



## **ARRANJOS ESTRUTURAIS E ESFORÇOS SOBRE PILARES PORTUÁRIOS**

### **NOTA DE AULA 07 – FORÇAS HIDRODINÂMICAS E MOMENTOS SOBRE PILARES E TUBULÕES PORTUÁRIOS**

Fontes: Mason, J. (1984)

#### **1. AÇÕES DE CORRENTES MARÍTIMAS SOBRE PILARES PORTUÁRIOS**

A existência de correntes marítimas ou fluviais junto a obras portuárias é um fato bastante comum. As correntes, dependendo de sua velocidade, podem ocasionar efeitos estáticos e dinâmicos importantes sobre as estacas e pilares portuários, os quais devem ser investigados pelos mesmos princípios que regem a ação de fluidos sobre obstáculos, como temos visto nas notas de aulas anteriores. Abordaremos a seguir um pouco dessas questões do ponto de vista estático e dinâmico.

#### **EFEITO ESTÁTICO DA PASSAGEM DA CORRENTE MARÍTIMA PELA ESTACA**

A ação da passagem da corrente marítima pela estaca promove uma força global de arraste dada pela equação:

$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho U_0^2 D$$

Sendo:  $F_D$  = força de arraste

$C_D$  = coeficiente global de arraste, cujo valor é determinado experimentalmente e varia em função do número de Reynolds do escoamento.

$\rho$  = massa específica do fluido (corrente marítima)

$U_0$  = velocidade da corrente marítima

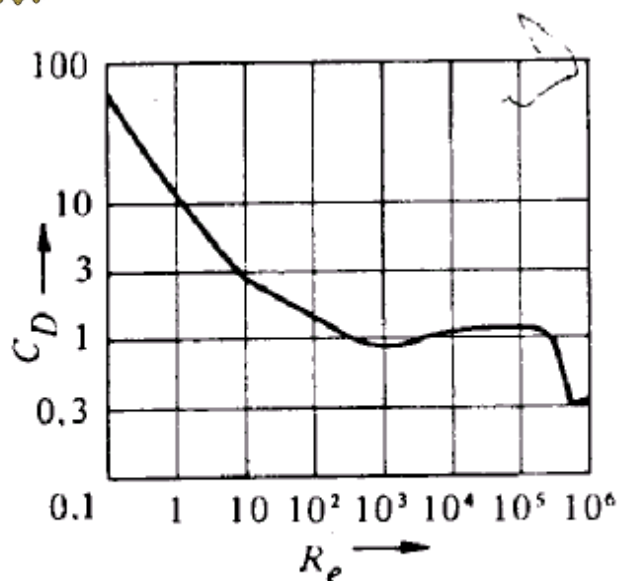
$D$  = diâmetro da estaca

O número de Reynolds é dado por:

$$R_e = \frac{U_0 D}{\nu}$$

Sendo:  $\nu$  = viscosidade cinemática do fluido

Na primeira equação acima, o termo  $1/2 \rho U_0^2$  é denominado *pressão de obstrução*. A força  $F_D$  é medida por unidade de comprimento de estaca. O coeficiente de arraste pode ser tirado do gráfico da figura abaixo.



Coeficiente de arraste para o cilindro

Do gráfico acima pode-se constatar que para a faixa de número de Reynolds entre  $10^3$  e  $10^5$ , o coeficiente  $C_D$  permanece sensivelmente constante aproximadamente igual a 1,0. Nas imediações de  $Re = 2 \times 10^5$  o valor de  $C_D$  cai para aproximadamente 0,30.

Este fato pode ser explicado na Mecânica dos Fluidos (Fenômenos de Transporte) pela transição da camada limite do escoamento de laminar para turbulenta, diminuindo a esteira de escoamento a jusante, com a redução do arraste sobre o obstáculo.

Nos casos práticos, deve-se calcular o número de Reynolds, em cada caso, em função da velocidade do escoamento do fluido e do diâmetro da estaca, escolhendo o coeficiente de arraste apropriado.

Para estacas quadradas, podemos tomar  $C_D \cong 0,84$ .

### EFEITO DINÂMICO DA PASSAGEM DA CORRENTE MARÍTIMA PELA ESTACA

Além da força estática vista no item acima, poderá ocorrer também uma ação dinâmica em virtude da passagem das correntes marítimas pelas estacas, devido à liberação alternada de vórtices (redemoinhos) na esteira de jusante do escoamento.

Observe-se a figura seguinte.

