué es la producción?



- *Libro Frank, microeconomics & behavior*

# Tipos de factores

---

1. **Fijos:** no se pueden alterar en el corto plazo, sólo en el largo plazo
2. **Variables:** se pueden alterar en el corto y largo plazo

## Ejemplo

- Me dan la función de producción que vimos antes,  $Q = F(K,L)$
- Me dicen que el factor capital está fijo
- Entonces, para el corto plazo, cualquier decisión de cortar o incrementar producción tiene que venir por contratar más o menos trabajo

# Aspectos clave de la función de producción

## Economías de escala

- Es la relación entre el cambio de insumos y el cambio en la producción
- Nos vamos a preguntar qué tan eficiente es la producción (o la firma cuya función estamos analizando)

## Caracterizamos la respuesta con 3 posibilidades

### 1. Rendimientos **crecientes** a escala

Si aumentan todos los factores de producción en igual proporción, la producción aumenta **más** que proporcionalmente.

### 2. Rendimientos **constantes** a escala

Si aumentan todos los factores de producción en igual proporción, la producción aumenta en la **misma** proporción.

### 3. Rendimientos **decrecientes** a escala

Si aumentan todos los factores de producción en igual proporción, la producción aumenta **menos** que proporcionalmente.

# Midiendo la producción

## A. Producto marginal (concepto vital)

- Es el cambio en la producción cuando agregamos una unidad más de algún factor, por ejemplo trabajo
- Respuesta a la pregunta ¿cómo cambia **Q** cuando aumento 1 unidad **L**?

### Formalmente

$$PML = \frac{\delta Q}{\delta L}$$

- Pendiente de la función de producto total en un punto determinado. Mirar en el libro

