## UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA

FÁBIO EMANUEL DE SOUZA MORAIS

Heurística Matemática Híbrida para Recuperação da Malha de Empresa Aérea

São Paulo

## FÁBIO EMANUEL DE SOUZA MORAIS

## Heurística Matemática Híbrida para Recuperação da Malha de Empresa Aérea

Dissertação apresentada a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção de Título de Mestre em Ciências.

São Paulo

## FÁBIO EMANUEL DE SOUZA MORAIS

# Heurística Matemática Híbrida para Recuperação da Malha de Empresa Aérea

## Versão Corrigida

(Versão original encontra-se na unidade que aloja o Programa de Pós-Graduação)

Dissertação apresentada a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção de Título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Engenharia de Transportes

Orientador: Professor Doutor Nicolau D. Fares Gualda

São Paulo

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 18 de abril de 2019

Assinatura do autor:

Assinatura do orientador:

#### Catalogação-na-publicação

Morais, Fábio Emanuel de Souza Heurística Matemática Híbrida para Recuperação da Malha de Empresa

Aérea / F. E. S. Morais -- versão corr. -- São Paulo, 2019. 104 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.

1.Transporte Aéreo 2.Programação Linear 3.Heurística 4.Pesquisa Operacional I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Transportes II.t. Nome: MORAIS, Fábio Emanuel de Souza

Título: Heurística Matemática Híbrida para Recuperação da Malha de Empresa Aérea

Dissertação apresentada a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção de Título de Mestre em Ciências

Aprovado em: 21 / C	13:2019			
Banca Examinadora				
Prof Dr. Nica CAR	DIONISCE F.	innes Gums	A-	7
Instituição: EPUS P	+ PTR	Assinatura: <	Andrel & June	9
Prof Dr. Cary Instituição:			lef	
Prof Dr. ANDRE	BERGSTEN ME	WOSS		
Instituição: EPUSP	0	Assinatura:	DI WB	

À minha esposa Tauane e ao meu pai José do Patrocínio. O amor pela ciência que ela tem me inspirou a percorrer este mestrado. Também me inspirou, a sede de conhecimento que meu pai tem em toda sua vida. Espero transmitir ao meu recém-chegado filho Emanuel essa sede.

## **AGRADECIMENTOS**

O período deste mestrado praticamente se confunde com o de casado com minha amada esposa Tauane. Nesses três anos vivemos juntos muitas experiências que valem ser lembradas aqui: coleta de dados do doutorado da Tauane, foram mais de 200 ratos que doaram suas vidas em prol da ciência, saída e entrada de dois empregos meus, dois anos dela como professora universitária, acompanhados de dois anos meus trabalhando no Rio de Janeiro, quitação do apartamento, viagens e o mais importante gravidez e o nascimento do nosso querido Emanuel. Agradeço a Tauane e a nossa querida Herba por estarem comigo nesse longos e frenéticos anos.

Aos amigos que chegaram com o mestrado, eu só tenho a agradecer pelos momentos agradáveis que tivemos juntos. Momentos esses em sala de aula, no bar, nos eventos e, mais que tudo, no mundo virtual. Espero que esses laços de amizade que se criaram sejam duradouros. Gabriel Mormilho, Julia Amaral, Guilherme Bandones, Janaina Carli, Renan Iwama e Maurício Souza Obrigado.

Finalizando, agradeço grandemente a Érica Rocha, pois sem ela, nada disso teria se iniciado. Por último, aos professores que me conduziram neste trabalho acadêmico: Nicolau Gualda e Daniel Caetano.

### **RESUMO**

Perturbações na malha aérea ocorrem em todo o mundo e afetam econômica e operacionalmente as empresas aéreas. Em 2016, os gastos que essas perturbações causaram às empresas aéreas e aos seus clientes giraram em torno de US\$60 bilhões, cerca de 8% da receita de todas as empresas aéreas do mundo. Este trabalho apresenta uma Heurística Matemática Híbrida, envolvendo otimização por programação inteira mista, para resolver o Problema da Recuperação da Malha Aérea de uma empresa, em até vinte minutos, para uso do Centro de Controle Operacional (CCO) da empresa aérea. A solução consiste em uma nova programação de voos que minimiza os custos da alteração da malha aérea e atenda as restrições impostas por um cenário de múltiplas perturbações, quais sejam: atrasos, cancelamentos de voos, fechamento ou redução de capacidade aeroportuária e manutenções não-programadas. Além da heurística, apresenta-se também um modelo de fluxo em rede com programação inteira para resolver de forma exata o Problema da Recuperação da Malha. Esse modelo obteve resultados em instância de até 500 voos, para todo tipo perturbação, em tempo de execução razoável, exceto para as instâncias em que a capacidade aeroportuária estava muito comprometida. A heurística matemática híbrida apresentou resultados com diferenças de até 5% com relação ao ótimo para as instâncias com até 6000 voos, independentemente do nível de perturbação imposta à malha aérea, com tempo de execução que permite o seu uso prático.

Palavras-chave: Problema da Recuperação do Malha e do Avião. Perturbações. Manutenção aeronave específica. Problema de Recuperação da Malha de Empresa Aérea.

## **ABSTRACT**

Schedule disruptions occurs worldwide and affect economically and operationally the airlines. In 2016, disruptions cost airlines and their customers around \$60 billion, or about 8% of worldwide airline revenue. In this thesis, a Hybrid Math-Heuristic including a mixed-integer linear optimization is presented. It is aimed at assisting airlines to solve the Aircraft Recovery Problem through their Operations Control Centers (OCC) in up to twenty minutes. The solution consists in a new changed schedule that minimizes the cost of changes and deals with constraints related to a scenario with multiple disruptions: delays, flight cancelations, closures or airport capacity reduction and non-scheduled maintenance. Besides the heuristic, a network flow integer programming model is presented to provide exact solutions to the Aircraft Recovery Problem. The Exact Model achieved optimal results for instances with up to 500 flights subjected to all kinds of disruptions in reasonably times, except for instances with highly constrained airport capacity. The Hybrid Math-Heuristic achieved results with maximum optimal GAP of up to 5% for instances with up to 6.000 flights, no matter the level of the imposed disruption, with time of execution that permits its use in practice.

Keywords: Aircraft Recovery Problem. Disruptions. Maintenance to the specific aircrafts. Airline Recovery Problem.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Etapas do Planejamento Operacional
Figura 2- Áreas que interagem com o CCO na execução de malha22
Figura 3 - Quantidade de artigos publicados sobre o Aircraft Recovery31
Figura 4 - Gráfico Gantt Malha Aérea
Figura 5 - Visão da ocupação de pista do Aeroporto Brasília (BSB)43
Figura 6 - Rede Espaço-Tempo aeronaves tipo A320 com 174 assentos
Figura 7 - Rede Espaço-Tempo adicionado voo 503
Figura 8 - Perturbação de atraso de 60min do voo 7d70350
Figura 9 - Rede Espaço-Tempo adicionadas opções de atraso51
Figura 10 - Programação de Voo com arco de manutenção54
Figura 11 - Programação de Voo alterada – Custo total 2.402€60
Figura 12 - Rede Espaço-Tempo com nós de fim do período de recuperação61
Figura 13 - Programação inicial de A31874
Figura 14 - Resultado da atribuição de frota para o atraso de V1 em 60 min
Figura 15 - Linhas de Voos das aeronaves A321 - Instância A3 (a)(b)84
Figura 16 - Linhas de Voo da aeronave A320 - Instância A4
Figura 17 - Função Objetivo Instâncias Grupo A: Heurística Matemática vs Resultados
exatos87
Figura 18 - Custo da Atribuição das Instâncias Grupo B: Hibrido Vs Inicial89
Figura 19 - Função Objetivo Instâncias Grupo A: Hibrido Vs Exato90
Figura 20 - Tempos das etapas do método híbrido. Grupo B93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1– Artigos publicados sobre o Aircraft Recovery desde 2010	32
Tabela 2 – Lista de voos	40
Tabela 3 – Rotação de aeronaves	41
Tabela 4 – Lista de eventos	44
Tabela 5 – Informações das aeronaves	53
Tabela 6 – Capacidade aeroportuária disponível	56
Tabela 7 – Alterações na programação de voos	59
Tabela 8 – Período de Recuperação	60
Tabela 9 – Descrição das Instâncias (ROADEF 2009)	80
Tabela 10 – Resultados Método Exato	83
Tabela 11 - Resultados da Heurística Matemática Híbrida	90
Tabela 12 -Resultados da Heurística Matemática Híbrida com o Relaxa	mento da
condição de Recuperação	94
Tabela 13 - Resultados das instâncias C1 e C2 após o Relaxamento da co	ndição de
Recuperação	95

## Sumário

Capítulo 1 - Introdução	14
1.1 - Objetivo do Mestrado	15
Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica	17
2.1 O planejamento operacional	17
2.2 O recovery na prática	21
2.3 Literatura do <i>recovery</i>	23
2.3.1 Primeiros trabalhos	23
2.3.2 Instâncias maiores	25
2.3.3 Novas pesquisas	31
2.4 Conclusão da Revisão	38
Capítulo 3 - Método Proposto	39
3.1 Elementos do Aircraft Recovery Problem	39
3.1.1 Programação de voos e sua representação matemática	39
3.1.2 Perturbações e Alterações	47
3.1.3 Custos generalizados	57
3.1.4 Período de Recuperação	60
3.2 Modelo matemático	61
3.3 Criação da rede espaço-tempo	66
3.4 Heurística Matemática	67
3.4.1 Atribuição de Frota	68
3.4.2 Rotação de Aeronaves	72
3.4.3 Heurística Matemática Híbrida	77
4.1 - Instâncias	79
4.2 – Resultados exatos	82
4.3 – Heurística matemática híbrida	86

4.3.1 - Validação da Heurística	86
4.3.2 - Resultados das instâncias	89
4.3.3 - Análise do Tempo de Execução	92
4.3.4 - Análise do relaxamento da restrição de recuperação	93
4.3.5 - Análise das instâncias em que o método não encontrou resultado	95
Capítulo 5 - Conclusões	96
Referências	98

## Capítulo 1 - Introdução

Maio de 2010 foi marcado pela erupção do vulcão Eyjafjallajökull, na Islândia. Nos seis primeiros dias, as cinzas escureceram os céus de toda a Europa. Sob o risco de ingestão de cinzas e a possibilidade de haver desligamento de turbinas em voo, 95 mil voos foram cancelados, deixando 1,2 milhões de passageiros no chão em um único dia. Estima-se que as empresas aéreas perderam US\$1,7 bilhões (BBC, 2011) nestes seis dias, o que representa 19,2% do custo geral da aviação mundial no mesmo período (IATA, 2017).

Os números acima mostram a importância de a empresa aérea estar preparada para enfrentar grandes perturbações na malha aérea - perturbações essas que podem acontecer por razões externas à sua administração, por melhor que esta seja. A grande maioria das empresas tem manuais e procedimentos consolidados para enfrentar tais situações. O desafio que se coloca é atender não somente as necessidades de seus passageiros em tais situações, mas fazer isso da forma mais econômica possível para a empresa aérea.

A aviação é uma atividade de custos elevados e, portanto, a busca por soluções mais econômicas está presente no dia a dia dos principais atores operacionais. Nesta busca, desde o final da década de 1950, a Pesquisa Operacional adquiriu um papel crítico na otimização de recursos, buscando atender também as inúmeras restrições da indústria. Além disso, ela tem ajudado a encontrar estratégias para sustentar altos crescimentos, favorecendo a transformação da aviação em uma indústria de serviço em massa (Barnhart et al, 2003). Dentre as esferas de aplicação da pesquisa operacional, estão: *Schedule Planning*, que se refere ao planejamento da Programação de Voos; *Revenue Management*, que gerencia o inventário de passagens aéreas compradas de modo a maximizar a receita; e *Airline Recovery Problem*, que é a gestão da programação de voos quando ocorrem perturbações na operação. O caso do vulcão Eyjafjallajökull é um exemplo emblemático do *Airline Recovery Problem*, em que soluções otimizadas permitem economias financeiras consideráveis.

O *Airline Recovery Problem*, foco deste trabalho, é formalmente definido pela reunião de quatro subproblemas (Petersen *et al*, 2012):

- *Schedule Recovery Problem*: Encontrar uma nova Programação de Voos, ou seja, definir tempos de atraso, ou mesmo cancelamentos dos voos face às perturbações impostas à malha original;
- Aircraft Recovery Problem ARP: Atribuir aeronaves em condições de voo à nova Programação, respeitando as restrições de manutenção;
- *Crew Recovery Problem*: Atribuir os membros das Tripulações à nova Programação, respeitando os requerimentos legais.
- Passenger Recovery Problem: Reacomodar, nos voos da nova Programação, os passageiros cujos voos tenham sido alterados pela perturbação.

O Airline Recovery Problem é um problema de ordem operacional, cuja solução prática envolve, necessariamente, resolver os quatro subproblemas acima, uma vez que as perturbações afetam as três entidades principais: programação de voos, tripulação e passageiro. Isto pode ser verificado com um exemplo clássico de perturbação, o fechamento de um aeroporto por chuva. Nesse caso, a programação de voos é afetada, pois a chuva acarreta atrasos e cancelamento de voos. Em consequência, tripulações que deveriam chegar ao aeroporto onde ocorreu a chuva, com o objetivo de assumir novos voos, acabam por não chegar, impedindo a realização dos mesmos. Da mesma forma, por conta da chuva, passageiros que voavam para aquele local têm seus voos redirecionados a outros aeroportos. A empresa aérea, portanto, necessitará prover meios para os passageiros chegarem aos destinos para os quais compraram seus bilhetes.

## 1.1 - Objetivo do Mestrado

O objetivo deste trabalho foi desenvolver uma abordagem heurística para auxiliar a empresa aérea na resolução do *Airline Recovery Problem*, focando na busca de soluções otimizadas para as duas etapas iniciais: o *Schedule Recovery Problem* e o *Aircraft Recovery Problem*. Mais especificamente, dois objetivos foram perseguidos: (1) minimização das alterações de voo; e (2) reestabelecimento da programação original de voos depois de um período de tempo específico. Desta forma, buscou-se uma nova programação de voos que acarretasse o menor incômodo possível aos passageiros e que, por outro lado, gerasse mais benefícios à empresa aérea no longo prazo (SERRANO, 2017).

A heurística-matemática aqui desenvolvida foi denominada de *Aircraft Recovery Model*. As perturbações modeladas foram atrasos, cancelamentos e manutenções – estas acarretam modificações na programação de voos, gerando atrasos e cancelamentos em cascata, além de trocas de aeronave (*swap*) entre voos. Atribuíram-se custos generalizados às alterações na programação de voos original e voos de traslado (*ferry*) não foram considerados.

## Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

## 2.1 O planejamento operacional

O airline recovery é a última etapa do processo de planejamento operacional de uma empresa aérea. Este consiste na definição e na operação da programação de voos ou malha aérea, buscando a máxima rentabilidade e a redução dos impactos negativos aos passageiros que ocorrem durante a operação dos voos. Anderson (2001) descreveu o planejamento operacional como a reunião de oito problemas distintos, divididos em três grandes etapas: planejamento estratégico (*Strategic Planning*), planejamento tático (*Tactical Planning*) e planejamento operacional (*Operational Planning*). Esses são tratados de forma sequencial e crescente no tempo, ou seja, primeiro resolve-se o estratégico, 1 ano a 6 meses antes do voo; em seguida, o planejamento tático, 3 meses de antecedência e, por último, o planejamento operacional, que se inicia 3 dias antes do voo e segue até à sua execução. Uma representação esquemática encontra-se na Figura 1.

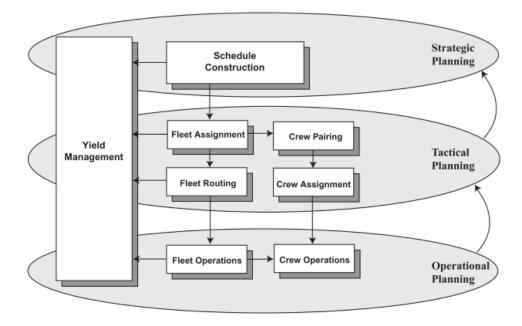


Figura 1- Etapas do Planejamento Operacional

Fonte: Anderson (2001)

A definição da malha aérea (*Schedule Construction*), dentro do planejamento estratégico, é feita inicialmente. Nesta etapa, definem-se quais mercados a malha aérea deve atender (par de cidades), quantos assentos, frequência semanal e em quais horários. Lohatepanont e Barnhart (2004) apresentam modelos matemáticos que buscam maximizar as receitas e minimizar os custos operacionais envolvidos. Além dos objetivos financeiros, abertura de novos mercados e enfrentamento da concorrência são considerados nesta etapa. (KLABJAN, 2004) (CAETANO; GUALDA, 2017). As entradas desses processos são as demandas de passageiros entre as cidades, os preços aplicados e os custos operacionais das aeronaves e da infraestrutura utilizada. Ao final desta etapa, a empresa aérea tem uma programação de voos montada e a publica nos sistemas de reservas para venda dos assentos<sup>1</sup>.

O planejamento tático tem como objetivo alocar os recursos — tripulantes e aviões - à programação de voo da maneira mais eficiente possível. A minimização do uso do recurso é frequentemente buscada como objetivo, pois assim, custos são reduzidos. Além disso, restrições operacionais que não foram tratadas nas etapas anteriores são consideradas, tais como: manutenções de aviões, fechamentos noturnos de aeroportos, descanso e folgas de tripulantes (GOPALAN; TALLURI, 1998). Quatro problemas compreendem o planejamento tático, dois para alocar as aeronaves ou frota aos voos e dois para alocar a tripulação aos voos: atribuição de frota(*fleet assignment*), rotação de aeronave(*fleet routing*), definição de viagens(*crew pairing*) e escala de tripulantes(*crew assignent*).

A alocação da frota é feita em duas etapas, a primeira é chamada de atribuição de frota, e sua função é definir o tipo de aeronave ou configuração que cada voo irá operar, haja vista, que, em geral, as empresas aéreas possuem em suas frotas mais de um tipo de avião. Os tipos de aeronave variam entre si quanto à motorização<sup>2</sup> e quanto à configuração ou quantidade de assentos. Esta definição já fora feita na etapa anterior – definição da malha, porém o planejamento tático a revisa, levando em consideração a quantidade de aeronaves da frota, novas restrições operacionais e, principalmente, novas demandas de passageiros e preços mais atualizados, dada a proximidade do voo (BARNHART, 2013). Três decisões podem surgir como resultado da atribuição de frotas: 1 – o voo mantém o tipo de aeronave em que fora alocado inicialmente; 2 – o voo passa a ser operado por uma

<sup>1</sup> Para mais detalhes, ver (BELOBABA; ODONI; BARNHART, 2009)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Existem os aviões a hélice ou turbo-propulsores e os aviões a turbina.

aeronave de maior capacidade de assentos e 3 - o voo passa a ser operado por uma aeronave de menor capacidade de assentos. A demanda de passageiros é a variável principal, pois se há indicativo que a quantidade de oferta de assentos disponível à venda é muito inferior à demanda, a alocação de frota deve recomendar a troca por aeronaves de maior capacidade, assim como na situação inversa. Além da demanda, os custos operacionais são relevantes para a definição do tipo de aeronave. Esses costumam ser proporcionais ao tamanho da aeronave (SWAM; ADLER, 2006), o que pode alterar a recomendação para troca por uma aeronave maior em caso de custos elevados. Uma modelagem simplificada para os custos foi proposta por Swam e Adler (2006). Esses foram aproximados pelo produto da quantidade de assentos pela duração do voo. Desta forma, além de considerar o tamanho da aeronave, inclui o consumo de combustível, sendo este proporcional à duração do voo. O consumo de combustível representa cerca de 40% dos custos operacionais (MORRELL, 1997).

A segunda etapa da alocação de frota é a rotação de aeronave, que define qual aeronave específica, dentre aquelas de um determinado tipo, cada voo deve operar. De outra forma, é a definição das linhas de voo, ou sequencias de voo, que cada aeronave específica irá realizar. A variável principal desta etapa é o atendimento dos requisitos de manutenção das aeronaves, tanto que a etapa também é denominada de rotação de manutenção (maintenance routing). Esses requisitos são individuais para cada aeronave, por isso este problema tem como resultado a programação de voo individual por aeronave. Desaulniers et al. (1997) propuseram duas formulações para resolver a rotação de aeronaves da programação diária, ou seja, resolve para um dia e deve repetir-se ao longo da semana, ambas com programação inteira em uma rede espaço-tempo: 1 – um modelo de partição de conjuntos em que os lowerbounds são resolvidos por um esquema de geração de colunas e, para cada tipo de aeronave, um subproblema é resolvido para montar as linhas de voos por meio de um problema de caminho longo com janela de tempo; 2 – um modelo de fluxo em rede *multi-commodity* é montado e resolvido via geração de colunas. Além da resolução de programação diária existem outros métodos que são, largamente, usados para resolver a rotação de aeronaves, a saber, método de strings e método de grandes ciclos. Lacasse-Guay; Desaulniers e Soumis (2010) os revisa e apresenta vantagens e desvantagens de cada um.

A literatura contempla trabalhos que tratam de problemas combinados que unem os três problemas descritos até agora. Caetano (2011) propôs um modelo integrado e o resolve por meio de uma meta-heurística Colônia de Formiga<sup>3</sup>.

Uma vez definida a programação de voos que cada aeronave deve executar, o planejamento tático passa a preocupar-se com a alocação dos tripulantes. Esta é subdividida em dois problemas que, normalmente, são resolvidos separadamente: a definição de viagens e a escala de tripulantes. Primeiramente, as viagens ou sequências de voos são montadas para um tripulante genérico. Em um segundo momento, as viagens são atribuídas a cada tripulante, definindo-se assim, sua escala de trabalho. Uma viagem pode conter vários dias de trabalho intercalados com pausas noturnas. As regras de construção das viagens são definidas por regulamentações nacionais e acordos trabalhistas (GRAVES et al., 1993). A escala de tripulante garante que todas as viagens estão alocadas, respeitando regras trabalhistas tais como folgas, férias. Nesta etapa os custos são minimizados, sendo que os interesses particulares dos tripulantes podem ser levados em consideração (KLABJAN, 2004)(GOMES;GUALDA,2015).

A última parte do esquema descrito na Figura 1 é o planejamento operacional. Sua melhor denominação seria planejamento da operação do dia a dia, pois ele é concebido e executado pelo Centro de Controle Operacional (CCO) da empresa aérea à medida que a operação dos voos ocorre. Seu objetivo é garantir que a programação seja cumprida o mais próximo possível do planejado nas etapas anteriores. Portanto, ele é acionado quando a programação de voo é perturbada por alguma ação externa. Más condições meteorológicas, mal funcionamento de aeronave ou falta de tripulantes são exemplos de perturbações que podem impactar a programação de voos. Os impactos na malha aérea são de dois tipos: atrasos e cancelamentos. Qualquer que seja a perturbação ou o impacto, a programação de voos precisa ser reparada de maneira a minimizar custos e consequências negativas aos passageiros (ANDERSON, 2001). A reparação da malha aérea ocorre por meio de: novos atrasos, novos cancelamentos, trocas de aeronave de um voo, ou seja, um voo que estava previsto para operar por uma aeronave A, passa a ser operado por uma aeronave B e voos de posicionamento 4 ou traslados.