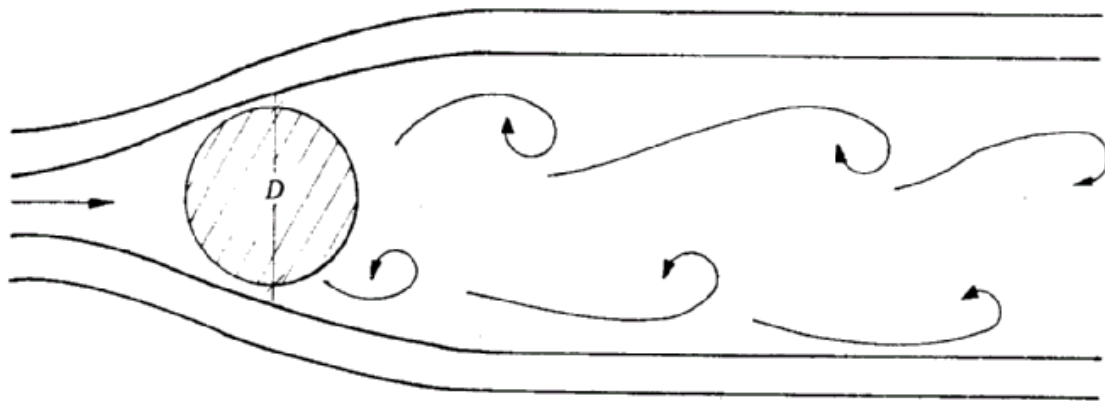
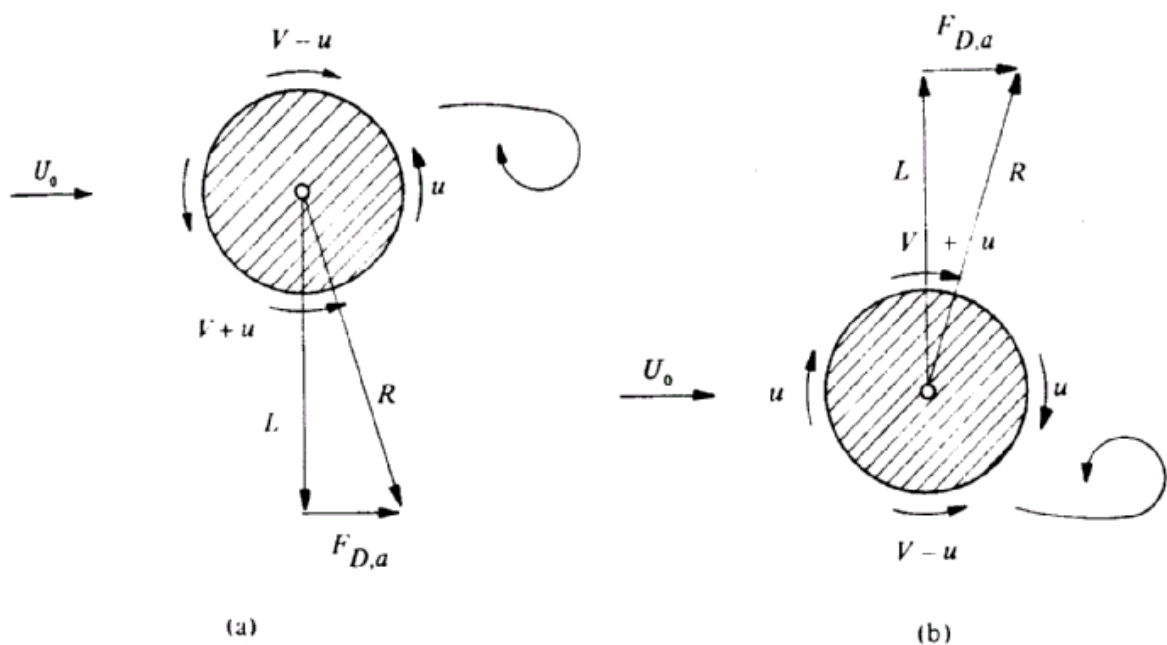


Fig. 2.24



Este fenômeno foi estudado pela primeira vez por von Karmán em 1912. Ele demonstrou que em certas condições, são liberados vórtices alternados, de um lado e de outro de um obstáculo cilíndrico (estaca). Estes vórtices induzem forças transversais que mudam de sentido, com o sentido dos vórtices.

A razão da existência da força transversal é explicada pelo fato de o vórtice liberado induzir uma circulação  $u$  contrária, que altera o campo de velocidade  $V$  do escoamento na seção, dando uma velocidade  $V+u$  de um lado e,  $V-u$  do outro.