## B. Producto medio

- En promedio, cuanto produce cada unidad de trabajo

### Formalmente

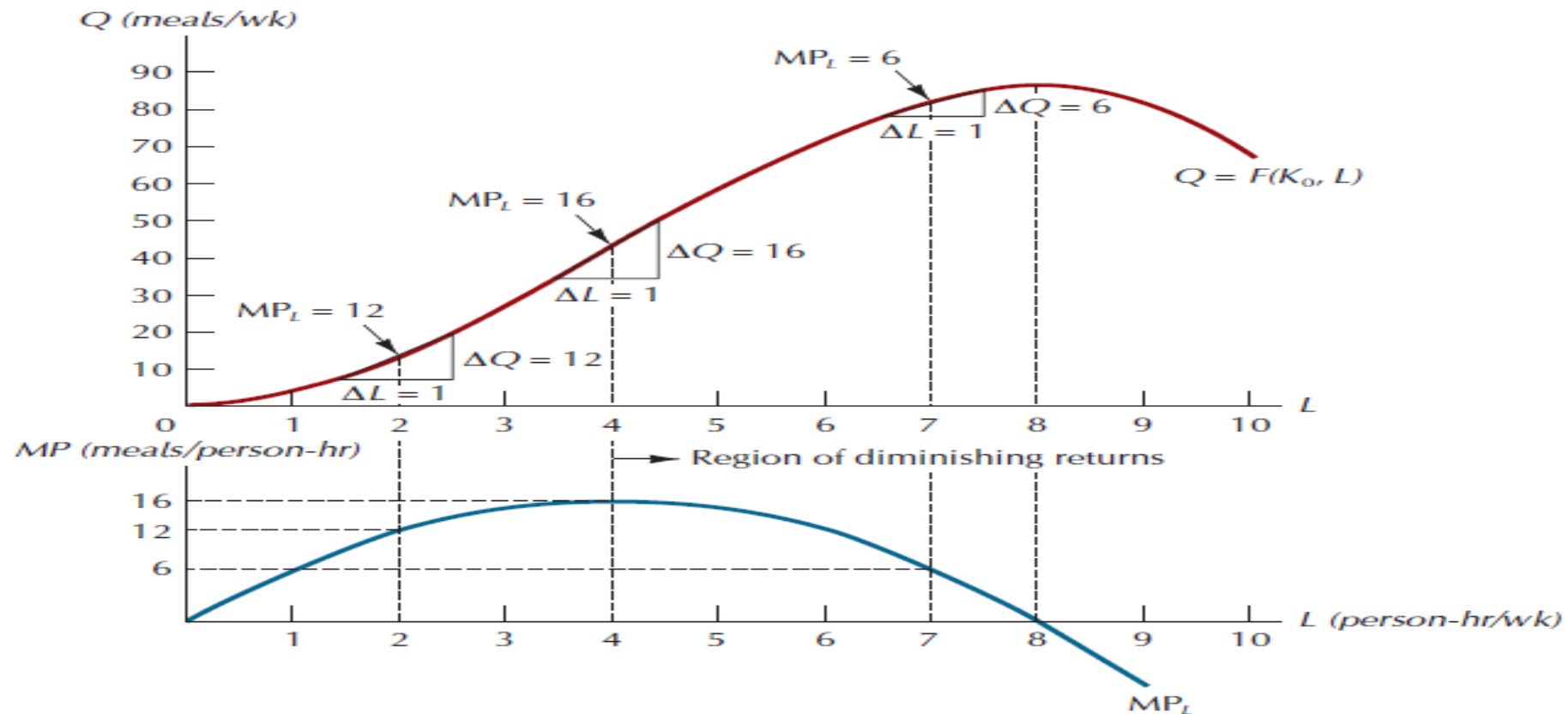
$$PMeL = \frac{Q}{L}$$

- Ejemplo: 100 unidades producidas, usando 10 trabajadores. Promedio: 10 unidades por trabajador

# Aspectos clave de la función de producción

## Rendimientos marginales decrecientes

- Agregar cada vez más cantidad de insumo tiene cada vez menores retornos en producción



# Midiendo los costos

1. **Fijos:** no varían con la cantidad producida.
  - Cuando varia mi producción en el corto plazo, el costo fijo no varia

$$cF = rK$$

2. **Variables:** dependen de la cantidad producida

$$cV = wL$$

3. **Totales:** Suma de los anteriores. Son todos los costos de producir.

$$cT = cF + cV$$



# Midiendo los costos

Como antes, tenemos los costos **medios**...