-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Ver (CAETANO, 2011)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Voo de posicionamento é uma operação aérea sem passageiros, cujo objetivo é posicionar uma aeronave em um determinado aeroporto.

Dado que existe uma relação íntima entre a programação de voo e alocação de tripulantes, as perturbações na programação de voos ensejam alterações na alocação de tripulantes. (CLAUSEN et al., 2010)

O planejamento das correções na programação de voos e nas alocações de tripulantes correspondem a dois problemas do planejamento operacional: operação de frota (*fleet operations*) e operação de tripulantes (*crew operations*). Da mesma forma que as perturbações nos voos provocam alterações nas alocações de tripulantes, elas afetam os passageiros que estavam naqueles voos, por exemplo um atraso em um voo. Nos casos de grandes perturbações, a empresa aérea trata de oferecer novas opções de viagem aos passageiros afetados. Essas correções compreendem trocar o passageiro de um voo a outro, da mesma empresa ou não, ou mesmo reembolsar o valor pago devido à impossibilidade do cumprimento do contrato de transporte (CLARKE, 1998). A operação de frota ou *recovery* da malha aérea ou do avião (*aircraft recovery*), a operação de tripulante (*crew recovery*) e as correções das viagens dos passageiros (*passenger recovery*) constituem o chamado Problema da Recuperação da malha de uma empresa aérea (*airline recovery problem*) (PETERSEN et al., 2012). Nas seções subsequentes será feita a revisão bibliográfica dos métodos matemáticos desenvolvidos para resolver o *recovery*.

Por último, o gerenciamento do inventário de assentos oferecidos, assim como os preços aplicados são tratados pela empresa aérea em um processo chamado *Yield Management*. Seu objetivo é buscar a maior receita possível na operação global da malha aérea (BELOBABA; ODONI; BARNHART, 2009). Este processo tem interface com os problemas do planejamento operacional em suas três grandes etapas tal como mostra a Figura 1.

## 2.2 O recovery na prática

Segundo Clarke (1998), a operação dos CCOs é feita em duas etapas: (1) elaboração ou revisão da rotação de aeronaves ou, neste caso, *tail assigment*, que corresponde à atribuição de cada voo presente na Programação Planejada a um avião específico e a uma

tripulação; (2) execução de malha em si. Esta é responsável por 3 atividades: executar<sup>5</sup> as malhas pré-programadas, atualizá-las em caso de pequenos desvios e, por fim, recuperar a programação face às perturbações, ou seja, resolver o problema da recuperação da malha aérea (*airline recovery problem*).

As decisões tomadas na execução de malha têm como base informações trocadas pelos operadores do CCO com outras áreas da empresa aérea, com o aeroporto e com o controle do espaço aéreo. Dentro da empresa aérea, as áreas que interagem com os operadores são: Operação de Tripulação; Despacho de Voo – responsável pelo plano de voo; Base operacional em cada aeroporto; Manutenção; Meteorologia; Engenharia Operacional e Controle de Rampa – responsável pelo avião em solo. Tais áreas e as informações que trocam podem de vistas na Figura 2.

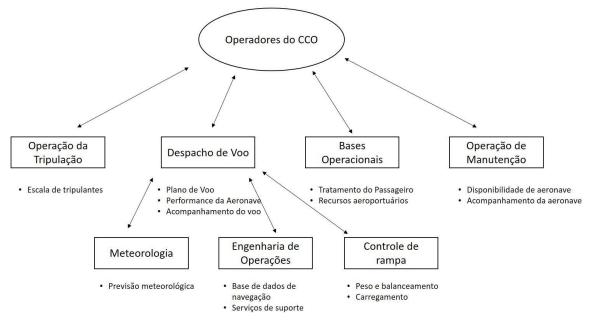


Figura 2- Áreas que interagem com o CCO na execução de malha.

Fonte: (Clarke, 1998).

Clarke (1998) mostra que o tratamento dado às perturbações, em geral, é ditado por manuais que contêm as ações que devem ser tomadas para cada caso e qual informação

<sup>5</sup> Orientar os agentes operacionais diretos - tripulantes, aeroportos e espaço aéreo – a respeito dos voos que deverão ocorrer nas próximas horas.

\_

deve ser utilizada na tomada de decisão. Embora existam, no mercado, softwares de apoio à decisão, na prática são muito pouco utilizados pela maioria das empresas mundiais, sendo a American Airlines a que se destaca no uso de tais ferramentas (informação pessoal)<sup>6</sup>. A experiência do controlador acaba sendo a principal fonte das decisões operacionais, sendo a rapidez na volta às operações normais o objetivo central, em detrimento dos custos (informação pessoal)<sup>7</sup>. Além disso, número de passageiros reservados<sup>8</sup>, conexões e traslados permeiam as decisões dos operadores.

Segundo essa breve descrição da prática empresarial, há uma carência de ferramentas adequadas para apoiar as decisões tomadas pelos controladores. Faltam ferramentas analíticas que mostrem aos operadores quais caminhos devem tomar e que indiquem, principalmente, os custos que cada caminho acarreta à empresa. O CCO não costuma considerar explicitamente os custos do processo na tomada de decisão, pois, como foi mencionado, a rapidez de solução é o objetivo principal das soluções atuais baseadas na experiência.

## 2.3 Literatura do *recovery*

#### 2.3.1 Primeiros trabalhos

A primeira publicação sobre o *recovery* da malha aérea, na qual se define o problema e se propõe um método de solução, foi feita por Teodorovic e Guberinic (1984). Antes dela, outras publicações tratavam de forma esparsa questões de pontualidade (ETSCHMAIER; ROTHSTEIN, 1973) e (JEDLINSKY, 1967). O problema atacado foi a repentina ausência de uma ou mais aeronaves da operação que acontece nos casos de manutenção emergencial de uma aeronave. Foi proposto um método baseado em *branch and bound*<sup>9</sup> para encontrar uma nova malha aérea que minimizasse os atraso e trocas de aeronaves

<sup>6</sup> Conforme indicado por Francisco Malpica (2017), gerente do CCO para operações internacionais da LATAM, que é parceira comercial da AA.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Conforme indicado por Raioni de Oliveira Santos, gerente do CCO da GOL Linhas Aéreas.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Passageiro reservado é aquele para o qual já existe uma reserva em um voo, ou seja, a empresa espera que ele voará.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Para mais informações ver (BRADLEY; HAX; MAGNANTI, 1977)

entre os voos. Como exemplo, o *recovery* em uma malha de 8 voos e 3 aviões foi resolvido de forma exata. Teodorović e Stojković (1990) estenderam o problema para considerar o cancelamento de voos, porém criaram uma heurística baseada em programação dinâmica. O algoritmo alocava os voos para as aeronaves de maneira sequencial, isto é, o primeiro voo é operado pelo primeiro avião, o segundo pelo próximo avião. Uma malha de 80 voos e 14 aeronaves iguais já pôde ser tratada. Em suas conclusões, os autores salientaram a necessidade de incorporar as correções na alocação dos tripulantes para a completa resolução do *recovery*. Em vista disso, o mesmo algoritmo, em Teodorović e Stojković (1995) incorporou aspectos de tripulação e manutenção.

A introdução de métodos e algoritmos baseados em modelos de fluxo em rede permitiu o aprofundamento do estudo do *recovery* a partir de Jarrah e Yu (1993). Novos métodos de solução foram aplicados, novas perturbações foram modeladas – atrasos e fechamentos de aeroportos – e novas restrições foram incorporadas, permitindo melhor representatividade do problema real. Além disso, modelos matemáticos, com diferentes tipos redes foram desenvolvidos: rede espaço-tempo, rede de conexões e rede espaço-tempo com banda de tempo. Clausen et al. (2010) oferece uma revisão da bibliográfica que compreende publicações sobre esses aspectos, dentre outros.

Jarrah e Yu (1993) desenvolveram dois modelos de fluxo em rede de mínimo custo para representar a malha aérea perturbada por cancelamentos e atrasos. Um modelo busca encontrar a solução de menor atraso e o outro, a de menor cancelamento sem, todavia, buscar o melhor compromisso entre as duas opções. Os custos de cancelamento e atraso foram calculados por meio de uma função de desutilidade que leva em consideração aspectos práticos da operação tais como: número de passageiros afetados, manutenção e tempos regulamentares da tripulação. Como método de solução foi utilizado o método caminho mínimo sucessivo<sup>10</sup>, que gerou resultados suficientemente bons e em tempo de processamento baixo para cenários reais da operação da United Airlines. Cao e Kanafani (1997) combinaram os dois modelos de Jarrah e Yu (1993) em um único, que inclui ainda voos de traslado<sup>11</sup>.

Yan e Yang (1996) modelaram a programação de voo sobre uma rede de cálculo em linhas de tempo para cada um dos aeroportos, a chamada rede espaço-tempo. Os nós

<sup>11</sup> Voos sem passageiro cujo objetivo é posicionar a aeronave em outro aeroporto.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Para melhor entendimento do método ver (AHUJA, 1993).

25

representam posições temporais em um aeroporto e os arcos representam as atividades.

Arcos de voos são atividade que levam aeronaves com passageiros de um aeroporto a

outro; arcos de solo representam uma aeronave aguardando em solo em um aeroporto;

arcos de posicionamento ou de traslado levam aeronaves vazias a outro aeroporto; e arcos

de pernoite representam aeronaves aguardando em solo durante a noite até o início da

operação no dia seguinte. Os autores, embora não tenham provado, mencionaram que o

problema é NP-difícil<sup>12</sup> e aplicaram Relaxação Lagrangiana<sup>13</sup> como método de solução.

O método de Yan e Yang (1996) foi modificado, introduzindo novos elementos tais como

parâmetros preferenciais, perturbação de fechamento de aeroporto e voos com escala<sup>14</sup>.

(YAN; TU, 1997), (YAN; LIN, 1997), (YAN; YOUNG, 1996) e (THENGVALL; YU;

BARD, 2000).

Arguello (1997), Arguello; Bard e Yu (1998) resolveram o recovery da malha aérea

utilizando uma rede de cálculo do tipo espaço-tempo com banda de tempo. É semelhante

à rede espaço-tempo, porém, esta colapsa os nós que estão em uma determinada faixa ou

banda de tempo (exemplo, de 20min). Outra característica é que só contém arcos de voos

e não contém arcos de solo.

2.3.2 Instâncias maiores

Os métodos baseados em modelos de fluxo de rede propostos até o ano 2001 -

mencionados acima – eram capazes de resolver instâncias com até 100 ou 200 voos.

Embora muitos avanços em termos conceituais e de modelagem tenham sido alcançados

até aquele momento, a utilização prática dos métodos estava restrita a pequenas malhas

aéreas. As grandes empresas aéreas possuem programação de voos acima de 300 voos em

um único dia, chegando a mais de 2000 voos e com frotas com dezenas de tipos de

aeronaves. Instâncias dessa magnitude puderam ser resolvidas com o uso de meta-

heurísticas, o que se iniciou com Arguello (1997) em sua tese de doutorado, em que, além

<sup>12</sup> Ver (PAPADIMITRIOU; STEIGLITZ, 1998)

<sup>13</sup> Ver (FISCHER, 1981)

<sup>14</sup> Voo com escala é um voo de duas ou mais etapas.

de definir um modelo matemático utilizando uma rede espaço-tempo com banda de tempo, o resolveu por meio de um algoritmo GRASP<sup>15</sup>.

Anderson (2001) utilizou um modelo matemático de fluxo em rede multi-commodity sob uma rede de conexões para resolver o Aircraft Recovery. Cada avião representa uma commodity, sendo possível atrasos, trocas de aeronaves entre voos, cancelamentos e voos de posicionamento, com três métodos de solução: relaxação lagrangeana, decomposição Dantzig-Wolfe e meta-heurística *Tabu Search*<sup>16</sup>. A relaxação lagrangeana mostrou-se ineficiente do ponto de vista da qualidade da solução e do tempo de processamento; a decomposição de D-W gerou soluções em tempo de processamento adequado somente para as instâncias menores. Por fim, a meta-heurística Tabu Search produziu bons resultados em tempo reduzido de processamento. O autor comentou que manutenções seriam facilmente tratadas, mas não apresentou detalhes a respeito.

Além das meta-heurísticas, modelos de fluxo em rede por meio de programação inteira mista foram aprimorados ao ponto de serem utilizados em instâncias reais. Em especial, Thengvall; Yu e Bard (2001) utilizaram o modelo de Yan e Yang (1996) e dividiram os voos nos respectivos tipos de aeronaves. Desta forma, a programação de voo foi dividida em subpartes, para as quais o modelo de fluxo em rede pode ser resolvido.

## 2.3.2.1 A proposta de Thengvall; Yu e Bard (2001)

Thengvall; Yu e Bard (2001) utilizaram o esquema de alocação de frota do planejamento tático (Figura 1) para resolver o Aircraft Recovery. O problema foi dividido em dois subproblemas: Atribuição de Frota - Fleet Assignment, seguido de um problema de Rotação de Aeronaves - Rotation Problem ou Aircraft routing. Três modelos de fluxo em rede multi-commodity foram apresentados para resolver a atribuição de frota de uma malha aérea após o fechamento de um aeroporto tipo hub<sup>17</sup> de uma grande linha aérea. Os modelos contemplaram cancelamentos, atrasos, voos de posicionamento e arcos de

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Ver (FEO; RESENDE, 1995)

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Ver (GENDRAU; POTVIN, 2010)

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Aeroporto para onde e de onde a empresa aérea direciona muitos voos a fim de fomentar a conexão dos passageiros entre eles. Um hub permite que cidades sem voos diretos possam ter múltiplas opções de voos.

proteção para voos do tipo *through-flight*<sup>18</sup>. A função objetivo foi o lucro da operação<sup>19</sup> calculada voo a voo. O voo de posicionamento contribui somente com custos. Os dois primeiros modelos foram feitos com uma rede espaço-tempo, enquanto o último foi uma adaptação do modelo de Arguello (1997), utilizando uma rede de cálculo do tipo espaço-tempo com banda de tempo, para considerar múltiplas frotas ou tipos de aeronaves. O modelo matemático de referência para a alocação de frota é mostrado abaixo.

Modelo Matemático da recuperação da malha de uma configuração *e*.

Sets		
	D	fleet demand nodes
	E	equipment types (subfleets)
	F	flight arcs (including delayed flights)
	$\boldsymbol{G}$	ground arcs
	I	intermediate nodes (for flow balance and introduction of supply)
	P	protection and through-flight arcs
	R	ferry arcs
	S	sink arcs
	N	unique flight number representing each flight leg
	O(i,e)	arcs originating at node $i$ for equipment type $e$
	T(i,e)	arcs terminating at node $i$ for equipment type $e$
	$F(\eta)$	arcs covering flight $\eta$ ; $F(\eta) \subset F \cup P$
Parameters		
	$C_{fe}$	passenger revenue minus flight cost minus delay cost minus substitution penalty for flight arc $f$ flown by equipment
		type e
	$C_p$	for protection arc $p$ – passenger revenues minus flight costs minus delay costs of all flights covered plus the appropriate incentive value;

cost for ferry flight r

otherwise)

for through-flight arc p - passenger revenues minus flight

cost of subfleet imbalance on arc s for equipment type e

balance of aircraft at intermediate node i for equipment type e (positive integer if aircraft supplied at node i, 0

costs minus delay costs of all flights covered

fleet demand for aircraft at demand node d

upper bound on ground arc g for equipment type e

 $C_r$ 

 $C_{se}$ 

 $B_d$ 

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Voos do tipo *through-flight* são aqueles compostos por duas ou mais etapas de voo, mas que são denominados por um único número de voo e devem ser operados pela mesma aeronave. Por exemplo, um voo que sai do aeroporto A para C fazendo uma parada em B. Preferencialmente, é uma parada rápida onde os passageiro não desembarcam e reembarcam, sendo possível o embarque de novos passageiros.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Lucro = Receita - Custos

Variables

 $u_r$  binary flow on ferry arc r  $v_{se}$  integer flow on sink arc s for equipment type e  $x_{fe}$  binary flow on flight arc f for equipment type e  $y_p$  binary flow on protection or through-flight arc p  $z_{ge}$  flow on ground arc g for equipment type e

$$\max \sum_{f \in F, e \in E} C_{fe} x_{fe} + \sum_{p \in P} C_{p} y_{p} - \sum_{r \in R} C_{r} u_{r} - \sum_{s \in S, e \in E} C_{se} v_{se}$$

$$\max \sum_{f \in F, e \in E} C_{fe} x_{fe} + \sum_{p \in P} C_{p} y_{p} - \sum_{r \in R} C_{r} u_{r} - \sum_{s \in S, e \in E} C_{se} v_{se}$$
(2.1)

Sujeito a:

$$\sum_{OUT} z_{ge} - \sum_{IN} z_{ge} + \sum_{OUT} x_{fe} - \sum_{IN} x_{fe} + \sum_{OUT} y_p - \sum_{IN} y_p + \sum_{OUT} u_r - (2.2)$$

$$\sum_{IN} u_r + \sum_{Se} v_{Se} = B_{ie} \quad \forall i \in I, \forall e \in E$$

$$\sum_{e \in E} v_{se} = B_d \quad \forall d \in D \tag{2.3}$$

$$\sum x_{fe} + \sum y_p \le 1 \ \forall n \in N$$
 (2.4)

 $u_r \in \{0, 1\} \quad \forall r \in R,$ 

 $v_{se} \geqslant 0$  and integer  $\forall s \in S \ \forall e \in E$ ,

 $x_{fe} \in \{0,1\} \quad \forall f \in F \ \forall e \in E,$ 

 $y_p \in \{0,1\} \quad \forall p \in P,$ 

 $0 \leqslant z_{ge} \leqslant U_{ge} \quad \forall g \in G \ \forall e \in E.$ 

A equação (2.1) compreende a função objetivo em que os arcos de voos  $x_{fe}$  são associados à lucratividade  $C_{fe}$ .  $y_p$  representam os arcos de proteção, sendo  $C_p$  a lucratividade correspondente,  $u_r$  os arcos de posicionamento, sendo  $C_r$  os seus custos e  $v_{se}$  são os arcos finais da rede, sendo  $C_{se}$  uma penalidade por mal posicionamento de aeronave. O balanceamento da rede é garantido em cada nó  $\forall i \in I$  por meio da equação (2.2). Basicamente a quantidade de aviões que chegam a um nó precisa ser igual à que sai. As demandas  $B_d$  são definidas para cada tipo de aeronave  $e \in E$  e são perseguidas por meio da equação (2.3). Por último, a equação (2.4) é a que garante a unicidade da operação de cada voo da programação inicial. Isto é, somente um arco de voo que representa uma opção de atraso ou um arco de proteção será associado a um voo da

programação inicial. O caráter *multi-commodity* deste modelo matemático se caracteriza pelo fato que os arcos que modelam uma atividade, como um voo, precisam estar todos dentro da mesma categoria ou *commodity* (neste caso, o tipo de aeronave).

A vantagem inicial dessa modelagem é a capacidade de geração de soluções que reflitam as preferências do modelador em termos de: número de opções de atraso, custo por minuto do atraso, custo do traslado, benefício por operar voos *through-flight* (THENGVALL; YU; BARD, 2001). Outra vantagem deste modelo é a simplicidade para modelagem de novas restrições operacionais, tais como fechamentos de aeroportos - *curfew* - ou manutenções. Uma fraqueza comum aos modelos de fluxo em rede *multi-commodity* é a sua incapacidade de considerar um atraso exato, pois este é modelado por um número finito de opções de arcos. Outra dificuldade é a criação de restrições que distinguem os recursos dentro de uma mesma *commodity* (neste caso, as aeronaves de um determinado tipo). O uso de *lowerbounds* pode levar a soluções inviáveis, ou subestimar custos, enquanto o uso de *upperbounds* pode levar descartar soluções viáveis (EGGENBERG; SALANI; BIERLAIRE, 2010).

Thengvall; Yu e Bard (2001) obtiveram resultados para instâncias grandes: 2.921 voo, 331 aeronaves de 28 tipos de aeronaves distintas, percorrendo 149 aeroportos. Não foram contemplados arcos de manutenção, mas o autor prevê dificuldades no seu tratamento, sugerindo algumas ações na conclusão: tratar as aeronaves em manutenção como uma *commodity* separada ou tratar as rotas das aeronaves em manutenção de forma heurística, fora do modelo.

#### 2.3.2.2 A proposta de Zhang et al (2016)

Zhang et al. (2016) apresentaram um algoritmo híbrido que junta modelos de fluxo em rede com heurísticas para resolver os problemas *Aircraft e Passenger Recovery* de maneira integrada. O *Aircraft Recovery* foi inspirado na proposta de Thengvall; Yu e Bard (2001) para a atribuição de frotas e uma nova heurística foi proposta para resolver a rotação de aeronaves.

Diferentemente da proposta de Thengvall; Yu e Bard (2001), a atribuição de frota de Zhang et al. (2016) não utiliza voos de posicionamento; o cancelamento é modelado explicitamente por variáveis artificiais e a função objetivo considera somente os custos

de mudança em relação à programação inicial. Limites de capacidade aeroportuária foram implementado como restrições e arcos de manutenção foram modelados.

Para a rotação de aeronaves foi proposta uma heurística construtiva, na qual as linhas de voos de cada aeronave são montadas sequencialmente. Dois problemas metodológicos puderam ser visualizados nesta abordagem. Em primeiro lugar, Zhang et al. (2016) não otimizaram qualquer índice da malha, seja ele número de trocas de avião, ou tempo em solo. A alocação foi feita de maneira aleatória. Como consequência disso, os arcos de manutenção não foram atribuídos às aeronaves específicas. Isso é um erro do ponto de vista da construção da malha aérea que inviabiliza o uso da solução na prática, pois os arcos de manutenção devem ser direcionados às aeronaves específicas. Na proposta de Zhang et al. (2016) os arcos de manutenção são atribuídos a uma aeronave aleatória dentro de um tipo de aeronave.

Zhang et al. (2016) resolveram instâncias de até 2.178 voos com múltiplas perturbações simultâneas em tempos de execução menores que 30 minutos, que é um período de tempo recomendado pela literatura (SERRANO; KAZDAB, 2017).

### 2.3.3 Novas pesquisas

As pesquisas sobre o *recovery* foram numerosas, sobretudo desde 2010, como mostra a Figura 3. Isto se deveu ao esforço da sociedade francesa de pesquisa operacional (ROADEF) que, em 2009, promoveu uma competição para resolver o *recovery* integrado do avião e do passageiro (PALPANT et al., 2009). As instâncias foram publicadas e artigos foram desenvolvidos tanto pelos autores que participaram da referida competição, quanto por outro. O trabalho de Zhang et al. (2016) utilizou essas instâncias, por exemplo. Um breve resumo das pesquisas mais recentes e das mais relevantes é apresentado abaixo. Na Tabela 1, encontra-se a lista dos artigos publicados sobre o *Aircraft Recovery*.