A menor velocidade de um lado produz aumento de pressão (Teorema de Bernoulli) dirigida para o lado de maior velocidade, o que equivale a uma força transversal  $R$ . A força  $R$  é ligeiramente inclinada para jusante, podendo ser decomposta numa força transversal  $L$ , normal à direção do fluxo, e numa componente longitudinal de arraste  $F_{D,a}$ . A componente  $F_{D,a}$  é da ordem de  $1/10$  de  $L$ , isto é:



$$F_{D,a} = \frac{1}{10} L$$

Estudos teóricos e experimentais mostraram que a frequência de liberação dos vórtices de Karmánn,  $f_K$  ocorre segundo a equação:

$$S = \frac{f_K D}{U_0}$$

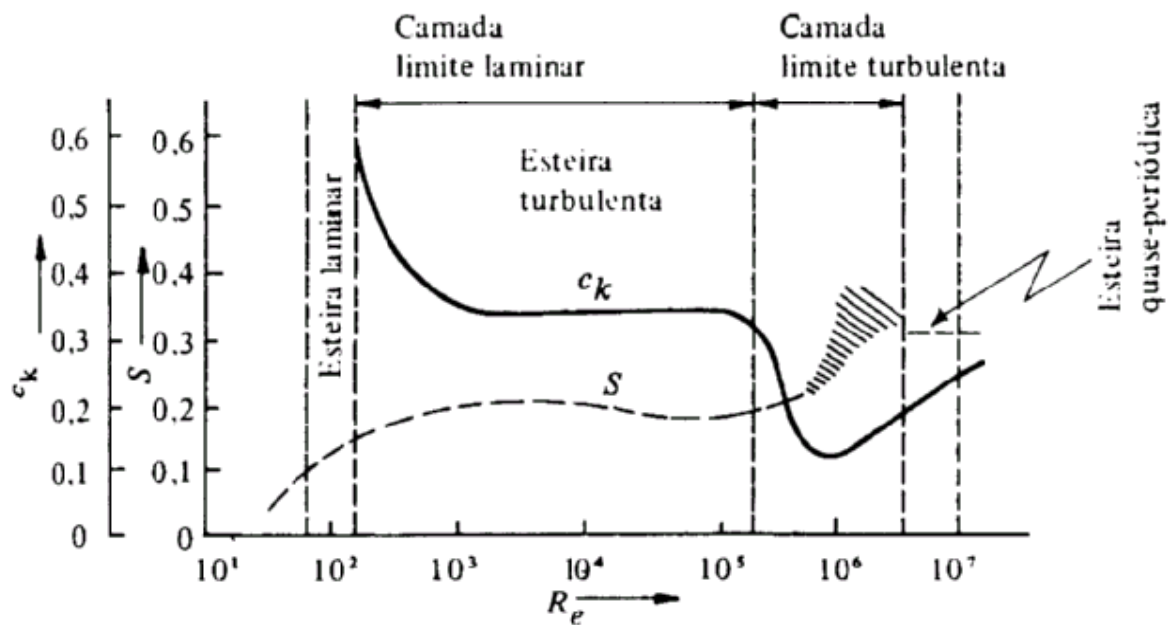
em que  $D$  é o diâmetro da estaca,  $U_0$  é a velocidade do fluido e  $S$  é uma constnate numérica denominada *número de Strouhal*, a qual depende do número de Reynolds do escoamento, porém seu valor é aproximadamente:

$$S \cong 0,2$$

Com a liberação de cada vórtice, é transmitida à estaca um impulso lateral de mesma frequência  $f_K$  definido por:

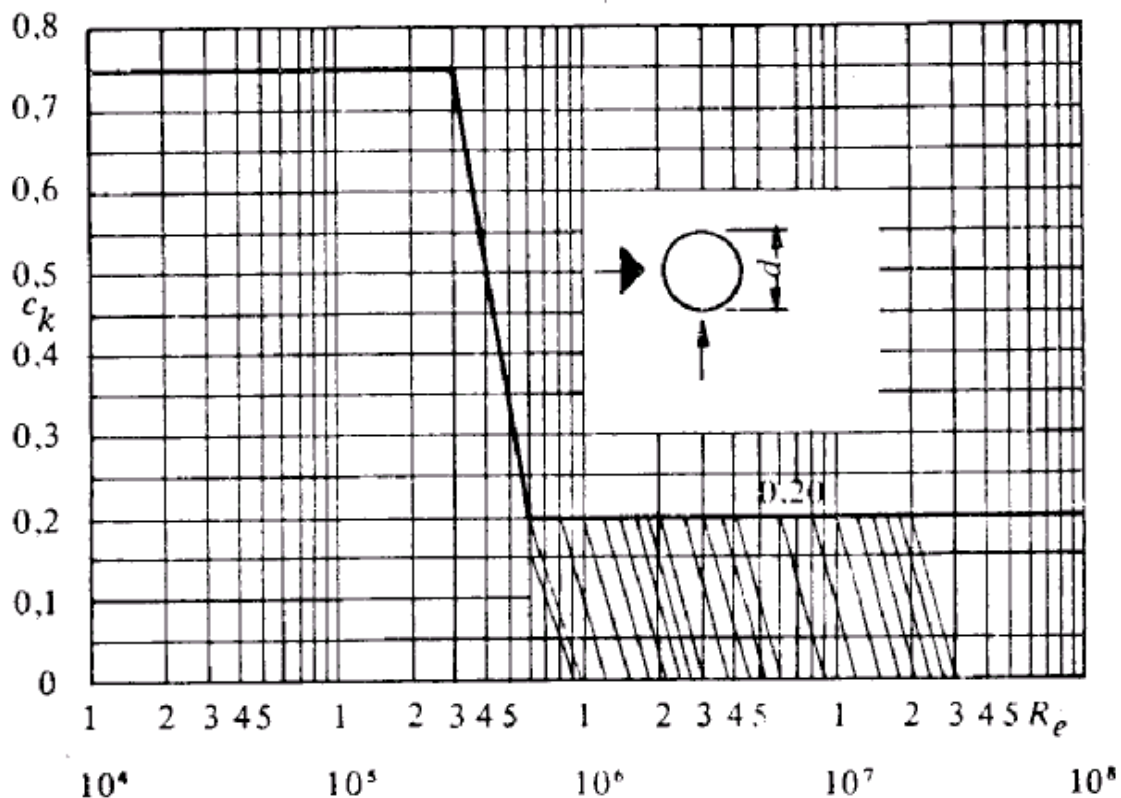
$$L = c_K \frac{1}{2} \rho U_0^2 D \sin(2\pi f_K t)$$