$$cFMe = \frac{cF}{Q} = \frac{rK}{Q}$$

$$cVMe = \frac{cV}{Q} = \frac{wL}{Q}$$

$$cTMe = \frac{cT}{Q}$$

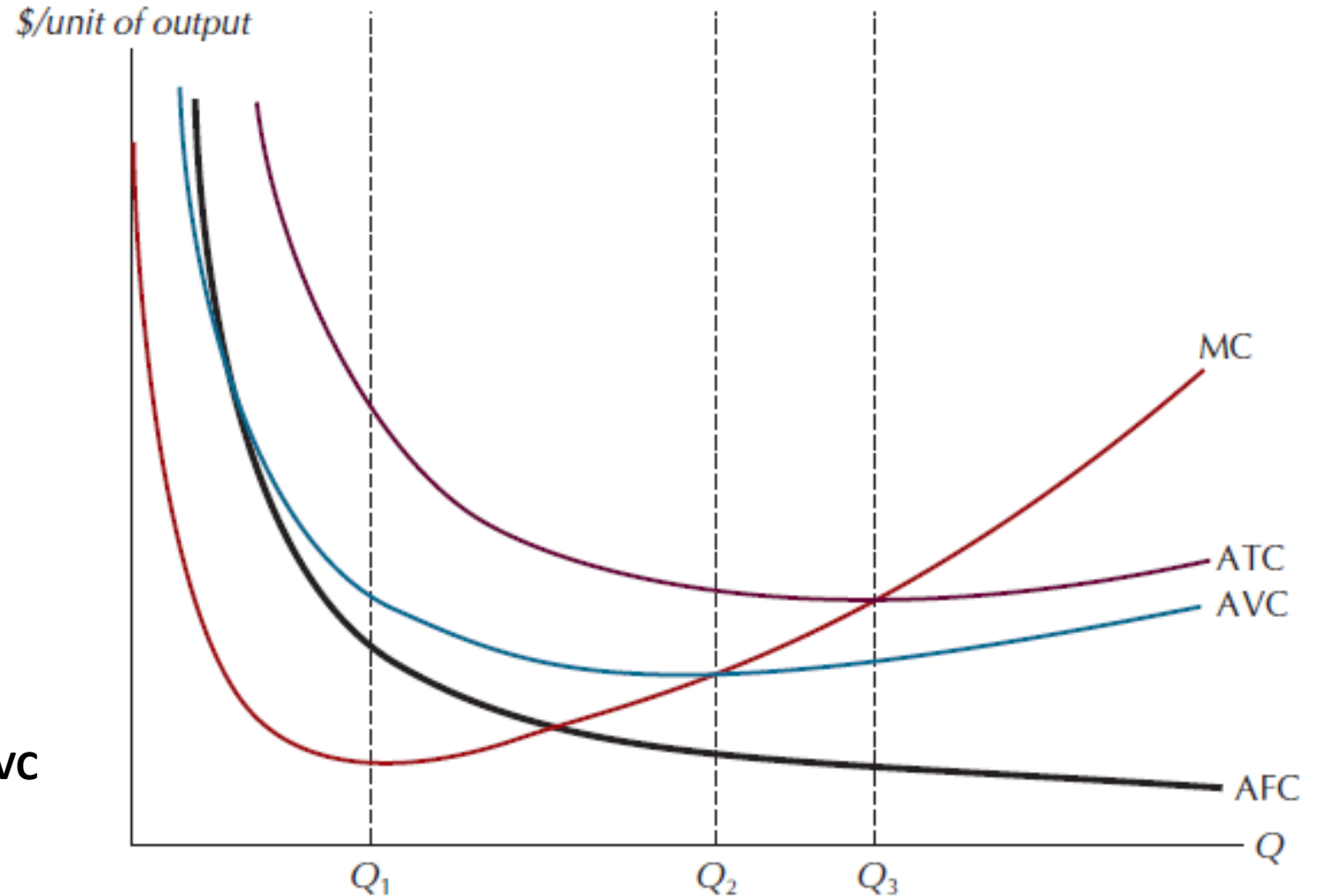
... y también los costos **marginales**

$$Cmg = \frac{\delta cT}{\delta Q} = \frac{\delta cV}{\delta Q}$$

- Cómo cambia el costo cuando aumenta la producción
- En otras palabras, ¿Cuánto me cuesta producir **una unidad más**?
- En este ejemplo, costo total
- Podría haber sido variable también, pero es lo mismo, pues el otro no varía!

# Midiendo los costos

- Una función típica de costos de producción
- Cuando costo marginal (MC) por abajo del costo promedio variable (AVC) entonces el costo medio cae
- Cuando MC esta por arriba del AVC, esta esta subiendo
- El costo marginal en un punto se puede interpretar como la pendiente de la curva de costo total en ese nivel de producción.
- **La curva de *MC* corta a las curvas de *ATC* y *AVC* en sus mínimos**
- **Si el CMg es constante, el CMe total tiene que ser decreciente pues incluye costos fijos**



## Reglas de optimalidad: pensar en el “margen”

- Para distribuir una cantidad dada de producción entre dos procesos de manera tal que el coste sea el mínimo posible, hay que igualar los costes marginales de los dos procesos.  $CMg1 = CMg2$

- La regla general para repartir eficientemente un recurso entre diferentes actividades productivas consiste en elegir el reparto con el que el producto marginal del recurso sea el mismo en todas las actividades.  $PMg1 = PMg2$

- ¡No usamos promedios para decidir óptimamente!
- Ejemplo: la ganancia promedio con un método de producción A es mejor a la ganancia promedio con el método de producción B
- Pero me interesa saber con qué método produciré más con una unidad adicional de insumo, el dato que necesito es la productividad marginal de cada método de producción

## Relación entre productos y costos (medios, marginal)

- Asumamos que sólo tenemos factor trabajo (L)

$$CMg = \frac{\delta cV}{\delta Q} = \frac{\delta(wL)}{\delta Q} = \frac{w}{\delta Q \frac{1}{\delta L}} = \frac{w}{Pmg}$$

$$CVMg = \frac{cV}{Q} = \frac{wL}{Q} = \frac{w}{Q \frac{1}{L}} = \frac{w}{\frac{Q}{L}} = \frac{w}{PMe}$$

- Me quedo con el caso de arriba. Entonces:
- El costo de producir una unidad más es igual al salario dividido la producción que genera ese trabajador
- Ver libro para los gráficos

### Por ejemplo

- Salario = 10
- Tengo 4 trabajadores. El número 5, si lo contrato, produciría 2 unidades más (PMg = 2)
- ¿El costo de producir una unidad más?
- $10 / 2 = 5$
- Intuición: el trabajador me suma dos unidades. Por lo tanto, producir 1 sólo más me sale la mitad de un salario

(1) ¿Verdadero o falso? Justifique.