Figura 3 - Quantidade de artigos publicados sobre o Aircraft Recovery

Tabela 1– Artigos publicados sobre o Aircraft Recovery desde 2001

Autores	Título		Revista	Nº de Citações	
Filar, J.A., Manyem, P., White, K.	How Airlines and Airports Recover from Schedulee Perturbations: A Survey		Annals of Operations Research	36	
Thengvall B, Yu G, Bard J	Multiple fleet aircraft schedule recovery following hub closures	2001	Transportation Research Part A: Policy and Practice	54	
Bard, J. F., Yu, G., Argüello, M. F.	Optimizing aircraft routings in response to groundings and delays	2001	IIE Transactions	58	
Rosenberger, J.M., Johnson, E.L., Nemhauser, G.L.	Rerouting aircraft for airline recovery	2003	Transportation Science	93	
Yu, G., Argüello, M., Song, G., McCowan, S.M., White, A.	A new era for crew recovery at Continental Airlines	2003	Interfaces	96	
Thengvall, Benjamin G, Bard, Jonathan F, Yu, Gang	A Bundle Algorithm Approach for the Aircraft Schedule Recovery Problem During Hub Closures	2003	Transportation Science	27	
Bratu, S., Barnhart, C.	Flight operations recovery: New approaches considering passenger recovery	2006	Journal of Scheduling	94	
Andersson, Tobias	Solving the flight perturbation problem with meta heuristics	2006	Journal of Heuristics	23	
Kohl, Niklas;Larsen, Allan Larsen, Jesper Ross, Alex Tiourine, Sergey	Airline disruption management-Perspectives, experiences and outlook	2007	Journal of Air Transport Management	108	
Liu, TK., Jeng, CR., Chang, YH.	Disruption management of an inequality-based multi-fleet airline schedule by a multi-objective genetic algorithm	2008	Transportation Planning and Technology	22	
Eggenberg, N., Salani, M., Bierlaire, M.	Constraint-specific recovery network for solving airline recovery problems	2010	Computers and Operations Research	34	
Clausen, J., Larsen, A., Larsen, J., Rezanova, N.J.	Disruption management in the airline industry-Concepts, models and methods	2010	Computers and Operations Research	144	
Jafari, N., Zegordi, S.H.	The airline perturbation problem: Considering disrupted passengers	2010	Transportation Planning and Technology	11	
Castro, A.J.M., Oliveira, E.	A new concept for disruption management in airline operations control	2011	Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering	11	
Bisaillon, S., Cordeau, JF., Laporte, G., Pasin, F.	A large neighbourhood search heuristic for the aircraft and passenger recovery problem	2011	4OR	24	

Autores	Título	Ano	Revista	Nº de Citações
Christian Artigues, Eric Bourreau, H. Murat Afsar,Olivier Briant,Mourad Boudia	Disruption management for commercial airlines: methods and results for the ROADEF 2009 Challenge	2012	European J. of Industrial Engineering	6
Petersen, Jon D, Sölveling, Gustaf, Clarke, John-Paul Johnson, Ellis L, Shebalov, Sergey	An Optimization Approach to Airline Integrated Recovery	2012	Transportation Science	40
Le, ML., Wu, CC.	Solving airlines disruption by considering aircraft and crew recovery simultaneously	2013	Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)	3
Jozefowiez, N., Mancel, C., Mora-Camino, F.	A heuristic approach based on shortest path problems for integrated flight, aircraft, and passenger rescheduling under disruptions	2013	Journal of the Operational Research Society	6
Froyland, Gary Maher, Stephen J	The Recoverable Robust Tail Assignment Problem	2014	Transportation Sciences	14
Sinclair, K., Cordeau, JF., Laporte, G.	Improvements to a large neighborhood search heuristic for an integrated aircraft and passenger recovery problem	2014	European Journal of Operational Research	19
Aktürk, M.S., Atamtürk, A., Gürel, S.	Aircraft rescheduling with cruise speed control	2014	Operations Research	14
Stephen J Maher, Guy Desaulniers, François Soumis	Recoverable robust single day aircraft main- tenance routing problem	2014	Computers & Operations Research	7
Vaaben, B., Larsen, J.	Mitigation of airspace congestion impact on airline networks	2015	Journal of Air Transport Management	8
Zhang, D., Henry Lau, H.Y.K., Yu, C.	A two stage heuristic algorithm for the integrated aircraft and crew schedule recovery problems	2015	Computers and Industrial Engineering	10
Hu, Y., Xu, B., Bard, J.F., Chi, H., Gao, M.	Optimization of multi-fleet aircraft routing considering passenger transiting under airline disruption	2015	Computers and Industrial Engineering	12
Maher, S.J.	A novel passenger recovery approach for the integrated airline recovery problem	2015	Computers and Operations Research	9
Vos, HW.M., Santos, B.F., Omondi, T.	Aircraft schedule recovery problem - A dynamic modeling framework for daily operations	2015	Transportation Research Procedia	3
Marla, L., Vaaben, B., Barnhart, C.	Integrated disruption management and flight planning to trade off delays and fuel burn	2016	Transportation Science	6
Sinclair, K., Cordeau, JF., Laporte, G.	A column generation post-optimization heuristic for the integrated aircraft and passenger recovery problem	2016	Computers and Operations Research	5
Hu, Y., Song, Y., Zhao, K., Xu, B.	Integrated recovery of aircraft and passengers after airline operation disruption based on a GRASP algorithm	2016	Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review	2
Zhang, D., Yu, C., Desai, J., Lau, H.Y.K.H.	A math-heuristic algorithm for the integrated air service recovery	2016	Transportation Research Part B: Methodological	7

Autores	Título	Ano	Revista	Nº de Citações
Zhu, B., Clarke, J.P., Zhu, J.	Real-time integrated flight schedule recovery problem using sampling-based approach	2016	Journal of Computational and Theoretical Nanoscience	1
Arıkan, U., Gürel, S., Aktürk, M.S.	Integrated aircraft and passenger recovery with cruise time controllability	2016	Annals of Operations Research	7
Arikan, U., Gürel, S., Aktürk, M.S.	Flight network-based approach for integrated airline recovery with cruise speed control	2017	Transportation Science	1
Hu, Y., Liao, H., Zhang, S., Song, Y.	Multiple objective solution approaches for aircraft rerouting under the disruption of multi-aircraft	2017	Expert Systems with Applications	1
Wu, Z., Li, B., Dang, C.	Solving Multiple Fleet Airline Disruption Problems Using a Distributed-Computation Approach to Integer Programming	2017	IEEE Access	2
Zhang, C.	Two-Stage Heuristic Algorithm for Aircraft Recovery Problem	2017	Discrete Dynamics in Nature and Society	1
Liang, Z., Xiao, F., Qian, X., Zhou, L., Jin, X., Lu, X., Karichery, S.	A column generation-based heuristic for aircraft recovery problem with airport capacity constraints and maintenance flexibility	2018	Transportation Research Part B: Methodological	0

Liu; Jeng e Chang (2008) resolveram o *Aircraft Recovery* de uma programação de voos com múltiplos tipos de aeronave considerando o fechamento de um aeroporto. Um algoritmo genético junto com otimização multiobjetivo foi utilizado. Buscou-se otimizar tempo de solo, trocas de aeronave e atrasos de voos, mantendo um tempo de máximo de atraso de 30 minutos. O método se mostrou adequado, mas é limitado a instâncias pequenas. Foram feitos testes em uma malha com 2 tipos de avião, 210 voos e 19 aeronaves.

Bisaillon et al. (2011) propuseram uma heurística de busca em larga vizinhança, do inglês *large neighborhood search*<sup>20</sup>, para resolver o *recovery* integrado avião e passageiro. O método consiste de três fase: construção, reparação de uma solução viável e uma terceira fase de melhoria. O modelo contempla atrasos, cancelamentos, manutenções programadas e não programadas e limitação de capacidade aeroportuária. O método descrito no artigo foi o vencedor da competição promovida pela ROADEF em 2009. Sinclair; Cordeau e Laporte (2014) introduziram melhorias em todas as fases, a fim de alcançar uma busca mais profunda no espaço de soluções e, mais tarde, Sinclair; Cordeau e Laporte (2016) desenvolveram um método de geração de colunas para melhorar o resultado da heurística. O método, de fato, melhorou os resultados.

Eggenberg; Salani e Bierlaire (2010) propuseram um método de geração de colunas para o problema do *recovery* generalizado, ou seja, o *Aircraft recovery*, *Crew recovery e Passenger recovery*. Uma rede espaço-tempo com banda de tempo foi utilizada e as restrições foram modeladas como recursos que podem ser consumidos – horas voadas por aeronaves e tripulantes ou renovados –manutenção de aeronave ou parada de descanso para tripulantes. O *aircraft recovery* foi resolvido utilizando instâncias reais de até 242 voos e outras criadas pela ROADEF em 2009, com até 760 voos.

Jafari e Zegordi (2010) estendenderam o modelo de *Aircraft Recovery* de Abdelghany K. F.; Abdelghany A. F. e Ekollu G. (2008) para resolver simultaneamente o *Passenger Recovery*. Um modelo em fluxo de rede sob uma rede de cálculo de conexões com horizonte de tempo foi proposto. Foram contempladas alterações de malha como: uso de avião reserva, troca de aeronaves, cancelamentos, atrasos, voo de posicionamento e reitineração de voo<sup>21</sup>. Os voos são divididos em janelas de tempo, dentro das quais o

\_

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Ver PISINGER D., ROPKE S., 2010

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Troca de aeroporto de destino depois da decolagem

problema é resolvido passando para a próxima janela, até chegar ao fim da recuperação da malha. Problemas integrados e complexos como este são capazes de tratar extratos de malha muito reduzidos. O método foi capaz de resolver malhas de até 100 voos.

Hu et al. (2015) propuseram um modelo de fluxo de rede para resolver o *recovery* integrado do avião e do passageiro. Da mesma forma que Thengvall; Yu e Bard (2001), o modelo foi formulado como sendo *multi-commodity*, em que cada *commodity* é um tipo de aeronave. O autor provou que o problema é NP difícil, mesmo quando considerado somente o *aircraft recovery*. O modelo utiliza uma rede espaço-tempo com banda de tempo, cancelamentos, atrasos e migração de passageiros entre os voos. Não há restrições que limitem o uso da capacidade aeroportuária e tampouco não trata a manutenção. O modelo foi resolvido através do CPLEX e alcançou soluções ótimas em tempos de processamento razoáveis para instâncias com até 620 voos e 13 diferentes tipos de aeronave. Não foi especificado qual o método para resolver a rotação de aeronave. Hu et al. (2016) resolveram o mesmo problema utilizando um método GRASP.

Marla; Vaaben e Barnhart (2016) propuseram um modelo de fluxo de rede multicommodity para resolver o recovery integrado do avião e do passageiro. Uma rede espaçotempo foi criada para cada aeronave específica, permitindo trocas de voos entre quaisquer aeronaves, respeitando os limites de capacidade da aeronave e penalizando, conforme a magnitude da troca: custo zero se não houver troca, custo \$500 se a troca for por aeronave de mesmo tipo e custo \$1000 se for de outro tipo. Além de atrasos e cancelamentos, a mudança na velocidade de cruzeiro dos voos foi modelada como forma de alteração. A redução da velocidade implica redução no consumo de combustível, logo redução do custo da operação. Nesta situação, o voo sofre um atraso no horário de chegada sem haver alterado o horário de decolagem. Com isso, o modelo busca minimizar os desvios da malha junto com o custo de combustível. Experimentos computacionais com malhas aéreas de voos longos mostraram que a redução da velocidade, além de permitir a redução do custo, reduziu os atrasos de saída. O método se mostrou adequado somente para instâncias pequenas e com baixo nível de perturbação. Nestes casos, reduções na velocidade dos voos permitiram economias no custo de combustível, além de redução geral dos atrasos e cancelamentos. Nas instâncias muito perturbadas, os custos de combustível aumentaram bastante, para compensar custos por perda de conexão dos passageiros de longo curso. Não foram apresentados resultados de tempo computacional,

mas pode-se inferir que o método acarreta tempos elevados, devido ao uso da rede espaço tempo por aeronave específica, sobretudo nas grandes instâncias.

Wu; Li e Dang (2017) resolveram o *aircraft recovery* para redes de múltiplas configurações onde algumas aeronaves específicas tornam-se indisponíveis. A rede é dividida por tipo de aeronave e, para cada tipo, um problema de caixeiro viajante é resolvido com o intuito de encontrar rotas viáveis para cada uma das aeronaves específicas daquele tipo. Depois de encontradas, todas as rotas são reunidas e submetidas a um algoritmo de atribuição, que permite a troca de voos entre as rotas e as aeronaves com o objetivo de encontrar uma rede final mais próxima da rede original, ou seja, minimizando os custos de desvios. Além de não contemplar outras perturbações, além da indisponibilidade de aeronaves, o método mostrou-se capaz de resolver instância de até 215 voos, em tempos de execução razoáveis, o que é muito inferior aos outros métodos apresentados na literatura.

Zhang (2017) propôs um modelo de partição de conjuntos para resolver o *aircraft recovery*. Uma rede de conexões foi construída para gerar rotas viáveis. Perturbações de atraso, cancelamento e indisponibilidade de avião foram modeladas. Não foram consideradas restrições que limitam o uso da capacidade aeroportuária. Testes computacionais foram realizados com programações de voo de até 628 voos, porém somente as instâncias com até 417 voos foram resolvidas com o método proposto.

Liang et al. (2018) resolveu o *aircraft recovery* considerando limitações de capacidade aeroportuária e atividades de manutenção. Os voos podem sofrer atrasos, cancelamentos e trocas de aeronave. Um método de geração de colunas foi utilizado no qual o problema mestre garante o cumprimento da capacidade aeroportuária e que as manutenções sejam feitas. Os subproblemas buscam, dentro de uma rede de conexões, as rotas de cada aeronave específica, ou seja, quais voos e atividades de manutenções serão realizadas por cada aeronave. Para tanto, um problema de caminho mínimo é resolvido por meio de um algoritmo de programação dinâmica do tipo Label Setting<sup>22</sup>. O menor caminho é aquele de menor custo reduzido que, neste caso, inclui o custo de atraso e o custo de troca de aeronave. O trabalho permite trocas entre quaisquer aeronaves, ou seja, não considera as diferenças de capacidade de assento entre as aeronaves. Isto torna o método utilizável

.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Ver (AHUJA et al., 1993)

somente para frotas homogêneas, caso contrário a solução poderia recomendar a troca da aeronave de um voo com 300 passageiros para outra aeronave com somente 100 assentos disponíveis. Outro ponto questionável do modelo é que as atividades de manutenção podem trocar de aeroporto. Isto foi discutido no artigo como uma vantagem, pois as empresas aéreas possuem bases de manutenção equivalentes. Todavia, não se tratou no artigo quais são os aeroportos para os quais uma atividade de manutenção pode ser alterada, conciderando que todos os aeroportos são indistinguíveis quanto à sua capacidade de manutenção, o que, claramente, não ocorre na realidade das empresas aéreas. Desta forma, o método proposto se limita a empresas aéreas de frota única e nas quais todos os aeroportos são bases de manutenção, o que limita muito o universo de empresas nas quais o método poderia ser aplicado

#### 2.4 Conclusão da Revisão

Verifica-se que o recovery é um problema prático que necessita ser resolvido durante a operação; portanto, a eficiência do método em termos de tempo computacional é uma característica muito importante. A maior parte dos trabalhos da literatura alcança tempos computacionais menores que 30 min (SERRANO; KAZDAB, 2017), porém é importante que esse limite seja possível para as grandes instâncias, isto é, aquelas com mais de 400 voos, pois são as grandes empresas que mais necessitam de algoritmos de recuperação. Estas duas condições são alcançadas em poucas publicações, o que mostra que existe espaço para avanços na pesquisa. Um fator que facilita esses objetivos é a maior disponibilidade de infraestrutura computacional de alto desempenho nos últimos anos. Outra característica que tem aumentado sua presença na pesquisa é a capacidade dos modelos de refletir necessidades do dia a dia operacional da empresa aérea, como a redução de consumo de combustível em Marla et al. (2016). Esse maior detalhamento é importante para que as empresas possam, de fato, gozar dos benefícios prometidos por esses métodos. Caso contrário, a prática profissional da recuperação de malha continuará sendo feita de forma manual nos centros operacionais. A heurística matemática proposta neste trabalho busca atingir esses dois objetivos

# Capítulo 3 - Método Proposto

O Aircraft Recovery Problem ou Problema da Recuperação da Malha Aérea pode ser definido como a tarefa de encontrar uma **programação de voos** alterada devido às restrições impostas pelas **perturbações**. A nova programação deve ser otimizada, o que significa minimizar as **alterações nos voos**, alterações estas quantificadas por **custos generalizados**. Além disso, a recuperação da programação de voos é imposta, ou seja, ela deve voltar ao seu estado original depois de um período de tempo denominado **período de recuperação**. Além da recuperação, a nova programação de voos respeita a **capacidade aeroportuária** destinada aos voos tratados.

Dada essa definição do ARP, faz-se necessário conceituar os seguintes aspectos:

- 1 Programação de voos e sua representação matemática.
- 2 Perturbações e Alterações
- 3 Custos generalizados
- 4 Período de Recuperação
- 5 Capacidade Aeroportuária

Depois de elucidados os elementos acima, o modelo matemático do ARP é proposto. A fim de resolvê-lo, propôs-se um método híbrido, ou seja, uma heurística-matemática, que se baseia no desacoplamento do modelo matemático em duas partes: 1 – atribuição de frota e 2 – rotação de aeronaves.

# 3.1 Elementos do Aircraft Recovery Problem

3.1.1 Programação de voos e sua representação matemática.

## 3.1.1.1 Representações da programação de voos

A programação de voos é o conjunto dos voos cujos assentos foram vendidos e que devem operar conforme data, horário e avião acordados no momento da venda. A forma mais simples de representá-la é uma lista de voos<sup>23</sup> junto com a respectiva rotação de aeronaves<sup>24</sup>, conforme visto nas Tabelas 2 e 3.

A Tabela 2 mostra a lista dos voos vendidos pela empresa aérea. São quatro voos identificados pelos números: 501, 504, 701 e 706. Cada voo é definido por um par de aeroportos, representados por códigos de três letras<sup>25</sup> e pelos horários de decolagem e pouso<sup>26</sup>. O voo 501 decolará de Guarulhos (GRU) às 12:00, com pouso previsto para as 13:30 em Brasília (BSB).

Tabela 2 – Lista de voos

501 GRU BSB 12:00 13:30

504 BSB GRU 15:30 17:00

701 BSB SSA 12:00 14:30

706 SSA BSB 9:00 11:00

A Tabela 3 mostra as datas de decolagem e as aeronaves que irão realizar ou operar os voos. Dá-se o nome de rotação de aeronaves a essa listagem. As aeronaves são identificadas por matrículas únicas, sendo que estas guardam a informação do tipo de aeronave. Tipo de aeronave é o modelo da aeronave associado a uma configuração de assentos específica, ou seja, a quantidade de assentos disponíveis para venda. A primeira linha da Tabela 3 mostra os seguintes campos: 501 07/01/2006 A320#1.

O voo de número 501, cujos detalhes estão descritos na lista de voos (Tabela 2), decolará no dia 07/01/2006 na aeronave A320#1. Ao longo do trabalho, refere-se ao voo 501 que decola no dia 7 como 7d501 ou 7d501\_0, em que o zero significa que este voo sai sem

\_

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Lista de voo é o conjunto de cada um dos voos da programação definidos por número de voo, aeroportos e horários.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Rotação de aeronaves de uma lista de voos é a data e a aeronave de cada voo presente na lista de voos.

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> Códigos definidos pela IATA.

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Os horários representam, na verdade, os momentos de acionamento e corte do motor, mas por simplicidade, refere-se a eles como pouso e decolagem, pois são momentos próximos.

atraso. Neste exemplo, a aeronave é do tipo A320, cuja configuração é de 174 assentos. A Tabela 3 mostra apenas voos no dia 07/06/2006, mas nada impede que haja operações dos mesmos voos em outros dias e com aeronaves diferentes. Por exemplo, poderia haver uma nova linha: 501 08/01/2006 A320#2. Neste caso, o voo 501 decolará de Guarulhos no dia 08/01/2006, no mesmo horário, com a aeronave A320#2. Isto pode ocorrer, pois a empresa aérea vende o mesmo voo em vários dias da semana, geralmente utilizando o mesmo tipo de aeronave.

Tabela 3 – Rotação de aeronaves

501 07/01/2006 A320#1

504 07/01/2006 A320#1

701 07/01/2006 A320#2

706 07/01/2006 A320#2

Outra representação da programação de voos é o diagrama de Gantt – Figura 4, onde são representados visualmente todos os voos de um determinado tipo de aeronave, no caso do exemplo o A320 com 174 assentos. Cada linha contém todos os voos executados por uma aeronave específica, designada pela matrícula<sup>27</sup> no eixo vertical.

Os voos são representados por retângulos cuja designação é o código que especifica seu número de voo e a data de decolagem: 7d501 por exemplo. Logo abaixo do retângulo, encontra-se o par de aeroportos que corresponde ao voo. Os retângulos estão posicionados no eixo horizontal conforme o horário da operação que está expresso em minutos, desde a zero hora do primeiro dia de operação.

Na Figura 4, pode-se visualizar que, depois de cada voo, a aeronave aguarda um período de tempo antes de executar outro voo. Segundo Clarke *et al.* (1997), uma aeronave precisa de um tempo mínimo em solo entre um pouso e a decolagem subsequente. Neste período de tempo ocorrem o deslocamento entre a pista de pouso e o local de estacionamento, a

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Matrícula de uma aeronave é o código de identificação de uma aeronave específica.

preparação técnica da aeronave (abastecimentos, limpeza e checagem de manutenção), além do desembarque e do embarque dos passageiros, suas bagagens e carga aérea.

A320 174ASS 7d501 7d504 A320#1 **GRU-BSB** BSB-GRU 7d706 7d701 A320#2 SSA-BSB BSB-SSA

Figura 4 - Gráfico Gantt Malha Aérea

Tempo (min)

Outra representação da malha é a visão da ocupação de pista do aeroporto. Nela, todos os voos partindo ou chegando a um aeroporto são dispostos verticalmente de acordo com o horário no referido aeroporto - Figura 5. Do lado esquerdo, estão os pousos naquele aeroporto e, do lado direito, as decolagens. Desta forma, esta representação tem como foco os eventos de pouso e decolagem e não os voos propriamente ditos. Outro ponto é que esta visão expõe uma característica do desenho da malha: a capacidade aeroportuária. A infraestrutura aeroportuária é limitada e não permite um número indefinido de pousos e decolagens em um período de uma hora. O número de pousos e decolagens permitido é chamado de capacidade aeroportuária e é divulgado pelo gestor aeroportuário<sup>28</sup>. Além disso, este distribui a capacidade entre as empresas aéreas no momento em que os voos são solicitados, meses antes da operação<sup>29</sup>. Na Figura 5, pode-se ver que em um período de uma hora há no máximo uma operação, seja de decolagem ou de pouso. Este número máximo representa a capacidade aeroportuária disponibilizada a esta empresa aérea.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> O gestor aeroportuário divulga às empresas aéreas a capacidade operacional do aeroporto, em geral menor que a máxima capacidade gerenciável pelo controle de tráfego aéreo. No Brasil, esta capacidade máxima é calculada pelo Centro de Gerenciamento da Navegação Aérea (CGNA), órgão do Departamento de Controle do Espaço Aéreo (DECEA).