em que  $c_K$  é o chamado *coeficiente de sustentação (lift coefficient)* e que também depende do número de Reynolds. A figura seguinte dá a variação do número de Strouhal  $S$  e do coeficiente de sustentação  $c_K$  em função do  $Re$ .



Número de Strouhal e coeficiente de sustentação

Uma ampliação simplificada do gráfico acima para a região mais freqüente de números de Reynolds é apresentada na figura abaixo.



Verificamos que para a faixa mais comum dos números de Reynolds ( $Re \approx 10^6$ ), o valor de  $c_k \approx 0,20$ .

Uma observação importante diz respeito à componente longitudinal dinâmica de arraste  $F_{D,a}$  associada à força transversal  $R$ . Constatamos que esta força tem seu sentido sempre dirigido para jusante, de modo que teremos um impulso longitudinal  $F_{D,a}$ , em cada meio período, correspondente ao ciclo completo de liberação dos vórtices de Kármán.

Assim sendo, além dos impulsos transversais  $L$ , de frequência  $f_k$ , teremos impulsos longitudinais  $F_{D,a}$  de frequência  $2f_k$ . Notemos, porém que o módulo de  $F_{D,a}$  é de aproximadamente  $1/10$  do módulo de  $L$ , donde decorre a menor importância dessa componente, poucas vezes consideradas nos cálculos.

A importância dos efeitos das forças periódicas decorre das vibrações que as mesmas podem excitar. Estas vibrações, caso haja perigo de *ressonância*, podem produzir efeitos perigosos que afetam a segurança das estacas. A ressonância pode ocorrer quando houver coincidência entre a frequência de emissão dos vórtices e, portanto, dos impulsos, e a frequência de vibração própria das estacas. Isto pode ocorrer principalmente na fase construtiva da obra quando é mais baixa a frequência própria das estacas.

A frequência de vibração própria das estacas é dada pela equação:



$$f_1 = k \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\bar{m}}}$$

sendo:  $f_1$  = frequência de vibração própria da estaca;

$k = 0,560$  para estacas engastadas na base somente (simplesmente cravadas)

$k = 3,561$  para estacas bi-engastadas ( cravadas na base e engastadas no topo em vigas ou plataformas)

$k = 2,454$  para estacas engastadas na base e apoiadas no topo (contra-ventadas)

$l$  = comprimento da estaca

$E$  = módulo de elasticidade da estaca

$J$  = momento de inércia da estaca

$\bar{m}$  = massa *hidrodinâmica* da estaca, por unidade de comprimento.

Na massa hidrodinâmica da estaca por unidade de comprimento, devemos incluir além da massa própria da estaca, a massa do volume do fluido deslocado pela estaca.

#### EXEMPLO DE APLICAÇÃO:

Seja determinar a ação de uma corrente marítima sobre a estaca da figura abaixo, constituída de um tubulão com chapa de aço de 3/8", no diâmetro de 1,30m, com enchimento de concreto e armadura adicional com 12 ferros no diâmetro de 1". A estaca está implantada numa profundidade de 32m e sujeita à ação de uma corrente marítima de velocidade  $U_0$  de até 1,5 m/s.