(a) En una función de producción con rendimientos decrecientes a escala, si aumentamos la cantidad de insumos, disminuye el producto.

- **Falso.** Aumenta insumos usados, aumenta producción. La escala me habla de en qué proporción eso pasa

(c) La curva de costo marginal siempre cortará a la de costo medio variable y a la de costo medio total en sus respectivos puntos mínimos.

- **Verdadero.** Mirar la intuición en el libro. Al principio produzco mucho y me cuesta poco, por lo tanto el costo promedio decrece. Luego empiezo a producir menos por cada unidad adicional

(e) Si existen rendimientos decrecientes a escala, entonces la curva de costo medio variable será siempre creciente.

- **Verdadero.** Una cosa implica la otra, por definición. Repasar las relaciones con el libro

- **Hacer el 2.** Practiquen la cuenta

(2) Marque la opción correcta.

Sea la función de producción  $f(L) = L^{1/2} + 12$  y la correspondiente función de producto marginal  $PMg(L) = 1/2 L^{-1/2}$ . Se sabe que el salario es \$4 por hora. ¿Cuál es el costo marginal cuando la empresa está trabajando con 9 trabajadores?

- (a) \$24
- (b) \$48
- (c) \$2400
- (d) \$4800
- (e) \$0,24
- (f) \$0,48

# Ejercicios

**(3)** Este cuadro muestra los datos de una empresa que fabrica ropa y sólo utiliza trabajo como insumo:

Trabajadores	Producción	Producto Marginal	Costo total	Costo medio total	Costo marginal
0	0	0			
1	20	20			
2	50	30			
3	90	40			
4	120	30			
5	140	20			
6	150	10			
7	155	5			

- Hacer
- Resultados en la próxima slide
- Fijense que el CMg, PMg, CMe, dependen del nivel de producción

- (a) Un trabajador cuesta \$1.000 por día y la empresa tiene costos fijos de \$2.000. Complete los datos faltantes en el cuadro.
- (b) Explique el patrón observado para el producto marginal.
- (c) Explique el patrón observado para el costo medio total.
- (d) Explique el patrón observado para el costo marginal.
- (e) Compare la columna del producto marginal con la del costo marginal. ¿Cuál es la relación entre estos conceptos?
- (f) Compare la columna del costo medio total con la del costo marginal. ¿Cuál es la relación entre estos conceptos?

## Ejercicios

Trabajadores	Producción	Producto Marginal	Costo total	Costo total medio	Costo marginal
0	0	0	2.000	0	0
1	20	20	3.000	150	50
2	50	30	4.000	80	33,3
3	90	40	5.000	55,6	25
4	120	30	6.000	50	33,3
5	140	20	7.000	50	50
6	150	10	8.000	53,3	100
7	155	5	9.000	58,1	200

- (b) El producto marginal aumenta al principio y luego disminuye.
- (c) Cuando la cantidad es baja, el costo medio total disminuye a medida que aumenta la cantidad. Cuando la cantidad es alta, el costo medio total aumenta a medida que aumenta la cantidad.
- (d) El costo marginal aumenta rápido cuando aumenta el producto. Esto se debe a que el producto marginal es decreciente.
- (e) Cuando aumenta el producto marginal, el costo marginal disminuye, y viceversa.
- (f) Cuando el costo marginal es menor al costo medio total, el costo medio total está cayendo: el costo de la última unidad producida lleva el promedio hacia abajo. Cuando el costo marginal es mayor al costo medio total, el costo medio total está subiendo: el costo de la última unidad producida lleva el promedio hacia arriba.



**(4)** Grafique las curvas de producto total a corto plazo correspondientes a cada una de las siguientes funciones de producción si  $K$  es fijo e igual a 9.