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> IATA, Worldwide Slot Guidelines, 8a Edition, 2017

					10:00	-					
					10:30	-					
A320#2	7d706	SSA	09:00	BSB	11:00						
					11:30						
					12:00	7d701	BSB	12:00	SSA	14:30	A320#2
					12:30						
					13:00						
A320#1	7d501	GRU	12:00	BSB	13:30						
					14:00						
					14:30						
					15:00						
					15:30	7d504	BSB	15:30	GRU	17:00	A320#1
					16:00						

16:30

Figura 5 - Visão da ocupação de pista do Aeroporto Brasília (BSB)

A capacidade aeroportuária é uma restrição abrangente que afeta qualquer operação no aeroporto, independentemente do equipamento (ZHANG *et al.*, 2016). Assim, se em determinado período - à noite por exemplo – é determinado que o aeroporto feche, nenhuma operação poderá ser atribuída a qualquer aeronave, seja ela grande ou pequena.

As três representações da programação de voos apresentadas: lista de voos/rotação de aeronaves, diagrama de Gantt e visão da ocupação de pista do aeroporto são usadas na prática empresarial diariamente, porém para uso de modelos matemáticos em pesquisa operacional, outras formas foram desenvolvidas, como mostrado a seguir.

#### 3.1.1.2 Rede Espaço-Tempo

A representação matemática da programação de voos utilizada é a Rede Espaço-Tempo. A sua estrutura é similar à visão da ocupação de pista do aeroporto, pois os eventos de pouso e decolagem são dispostos em uma linha do tempo (CLAUSEN et al., 2010), porém somente os eventos programados para ocorrer em um tipo único de aeronave, o que é uma característica do diagrama de Gantt. Isto é, se existirem voos que passam por Brasília programados para ocorrer de A320 e A319, haverá duas linhas de tempo para Brasília: uma para os eventos de A320 e outra para os de A319.

Na rede espaço-tempo, os nós correspondem a um horário em um local ou aeroporto e derivam dos eventos de pouso e decolagem. Os arcos, por sua vez, correspondem aos voos, que são as atividades que ligam dois nós. O primeiro passo para a criação da rede é a decomposição da programação de voos em eventos de pouso e decolagem. Estes dão

origem aos nós. Em seguida, os nós são posicionados nas linhas de tempo correspondentes ao aeroporto e ao tipo de aeronave indicados pelo evento. A posição do nó na linha de tempo refere-se ao horário e data do evento expressos em minutos.

A Tabela 4 mostra os eventos e os nós referentes à programação inicial expressa nas Tabelas 2 e 3.

ID	Voo	Tipo de Aeronave	Tipo	Local	Horario Voo
1	7d501	A320	Decolagem	GRU	12:00
2	7d501	A320	Chegada	BSB	13:30
3	7d504	A320	Decolagem	BSB	15:30
4	7d504	A320	Chegada	GRU	17:00
5	7d701	A320	Decolagem	BSB	12:00
6	7d701	A320	Chegada	SSA	14:30
7	7d706	A320	Decolagem	SSA	09:00
8	7d706	A320	Chegada	BSB	11:00

Tabela 4 – Lista de eventos

A Tabela 4 mostra que cada evento de chegada ou de partida de um voo da origem a um nó, ou seja, uma posição temporal em um aeroporto. Todos os nós da Tabela 4 possuem como tipo de aeronave o A320, conforme mostra a Tabela 3, logo residem na mesma rede espaço-tempo, porém cada um na linha de tempo do aeroporto correspondente. Os nós têm como locais GRU, BSB e SSA, portanto são dispostos em três linhas de tempo distintas, como mostra a Figura 6.

Esse tipo de arco é usado para representar um avião aguardando em solo - o tempo entre um pouso e a decolagem subsequente. Na Figura 6, eles foram representados pelas setas não completos . Por último, existem os arcos de manutenção. Da mesma forma que os arcos de solo, eles representam um avião aguardando em solo, porém são planejados pela empresa para acontecer em horários bem definidos. Neste sentido, eles se comportam como um voo; por isso, o início e o fim da manutenção transformam-se em eventos de decolagem e de partida em um mesmo aeroporto. Esses eventos são convertidos em nós intermediários e adicionados à rede.

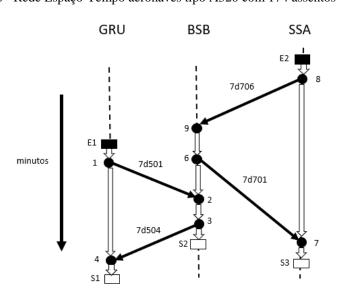


Figura 6 - Rede Espaço-Tempo aeronaves tipo A320 com 174 assentos

As aeronaves entram na rede através dos nós de entrada. No caso prático da Figura 6, a aeronave A320#1 inicia sua jornada em Guarulhos ao meio-dia, no nó E1, enquanto a outra aeronave A320#2 decola às 9:00, em Salvador, no nó E2. Define-se o parâmetro binário  $N_{L}INPUT_{n,k}$  para representar a entrada de uma aeronave k em nó de entrada n. Nos exemplos acima, tem-se  $N_{L}INPUT_{E1, A320#1} = 1$  e  $N_{L}INPUT_{E2, A320#2} = 1$ ; em todos os outros casos, tal como  $N_{L}INPUT_{E2, A320#1}$ , os parâmetros têm valor  $0^{30}$ .

Como exercício, à rede da Figura 6, adiciona-se o seguinte voo:

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Na prática são inseridos nós de entrada em todas as linhas de tempo e não só naquelas onde há aeronaves entrando na malha como foi mostrado na Figura 6.

#### 503 GRU BSB 14:00 15:30

#### 503 07/01/06 A320#3

A nova rede está desenhada na Figura 7. Dado que a decolagem da aeronave A320#3 ocorre em GRU, o nó de entrada E1 dará origem a duas aeronaves A320#1 e A320#3. Consequentemente, o arco de solo que liga o nó de entrada E1 e o primeiro nó de decolagem conterá 2 aeronaves.

Ainda neste exemplo, o nó de pouso do voo 7d503 funde-se ao nó de decolagem do voo 7d504. Eles são o mesmo, pois possuem as mesmas características: horário, local e tipo de aeronave. Em uma programação com centenas de voos, situações como esta se multiplicam, podendo um mesmo nó receber e dar origem a múltiplos arcos de voo e de manutenção, além dos arcos de solo de entrada e saída. Com isso, as características de um nó intermediário<sup>31</sup> são: horário, local, tipo de aeronave, lista de arcos de voo que chegam ao nó, lista de arcos de voo que saem do nó, arco de solo de chegada e arco de solo de saída. Por outro lado, as características de um nó de entrada são: horário, local, tipo de aeronave, lista das matrículas das aeronaves que entram na malha por ele e arco de solo de saída.

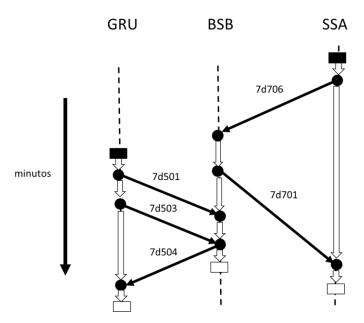


Figura 7 - Rede Espaço-Tempo adicionado voo 503

-

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Nó que não é nem de chegada, nem de saída de aeronave

Os nós são utilizados na rede para montar as conexões em solo entre arcos por uma aeronave. Isto é, arcos que chegam a um nó podem montar conexão com arcos que saem do mesmo nó lembrando que os horários dos nós correspondem aos horários dos eventos de pouso e decolagem. Admitir uma conexão de um arco de chegada a um outro de saída em um mesmo nó é dizer que a aeronave pode pousar em um horário e, em seguida, decolar no mesmo horário. Isto é impossível, pois a aeronave precisa aguardar um tempo mínimo em solo depois de um pouso para pode assumir um voo de decolagem. A fim de garantir o tempo mínimo na montagem das conexões na rede, atrasa-se, artificialmente, os horários dos eventos de pouso para uma quantidade de tempo igual ao tempo mínimo de solo solicitado pelas aeronaves do tipo em questão. Desta forma, as conexões montadas entre arcos de chegada e saída em um nó estão, na verdade, deslocadas pelo tempo mínimo de solo.

Por último, vale ressaltar que em uma programação de voos real, onde existem vários tipos de avião diferentes, tal como Airbus A320, Boeing B747, etc, são criadas redes espaço-tempo para cada um dos tipos de aeronaves. A representação matemática da programação de voos será a união de todas as rede espaço-tempo independentes.

#### 3.1.2 Perturbações e Alterações

As perturbações presentes no *recovery* são eventos externos que afetam a programação de voos. Pode-se falar muito sobre a origem das mesmas, tais como greves e condições climáticas, porém, quaisquer que sejam, o *recovery* se interessa somente pelo efeito das perturbações nos voos. Neste trabalho, atrasos, cancelamentos, paradas de aeronave e redução de capacidade aeroportuária são modelados matematicamente e inseridos na programação de voos antes do início do processo de otimização. Ou seja, as perturbações são conhecidas de antemão; por exemplo: à zero hora do primeiro dia, sabe-se que um voo programado para sair no segundo dia irá atrasar em 2h, ou ainda, uma aeronave específica irá parar para manutenção por duas horas no dia seguinte. Esta é uma abordagem estática do processo de *recovery*. O único artigo encontrado na literatura que trata do *recovery* da malha aérea sob uma abordagem dinâmica foi Vos, Santos, Omondi (2015). Embora o artigo conclua que uma abordagem dinâmica leva a soluções com menor custo, não foram apresentados resultados ou detalhes desta comparação.

Definem-se as perturbações da seguinte forma:

- Atraso é a quantidade de tempo em que um voo é mantido em solo depois do horário inicialmente definido. Neste trabalho, será considerado que o atraso na saída

implicará atraso no pouso do mesmo voo.

- Cancelamento é a interrupção completa do serviço. Neste caso, o voo tão

somente deixa de acontecer.

- Parada de aeronave ou Manutenção não programada é um período de tempo no

qual uma aeronave não pode voar e aguarda em solo. Ela ocorre devido a alguma falha,

não permitindo que a aeronave levante voo.

- Redução da capacidade aeroportuária é a definição de novos limites de

quantidade de pousos e decolagens possíveis em determinado horário, devido a razões

operacionais ou climáticas.

A seguir serão explicados em detalhes como cada perturbação foi modelada e quais os

efeitos que causam na programação:

3.1.2.1 Atraso

O atraso de um voo quando aparece como perturbação da programação é, na verdade, a

consequência de alguma situação operacional adversa, tal como: passageiros que se

atrasam para chegar ao aeroporto ou que se perdem dentro do mesmo, manutenção

emergencial na aeronave, tripulação atrasada, dentre muitos outros. Quando essas

situações ocorrem, muito voos acabam sendo afetados, causando impactos importantes

na programação.

Modela-se o atraso por meio de um novo voo operado pela mesma aeronave, porém em

outro horário. Como exemplo, um atraso de 15 min no voo 7d501<sup>32</sup> é modelado por outro

voo que receberá outra designação 7d501\_1, cujos detalhes são mostrados abaixo. Este

novo voo é adicionado à lista de voos, coexistindo na rede ambos os arcos.

7d501\_1 GRU BSB 12:15 13:45

7d501 1 07/01/2006 A320#1

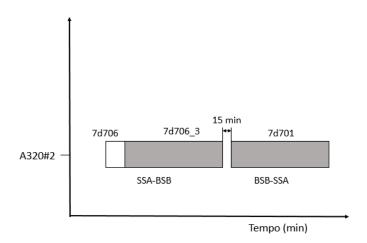
\_

32 501 GRU BSB 12:00 13:30, 501 07/01/2006 A320#1

O atraso de um voo pode acarretar o atraso do voo seguinte que a mesma aeronave tem programada, pois é preciso garantir o cumprimento do tempo mínimo de solo. Isto pode ser visualizado supondo um atraso de 45min ao voo 7d706, considerando que o tempo mínimo de solo de uma aeronave tipo A320 174 assentos seja de 1h. A Figura 8 (a) mostra o atraso do voo 7d706 isoladamente e a Figura 8(b) mostra o atraso a que o voo 7d701 precisa se submeter, dado o movimento do voo 7d706, a fim de manter o tempo mínimo de solo entre a chegada do 7d706\_3 e o 7d701\_3.

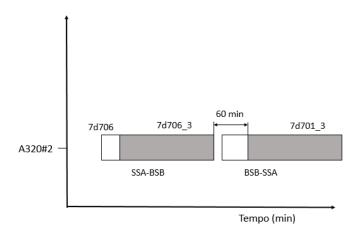
Figura 8 - Perturbação de atraso de 60min do voo 7d703





(a) Atraso do voo 7d706 em 45min por meio do voo 7d706\_3

#### A320\_174ASS



(b) Atraso do voo 7d706 e consequente atraso do 7d701, também em 45min para garantir o tempo mínimo de solo de 60min. O voo 7d701\_3 é criado.

Atrasos consequentes de perturbações, como no exemplo da Figura 8, são denominados de alterações de voo. O *aircraft recovery problem* busca minimizar essas alterações, por meio de otimização combinatória. O caráter combinatório do problema vem do fato que muitas opções de alteração são geradas, sendo que as selecionadas são aquelas que otimizam a função objetivo e que atendam às restrições. No caso do atraso, diversas opções de atraso são geradas. Conforme Zhang *et al* (2016), foram criadas muitas opções de atraso para cada voo pertencente à programação inicial de voo, de maneira que a última

opção esteja 12h e 15min à frente da primeira. Os processos aeroportuários envolvidos na decolagem de um voo, tais como embarque, desacoplamento da ponte de embarque e *pushback*<sup>33</sup> da aeronave consomem em torno de 5 a 15 min. Por esta razão, um voo é considerado atrasado, para fins estatísticos, quando sua diferença horária supera 15 min. Com base nesta questão estatística, as opções de atraso geradas diferenciam-se de 15min cada uma. As opções de atraso são denominadas pelos códigos, como no exemplo a seguir: 7d501\_0, 7d501\_1, 7d501\_2, ..., 7d501\_49. A última opção 7d501\_49 está atrasada 12,5h em relação a primeira opção 7d501\_0, cujos horários são os mesmos da programação inicial.

A rede espaço-tempo considera cada uma das opções de atraso como se fosse um voo independente. Na Figura 9 é mostrada a mesma rede da Figura 6, depois de criada uma opção de atraso para cada um dos voos.

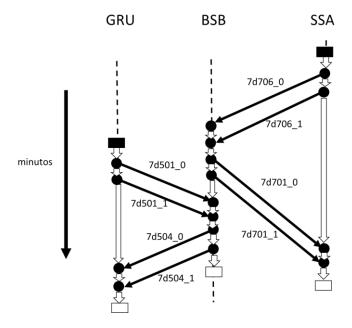


Figura 9 - Rede Espaço-Tempo adicionadas opções de atraso.

Variáveis de decisão binárias serão associadas a cada uma das opções de atraso. O modelo matemático, por meio de restrição, garante que somente uma das opções será selecionada ou, talvez, nenhuma delas no caso de cancelamento de voo. No exemplo da Figura 8,

\_

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Movimento em que a aeronave deixa a posição de estacionamento até estar posicionada para rolar em direção a pista de decolagem.

atraso do voo 7d706 em 45minutos, a opção de atraso que representa este atraso é a 7d706\_3 – 3 vezes 15 minutos. O modelo matemático impõe esta restrição, garantindo que as opções de atraso 7d706\_0, 7d706\_1 e 7d706\_2 não operem. Desta forma, a solução do problema irá ou atrasar este voo em no mínimo 45 minutos, ou cancelá-lo.

#### 3.1.2.2 Cancelamento

Além de atrasado, um voo pode ser cancelado. Neste caso, o voo deixa de acontecer. Da mesma forma que o atraso, o cancelamento pode ser uma perturbação imposta à programação de voos como resultado de algum evento externo, ou pode ser consequência de outras perturbações. Por exemplo, a avião A320#2 está parado em Salvador(SSA) pela manhã e irá executar dois voos 7d706 e 7d701 indo a Brasília(BSB) e voltando em seguida. Por chuva em Salvador no início da manhã, o voo 7d706 é cancelado. Uma vez que a aeronave não vai a Brasília, o voo seguinte 7d701 tampouco pode ser executado, pois seu aeroporto de origem é, justamente, Brasília, logo também é cancelado. Neste exemplo, o cancelamento do primeiro voo 7d706 é uma perturbação, enquanto o do voo 7d701 é uma alteração de voo.

Uma variável de decisão binária artificial é atribuída ao voo para representar o cancelamento. Ela é ativada, ou seja, valor igual a 1 quando o voo é cancelado. Neste caso, nenhuma das variáveis de decisão correspondentes às opções de atraso do mesmo voo terá valor 1. O oposto também é válido, isto é, um voo que opera, o faz em alguma opção de atraso, resultando na variável de decisão de cancelamento nula. Esta dinâmica entre as variáveis de decisão de atraso e de cancelamento é garantida por restrição no modelo matemático.

#### 3.1.2.3 Manutenção

A manutenção das aeronaves pode acontecer preventivamente ao aparecimento de panes ou de forma não programada devido a falhas inesperadas. Ela é realizada em aeroportos que tenham a infraestrutura necessária e carece de tempo que pode variar entre algumas horas até dias. Na rede espaço-tempo, tal como explicado anteriormente, a manutenção é modelada por arcos que ligam nós de um mesmo aeroporto. As informações relativas às

aeronaves, que inclui a manutenção preventiva, são informadas na programação inicial. Abaixo as informações das aeronaves A320#1 e A320#2.

Tabela 5 – Informações das aeronaves

A320#1 A320 0/0/174 60 GRU

A320#2 A320 0/0/174 60 SSA SSA-07/01/06-15:00-07/01/06-19:00

A aeronave A320#1, conforme a tabela 3, é do tipo A320 com total de 174 assentos<sup>34</sup>, o tempo mínimo em solo para este tipo de aeronave é de 60 minutos e está parada em GRU no início da malha. A aeronave A320#2 é do mesmo tipo da anterior, pois é do mesmo modelo A320 e têm a mesma configuração de assentos. Ela está posicionada em SSA no início da malha e, diferentemente da outra aeronave, tem uma manutenção preventiva programada em SSA. O serviço de manutenção se inicia no dia 07/01/06 às 15:00 e finaliza às 19:00 do dia 07/01/06. As manutenções são modeladas por meio de arcos equivalentes aos voos, cujos números são gerados aleatoriamente<sup>35</sup>, sendo diferentes daqueles presentes na lista de voos inicial, tal como pode ser visto abaixo:

7d9000\_0 SSA SSA 15:00 19:00 7d9000 0 07/01/2006 A320#2

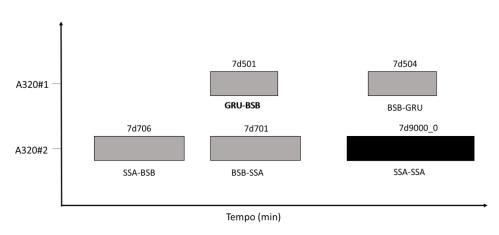
O arco 7d9000\_0 representa a manutenção preventiva e funciona exatamente como o de um voo. Ele e sua rotação são adicionados à programação de voo; o início e o fim da manutenção são convertidos em eventos; logo, nós são inseridos na rede-espaço tempo. O arco de manutenção 7d9000\_0 pode ser visto no diagrama de Gantt da programação, como na Figura 10.

<sup>35</sup> Aleatórios, pois o número de voo dos arcos de manutenção gerado não tem valor para a companhia aérea. O que não pode ocorrer é que o número coincida com algum voo existente.

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> A configuração é dada por 0/0/174. à esquerda está a quantidade de assentos na primeira classe, no caso zero; ao meio, os assentos em classe executivo, novamente zero e à direita 174 assentos em classe econômica.

Figura 10 - Programação de Voo com arco de manutenção.





O arco de manutenção precisa operar nos horários estabelecidos pela programação inicial, não cabendo atraso nem cancelamento. Por esta razão, o arco tem a ele associado somente uma variável de decisão, e por meio de restrição, ela necessariamente precisa estar ativada na solução final.

Até então, definiu-se a manutenção preventiva, porém surgem problemas nas aeronaves durante a operação para os quais não é possível aguardar o próximo evento de manutenção previamente estabelecido para a aeronave. Neste caso, é necessária uma intervenção em um dos próximos aeroportos em que pousará. Este tipo de evento é modelado neste trabalho como uma perturbação à programação de voos por uma parada de aeronave não prevista ou manutenção não-programada. As informações relativas a esta perturbação são: matrícula da aeronave, a data e o horário da intervenção, tal como pode ser visto abaixo:

A perturbação acima informa que houve uma falha na aeronave A320#1, de modo que no dia 07/01/06 às 19:00 a aeronave tem que parar para manutenção por 9 horas consecutivas. Diferente da manutenção preventiva, a parada não prevista é definida pela empresa durante a operação; logo, o aeroporto em que ela ocorrerá não estava definido no desenho inicial da malha aérea. Por esta razão, a parada da aeronave gera alterações na programação inicial, pois voos que estavam previstos para ocorrer naquele período de tempo, a partir daquele aeroporto e com aquele tipo de aeronave aeronave, terão que ser atrasados ou cancelados. A escolha do aeroporto onde ocorrerá a manutenção cabe ao *recovery*, que determinará o local com base no critério de otimização da função objetivo.

De forma equivalente à manutenção preventiva, arcos de manutenção são gerados e adicionados à programação. No exemplo atual, as aeronaves do tipo A320 com 174 assentos passam por três aeroportos: GRU, BSB e SSA, segundo a programação inicial, logo, estes são os possíveis aeroportos onde a parada da aeronave poderá ocorrer. Em vista disso, três arcos de manutenção e suas rotações, tal como mostrados abaixo, são inseridos na programação:

7d9001\_0 GRU GRU 19:00 04:00 7d9002\_0 BSB BSB 19:00 04:00 7d9003\_0 SSA SSA 19:00 04:00

7d9001\_0 07/01/2006 A320#1
7d9002\_0 07/01/2006 A320#1
7d9003 0 07/01/2006 A320#1

Note-se que os três arcos têm os mesmos horários e as suas rotações ocorrem na mesma data e na mesma aeronave, conforme informação da perturbação. Três variáveis de decisão binárias são associadas à manutenção não programada, uma para cada local onde ela poderá ocorrer. Por meio de restrição, somente uma delas será ativada na solução final.

Em resumo, as manutenções são modeladas por arcos equivalentes aos de voos; a diferença entre elas é a quantidade de arcos que cada tipo de manutenção precisa. A manutenção preventiva tem local e hora definidos na programação inicial, logo necessita somente de um arco. A manutenção não programada tem horário, mas não tem local definido, portanto são necessários tantos arcos quantos os possíveis aeroportos onde ela poderá ocorrer.