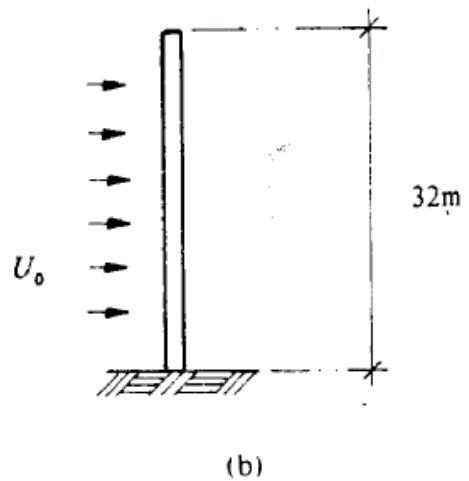
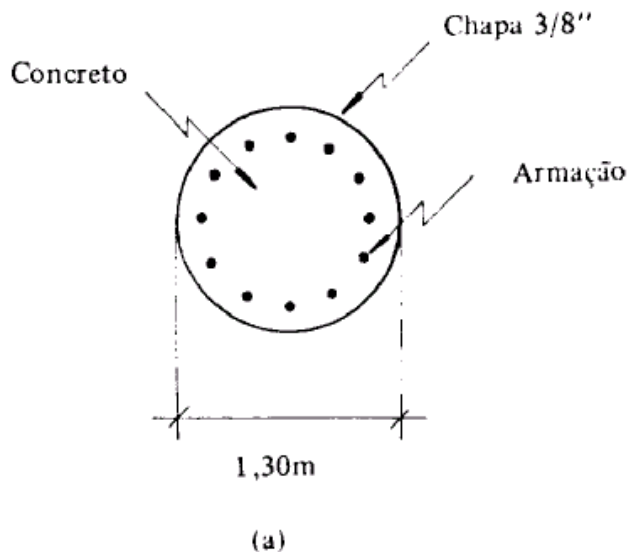
Dados:

Módulo de elasticidade do aço:  $E_s = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$

Módulo de elasticidade do concreto:  $E_c = 3 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$

Massa específica da água do mar:  $\rho = 1034 \text{ kg/m}^3$

Massa específica do concreto:  $\rho_{\text{conc}} = 2500 \text{ kg/m}^3$



Devem ser investigadas as situações:

- a) logo após a cravação;
- b) após contraventamento no topo;

### SOLUÇÃO:

#### **EFEITO DINÂMICO**

Inicialmente, calcula-se o momento de inércia do tubulão:

$$J = \pi D^4 / 64 = \pi \times 1,3^4 / 64 = 0,140 \text{ m}^4$$

Calcula-se o módulo de elasticidade ponderado  $E_P$  dado por:

$$E_P = \frac{A_S \times E_S + A_C \times E_C}{A_S + A_C}$$

Onde:  $A_S$  = área de aço

$A_C$  = área de concreto

$A_S$  = área da chapa de aço de 3/8" + área dos 12 ferros de 1"

$$A_{chapa} = \frac{\pi \times 1,3^2}{4} - \frac{\pi \times \left(1,3 - \frac{3}{8} \times 0,0254\right)^2}{4} = 0,01938 \text{ m}^2$$

$$A_{ferros} = 12 \times \pi \times 0,0254^2 / 4 = 0,00608 \text{ m}^2$$

$$A_S = 0,01938 + 0,00608 = 0,02546 \text{ m}^2$$

$$A_C = \text{área de concreto} = \pi \times (D - e)^2 / 4$$



$$A_C = \pi \times (1,3 - 3/8 \times 0,0254)^2 / 4 = 1,30794 \text{ m}^2$$

$$E_P = \frac{2,1 \times 10^6 \times 0,02546 + 3 \times 10^5 \times 1,30794}{0,02546 + 1,30794} = 334.369,28 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

Transforma-se a unidade de  $E_P$  de  $\text{kgf}/\text{cm}^2$  para  $\text{kgf}/\text{m}^2$

$$E_P = 334.369,28 \text{ kgf}/\text{cm}^2 / 10^{-4} \text{ m}^2/\text{cm}^2 = 3.343.692.800 \text{ kgf}/\text{m}^2$$

Calcula-se a massa hidrodinâmica  $\bar{m}$ :

$$\bar{m} = (1034 + 2500) \times \pi \times \frac{1,3^2}{4} = 4.690,76 \text{ kg} / \text{m}^3 / \text{ml}$$

Calcula-se o fator:

$$\sqrt{\frac{EJ}{\bar{m}}} = \sqrt{\frac{3.343.692.800 \times 0,140}{4690,76}} = 315,9043$$

a) Calculando-se a possibilidade de ressonância para a condição logo após a cravação:

$$k = 0,560 ; l = 32 \text{ m}$$

$$f_1 = k/l^2 \times 315,9043 = 0,560/32^2 \times 315,9043 = 0,1727 / \text{seg}$$