(a)  $F(K,L) = 4K + 2L$

(b)  $F(K,L) = 4K^{0,5}L^{0,5}$

(c)  $F(K,L) = 4K^{0,5}L^2$

(d)  $F(K,L) = \text{Min}(K,L)$

Señale qué tipo de rendimientos a escala tienen las funciones (a), (b) y (c).

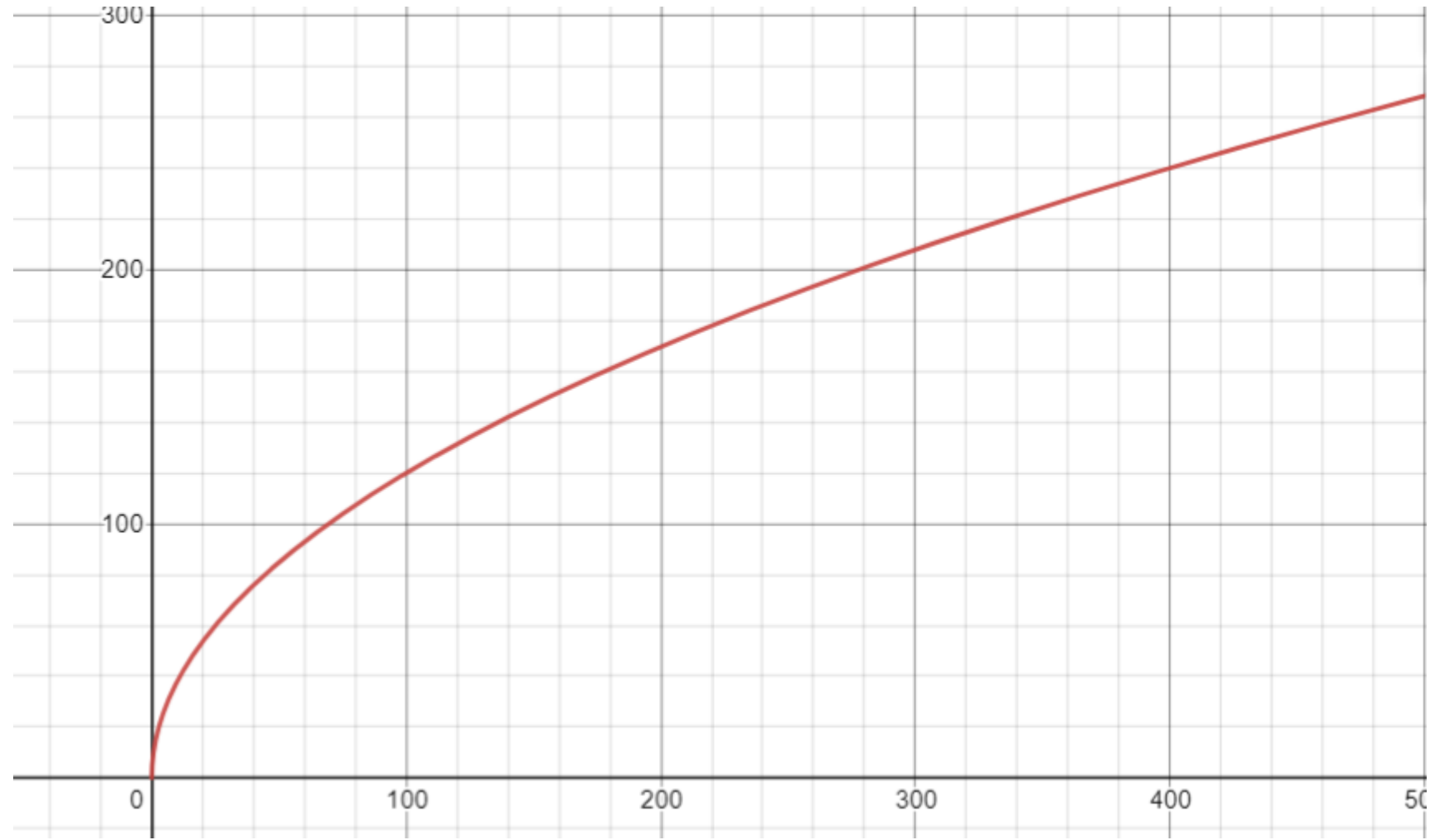
<https://www.desmos.com/calculator?lang=es>