## 3.1.2.4 Redução de capacidade aeroportuária

A capacidade aeroportuária é disponibilizada à empresa aérea pelo gestor aeroportuário no momento da solicitação dos voos. Em aeroportos que trabalham com sistema de slot<sup>36</sup>, a definição da capacidade aeroportuária ocorre duas vezes por ano segundo o calendário IATA<sup>37</sup> (IATA, 2017). Em aeroportos que não seguem o procedimento IATA, a definição da capacidade aeroportuária é feita no momento que o voo é solicitado ao gestor do aeroporto<sup>38</sup>.

A capacidade aeroportuária disponibilizada à empresa aérea é um recurso utilizado na definição da malha aérea e é um dado do problema. Ela é informada por faixa horária e por tipo de movimento – pouso ou decolagem - e válida para cada hora fechada. A Tabela 6 mostra as capacidades dos três aeroportos em questão:

AEP	DEP/H	ARRV/H	HORA1	HORA2	DEP/H	ARRV/H	HORA1	HORA2
GRU	5	5	00:00	23:00				
BSB	2	2	00:00	07:00	4	4	07:00	23:00
SSA	0	0	00:00	07:00	1	3	07:00	23:00

Tabela 6 – Capacidade aeroportuária disponível

Na Tabela 6, mostra-se que a empresa aérea cujo *recovery* está sendo resolvido possui direito em Guarulhos a 5 decolagens e 5 pousos em cada uma das 24 horas. Em Brasília, este número cai para 2 decolagens e 2 pousos por hora das 00:00 às 07:59 e 4 decolagens e 4 pousos por hora no resto do dia. Em Salvador, a situação é diferente. Nenhum pouso ou decolagem pode ocorrer entre 00:00 e 07:59. Nas outras horas do dia, são permitidas 1 decolagem e 3 pousos.

A redução da capacidade aeroportuária consiste na diminuição de algum desses valores por força de algum efeito externo, tal como chuvas ou incidente aeronáutico<sup>39</sup>. Esta perturbação pode gerar alteração de voos, pois a programação inicial leva em

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Horário de operação concedido a uma empresa segundo regras especificadas pela IATA.

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup> Associação Internacional de Transporte Aéreo

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> Resolução ANAC nº. 440/2017

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> Incidente aeronáutico, por definição, é toda ocorrência associada à operação de uma aeronave que não chegue a se caracterizar como um acidente aeronáutico, mas que afete ou possa afetar a segurança da operação (NSCA 3-1, Norma do Comando da Aeronáutica)

consideração estes limites. Uma diminuição pode forçar um voo presente na programação inicial a ter que se deslocar de hora. Como exemplo, tem-se a seguinte perturbação:

AEP	DEP/H	ARRV/H	DATA1	HORA1	DATA2	HORA2
SSA	0	3	07/01/2006	09:00	07/01/2006	09:59

No exemplo, a empresa é impedida de decolar qualquer voo de Salvador no intervalo entre 09:00 e 09:59 da manhã do dia 07/01/06. Como resultado, o voo 7d706 com decolagem prevista para as 09:00 precisa atrasar 1h para sair da faixa das 9h. Este deslocamento faz com que o pouso em Brasília atrase 1h, chegando às 12:00. Como o voo 7d701 tem decolagem prevista para as 12:00, este também se vê obrigado a atrasar 1h, para garantir o tempo mínimo de solo retirado da Tabela 5.

Juntando os dados de capacidade fornecidos pelo gestor aeroportuário com as perturbações de redução de capacidade, gera-se uma tabela  $Cap_{aep,tm,fh}$  que contem todos os limites da capacidade aeroportuária. Essa tabela contém as informações de cada aeroporto aep, em cada uma das 24 faixas horárias do dia fh - 0-1h,1-2h,...,23-0h - , em todas as datas que a programação de voo alcança - incluindo os atrasos - para ambos os tipos de movimento tm - chegada ou decolagem.

A capacidade aeroportuária consiste em um recurso do sistema cujos limites são garantidos por meio de restrições no modelo matemático. Essas limitações atingem a quantidade de voo em cada faixa horária, considerando todos os tipos de aeronaves da programação inicial. Por último, as manutenções, embora sejam modeladas como voos, não consomem este recurso, pois representam, fisicamente, avião parado em solo e não uma operação de pouso e decolagem.

#### 3.1.3 Custos generalizados

O *recovery* tem como objetivo principal a volta às operações normais depois de um período de tempo; com isso, uma programação com muitas alterações se contrapõe ao objetivo final. Por esta razão, a função objetivo quantifica o quanto a malha está alterada. Existem três formas de alterar a programação original de um voo: 1 – atraso, 2 –

cancelamento e 3 – troca de aeronave. Para cada uma foi modelado um custo generalizado.

Foi adotado o custo de 10€ por minuto atrasado e de 20.000€ por cada voo cancelado (ZHANG *et al.*, 2016). Estes são valores médios e não consideram a quantidade de passageiros em cada voo, posição na cabine de cada passageiro (econômica ou executiva) ou natureza do voo (doméstica ou internacional). Estes custos devem corresponder ao ressarcimento que a empresa aérea deve fornecer aos passageiros em caso de perturbação relevante. Seus valores se sustentam em uma realidade europeia atual, onde a legislação exige ressarcimentos financeiros aos passageiros<sup>40</sup>. Os valores utilizados podem ser entendidos com os dois exemplos abaixo:

Cancelamento - Tome o cancelamento de um voo em uma aeronave de 150 assentos como exemplo. Supondo um fator de ocupação médio de 65%, ou seja, 97 pessoas perderam o voo. Dessas, 20% eram crianças, seus pais e idosos e a companhia encontrou voos onde pudessem ser reacomodados. Sobraram ainda 80 pessoas para as quais a empresa deve providenciar refeições e acomodações para o dia seguinte. Considerando 250€ como custos por pessoa, o que é normal para os valores de referência europeus deste trabalho, chega-se aos 20.000€ por cancelamento.

Atraso – Os 10€ por minuto atrasado representam 12€ para cada um dos 97 passageiros, quando submetidos a um atraso de 120min. Nestes casos a empresa deve fornecer uma pequena refeição.

Esta abordagem simplificada para os custos faz sentido, uma vez que o *recovery* do passageiro não está sendo resolvido neste trabalho. Cook, Tanner e Lawes (2012) propuseram modelos matemáticos para o custo do atraso por passageiro que consideram aspectos mercadológicos tais como propensão a troca de companhia.

A troca de aeronave ocorre quando a aeronave que executa um voo é diferente daquela que estava considerada na tabela de rotação de aeronaves na programação inicial (Tabela 3). O custo se baseia no fato de que a programação inicial da aeronave é resultado de um processo de otimização, que considera recursos como disponibilidade de tripulações e de oficinas de manutenção. Estes, por sua vez, estão ligados às aeronaves específicas. Logo, minimizar as trocas de aeronaves significa manter a solução próxima ao resultado

\_

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> Regulamento europeu (EC) No 261/2004

otimizado anterior ao *recovery*. Uma vez que o custo da troca de aeronave é uma estratégia puramente matemática para direcionar o otimizador, determinou-se 1€ como o custo para um voo ser operado por uma aeronave diferente da inicial. A fim de simplificar o modelamento matemático, definiu-se que só é possível trocas entre aeronaves do mesmo tipo e configuração. Além da simplificação matemática, evita-se problemas de capacidade de assentos na hora da reacomodação dos passageiros. Na prática, as empresas aéreas permitem trocas entre diferentes configurações, desde que se respeitem os limites de capacidade de assento. Introduzir esta capacidade no modelo é possível, tal como fizeram Thengvall *et al* (2001), mas isso representa adentrar ao problema do *Passenger Recovery*, o que não foi a proposta deste trabalho.

Como exemplo, a Tabela 7 mostra algumas alterações de voos resultantes do *recovery*. Verifica-se um atraso de 4h no voo 7d701, a troca de sua aeronave para a A320#1 e, por consequência, o voo 7d504 passa a ser operado pela aeronave A320#2. Este exemplo pode ser visto na Figura 11 − malha inicial na Figura 4. Os custos desta alteração são 2.400€ por 4h de atraso do voo 7d701 e 2€ pela troca da aeronave dos voos 7d701 e 7d504.

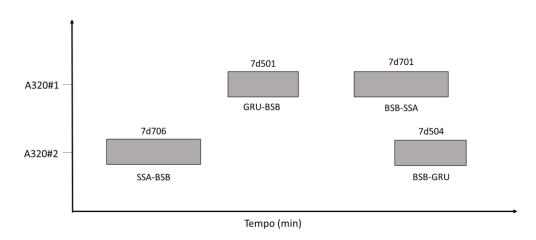
Tabela 7 – Alterações na programação de voos

voo	DIA	TIPO	MINUTOS
701	07/01/2006	Atraso	240

voo	DIA	MATRICULA
504	07/01/2006	A320#2
701	07/01/2006	A320#1

Figura 11 - Programação de Voo alterada - Custo total 2.402€.





## 3.1.4 Período de Recuperação

Por último, define-se o período de recuperação como o período de tempo em que alterações de malha são permitidas. Depois desse período, a malha deve poder operar conforme a programação original. Neste trabalho, o início do período de recuperação é confundido com o início da programação de voos e o seu fim é um dado do problema. Este é modelado como um nó adicional, ou seja, diferente dos nós intermediários, entrada ou saída de avião. A Tabela 8 mostra a definição do período de recuperação:

Tabela 8 – Período de Recuperação

DATA	HORA
08/01/2006	04:00:00

O período de recuperação finaliza às 04:00 do dia 08/01/06, logo este ponto no tempo será marcado por um nó de recuperação em cada uma das linhas de tempo da rede espaçotempo, tal como pode ser visto na Figura 12 pelos círculos não hachurados O R1, R2 e R3. Os nós de saída são definidos logo após os de recuperação, de modo que se pode admitir que a quantidade de aviões em solo nos nós de saída é a mesma daquela presente nos nós de recuperação.

O modelo matemático, explicitado à frente, possui restrição que impõe a volta as operações normais a partir do nó de recuperação.

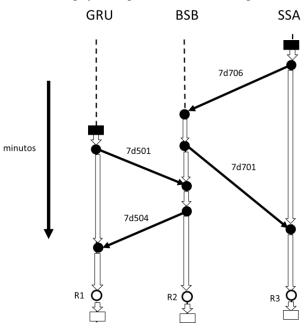


Figura 12 - Rede Espaço-Tempo com nós de fim do período de recuperação.

A volta às operações é alcançada a partir dos nós de recuperação se a quantidade de aviões em solo após esses nós for fixada conforme a programação de voos inicial prevê. A lógica disso pode ser entendida ao perceber que a rede espaço-tempo, na verdade, não termina nos nós de saída de aeronave. Este é um recorte utilizado para limitar o problema do *aircraft recovery*. Dentro dessa lógica, como exemplo, a programação inicial poderia prever dois voos decolando de um aeroporto logo após os nós de saída de aeronave em um determinado aeroporto. Esta programação só pode ocorrer se houver dois aviões em solo nos nós de saída. Nesta situação, diz-se que as operações voltaram à normalidade. A quantidade de aeronaves que precisa estar posicionada em um nó de recuperação n é expressa por  $p_n$  e é, portanto, um dado do problema.

## 3.2 Modelo matemático

A solução do *aircraft recovery problem* entrega a programação de voos final representada pelos arcos de voo, arcos de manutenção, arcos de solo, assim como as respectivas aeronaves que os realizam. Um modelo de fluxo em rede *multi-commodity*, em que cada tipo de aeronave é uma *commodity*, foi proposto para encontrar a solução do *aircraft recovery problem*. Uma rede espaço-tempo foi montada para cada tipo de aeronave, onde cada aeronave específica daquele tipo opera os arcos. O objetivo é minimizar o somatório dos custos generalizados, ou seja, das alterações de malha. As restrições impõem as

perturbações à programação de voo, garantindo a cobertura dos voos (isto é, cada voo ou é operado uma única vez ou é cancelado), o balanceamento da rede, a atribuição correta da capacidade aeroportuária e a volta às operações normais dentro do período de recuperação.

O modelo matemático está descrito no Modelo 1 abaixo.

## Conjuntos de Dados:

F Conjunto de voos presentes na programação de voo inicial

*N\_INT* Conjunto dos nós intermediários<sup>41</sup>

N ENTRADA Conjunto dos nós de entrada de aeronave

 $K_{fc}$  Conjunto das aeronaves específicas do mesmo tipo daquela que executa o voo que deu origem à opção de atraso fc na programação inicial.

 $K_n$  Conjunto das aeronaves específicas do mesmo tipo que o nó n representa.

 $FC_f$  Conjunto de arcos que representam as opções de atraso do voo f incluindo a opção sem atraso.

 $FC_{-}IN_n$  Conjunto de arcos de voo que chegam ao nó n.

 $FC_{-}OUT_{n}$  Conjunto de arcos de voo que saem do nó n.

 $GA_{\_}IN_n$  Conjunto dos arcos de solo que chegam ao nó n.

 $GA\_OUT_n$  Conjunto dos arcos de solo que saem do nó n.

AERPS Conjunto dos aeroportos presentes na programação de voo inicial.

TM Tipo de movimentos: Chegada ou Partida

FH Conjunto de todas as faixas horárias presentes da rede espaço-tempo.

-

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Item 3.1.1.2 Rede Espaço-Tempo

$FC_{aep,tm,fh}$	Conjuntos dos arcos de voo que dão origem aos eventos de um tipo de
	movimento tm, no aeroporto aep, cujos horários dos eventos estão
	dentro de uma faixa horária fh.
$K_m$	Conjunto das aeronaves específicas que sofrem alguma manutenção
	preventiva ou não-programada.
$FC\_M_k$	Conjunto dos arcos de manutenção referentes à aeronave k.
$F_{delay}$	Conjunto dos voos que sofrem uma perturbação de atraso.
$FC\_DELAY_f$	Conjuntos dos arcos que representam as opções de atraso que precisam
,	ser desativadas a fim de garantir a perturbação de atraso imposta a $f$ . <sup>42</sup>
$F_{cancel}$	Conjuntos dos voos que sofrem uma perturbação de cancelamento.
$N\_OUT$	Conjunto dos nós que marcam o final do período de recuperação.

# Parâmetros:

cost_delay_swap <sub>fc,k</sub>	Custo do Atraso e Troca de Aeronave original de um arco de voo $x_{fc,k}$
$cost\_cancel_f$	Custo do Cancelamento de um voo $f$
Cap <sub>aep,tm,fh</sub>	Capacidade limite de operações do tipo <i>tm</i> (decolagem ou pouso), em uma faixa horária <i>fh</i> , em um aeroporto <i>aep</i>
$N\_INPUT_{n,k}$	Parâmetro binário que identifica se a aeronave $k$ entra na malha pelo nó de entrada $n$

<sup>42</sup> Item 3.1.2.1 Atraso

-

 $p_n$ 

Quantidade de aeronaves posicionadas no nó de recuperação *n* 

Variáveis de Decisão:

$x_{fc,k}$	Variável binária que indica se o arco de
	voo ou de manutenção fc realizado pela
	aeronave k opera ou não.
$\mathcal{Y}_f$	Variável binaria que indica que o voo $f$ é cancelado ou não
$Z_{ga,k}$	Variável binária que indica se um arco de

Variavel binária que indica se um arco de solo *ga* terá a aeronave *k* aguardando na rede

Modelo 1 – Modelo Matemático Integrado Exato para o Aircraft Recovery Problem

$$min \sum_{f \in F} \left[ \sum_{fc \in FC_f} \sum_{k \in K_{fc}} x_{fc,k} * cost\_delay\_swap_{fc,k} + y_f * cost\_cancel_f \right]$$
3.1

Sujeito à:

$$\sum_{fc \in FC_f} \sum_{k \in K_{fc}} x_{fc,k} + y_f = 1$$

$$\sum_{fc \in FC_IN_n} x_{fc,k} + \sum_{ga \in GA_IN_n} z_{ga,k} = \sum_{fc \in FC_IOUT_n} x_{fc,k} + \sum_{ga \in GA_IOUT_n} z_{ga,k}$$

$$\sum_{ga \in GA_IOUT_n} z_{ga,k} = N_INPUT_{n,k}$$

$$\sum_{fc \in FC_{aep,tm,fh}} \sum_{k \in K_{fc}} x_{fc,k} \leq Cap_{aep,tm,fh}$$

$$\forall m \in N_INT \quad 3.3$$

$$\forall k \in K_n$$

$$\forall m \in N_INTRADA \quad 3.4$$

$$\forall k \in K_n$$

$$\forall aep \in AERPS \quad 3.5$$

$$\forall tm \in TM, \ \forall fh \in FH$$

$$\sum_{fc \in FC\_M_k} x_{fc,k} = 1$$
 
$$\forall k \in K_m \quad \mathbf{3.6}$$

$$\sum_{fc \in FC\_DELAY_f} \sum_{k \in K_{fc}} x_{fc,k} = 0$$
  $\forall f \in F_{delay}$  3.7

$$y_f = 1$$
  $\forall f \in F_{cancel}$  3.8

$$\sum_{aa \in GA \text{ OUT. } k \in K} z_{ga,k} = p_n$$
  $\forall n \in N\_OUT 3.9$ 

A função objetivo (3.1) é composta por dois termos: o primeiro é o custo do arco de voo  $x_{fc,k}$ , soma do custo do atraso com o custo da troca de aeronave; o segundo é o custo do cancelamento de um voo. A minimização da função objetivo faz perseguir uma programação de voos que seja a mais próxima possível da programação inicial.

A restrição (3.2) é a de cobertura do voo. Indica que um voo ou opera em alguma das opções de atraso por alguma das aeronaves do seu tipo de aeronave, ou é cancelado.

O balanceamento, sempre presente nos modelos de fluxo em rede, está representado pela restrição (3.3). Em cada nó intermediário da rede, o balanceamento precisa ser verificado por cada uma das aeronaves do mesmo tipo de voo, ou seja, se uma aeronave chega a um nó por meio de um arco, ela precisa sair por meio de outro arco. Note-se o termo de somatório dos arcos de solo em ambos os lados da equação. Embora, matematicamente, correto, é preciso lembrar que cada nó contém somente um arco de solo de entrada e um de saída.

A restrição (3.4) marca a entrada das aeronaves na rede através dos nós de entrada.

Os limites da capacidade aeroportuária são garantidos pela equação (3.5). Os eventos de voo em uma faixa horária precisam respeitar os limites da capacidade. Avião em solo não consome capacidade, logo arcos de solo e de manutenção não são contabilizados.

As manutenções são garantidas pela equação (3.6), sejam elas programadas previamente na programação inicial ou sejam elas manutenções não-programadas. Ambas diferem

somente pelo fato de que a manutenção não-programada é modelada por vários arcos, ao invés de um único<sup>43</sup>.

Os atrasos impostos por perturbação são regidos pela Equação (3.7). Ela garante um atraso mínimo igual ao solicitado. No entanto, quando combinada com a equação (3.2), o voo submetido a uma perturbação de atraso também poderá ser cancelado.

Um cancelamento imposto como perturbação é feito, tão somente, definindo como 1 a variável de decisão  $y_f$  correspondente ao voo, como mostra a Equação (3.8).

Finalmente, a última restrição (3.9) é a que garante, efetivamente, que o *recovery* seja resolvido até o fim do período de recuperação solicitado. Para tanto, impõe-se uma quantidade de aeronaves  $p_n$  saindo dos nós de recuperação.

# 3.3 Criação da rede espaço-tempo

A estrutura da rede espaço-tempo é montada por meio de uma heurística sequencial, em que cada etapa corresponde aos arcos e nós de um mesmo tipo de aeronave. A estrutura se completa quando todos os tipos de aeronaves são transformados. A heurística 1 é resolvida para cada tipo de aeronave ou configuração.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup> Ver item 3.1.2.3 Manutenção

Heurística 1 – Criação Rede Espaço-Tempo de uma configuração

```
0: Procedimento Criação Rede Configuração J
1: Para cada evento e
2:
      Se Nodes (Aeroporto (e), Tempo (e)) = \phi Então
3:
            Criar NewNode = f(Aeroporto(e), Tempo(e))
            Nodes ← NewNode
4:
            Pos ← Posição { NewNode }
5:
6:
      Senao
7:
            Pos ← Posição { Nodes (Aeroporto (e), Tempo (e) ) }
8:
      Fim Se
      Caso e:
10:
            Decolagem: Nodes[Pos].Lista Decolagem ← e
            Pouso: Nodes[Pos].Lista Pouso ← e
11:
12:
      Fim Caso
13: Fim Para
14: Para cada Aeroporto
            Criar Nó Entrada e Nó Saída Aeronave
15:
16:
            Criar Nó Fim do Período de Recuperação
17: Fim Para
18: Para Cada 2 Nós consecutivos
19:
            Criar Nodes. ArcoSolo Inbound
20:
           Criar Nodes.ArcoSolo Outbound
21: Fim Para
21:
     Retorna Nodes Configuração J
```

## 3.4 Heurística Matemática

A heurística proposta para resolver o *aircraft recovery problem* consiste em desacoplar o modelo matemático em duas partes: a primeira, denominada <u>Atribuição de Frota</u>, define o quanto cada voo será atrasado ou se será cancelado respeitando a quantidade de aviões na frota e a capacidade aeroportuária; a segunda define a <u>Rotação de Aeronaves</u>, isto é, qual aeronave específica irá realizar cada voo. Esse desacoplamento pode custar a otimalidade do problema, mas é capaz de tratar instância grandes e muito perturbadas conforme mostra Thengvall *et al* (2001).

O desacoplamento entre Atribuição de Frota e Rotação de aeronaves segue a proposta de Zhang et al (2016), porém, tal como foi explicado no item da revisão bibliográfica, 2.3.2.2 A proposta de Zhang et al (2016), esse método encontra dificuldades para o tratamento dos arcos de manutenção e muitas vezes pode chegar a soluções inviáveis. Este problema será explicado em profundidade nas duas próximas seções e, em seguida, será apresentada uma heurística matemática híbrida que se propõe a resolver o *aircraft recovery problem* sem recair nos mesmos problemas identificados na proposta de Zhang et al (2016) conforme falado na revisão bibliográfica.

A atribuição de frota e a rotação de aeronaves são resolvidas usando modelos de fluxo de rede, sendo o primeiro, a atribuição de frota, um modelo *multi-commodity* de programação inteira mista integrando todos os tipos de aeronaves sujeitos à capacidade aeroportuária. O modelo matemático da atribuição de frota será mostrado no Modelo 2 a frente. O problema de rotação de aeronaves consiste na execução sequencial de vários modelos de fluxo em rede de programação inteira independentes, um para cada configuração. O modelo matemático da atribuição de frota será mostrado no Modelo 2 a frente.

#### 3.4.1 Atribuição de Frota

A atribuição de frota é derivada do Modelo Matemático Integrado Exato – Modelo 1, aplicando-lhe a hipótese simplificadora que todas as aeronaves de uma configuração são idênticas. Esta hipótese é válida, pois dentro de uma rede-espaço tempo, todas as aeronaves pertencem ao mesmo tipo de aeronave e qualquer voo poderia ser executado por qualquer aeronave. A única ressalva reside nos arcos de manutenção, que podem representar até 2% da malha. Esses, sim, foram planejados para serem executados por aeronaves específicas, mas isso não invalida o uso da atribuição de frota ao problema nesta etapa da heurística, o que será explicado em seguida.