A velocidade crítica de corrente capaz de produzir ressonância seria dada por:

$$S = \frac{f_k D}{U_0}$$

em que  $f_k = f_1$  daí:

$$U_0 = \frac{f_1 D}{S} = \frac{0,1727 \times 1,3}{0,2} = 1,12 \text{ m} / \text{s}$$

Logo, como a velocidade de corrente marítima é de até 1,5 m/s, haveria sim possibilidade de ressonância em algum momento que a corrente marítima tivesse sua velocidade da ordem de 1,12 m/s.

b) calculando-se a possibilidade de ressonância logo após o contraventamento no topo:

$$k = 2,454 ; l = 32$$

$$f_1 = 2,454/32^2 \times 315,9043 = 0,757 / \text{seg}$$





$$U_0 = 0,757 \times 1,3 / 0,2 = 4,92 \text{ m/s}$$

Logo, não há como a velocidade máxima de corrente marítima é de até 1,5 m/s, não haveria mais possibilidade de ressonância após o contraventamento da estaca no topo.



## 2. AÇÕES DE ONDAS SOBRE PILARES E TUBULÕES PORTUÁRIOS

A avaliação das forças das ondas sobre as estacas e tubulões portuários é feita com base no campo de velocidades determinado pelo movimento ondulatório, em particular pela componente horizontal  $u$  da velocidade orbital da partículas fluidas.

$$u = \frac{agK \cosh[K(d+z)]}{\sigma \cosh(Kd)} \cos(Kx - \sigma t)$$

Em Fenômenos de Transporte, é freqüentemente empregada a expressão global da teoria da *quantidade de movimento* para o cálculo dos esforços exercidos pelo movimento do fluido em obstáculos ou *volumes de controle*. A equação integral é dada por:

$$F = \int_A \rho v(v \cdot dA) + \int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho v) dV$$