# Ejercicios

- Inciso (b)
- Grafico lo siguiente

$$4 \cdot \left(9^{\frac{1}{2}}\right) x^{\frac{1}{2}}$$

- Es decir,  $K=9$ , y  $x=L$
- Estamos graficando la producción en función de  $L$ , el trabajo empleado
- **Rendimientos marginales decrecientes es lo que se ve en el grafico**
- **¿y la escala?**



$$F(K, L) = 4 * K^{\frac{1}{2}} * L^{\frac{1}{2}}$$

$$F(aK, aL) = 4 * (aK)^{\frac{1}{2}} * (aL)^{\frac{1}{2}}$$

$$F(aK, aL) = 4 * (K)^{\frac{1}{2}} * (L)^{\frac{1}{2}} * a$$

$$F(aK, aL) = F(K, L) * a$$

- Incrementamos los insumos en “a” y conseguimos que el producto se expanda en la misma cantidad
- Rendimientos constantes a escala
- Clave como distribuimos el exponente! Practicar el resto

# Ejercicios

- Ejercicio 5, practicar

**(6)** Una empresa tiene acceso a dos procesos de producción cuyas curvas de costo marginal son las siguientes:  $CM_1 = 0,4Q$  y  $CM_2 = 2 + 0,2Q$ .

(a) ¿Cuánto debe producir en cada proceso si desea producir 8 unidades?

(b) ¿Cuánto debe producir en cada proceso si desea producir 4 unidades?

- Separo la producción  $Q$  en cada proceso posible:  $Q_1$  y  $Q_2$
- En el inciso (a).  $Q_1 + Q_2 = 8$
- Reemplazo las funciones de costo marginal por la cantidad que corresponde
- $CM_1 = 0,4Q_1$
- $CM_2 = 2 + 0,2Q_2$
- ¡Ahora los igualo! ¿por qué?
- Porque el costo marginal va aumentando en cada proceso. Quiero sacarle lo más barato a cada uno

# Ejercicios

- Separo la producción  $Q$  en cada proceso posible:  $Q_1$  y  $Q_2$
- En el inciso (a).  $Q_1 + Q_2 = 8$
- Reemplazo las funciones de costo marginal por la cantidad que corresponde
- $CM_1 = 0,4Q_1$
- $CM_2 = 2 + 0,2Q_2$
- El costo marginal (de producir una unidad más es) está dado por la tabla
- Desde la 1 hasta la 6 me es más barato usar proceso 1
- La numero 7 y 8 voy al proceso 2
- Para el inciso (b), las 4 unidades serian con el proceso 1

	<b><math>0,4*Q_1</math></b>	<b><math>2 + 0,2*Q_2</math></b>
0	0	2
1	0.4	2.2
2	0.8	2.4
3	1.2	2.6
4	1.6	2.8
5	2	3
6	2.4	3.2
7	2.8	3.4
8	3.2	3.6

# Ejercicios

**(7)** Una fábrica tiene dos plantas: una planta chica y otra grande. El único insumo de producción que se utiliza es el trabajo (L). El producto total está dado por:

Planta Chica

$$Q(L) = 25L \text{ si } 0 < L < 25$$

$$Q(L) = 50L - 1/2L^2 - 312,5 \text{ si } 25 < L < 90$$

Planta Grande

$$Q(25,L) = 20L$$

El producto marginal de  $Q(L) = 50L - 1/2L^2 - 312,5$  es  $PMg(L) = 50 - L$ .

Determine cómo deben distribuirse los trabajadores en las dos plantas si:

(a) Se quieren distribuir 2001 trabajadores.

(b) Se quieren producir 2001 unidades.

- Lo importante es comparar productividades marginales
- Inciso (a): 30 en la planta chica, el resto en la grande (las primeras 30 tienen mejor productividad, y a partir de ahí se igualan. Si siguiera produciendo en la chica, tendría menos productividad que en la grande)
- ¿Y por qué no me conviene usar solo 25 empleados para obtener 25.L?
- La lógica para el inciso (b) es la misma. 30 empleados en la planta chica, cuanto producen?
- El resto de producción debería ser hecho en la planta grande. Calcular cuantos empleados son