Primeiramente, a atribuição de frota não escolhe a aeronave: isto é feito na etapa subsequente, a Rotação de Aeronaves. O que a atribuição de frota faz é decidir quais arcos devem compor a solução, ou seja, decide se os voos cancelam ou operam e com quais opções de atraso. Os voos de manutenção são tratados como uma restrição rígida, ou seja, eles precisam ocorrer sem atraso. Desta forma, o algoritmo movimentará minimamente os outros voos, de modo a cumprir aquela restrição, chegando a uma solução. O que pode

acontecer é que, de posse da solução da atribuição, perceba-se, na etapa seguinte, que algum arco de manutenção não poderá ser executado pela aeronave correta sem que outra restrição seja descumprida, levando a um modelo de Rotação de Aeronaves inviável. Os casos em que a inviabilidade pode ocorrer, assim como o tratamento proposto, serão mostrados a seguir.

O modelo matemático da atribuição está representado abaixo no Modelo 2. Ele é basicamente o mesmo do modelo integrado exato – Modelo 1, retirando-se a escolha de aeronave das variáveis de decisão e dos arcos. As aeronaves passam a entrar na Rede Espaço-Tempo, não uma a uma, como foi verificado na restrição (3.4). Consequentemente, as variáveis de solo passam a representar múltiplos aviões em solo, o que transforma a Atribuição de Frota em um problema de Programação Inteira Mista (MIP).

O modelo matemático está descrito no Modelo 2 abaixo.

## Conjuntos de Dados:

F Conjunto de voos presentes na programação de voo inicial

*N\_INT* Conjunto dos nós intermediários<sup>44</sup>

*N\_ENTRADA* Conjunto dos nós de entrada de aeronave

 $FC_f$  Conjunto de arcos que representam as opções de atraso do voo f,

incluindo a opção, ou seja, opção sem atraso.

 $FC_{-}IN_{n}$  Conjunto de arcos que chegam ao nó n.

 $FC_{-}OUT_{n}$  Conjunto de arcos que saem do nó n.

 $GA_{\perp}IN_n$  Conjunto dos arcos de solo que chegam ao nó n.

 $GA_{-}OUT_{n}$  Conjunto dos arcos de solo que saem do nó n.

AERPS Conjunto dos aeroportos presentes na programação de voo inicial.

.

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> 3.1.1.1 Rede Espaço-Tempo

TM	Tipo de movimentos: Chegada ou Partida
FH	Conjunto de todas as faixas horárias presentes da rede espaço-tempo.
$FC_{aep,tm,fh}$	Conjuntos dos arcos de voo que dão origem aos eventos de um tipo de movimento $tm$ , no aeroporto $aep$ , cujos horários dos eventos estão dentro de uma faixa horária $fh$ .
FC_M	Conjunto dos arcos de manutenção preventiva ou não-programada.
$FC\_M_f$	Conjunto dos arcos de manutenção referentes aos diferentes aeroportos que a manutenção não-programada $f$ pode ocorrer.
$F_{delay}$	Conjunto dos voos que sofrem uma perturbação de atraso.
$FC\_DELAY_f$	Conjuntos dos arcos que representam as opções de atraso que precisam ser desativadas a fim de garantir a perturbação de atraso imposta a $f$ . <sup>45</sup>
$F_{cancel}$	Conjuntos dos voos que sofrem uma perturbação de cancelamento.
$N\_OUT$	Conjunto dos nós que marcam o final do período de recuperação.

# Parâmetros:

cost_delay <sub>fc</sub>	Custo do Atraso de um arco de voo $x_{fc}$
$cost\_cancel_f$	Custo do Cancelamento de um voo $f$
$Cap_{aep,tm,fh}$	Capacidade limite de operações do tipo <i>tm</i> (decolagem ou pouso), em uma faixa horária <i>fh</i> , em um aeroporto <i>aep</i>
$N\_INPUT_n$	Quantidade de aeronaves que entram na malha pelo nó de entrada $n$ .

<sup>45</sup> 3.1.2.1 Atraso

\_

 $p_n$ 

Quantidade de aeronaves posicionadas no nó de recuperação *n* 

#### Variáveis de Decisão:

$x_{fc}$	Variável binária que indica se o arco de
	voo ou de manutenção $fc$ realizado é
	operado ou não por alguma aeronave.
$y_f$	Variável binaria que indica se o voo $f$ é
	cancelado ou não
$z_{ga}$	Variável inteira que indica a quantidade de
	aeronaves que aguardam no arco de solo
	ga.

Modelo 2 – Modelo Matemático Atribuição de Frota.

$$\min \sum_{f \in F} \left[ \sum_{fc \in FC_f} x_{fc} * cost\_delay_{fc} + y_f * cost\_cancel_f \right]$$
 3.10

Sujeito à:

$$\sum_{fc \in FC_f} x_{fc} + y_f = 1$$

$$\sum_{fc \in FC_f} x_{fc} + \sum_{ga \in GA_f \setminus N_n} z_{ga} = \sum_{fc \in FC_f \setminus OUT_n} x_{fc} + \sum_{ga \in GA_f \setminus OUT_n} z_{ga}$$

$$\forall n \in N_f \setminus INT \quad 3.12$$

$$\sum_{ga \in GA_f \setminus OUT_n} z_{ga} = N_f \setminus INPUT_n$$

$$\forall n \in N_f \setminus INPUT_n \quad \forall n \in N_f \setminus INPUT_n$$

$$\sum_{fc \in FC_{aep,tm,fh}} x_{fc} \leq Cap_{aep,tm,fh}$$
  $\forall aep \in AERPS$  3.14 
$$\forall tm \in TM, \ \forall fh \in FH$$

$$\sum_{fc \in FC_{-M_f}} x_{fc} = 1$$
 
$$\forall f \in FC_{M} \quad 3.15$$

$$\sum_{fc \in FC\_DELAY_f} x_{fc} = 0$$
  $\forall f \in F_{delay}$  3.16

$$y_f = 1$$
  $\forall f \in F_{cancel}$  3.17

$$\sum_{ga \in GA\_OUT_n} z_{ga} = p_n$$
  $\forall n \in N\_OUT$  3.18

A interpretação das equações do modelo de atribuição é equivalente àquela do modelo matemático integrado exato - Modelo 1. Algumas mudanças se destacam: a função objetivo (3.10) não contém o custo de troca de aeronave; os arcos de solo guardam a informação de quantidade de aeronaves e não se uma determinada aeronave está aguardando. Isto pode ser observado quando das aeronaves entram na rede pela equação (3.13); o balanceamento (3.12), neste caso, garante que a quantidade de aeronave que chega a um nó deve ser igual à que sai do mesmo. A condição de recuperação (3.18) não precisa somar as contribuições de diferentes aeronaves específicas, pois a quantidade está expressa no arco de solo de saída.

#### 3.4.2 Rotação de Aeronaves

O modelo matemático da rotação de aeronave trata de encontrar a aeronave específica de cada arco escolhido na solução da atribuição de frota. O modelo matemático da rotação de aeronaves também é derivado do modelo matemático integrado exato — modelo 1 — retirando-se todas as restrições e parcelas da função objetivo que dizem respeito à escolha dos arcos das opções de atraso que devem operar, assim como a possibilidade de cancelamentos.

O objetivo da otimização é minimizar as diferenças em relação à programação inicial; logo, as trocas de aeronaves. Esta é uma diferença com relação a proposta de Zhang *et al.*(2016), pois ali a rotação foi feita de maneira aleatória, tal como explicitado no item 2.3.2.2 A proposta de Zhang et al (2016).

Como não há alteração dos voos além da definição da aeronave específica, o uso do recurso de capacidade aeroportuária está fixado; sendo portanto, uma restrição inativa. Assim, sem a restrição de capacidade, não há mais concorrência entre os diferentes tipos de aeronave pelo consumo do recurso. Com isso, a rotação é resolvida para cada tipo de aeronave separadamente.

O modelo matemático está descrito no Modelo 3 abaixo. A definição dos conjuntos e das variáveis de decisão são as mesmas mostradas no Modelo 1 – Modelo Matemático Integrado Exato para o Aircraft Recovery Problem, com a exceção do conjunto dos voos F. A rotação de aeronaves considera somente os voos que não foram cancelados na etapa de Atribuição de Frota – conjunto este denominado de F'. O parâmetro de custo presente na função objetivo diz respeito somente à troca de aeronave, pois opção de atraso foi definido na atribuição de frota.

Modelo 3 – Modelo Matemático Rotação de Aeronaves.

$$min \sum_{f \in F'} \left[ \sum_{fc \in FC_f} \sum_{k \in K_{fc}} x_{fc,k} * cost\_swap_{fc,k} \right]$$
3.19

Sujeito à:

$$\sum_{k \in K_{fc}} x_{fc,k} = 1$$
  $\forall f \in F'$  3.20

$$\sum_{fc \in FC\_IN_n} x_{fc,k} + \sum_{ga \in GA\_IN_n} z_{ga,k} = \sum_{fc \in FC\_OUT_n} x_{fc,k} + \sum_{ga \in GA\_OUT_n} z_{ga,k}$$
 
$$\forall n \in N\_INT \quad \mathbf{3.21}$$
 
$$\forall k \in K_n$$

$$\sum_{ga \in GA\_OUT_n} z_{ga,k} = N\_INPUT_{n,k}$$
  $\forall n \in N\_ENTRADA$  3.22  $\forall k \in K_n$ 

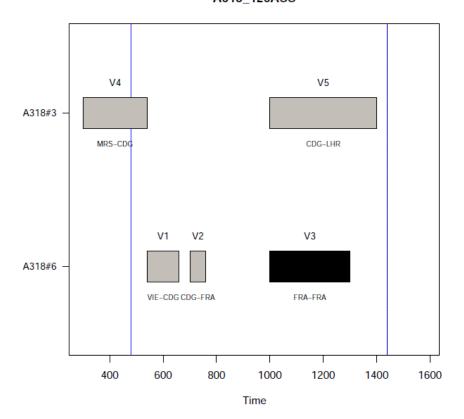
$$\sum_{fc \in FC\_M_k} x_{fc,k} = 1$$

A função objetivo (3.19) inclui somente o custo da troca; todo voo tem a ele atribuído, obrigatoriamente, um única aeronave específica como mostra a equação (3.20); não é necessário incluir uma restrição de cobertura aos arcos de solo, pois a restrição de entrada de aeronave (3.22) se encarrega de diferenciar esses arcos. O modelo garante, por meio da restrição (3.23), que os arcos de manutenção sejam operados pela aeronave estabelecida na programação inicial ou na perturbação.

Como já anunciado anteriormente, esse modelo pode não ter uma solução viável. As inviabilidades aparecem, justamente, do fato que a etapa anterior, a atribuição de frota, não é capaz de diferenciar as aeronaves. Exemplos ilustrativos serão explicitados abaixo.

Na Figura 13 há uma programação inicial contendo voos em duas aeronaves do tipo A318 e uma parada de manutenção preventiva a ser realizada pela aeronave A318#6 em Frankfurt (FRA).

Figura 13 - Programação inicial de A318. **A318\_123ASS** 



No caso, se um atraso de 240 minutos do voo V4 é imposto como perturbação, a heurística-matemática se comportaria da seguinte forma: 1 − a atribuição propõe o atraso ao voo V4 por meio da equação (3.16). Neste exemplo simples, verifica-se, visualmente, que a única consequência disso é aproximar os voos V4 e V5. O tempo de solo entre essas operações ainda se mantém acima do tempo mínimo de solo de 40 minutos para este tipo de aeronave, logo nenhuma outra alteração de voo é necessária. O custo desta operação é de 240\*10€ = 2.400€, referentes ao atraso do voo; 2 − a rotação de aeronaves define as aeronaves que executam esses voos, buscando a situação com o mínimo de trocas em relação à programação inicial. Nesse caso simples, nenhuma troca de aeronaves é necessária, logo o custo desta etapa é zero e, como resultado, as mesmas aeronaves executam os mesmos voos.

Toma-se um outro exemplo de perturbação: o atraso de 60 minutos do voo V1:

A solução trivial é atrasar o arco V1. Porém, isto geraria um tempo de solo entre os voos V1 e V2 abaixo do mínimo estabelecido para o A318, uma vez que esses voos já estão distanciados de 40 min na programação inicial. Como resultado o voo V2 precisa sofrer um atraso consequente de 60 min para manter o tempo mínimo de solo. O custo dessas alterações é de (60 + 60)\*10€= 1.200€. Essa solução, embora intuitiva, não é a de menor custo do ponto de vista da atribuição; logo, não é a selecionada pela heurística matemática.

O atraso do voo V1 da Figura 13, quando calculado pela heurística matemática, resultaria em uma programação como observada na Figura 14, e é explicado da seguinte forma: na primeira etapa, atribuição de frota, depois do atraso de 60 minutos do voo V1, ambas as aeronaves estão em solo em CDG em torno do horário 700. Dado que nesta etapa de cálculo as aeronaves do mesmo tipo são indistinguíveis na rede espaço-tempo, nenhuma outra alteração de atraso ou cancelamento precisaria ocorrer. Deste modo, para a atribuição de aeronaves o voo V4 seria seguido dos voos V2 e V3, e o voo V1, que atrasou 60 min, seria seguido pelo V5. O custo dessas alterações seria, portanto, 60\*10€=600€, menor que 1.200€ da solução trivial. Essa solução é entregue à etapa de Rotação de Aeronaves para otimização. Na segunda etapa, rotação de aeronaves, a solução de custo 600€ acarreta uma inviabilidade, pois o arco de manutenção V3 teria que ser operado pelo mesmo avião que faz o voo V4. Isto é impedido pela restrição (3.23), pois ela exige que

as manutenções sejam realizadas pelas aeronaves estabelecidas na programação inicial. Uma possibilidade seria o voo V4 trocar de aeronave e passar a ser operado pela aeronave A318#3. Isto, também, seria impedido, mas pela restrição (3.22), pois ela estabelece os pontos de entrada das aeronaves específicas. No caso, a aeronave A318#3 está em MRS no início da malha e executará o voo V4 que parte desse aeroporto. Com isso, verifica-se que o simples desacoplamento do modelo matemático integrado exato do *aircraft recovery* - Modelo 1 entre atribuição de frota e rotação de aeronaves pode gerar soluções inviáveis, devido à presença de arcos de manutenção.

Os casos de inviabilidade, embora existam, como mostrado anteriormente, não são muitos, haja vista a frequência dos arcos de manutenção na malha. Eles tampouco impedem o prosseguimento do problema. A interdependência da rotação de aeronaves em relação aos tipos de aeronave permite isolar as configurações em que ocorrem tais inviabilidade, para ajuste posterior. Esta possibilidade levou à Heurística Matemática Híbrida como forma de solucionar o *Aircraft Recovery Problem* nas instâncias maiores.

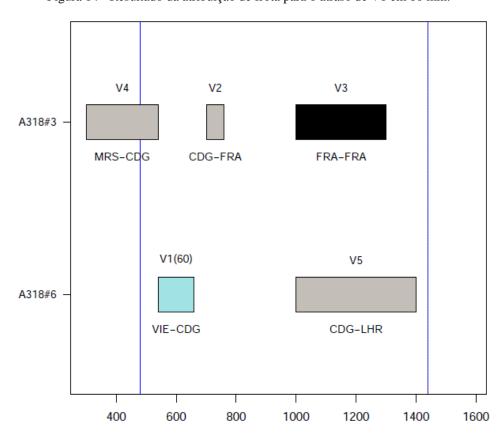


Figura 14 - Resultado da atribuição de frota para o atraso de V1 em 60 min.

#### 3.4.3 Heurística Matemática Híbrida

O código da heurística híbrida para a solução do *Aircraft Recovery Problem* é mostrado abaixo na Heurística 2. Nele, a Atribuição de Frota é chamada, gerando um resultado parcial; em seguida, a Rotação de Aeronaves é executada, iterativamente, para cada um dos tipos de aeronave presentes na programação inicial. Os tipos de aeronave cujos resultados ótimos são alcançados em ambas as etapas são dadas como finalizados e seus resultados armazenados em um subconjunto denominado Parte 1. Aqueles tipos de aeronave cuja solução da Rotação for inviável são reunidos em uma programação à parte, que será solucionada por meio do Modelo Matemático Integrado Exato – Modelo 1. O modelo 1 encontra as soluções sem recair nas inviabilidades, pois ele resolve simultaneamente a atribuição de frota e a rotação de aeronaves. Os resultados gerados pelo modelo 1 são armazenados um subconjunto denominado Parte 2. A solução final da Heurística Matemática Híbrida é o conjunto formado pela união da Parte 1 com a Parte 2.

No exemplo do atraso do voo da Figura 13, o Modelo 1 seria chamado para resolver o *recovery* do tipo de aeronave A318 e encontraria a solução trivial.

O tratamento das inviabilidades propostas pela heurística matemática híbrida marca outra diferença em relação à proposta de Zhang et al. (2016), corrigindo, desta forma, um problema metodológico identificado no item 2.3.2.2 A proposta de Zhang et al (2016).

Nota-se que a chamada do modelo integrado exato solicitado pela Heurística Matemática Híbrida não consiste em resolver o *aircraft recovery problem* utilizando o modelo 1 Integrado Exato descrito na seção 3.2, mas tão somente, de utilizá-lo para resolver uma subparte da programação, em que a rotação de aeronaves não encontrou uma solução viável.

O cuidado que deve ser tomado é com a capacidade aeroportuária disponível que é entregue ao modelo exato. Certamente, não é a capacidade total dada inicialmente, pois parte dela foi consumida pelas operações pertencentes à primeira solução factível (Parte 1). Assim, faz-se necessário descontá-las da Capacidade Total antes de executar o modelo exato. Como exemplo, tem-se a seguinte situação hipotética: o aeroporto de Bordeaux (BOD) só pode operar 2 decolagens entre 23h e 24h por questões de ruído aeronáutico e, na programação inicial, a última decolagem ocorre às 22:55. A heurística matemática híbrida foi utilizada e, por conta de uma perturbação qualquer, a referida decolagem passa

a acontecer às 23:20, por cálculos da atribuição de frota. A partir daí, se o modelo exato for chamado, ele não poderá mais alocar 2 decolagens na faixa das 23h, senão 1, pois um recurso já foi gasto na operação às 23:20.

Esse ajuste na capacidade aeroportuária é feito na etapa 11 da Heurística 2. Ele garante que a solução final do *Aircraft Recovery Problem* não exceda a capacidade do aeroporto; por outro lado, ele, claramente, pode levar a soluções subótimas, pois os recursos aeroportuários estão sendo divididos de uma maneira heurística. Portanto, uma validação do método é imprescindível.

Heurística 2 – Código da Heurística híbrida para o Aircraft Recovery

```
1: Resultado Atribuição ← Atribuição de Frota
                                                         (Programação Inicial
Total, Capacidade Aeroportuária Inicial)
2: Para cada Configuração[J] de Programação Inicial Faça
3:
      Rot Temp ← Rotação de Aeronave (Resultado Atribuição[J])
4:
      Se Rot Temp é Factível Então
5:
             Resultado Parte 1 \leftarrow Resultado Parte 1 \cup Rot Temp
             \texttt{ListConf OK} \leftarrow \texttt{ListConf OK} \cup \ \{ \ \texttt{J} \ \}
6:
7:
      Senão
8:
             ListConf Problem \leftarrow ListConf Problem \cup { J }
9:
      Fim Se
10: Fim Para
11: Capacidade Nova Sistema ← Capacidade Inicial - {Resultado Parte 1}
12: Rotação Final ← Resultado Parte 1
13: Se ListConf Prob ≠ $\phi$ Então
14:
      Rot Update ← ModeloExato(Programação Inicial, ListConf Problem,
      Capacidade Nova Sistema)
15:
      Rotação Final ← Rotação Final ∪ Rot Update
16: Fim Se
17: Retorna Rotação Final
```

#### 4.1 - Instâncias

As instâncias usadas para testar o método proposto foram aquelas criadas pela ROADEF para o desafio de pesquisa operacional em 2009<sup>46</sup>. Elas se subdividem em três grupos, A, B e C<sup>47</sup>, de acordo com tamanho e quantidade de perturbações e consequente complexidade para resolução (ver Tabela 9).

A Tabela 9 fornece uma descrição das 31 instâncias divididas por grupos. Para cada instância, mostra-se a programação inicial em termos de quantidade de aeronaves (# Aerns), voos (# Voos), aeroportos envolvidos (# Aerps) e tipos de aeronave ou configuração (# Confg). Em seguida, são apresentadas perturbações subdividas por tipos: voo – quantidade de voos que sofrem perturbações (#Voos), volume total de atraso em minutos (Atraso) e número de cancelamentos (#CNL), aeroporto – número de aeroportos que sofrem redução de capacidade (# Aerps) em um determinado número de faixas horárias (#horas), e aeronave – quantidade de aeronaves que caem em manutenção não-programada (# Aerns), totalizando horas sem poder receber voos (# Horas).

Verifica-se, ainda, na análise da Tabela 9, que as perturbações ocorrem de forma isolada – como é o caso da instância A1, em que só há perturbações de voo – e de forma conjunta – como na instância C3, em que ocorre redução de capacidade aeroportuária e manutenção não-programada ao mesmo tempo. As manutenções não-programadas possuem uma média de 15h por aeronave quebrada, que é mais de meio-dia sem utilização da mesma. Os atrasos fornecidos nas instâncias começam a partir de 4 min, mas, como a discretização da rede é de 15 minutos, aproximou-se para o múltiplo de 15 superior. Deste modo, o modelo enxerga uma situação mais perturbada do que é na realidade, o que pode ser visto como uma postura conservadora do cálculo do custo final.

 $<sup>^{\</sup>rm 46}$  As instâncias estão disponíveis para uso em http://www.roadef.org/challenge/2009/en/.

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> A instância C corresponde ao grupo X das instâncias criadas por ROADEF.