Onde  $v$  = vetor velocidade

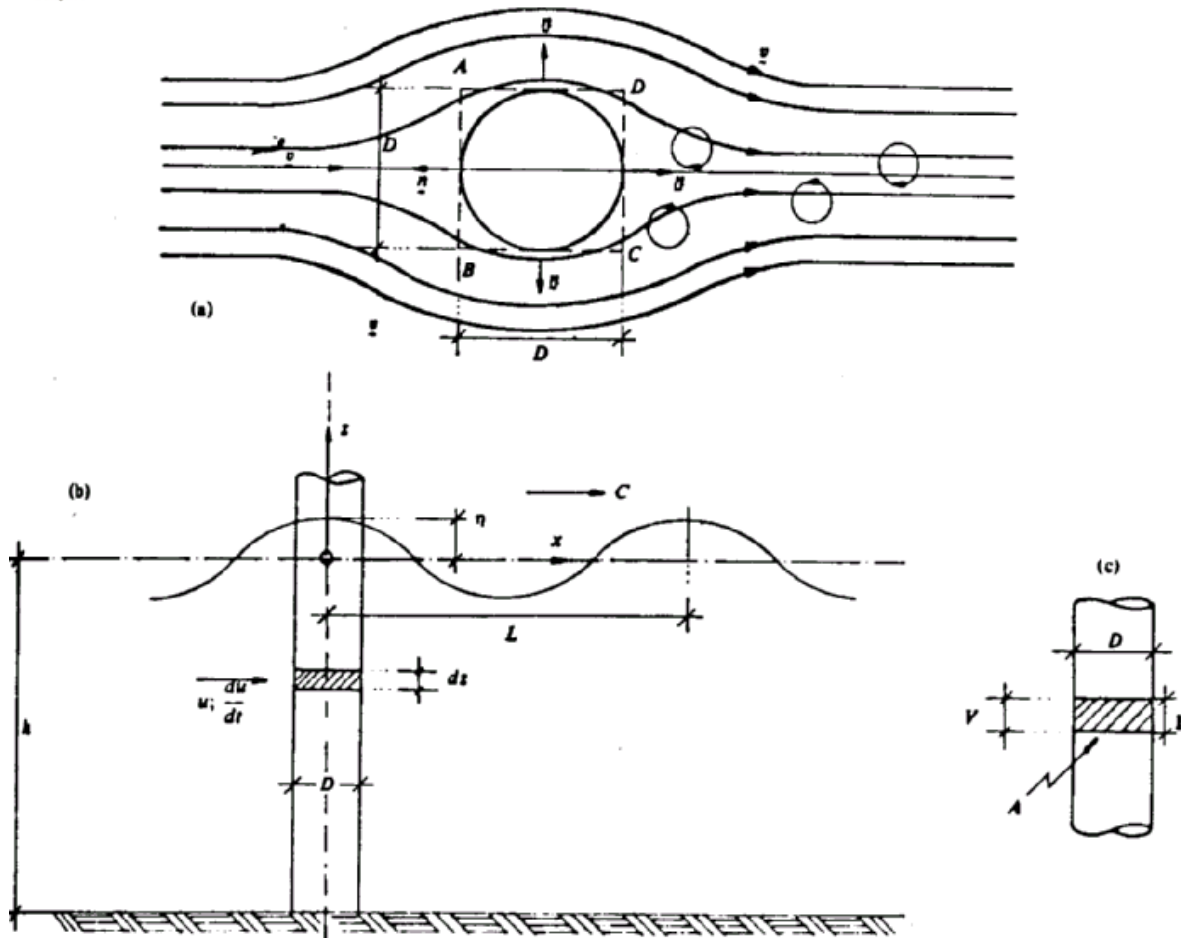
$\rho$  = massa específica do fluido

$A$  = área externa do volume de controle  $V$

$F$  = força resultante que o fluido promove sobre o volume de controle

O primeiro termo da equação corresponde à integral de área, o qual é proveniente da componente estacionária do movimento; o segundo termo, corresponde à integral de volume, tendo origem na componente não estacionária ou de aceleração do movimento.

Para aplicarmos a fórmula de  $F$  para determinação da força exercida pela onda sobre um pilar, referimo-nos à figura abaixo:



Nesta figura, está representado em planta o fluxo em torno de uma estaca, com possibilidade de formação de uma esteira turbulenta na parte de jusante. Para efeito de adequação matemática, supomos que na condição do tempo  $t = 0$ , esteja passando uma crista da onda pela estaca tal como mostrado na figura. Com esta posição do sistema de eixos  $x$ - $z$ , a equação da forma da onda passando pela estaca é dada por:

$$\eta = a \cos \sigma t$$

Modificando a equação de  $u$  pela substituição das variáveis  $a = H/2$  e  $\sigma = 2\pi/T$  fica:

$$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\cosh[2\pi(d+z)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos\left(\frac{-2\pi t}{T}\right)$$

e derivando-a em relação a  $t$  obtemos:

$$\frac{du}{dt} \cong \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\pi g H}{L} \frac{\cosh[2\pi(d+z)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin\left(\frac{-2\pi t}{T}\right)$$

A força exercida pela onda sobre a estaca pode ser então definida pela Fórmula de Morrison:



$$F = C_D \frac{1}{2} \rho D |u|u - C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{du}{dt}$$

na qual  $C_D$  e  $C_M$  são constantes experimentais denominadas respectivamente de *coeficiente de arraste* e *coeficiente de inércia*. O primeiro termo da fórmula de Morrison define a força de arraste do movimento do fluido sobre a estaca. O quadrado da velocidade  $u^2$  é escrito sob a forma  $|u|u$ , de modo a podermos levar em conta a mudança de sinal da força, com a mudança de sentido do fluxo (fluxo e refluxo das ondas).

O segundo termo leva em conta os efeitos da aceleração do movimento oscilatório e o sinal negativo indica que a força sobre a estaca será positiva se o movimento do fluido sofrer uma desaceleração (aceleração negativa). No caso de *movimento uniforme*, o termo não existe.

Substituindo os termos de  $u$  e  $du/dt$  na fórmula de Morrison temos uma equação muito grande que pode ser subdividida em dois termos:

$$F = F_D + F_M$$

em que  $F_D$  é chamada *força de arraste* e  $F_M$  é chamada *força de inércia* sendo dadas por:

$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho g D H^2 \left[ \frac{g T^2}{4 L^2} \left( \frac{\cosh K(d+z)}{\cosh Kd} \right)^2 \right] \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right)$$

e

$$F_M = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H \left[ \frac{\pi}{L} \frac{\cosh K(d+z)}{\cosh Kd} \right] \sin \left( \frac{-2\pi t}{T} \right)$$

As fórmulas acima nos dão as forças por unidade de comprimento da estaca, as quais dependem da posição da seção, através da elevação  $z$  e do tempo  $t$ . Calculando numericamente o valor do coeficiente que depende da profundidade  $z$  nas fórmulas, verificamos que as forças sobre a estaca decrescem com a profundidade  $z$ .

Por outro lado, a máxima força de arraste  $F_D$  ocorre quando  $t = 0$ , isto é, durante a passagem da crista da onda pela estaca, ao passo que a máxima força de inércia  $F_M$  ocorre quando  $-2\pi t/T = 1$  ou  $t = -T/4$ , isto é,  $1/4$  do período antes da crista da onda passar pela estaca (máxima desaceleração).