Tabela 9 – Descrição das Instâncias (ROADEF 2009)

						Perturbação Voo			Pertur Ae		Perturbação Aeronave		
Grupo	ID	# Aerns	# Voos	# Aerps	# Confg	# Voos	Atraso (min)	# CNL	# Aerps	# horas	# Aerns	# horas	
	1	81	464	35	15	63	2.670	-	-	-	-	-	
	2	81	464	35	15	106	6.225	1	-	-	-	-	
	3	81	464	35	15	79	5.550	4	-	-	1	15	
	4	81	464	35	15	41	1.785	-	4	4	-	-	
	5	81	928	35	15	-	-	-	35	560	-	-	
A	6	81	464	35	15	63	2.670	-	-	-	-	-	
	7	81	464	35	15	106	6.225	1	-	-	-	-	
	8	81	464	35	15	79	5.550	4	-	-	1	15	
	9	81	464	35	15	41	1.785	-	4	4	-	-	
	10	81	928	35	15	-	-	-	35	560	-	-	
	1	251	2.556	44	30	229	11190			-,		-	
	2	251	2.556	44	30	224	12.315	30	-	-	-	-	
	3	251	2.556	44	30	228	11.115	-	-	-	1	29	
	4	251	2.556	44	30	229	11.190	-	1	2	-	-	
В	5	251	2.556	44	30	-	-	-	2	32	-	-	
	6	251	2.556	44	30	228	11.190	1	-	-	-	-	
	7	251	2.556	44	30	224	12.315	30	-	-	-	-	
	8	251	2.556	44	30	228	11.115	-	-	-	1	29	
	9	251	2.556	44	30	229	1.190	-	1	2	-	-	

						Perturbação Voo			Perturbação Aerp		Perturbação Aeronave	
Grupo	ID	# Aerns	# Voos	# Aerps	# Confg	# Voos	Atraso (min)	# CNL	# Aerps	# hor as	# Aerns	# horas
	1	614	6.102	168	30	-	-	-	1	8	1	39
	2	614	6.102	168	30	-	-	-	-	-	1	39
	3	614	6.102	168	30	-	-	-	1	7	1	28
	4	614	6.102	168	30	-	-	-	-	-	1	29
	5	81	464	35	15	78	5.520	4	-	-	3	42
C	6	81	928	35	15	-	-	-	35	560	3	114
	7	81	464	35	15	78	.520	4	-	-	3	42
	8	81	928	35	15	-	-	-	35	560	3	114
	9	251	2.556	44	30	228	11.115	-	-	-	3	77
	10	251	2.556	44	30	-	-	-	2	32	1	36
	11	251	2.556	44	30	227	11.100	-	-	-	4	98
	12	251	2.556	44	30	-	-	-	2	32	3	95

De uma forma resumida, os parâmetros utilizados são:

- 10€ por minuto atrasado por voo
- 20.000€ por voo cancelado
- 1€ para troca de aeronave
- 20 minutos como tempo máximo de todo o processo em cada instância (PETERSEN et al, 2012)
- 50 opções de atraso para todas as instâncias, exceto C1, C2, C3 e C4, que terão 40 opções, devido à grande quantidade de voos, tornando o tempo computacional muito elevado;

O código foi escrito em C++ utilizando-se o *Microsoft Visual Studio Cummunity 2017* Versão 15.4.0. O sistema operacional foi o *Windows 10 Enterprise*, o processador um Intel® Core <sup>TM</sup> i7-7600U CPU @ 2.80GHz 2.90GHz e memória *RAM* 8,00GB. A

programação linear foi resolvida pelo GUROBI 7.51 de Gurobi Optimization Inc. http://www.gurobi.com.

### 4.2 – Resultados exatos

As instâncias foram, inicialmente, resolvidas de forma exata, utilizando-se o modelo matemático 2. Somente as instâncias do grupo A, com 464 voos, foram resolvidas em menos de vinte minutos. Para todas as outras instâncias, o Gurobi sequer chegou na relaxação linear antes de 2h de processamento.

Os resultados exatos estão dispostos na Tabela 10. O tempo de processamento (Time) para as instâncias em que o resultado ótimo foi alcançado não ultrapassou 2 min, o que mostra que instâncias até este porte não precisam recorrer à solução heurística. Pode-se visualizar a variação da regularidade<sup>48</sup> (ΔReg) e da pontualidade<sup>49</sup> (ΔPont) devido às alterações na malha. Não houve variação de regularidade, ou seja, nenhum cancelamento além daqueles impostos foi necessário para fazer face às perturbações. A quantidade de trocas de aeronave (%Swap) foi de 17,5%, para a instância A4, o que representa 81 voos. Do ponto de vista da otimização, é natural que ocorram mais trocas, pois seu custo é o menor na função objetivo. O valor do custo final (Cost = Custo<sub>Atraso</sub> + Custo<sub>Cancelamento</sub> + Custo<sub>Troca de aeronave</sub>) é uma aproximação dos ressarcimentos que a empresa deverá pagar aos passageiros em função das alterações na malha. Outra forma de avaliar as alterações da malha é pelos índices de desempenho de Pontualidade (P15<sup>50</sup> e P60<sup>51</sup>) e Regularidade (Reg) finais, presentes na Tabela 10. As empresas buscam uma regularidade de no mínimo 98% e uma pontualidade 60 (P60) de 95% em dias normais, ou sem grandes perturbações<sup>52</sup>. Utilizando estes parâmetros, nota-se que as instâncias A4 e A9 são as mais deterioradas, ambas com perturbação de capacidade aeroportuária. As instâncias A5 e A10, em que também houve redução de capacidade aeroportuária, o modelo exato não conseguiu encontrar solução.

 $^{48}$  Regularidade é calculada por Pont = 1 - Quantidade Voos Atrasados / (Quantidade Voos - Quantidade Voos Cancelados)

<sup>&</sup>lt;sup>49</sup> Pontualidade é calculada por Reg = 1 - Quantidade Voos Cancelados / Quantidade Voos

<sup>&</sup>lt;sup>50</sup> Pontualidade considerando atrasos acima de 15 minutos

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> Pontualidade considerando atrasos acima de 60 minutos

<sup>&</sup>lt;sup>52</sup> Conforme indicado por Francisco Malpica, gerente do CCO para operações.

Tabela 10 – Resultados Método Exato

Grupo	ID	Δ Reg (%) <sup>53</sup>	Δ Pont (%) <sup>54</sup>	% Swap	GAP	Cost	Time (s)	Reg	P15 <sup>55</sup>	P60
	1	0,0	-7,8	11,2%	0,0%	41.752	42	100,0%	78,7%	95,7%
	2	0,0	-4,3	8,0%	0,0%	96.087	48	99,8%	72,8%	91,6%
	3	0,0	-7,0	7,8%	0,0%	157.885	45	99,1%	75,9%	90,4%
	4	0,0	-36,4	17,5%	0,0%	28.181	105	100,0%	54,7%	78,7%
	5									
A	6	0,0	-7,8	11,2%	0,0%	41.752	48	100,0%	78,7%	95,7%
	7	0,0	-4,3	8,0%	0,0%	96.087	45	99,8%	72,8%	91,6%
	8	0,0	-7,0	7,8%	0,0%	157.885	46	99,1%	75,9%	90,4%
	9	0,0	-36,4	17,5%	0,0%	128.181	98	100,0%	54,7%	78,7%
	10									

A título de visualização da solução, a programação inicial e a solução da aeronave tipo A321, com 206 assentos, da instância A3, encontra-se na Figura 15. A linha vertical pontilhada representa a meia-noite do segundo dia e a linha azul, o fim do período de recuperação. Como perturbação desta instância, tem-se atrasos, marcados pelos voos azuis — magnitude do atraso entre parênteses, e manutenção não-programada da aeronave de matrícula A321 #2, marcada pelo bloco preto (Figura 15a). A solução apresentada na Figura 15(b) mostra, primeiramente, que os voos azuis se movimentaram à frente e se mantiveram no mesmo trilho da aeronave A321 #1. Pode-se ver também que a manutenção não programada ocorreu no aeroporto de Lyon - LYS e, por consequência, os voos que estavam no mesmo trilho da aeronave foram atrasados — cor roxa - e deslocados para o trilho da aeronave A321 #3. Consequentemente, os voos 7d3131 e

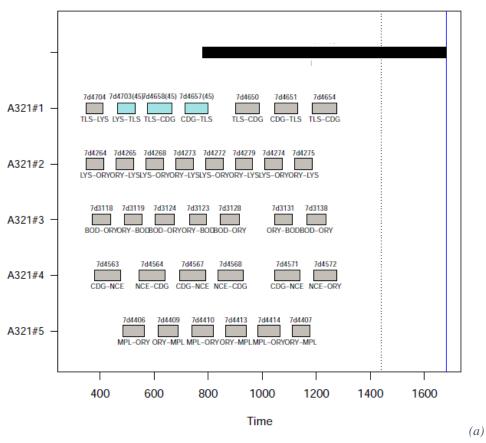
 $^{53}$   $\Delta$  Reg = Regularidade Final - Regularidade Inicial

 $<sup>^{54}</sup>$   $\Delta$  Pont = Pontualidade Final - Pontualidade Inicial

<sup>&</sup>lt;sup>55</sup> Pontualidade de 15 minutos e de 60 minutos.

7d3138, que deveriam ser operados pela aeronave A321 #3, também foram atrasados e deslocados para a aeronave A321 #5.

Figura 15 - Linhas de Voos das aeronaves A321 - Instância A3 A321\_206ASS



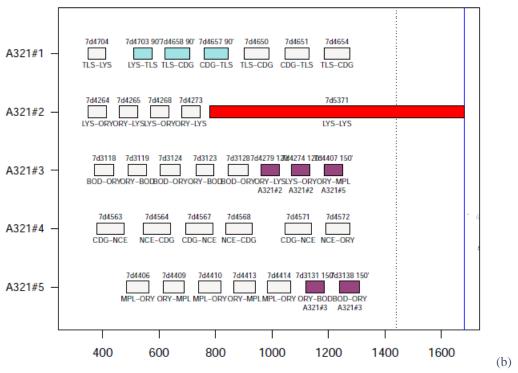
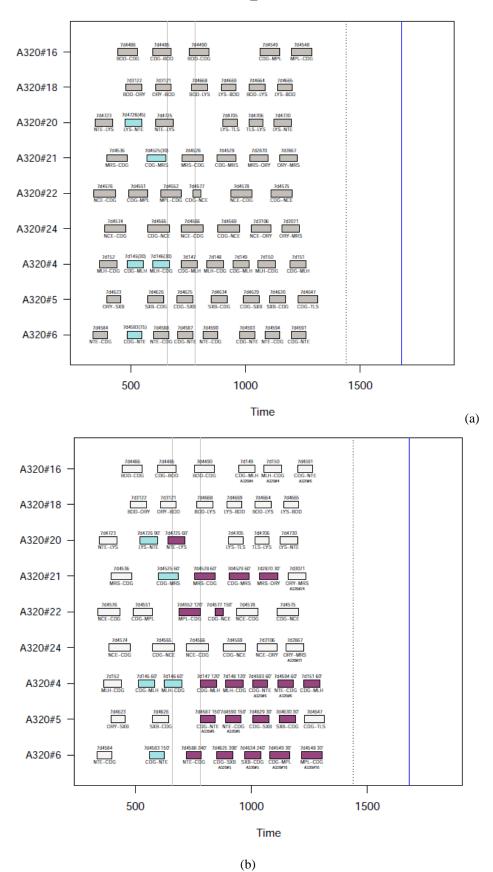


Figura 16 - Linhas de Voo da aeronave A320 - Instância A4

# A320\_165ASS



Outro exemplo (aeronave tipo A320, 165 assentos, da instância A4) encontra-se na Figura 16. Destaca-se, nesta solução, a faixa horária entre 11 e 13h, pois há uma redução de capacidade nos aeroportos parisiense de ORY e CDG. A figura 16(a) mostra muitos voos pousando e decolando nesses aeroportos na referida faixa horária, entre as linhas cinzas. Já na figura 16(b), verifica-se que muitos voos foram atrasados devido à restrição de capacidade aeroportuária.

Apesar da facilidade na resolução do *recovery* para as instâncias do grupo A, esses resultados são relevantes para este trabalho. As soluções encontradas são ótimas, logo representam o melhor resultado que se pode alcançar com o modelo matemático proposto. Por esta razão, seus resultados foram usados para validar a heurística matemática concebida para tratar as instâncias mais difíceis.

## 4.3 – Heurística matemática híbrida

## 4.3.1 - Validação da Heurística

As instâncias do grupo A foram submetidas à heurística matemática e os resultados comparados aos valores exatos dispostos na tabela 10. As diferenças podem ser vistas na Figura 17 e mostram, claramente, que para esses casos, a heurística entregou soluções equivalentes em termos da função objetivo. Todavia, isto não garante que as soluções são idênticas, mesmo porque há pequenas diferenças no custo total, como se pode observar. Além do mais, dado o caráter combinatório do problema, é provável que haja atribuições de aeronave específica diferentes entre as soluções.

Em nenhuma das oito instâncias foi encontrada inviabilidade na etapa de rotação de aeronaves e, sendo assim, o modelo integrado exato não foi chamado nenhuma vez – Etapa 14 da Heurística 2. Isto significa que a etapa de rotação conseguiu encontrar linhas de voo que garantissem a correta atribuição dos arcos de manutenção, o que não era garantido de antemão. Neste contexto, a heurística matemática comportou-se como um problema sequencial de planejamento de malha, cuja aplicabilidade ao *Aircraft Recovery* já foi demonstrada por *Thengvall et al.*(2001).

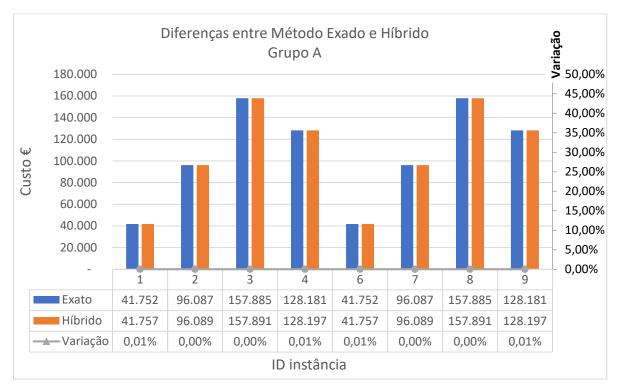


Figura 17 - Função Objetivo Instâncias Grupo A: Heurística Matemática vs Resultados exatos

Resta saber se a Heurística é válida quando aparecem inviabilidades e o modelo integrado exato é chamado. Quando a Heurística Matemática Híbrida encontra uma solução, a validade em si é clara, pois todas as restrições terão sido atendidas, inclusive os limites da capacidade aeroportuária. O que não é sabido é o quão distante do ótimo a solução está. Para tanto, seria necessário ter em mãos uma solução exata, mas na seção anterior, percebeu-se que o modelo exato não conseguiu chegar à solução ótima para a instâncias maiores. Outra forma de comparar é buscar soluções de referência – *lowerbounds* – na literatura.

Na literatura foram encontradas apenas soluções para o problema integrado *Aircraft* e *Passenger Recovery* - mas não para o *Aircraft Recovery* isolado. Propõe-se, então, como forma complementar de validação da Heurística Matemática Híbrida, a seguinte sequência de procedimentos:

- 1: Custo Atribuição Híbrida  $\leftarrow$  Custo do Resultado da Heurística Matemática Híbrida Quantidade de Trocas de Aeronave
- 2: Custo Atribuição Inicial  $\leftarrow$  Custo do Resultado Atribuição de Frota (Passo 1 Heurística Matemática Híbrida)
- 3: Compara Custo Atribuição Híbrida com Custo Atribuição Inicial chegando a um GAP de atribuição que é usado como referência.

Esta sequência se fundamenta no fato que a atribuição de frota pura, calculada no passo 1 da heurística matemática híbrida (Heurística 2), é um *lowerbound* para qualquer instância quando excluídos os custos da rotação de aeronaves. Isto porque o modelo matemático da atribuição de frota contempla as regras de construção de malha, mantém as operações dentro dos limites da capacidade aeroportuária e faz respeitar a restrição de posicionamento, garantindo que o *recovery* seja bem-sucedido. Além do mais, a rotação de aeronaves só tende a adicionar custo na solução da atribuição de frota. Outro ponto positivo do uso deste algoritmo é que o ótimo foi alcançado na etapa de atribuição de frota em todas as 31 instâncias. Por último, tem-se que o custo da rotação de aeronaves é exatamente a quantidade de trocas de aeronave; pois o custo unitário da troca foi estabelecido como sendo 1.

Aplicou-se a sequência de procedimentos de validação às instâncias do grupo B, pois em todas elas, o método híbrido encontrou inviabilidades na rotação de aeronaves para algumas configurações e recorreu ao modelo exato — Etapa 14 da Heurística 2. A Figura 18 mostra a comparação entre o custo da atribuição inicial e o custo da atribuição híbrida — passo 1 da sequência. Verifica-se que o GAP de atribuição varia entre 0,0 e 1,5% em 7 das 9 instâncias. Nas outras 2, a diferença chega a 5%. Estas duas têm em comum o tipo de perturbação imposta, que foi manutenção não-programada. Esta perturbação deixa aviões posicionados em aeroportos em desconformidade com a programação inicial, que, em alguns casos, só poderiam ser ajustados com traslados — o que não foi modelado neste trabalho.

Considerando que as instâncias do grupo B são voluminosas em termos de quantidade de voo e diversificadas em termos de perturbações, como mostra a Tabela 9. Conclui-se que a Heurística Matemática Híbrida proposta chega a soluções adequadas tanto em tempo processamento quanto em qualidade. Além disso, o GAP de atribuição deve variar entre 0 e 5%. Entretanto, faz-se necessárias outras validações para poder garantir a qualidade da solução.

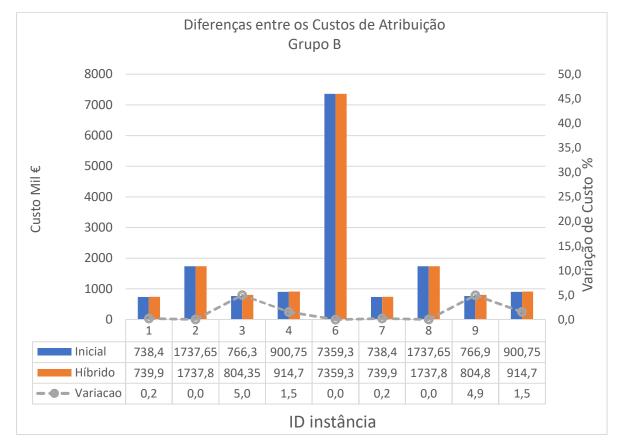


Figura 18 - Custo da Atribuição das Instâncias Grupo B: Hibrido Vs Inicial

#### 4.3.2 - Resultados das instâncias

As instâncias do grupo A foram resolvidas de forma ótima em tempo de execução adequado, como mostra a Tabela 10, exceto para as instâncias A5 e A10. A Heurística matemática encontrou resultados para as mesmas instâncias com ótima qualidade, como mostra a Figura 19. A heurística matemática se destaca em dois pontos: ela encontrou solução para todas as instâncias; além disso, os tempos de execução foram substancialmente menores – redução de 60% (Figura 17).

A Tabela 11 contém os resultados das instâncias do grupo A, B e C resolvidas utilizando a heurística matemática híbrida. Não foram encontradas soluções para as instâncias C 1 e C 2. O GUROBI alertou que os modelos matemáticos exatos para algumas configurações destas instâncias eram inviáveis. Isto sugere que essas instâncias podem necessitar de traslados para serem resolvidas.

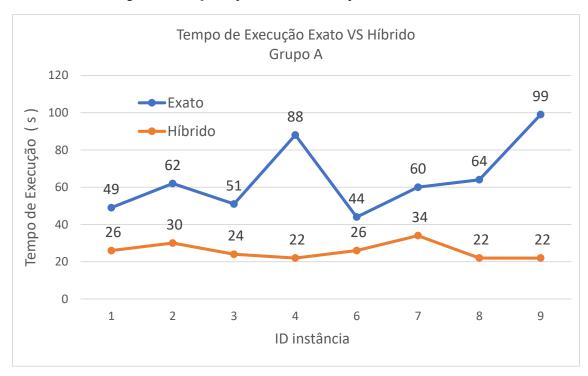


Figura 19 - Função Objetivo Instâncias Grupo A: Hibrido Vs Exato

Tabela 11 - Resultados da Heurística Matemática Híbrida

Grupo	ID	Δ Reg (%)	Δ Pont (%)	% Swap	GAP de Atribuição	Cost	Time (s)	Reg	P15	P60
	1	0,0	-7,5	12,3%	0,0%	41.757	26	100,0%	78,9%	88,6%
	2	0,0	-4,1	8,4%	0,0%	96.089	30	99,8%	73,0%	86,2%
	3	0,0	-6,5	8,9%	0,0%	157.891	24	99,1%	76,3%	85,4%
	4	0,0	-36,6	20,9%	0,0%	128.197	22	100,0%	54,5%	71,3%
A	5	-2,4	-49,8	36,4%	0,0%	1.863.830	411	97,6%	50,2%	59,7%
	6	0,0	-7,5	12,3%	0,0%	41.757	26	100,0%	78,9%	88,6%
	7	0,0	-4,1	8,4%	0,0%	96.089	34	99,8%	73,0%	86,2%
	8	0,0	-6,5	8,9%	0,0%	157.891	22	99,1%	76,3%	85,4%
	9	0,0	-36,6	20,9%	0,0%	128.197	22	100,0%	54,5%	71,3%

	10	-2,4	-49,8	36,4%	0,0%	1.863.830	423	97,6%	50,2%	59,7%
Grupo	ID	Δ Reg (%)	Δ Pont (%)	% Swap	GAP de Atribuição	Cost	Time (s)	Reg	P15	P60
	1	-0,5	-10,2	19,2%	0,2%	740.387	885	99,5%	80,8%	89,1%
	2	-1,2	-12,7	25,1%	0,0%	1.738.427	614	97,6%	78,4%	87,5%
	3	-0,6	-10,8	20,9%	5,0%	804.882	904	99,4%	80,3%	88,9%
В	4	-0,7	-12,6	24,9%	1,5%	915.331	576	99,3%	78,4%	87,7%
	5	-14,0		14,3%	0,0%	7.359.614	999	86,0%	92,4%	96,3%
	6	-0,5	-10,2	19,2%	0,2%	740.387	869	99,5%	80,8%	89,1%
	7	-1,2	-12,7	25,1%	0,0%	1.738.427	614	97,6%	78,4%	87,5%
	8	-0,6	-10,8	20,9%	4,9%	805.331	926	99,4%	80,2%	88,8%
	9	-0,7	-12,6	24,9%	1,5%	915.331	619	99,3%	78,4%	87,7%
	1									
	2									
	3	-0,2	-2,7	3,0%	0,0%	350.334	1.126	99,8%	97,3%	98,6%
	4	0,0	-0,3	1,4%	8,0%	44.800	10.211	99,1%	99,7%	99,9%
	5	0,0	-8,7	11,7%	0,0%	165.104	25	99,1%	74,3%	83,7%
C	6	-3,0	-49,6	35,8%	0,0%	1.929.522	638	97,0%	50,4%	61,2%
	7	0,0	-8,7	11,7%	0,0%	165.104	22	99,1%	74,3%	83,7%
	8	-3,0	-49,6	35,8%	0,0%	1.929.522	636	97,0%	50,4%	61,2%
	9	-0,7	-10,7	22,6%	0,3%	831.973	903	99,3%	80,4%	88,6%
	10	-13,5	-12,9	17,2%	0,0%	7.318.530	1.200	86,5%	87,1%	93,5%
	11	-0,7	-10,4	22,2%	0,3%	882.014	912	99,3%	80,8%	88,7%
	12	-13,5	-16,5	25,5%	0,1%	7.464.213	2.393	86,5%	83,5%	90,9%

#### 4.3.3 - Análise do Tempo de Execução

Os tempos de execução foram menores que 1 minuto para as instâncias tipo A com até 500 voos, muito abaixo do parâmetro máximo estabelecido de 20min. As instâncias do tipo B, com cerca de 2.300 voos, e as do tipo C, com 6.000 voos, foram executadas em um período que variou entre 10 e 17min, na maioria dos casos. Isto mostra que a quantidade de voos aumenta o tempo de processamento, dado o aumento consequente da rede de cálculo, mas não de forma linear com o volume de voos. A complexidade das perturbações é um fator predominante: a instância B5, na qual o tempo foi acima da média, é marcada por uma redução de capacidade aeroportuária importante. Nela houve muitos movimentos de voo, o que acabou gerando muitas inviabilidades, que foram resolvidas com o modelo exato, tomando tempo de execução.

As instâncias C4 e C12 necessitaram de mais de 20min para serem resolvidas, o que as desqualificam para fins prático. Porém, analisando-as mais profundamente, percebeu-se que a instância C4 gastou muito tempo tentando resolver as inviabilidades e, no final, acabou por cancelar 2 voos seguidos. A instância C12, bem mais complexa em termos de perturbação, foi resolvida em menos tempo, porém com mais cancelamentos. Isto mostra que o cancelamento, embora tenha um custo muito elevado, muitas vezes é a solução para alcançar o objetivo do *recovery* de restabelecer as operações.

Estudando os resultados da heurística matemática, evidencia-se a composição dos tempos de execução de cada sub-etapa no tempo total na Figura 20. Com exceção da instância B5, a composição média dos tempos foi calculada como sendo: 61% Atribuição de Frota, 24% Rotação de Aeronaves, 11% método Exato e 5% outros processos de pré e pósprocessamento. Verifica-se, com isso, o bom custo-benefício computacional da chamada ao modelo exato – etapa 14 Heurística 2, pois a inviabilidade de todo o sistema é resolvida gastando somente 11% do recurso computacional. A atribuição de frota toma mais tempo – 61% -, pois a maior parte das decisões da malha são resolvidas nessa etapa. Melhorias na construção do código dessa parte podem representar ganhos de tempo relevantes.

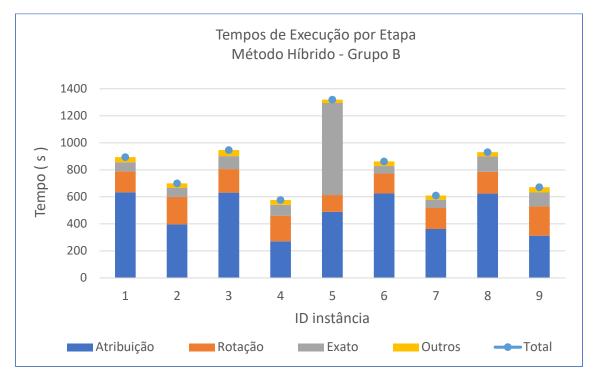


Figura 20 - Tempos das etapas do método híbrido. Grupo B

#### 4.3.4 - Análise do relaxamento da restrição de recuperação

A restrição de recuperação (3.9) ou (3.18) marca o fim do período de recuperação e é tida como uma restrição forte, pois, para que ela aconteça, voos são atrasados e cancelados. Intuitivamente, o seu relaxamento ou a sua eliminação acarretaria dois fatos: a programação não volta ao seu normal ou empurra para frente o final do período de recuperação. A fim de entender melhor os efeitos desse relaxamento, eliminaram-se as restrições de recuperação e submeteram-se todas as instâncias à Heurística Matemática e os resultados comparados com aqueles com as restrições ativas estão dispostos na Tabela 12.

O efeito geral verificado é o aumento no tempo de execução, devido à eliminação de uma restrição, pois o otimizador passa a analisar mais possibilidades. Somente três casos, C4, C6 e C8, apresentaram redução de tempo. Uma possível explicação para isso, nestes casos, é que o recovery pôde ser alcançado antes do que estava previamente determinado pela empresa.

Outro efeito foi que muitas soluções não alcançaram a volta à normalidade. Isto pode ser verificado por meio da métrica quantidade de deslocamentos ocorridos (Qtde. Desloc.). A sua unidade representa uma aeronave que estava em outro aeroporto no fim do período

de recuperação inicialmente estabelecido. Quando a solução final apresenta um deslocamento, o custo da solução é menor em até 10%, que poderia representar economias significativas para a companhia aérea, caso ela aceite esta nova situação em sua programação.

Tabela 12 - Resultados da Heurística Matemática Híbrida com o Relaxamento da condição de Recuperação.

		ID											
Grupo	Variável	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Qtde Desloc.	0	1	2	0	0	0	1	2	0	0		
A	ΔCusto <sup>56</sup> (%)	0	-4	-6	0	0	0	-4	-6	0	0		
	ΔTempo <sup>57</sup> (%)	0	0	13	6	57	13	7	0	7	48		
В	Qtde Desloc.	3	9	4	3	6	3	9	4	3			
	ΔCusto (%)	-3	-4	- 10	-4	-1	-3	-4	- 10	-4			
	ΔTempo (%)	148	653	46	480	131	159	693	54	506			
С	Qtde Desloc.			0	0	2	0	2	0	5	20	4	25
	ΔCusto (%)			0	0	-5	0	-5	0	-6	-1	-10	-2
	ΔTempo (%)			6	-11	0	-20	0	- 19	16	1640	712	511

 $<sup>^{56}~\</sup>Delta Custo = Custo~_{Com~relaxamento} - Custo~_{Sem~Relaxamento}$ 

 $<sup>^{57} \ \</sup>Delta Tempo = Tempo \ _{Com \ relaxamento} - Tempo \ _{Sem \ Relaxamento}$ 

4.3.5 - Análise das instâncias em que o método não encontrou resultado.

Anteriormente, destacou-se que a Heurística Matemática não encontrou solução para as instâncias C1 e C2. Porém, ao relaxar a condição de recuperação, chegou-se a uma solução – Tabela 13.

A instância C1 levou 3h e a C2, 2h para serem executadas. A única forma de eliminar uma inviabilidade da instância C2 foi por meio de um cancelamento na chamada ao modelo exato – Etapa 14 da Heurística 2 - que não havia sido contemplado na etapa de atribuição de frota.

Tabela 13 - Resultados das instâncias C1 e C2 após o Relaxamento da condição de Recuperação.

Grupo	ID	Δ Reg (%)	Δ Pont (%)	% Swap	GAP de Atribuição	Cost	Time (s)	Reg	P15	P60
C	1	0,0	-3,4	3,2%	11,8%	206.647	10.378	99,9%	96,6%	98,2%
	2	-0,1	-0,43	1,2%	8,3%	28.661	7.967	99,9%	96,5%	99,8%

# Capítulo 5 - Conclusões

A heurística matemática híbrida apresentada para a solução do *Aircraft Recovery Problem* ou Recuperação da malha de uma empresa aérea mostrou-se eficiente em tempo de processamento, pois conseguiu resolver a maior parte das instâncias em até vinte minutos. A validação da heurística proposta sugere que seus resultados se aproximam do ótimo, numa distância de no máximo 5%, até para as maiores instâncias consideradas. Estes fatos colocam a heurística proposta como uma opção real para uso do CCO de empresas pequenas, médias e grandes.

Percebeu-se que o que torna uma instancia difícil é tanto o impacto das perturbações como o tamanho da programação inicial. Pode-se ainda classificar as perturbações quanto à capacidade de desordenar a malha aérea, tornando mais difícil a solução do recovery. A redução de capacidade aeroportuária mostrou ser a mais impactante, seguida da manutenção não-programada e, por último, dos atrasos e cancelamentos de voo. Esta classificação já era prevista, pois tais perturbações consomem mais tempo da aeronave, que é o recurso mais escasso do sistema malha aérea. Os atrasos e cancelamentos são, em geral, absorvidos pelas folgas já presentes na programação inicial de voos. Por outro lado, se o *Passenger Recovery* for integrado ao problema, os cancelamentos passam a representar muito custo à empresa, devido às suas obrigações legais (que estão crescendo dia a dia no cenário internacional).

A metodologia proposta contempla a recuperação da malha de uma única empresa área, pois o recurso da capacidade aeroportuária é dividido indistintamente entre os voos da programação, segundo os critérios estabelecidos de horários. Todavia, o método poderia ser expandido para a resolução do *recovery* de um conjunto de empresas aéreas. O desafio seria como dividir a capacidade aeroportuária entre as diferentes empresas.

Além desta possibilidade, a introdução de Traslados ao modelo é um caminho natural, pois são largamente utilizados pelos CCOs e seu uso resolveria as instâncias para as quais a heurística híbrida não foi capaz de encontrar solução, como foi constatado com o relaxamento da restrição de posicionamento. Todavia, este recurso poderia aumentar os tempos de processamento, comprometendo o patamar de vinte minutos adotado, além dea necessidade da introdução dos custos operacionais dessas operações. Nesta situação, seria necessário buscar formas para reduzir o esforço computacional que a abordagem atual

acarreta. Um caminho lógico é a substituição do uso de modelos exatos de fluxo de rede por heurísticas, sabendo que isto pode comprometer a qualidade da solução.

Uma contribuição deste trabalho é a introdução dos arcos de manutenção junto com a solução da rotação de aeronave. Desta forma, os resultados extraídos da Heurística Matemática Híbrida podem ser utilizados pelo CCO sem maiores ajustes.

Um possível avanço deste trabalho é a introdução de restrições aos modelos, que deixariam a programação final mais amigável ao *recovery* do passageiro e da tripulação, sem precisar resolvê-los.

Com isso, espera-se que este trabalho tenha contribuído para o estado da arte do *Aircraft Recovery*. Ademais, a heurística proposta é aplicável à realidade dos CCOs, tanto em termos da qualidade da solução como em tempo de processamento.

# Referências

ABDELGHANY, K.F., ABDELGHANY, A.F., AND EKOLLU, G. An integrated decision support tool for airlines schedule recovery during irregular operations. **European Journal of Operational Research**, 2008.

AHUJA, R. K.; LIU, J.; GOODSTEIN, J.; MUKHERJEE, A.; ORLIN, J. B. & SHARMA, D. Solving Multi-Criteria Combined Through Fleet Assignment Models. In T. A. Ciriani, G. Fasano, S. Gliozzi & R. Tadei (eds.). **Operations Research in Space and Air**. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2003.

ANDERSSON, T. **The flight perturbation problem**. PhD Dissertation, Linkopings universitet, Norrkoping, Sweden, 2001.

ANDERSSON, T. Solving the flight perturbation problem with metaheuristics. **Journal of Heuristics**, 12, 2006.

ARGUELLO M, BARD J, YU G. **Models and methods for managing airline irregular operations**. In: Yu G, editor. Operations research in the airline industry. Boston: Kluwer Academic Publishers; 1998.

ARGUELLO M. Framework for exact solutions and heuristics for approximate solutions to airlines irregular operations control aircraft routing problem. PhD thesis, The University of Texas at Austin; 1997.

ARGUELLO, M.; BARD, J. & YU, G. A grasp for aircraft routing in response to groundings and delays. **Journal of Combinatorial Optimization**, 1997.

BARNHART, C. & SMITH, B. Quantitative Problem Solving Methods in the Airline Industry: A Modeling Methodology Handbook. Springer Science & Business Media, 2011.

BARNHART, C.; BELOBABA, P. & ODONI, A. R. Applications of Operations Research in the Air Transport Industry. **Transportation Science**, 37(4), 368-391, 2003.

BBC News. **Flight disruptions cost airlines \$1.7bn, says IATA**. 21 April 2010. Archived from the original on 12 May 2011. Retrieved 24 May 2011.

BELOBABA, P., ODONI A., BARNHART, C., **The global airline industry**. Wiley, 2009.

BISAILLON, S.; CORDEAU, J.; LAPORTE, G. & PASIN, F. A large neighborhood search heuristic for the aircraft and passenger recovery problem. *40R9*(2), 139–157, 2011.

BRADLEY, S.P.; HAX, A.C.; MAGNANTI, T.L. **Applied Mathematical Programming. Addison Wesley**, 1977.

BRASIL. Agência Nacional de Aviação Civil. Resolução ANAC nº. 440/2017, regulamentada pela Portaria 642/SAS.

BRATU, S. & BARNHART, C. Flight operations recovery: New approaches considering passenger recovery. **Journal of Scheduling**, 9(3), 279–298, 2006.

CAETANO, D. J. Modelagem integrada para a programação de voos e alocação de frotas: abordagens baseadas em programação linear inteira e na meta-heurística Colônia de Formiga. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo: São Paulo, 2011.

CAETANO, D. J. & GUALDA, N. D. F. An exact model for airline flight network optimization based on transport momentum and aircraft load factor. **Transportes**, 2017.

CAO J-M. & KANAFANI A. Real-time decision support for integration of airline flight cancellations and delays part I: mathematical formulation, **Transportation Planning and Technology**, 20:3, 183-199, 1997.

CLARKE, L.; JOHNSON, E.; NEMHAUSER, G. & ZHU, Z. The aircraft rotation problem. **Annals of Operations Research**, 69(0), 33-46, 1997.

CLARKE, M. Irregular airline operations: a review of the state-of-the-practice in airline operations control center. **Journal of Air Transport Management**, 4, 67–76, 1998.

CLAUSEN, J.; LARSEN, A.; LARSEN, J. & REZANOVA, N. J. Disruption management in the airline industry — concepts, models and methods. **Computers & Operations Research**, 37(5), 809–821, 2010.

COOK, A.J., TANNER, G., LAWES, A. The hidden cost of airline unpunctuality. **J. Transp. Econ. Policy** 46, 157e173, 2012.

DESAULNIERS G., DESROSIERS J., DUMAS Y., SOLOMON M. M., SOUMIS F., Daily Aircraft Routing and Scheduling. **Management Science**, Vol. 43, No. 6, 1997

DUŠAN TEODOROVIĆ & GORAN STOJKOVIĆ. Model for operational daily airline scheduling, **Transportation Planning and Technology**, 14:4, 273-285, 1990

FEO, T. A.; RESENDE, M.G.C. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. **Journal of Global Optimization**, Volume 6, Issue 2, pp 109–133, 1995.

FILAR, J.; MANYEM, P. & WHITE, K. How airlines and airports recover from schedule perturbations: a survey. **Annals of Operations Research**, 108, 315–33, 2001.

G. DESAULNIERS, J. DESROSIERS, M.M. SOLOMON, F. SOUMIS, Daily aircraft routing and scheduling, **Management Science** 43 (6), 1997.

GENDREAU M.; POTVIN J-Y EDITORS. **Handbook of Metaheuristics**, Springer US, 2010.

GLENN W. GRAVES, RICHARD D. MCBRIDE, IRA GERSHKOFF, DIANE ANDERSON, DEEPA MAHIDHARA. Flight Crew Scheduling. **Management Science** 39(6):736-745, 1993.

GOMES W. P, GUALDA N. D. F. Heuristics to solve the integrated airline crew assignment problem. **Journal of Transport Literature** 9(1):25-29, 2015.

GOPALAN R., TALLURI K. T, The Aircraft Maintenance Routing Problem. **Operations Research** 46(2):260-271, 1998

GRAVES G. W., MCBRIDE R. D., GERSHKOFF I., ANDERSON D., MAHIDHARA D. Flight Crew Scheduling. **Management Science** 39(6):736-745, 1993.

GRONKVIST, M. **The Tail Assignment Problem**. PhD Dissertation, Chalmers and Goteborg University, Goteborg, Swedish, 2005.

HU, Y., XU, B., BARD, J. F., CHI, H., & GAO, M. Optimization of multi-fleet aircraft routing considering passenger transiting under airline disruption. **Computers and Industrial Engineering**, 80, 132-144, 2015

HU, Y.; SONG, Y; ZHAO, K. & XU B. Integrated recovery of aircraft and passengers after airline operation disruption based on a GRASP algorithm. **Transportation Research Part, E**. B (87), 97–112, 2016.

IATA, **Fact Sheet Industry Statistics**. Recuperado em 04/02/2018 em <a href="http://www.iata.org/pressroom/facts\_figures/fact\_sheets/Pages/index.aspx">http://www.iata.org/pressroom/facts\_figures/fact\_sheets/Pages/index.aspx</a>, 2017.

IATA, Worldwide Slot Guidelines, 8<sup>a</sup> Edition, 2017

JARRAH, A. I. Z. & YU, G. A decision support framework for airline cancellations and delays. **Transportation Science**, 27, 266–280, 1993.

KLABJAN, D. Large-scale models in the airline industry, G. Desaulniers, J. Desroriers, M. M. Solomon, editors, Column Generation, Kluwer Academic Publishers, 2004

LACASSE-GUAY, E.; DESAULNIERS, G. & SOUMIS, F. Aircraft routing under different business processes. Aircraft routing under different business processes. **Journal of Air Transport Management**, 16, 258-263, 2010.

LAN, S.; CLARKE, J-P. & BARNHART, C. Planning for robust airline operations: optimizing aircraft routings and flight departure times to minimize passenger disruptions. **Transportation Science**, 40(1), 15–28, 2006.

LIANG, Z., XIAO, F., QIAN, X., ZHOU, L., JIN, X., LU, X., KARICHERY, S. . A column generation-based heuristic for aircraft recovery problem with airport capacity constraints and maintenance flexibility. **Transportation Research Part B: Methodological**, 113, 70-90, 2018.

LOHATEPANONT, M., BARNHART C. Airline Schedule Planning: Integrated Models and Algorithms for Schedule Design and Fleet Assignment. **Transportation Science** 38(1):19-32, 2004.

LOVE, M. S.; BRENSEN, K.; LARSEN, J. & CLAUSEN, J. Using heuristics to solve the dedicated aircraft recovery problem. **Central European Journal of Operations Research**, 13, 189–207, 2005.

MAHER, S. J. Solving the Integrated Airline Recovery Problem Using Column-and-Row Generation. **Transportation Science**, 80, 132–144, 2015.

MAHER, S. J.; DESAULNIERS, G. & SOUMIS, F. The daily tail assignment problem under operational uncertainty using look-ahead maintenance constraints. **European Journal of Operational Research**, 264,534–547, 2018.

MANOJ LOHATEPANONT, CYNTHIA BARNHART, Airline Schedule Planning: Integrated Models and Algorithms for Schedule Design and Fleet Assignment. **Transportation Science** 38(1):19-32, 2004.

MARLA, L.; VAABEN, B. & BARNHART, C. Integrated Disruption Management and Flight Planning to Trade Off Delays and Fuel Burn. **Transportation Science**, 2016

MARSHALL L. FISHER, The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems, **Management Science**, Vol. 50, No. 12, 2004.

MCCARTY, L. A & COHN, A. E. M. Preemptive rerouting of airline passengers under uncertain delays. **Computers & Operations Research** 90, 1-11, 2018.

MEDAU, J. C. Alocação de Aeronaves a voos considerando restrições operacionais, de manutenção e desempenho das aeronaves. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo: São Paulo, 2017.

MORRELL, P. S. Airline Finance. Ashgate, 1997.

NILOOFAR JAFARI & SEYED HESSAMEDDIN ZEGORDI, The airline perturbation problem: considering disrupted passengers, **Transportation Planning and Technology**, 33:2, 203-220, 2010

PALPANT, M.; BOUDIA, M.; ROBELIN, C. A.; GABTENI, S. & LABURTHE, F. **ROADEF2009 challenge: Disruption management for commercial aviation.**, Amadeus SAS, Operations Research Division. Sophia Antipolis, France.Peekstok,J., & Kuipers,E, 2009.

PETERSEN, J. D.; SÖLVELING, G.; CLARKE, J. P.; JOHNSON, E. L. & SHEBALOV, S. An Optimization Approach to Airline Integrated Recovery. **Transportation Science**, 46(4), 482-500, 2012.

PISINGER D., ROPKE S. Large neighborhood search, in Gendreau M.; Potvin J-Y editors., Handbook of Metaheuristics, Springer US, 2010.

R. AHUJA, T. MAGNANTI, AND J. ORLIN. Network flows: theory, algorithms, and applications. Prentice Hall, 1993.

ROSENBERGER, J. M.; JOHNSON, E. L. & NEMHAUSER, G. L. Rerouting aircraft for airline recovery. **Transportation Science**, 37, 408–421, 2003.

SCHAEFER, A; JOHNSON, E; KLEYWEGT, A. & NEMHAUSER, G. Airline crew scheduling under uncertainty. **Transportation Science**, 39(3), 340–8, 2005.

SERRANO, F. J. J. & KAZDAB A. Airline disruption management: yesterday, today and tomorrow. **Transportation Research Procedia**, *28*, 3–10, 2017.

SINCLAIR, K., CORDEAU, J.-., LAPORTE, G. A column generation post-optimization heuristic for the integrated aircraft and passenger recovery problem. **Computers & Operations Research**, 2016.

SINCLAIR,K., CORDEAU, J.-., LAPORTE, G. Improvements to a large neighborhood search heuristic for an integrated aircraft and passenger recovery problem. **European Journal of Operational Research**, 233(1), 234–245, 2014.

SWAN, W. M.; ADLER, N. Aircraft trip cost parameters: A function of stage length and seat capacity. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review** 42 (2), pp. 105-115, 2006.

TEODOROVIC, D. & GUBERINIC, C. S. Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation. **European Journal of Operational Research**, 15, 178–82, 1984.

THENGVALL, B. G.; YU, G. & BARD, J. F. Multiple fleet aircraft schedule recovery following hub closures. **Transportation Research**, **Part A**, 35(4), 289–308, 2001.

THENGVALL, B.G. Models and Solution Techniques for the Aircraft Schedule Recovery Problem. Doctoral Dissertation, Graduate Program in Operations Research and Industrial Engineering, University of Texas, Austin, 1999.

TUNG-KUAN LIU, CHI-RUEY JENG & YU-HERN CHANG. Disruption Management of an Inequality-Based Multi-Fleet Airline Schedule by a Multi-Objective Genetic Algorithm, **Transportation Planning and Technology**, 31:6, 613-639, 2008.

UĞUR, A.; GÜREL, S. & AKTÜRK, M. S. Flight Network-Based Approach for Integrated Airline Recovery with Cruise Speed Control. **Transportation Science**, 2017.

VOS, H.-W. M., SANTOS, B. F., & OMONDI, T. Aircraft Schedule Recovery Problem – A Dynamic Modeling Framework for Daily Operations. **Transportation Research Procedia**, 10, 2015.

WU, Z., LI, B., & DANG, C. Solving multiple fleet airline disruption problems using a distributed-computation approach to integer programming. **IEEE Access**, 5, 19116-19131, 2017.

YAN, C. & KUNG, J. Robust Aircraft Routing. **Transportation Science**, 2016.

YAN, S. & YANG, D. A decision support framework for handling schedule perturbations. **Transportation Research**, **Part B**, 30, 405–19, 1996.

YAN, S. & YOUNG, H. A decision support framework for multi-fleet routing and multi-stop flight scheduling. **Transportation Research**, **Part A**, 30(5), 379–98, 1996.

YUZHEN HU, YAN SONG, KANG ZHAO, BAOGUANG XU. Integrated recovery of aircraft and passengers after airline operation disruption based on a GRASP algorithm. **Transportation Research Part E** 87, 2016.

YUZHEN, H.; HONG, L.; SONG, Z. & YAN, S. Multiple objective solution approaches for aircraft rerouting under the disruption of multi-aircraft. **Expert Systems With Applications**, 83, 283–299, 2017.

ZHANG, C., Two-stage heuristic algorithm for aircraft recovery problem. **Discrete Dynamics in Nature and Society**, 2017

ZHANG, D.; YU, C.; DESAIB, J. H. Y. K. "& LAU, H. A math-heuristic algorithm for the integrated air service recovery. **Transportation Research**, **Part B**, 84, 211–236, 2016.