Porém, para o projeto estrutural das estacas, interessa-nos conhecer apenas a *resultante dos esforços e seu ponto de aplicação* os quais nos darão o momento resultante. Para isso integramos as equações acima desde o fundo  $d = -h$  até a superfície da onda  $\eta$  determinando as equações das resultantes e dos momentos através de:



$$F^{(t)} = \int_{-d}^{\eta} F_D dz + \int_{-d}^{\eta} F_M dz \quad \text{obtendo a equação da resultante e,}$$

$$M^{(t)} = \int_{-d}^{\eta} (z+d) F_D dz + \int_{-d}^{\eta} (z+d) F_M dz \quad \text{obtendo o momento resultante.}$$

Introduzindo as equações de  $F_D$  e  $F_M$  nas integrais acima e realizando a integração, obtemos as seguintes equações:

$$F^{(t)} = F_D^{(t)} + F_M^{(t)} \quad \text{para a resultante das forças e,}$$

$$M^{(t)} = M_D^{(t)} + M_M^{(t)} \quad \text{para a resultante dos momentos.}$$

Sendo que:

$$F_D^{(t)} = C_D \frac{1}{2} \rho g D H^2 k_d$$

$$F_M^{(t)} = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H k_m$$

sendo que  $k_d$  e  $k_m$  são dados por:

$$k_d = \frac{1}{4} n \left| \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \right| \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right)$$

$$k_m = \frac{1}{2} \tanh Kd \sin \left( \frac{-2\pi t}{T} \right)$$

$$M_D^{(t)} = F_D^{(t)} \times d \times s_d$$

$$M_M^{(t)} = F_M^{(t)} \times d \times s_m$$

sendo que  $s_d$  e  $s_m$  são dados por:

$$s_d = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n} \left( \frac{1}{2} + \frac{1 - \cosh(2Kd)}{2Kd \sinh(2Kd)} \right)$$



$$s_m = 1 + \frac{1 - \cosh Kd}{Kd \sinh Kd}$$

A constante  $n$  nas fórmulas acima é dada por:

$$n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2Kd}{\sinh(2Kd)} \right) \text{ como havia sido definido anteriormente.}$$

Para aplicação das fórmulas acima, em função das aproximações da teoria linear das ondas de Airy, é necessário que:

$$\frac{D}{L} < 0,05 \text{ condição que normalmente se verifica.}$$

Os coeficientes de arraste e de inércia são definidos experimentalmente. As médias para estes coeficientes para emprego em hidráulica marítima são:

$$C_D \cong 1,05 \quad \text{e} \quad C_M = 1,40$$

Quando desejamos obter as forças e momentos máximos, basta aplicar às funções comuns senoidais e cossenoidais o seu valor máximo de 1. O mesmo não pode ser feito com funções senoidais ou cossenoidais hiperbólicas que devem ser resolvidas de acordo com os dados de cada caso.

As forças sobre as estacas e tubulões são, de acordo com as equações aqui apresentadas, variáveis no tempo e, portanto, produzem efeitos dinâmicos. Dependendo da frequência própria da vibração das estacas, em relação à frequência das ondas, os efeitos dinâmicos poderão ser ignorados e tratamos as forças devido às ondas como forças estáticas, variáveis no tempo. Este ponto de vista de cálculo, quando de aproximação aceitável, é denominado “quase estático”.

Quando a frequência das ondas não estiver muito afastada da frequência própria das estacas, torna-se necessário fazer um cálculo dinâmico. Para isso, recorreremos aos conhecidos métodos da análise dinâmica das estruturas, como veremos na Nota de Aula 12 seguinte.

### EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO:

Determine os momentos e forças resultantes máximas de arraste e inércia para um tubulão com 0,80 m encravado numa profundidade de 15 m, sujeito à ação de uma onda cujas características em águas profundas são  $H_0 = 3,00$  m e  $T = 10$  seg. Considere a massa específica da água do mar igual a  $1034 \text{ kg/m}^3$  ou  $1,034 \text{ t/m}^3$ . A onda atinge o tubulão em mar aberto.

### SOLUÇÃO:

$$C_0 = gT/2\pi = 9,81 \times 10/2\pi = 15,61 \text{ m/s}$$



$$L_0 = C_0 \times T = 15,61 \times 10 = 156,1 \text{ m}$$

para  $d = 15 \text{ m}$ :

$$\frac{L}{L_0} = \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad \text{fazendo-se as tentativas necessárias encontramos:}$$

$$\text{para } L = 109,1 \text{ m : } 0,698 = 0,698 \quad \text{Daí: } K = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{109,1} = 0,057$$

$$n = 0,5 \left( 1 + \frac{2 \times 0,057 \times 15}{\sinh(2 \times 0,057 \times 15)} \right) = 0,819$$

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{b_0}{b}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \frac{1}{n} \frac{C_0}{C}} \quad H = H_0 \times 0,935 = 2,80 \text{ m} \quad \mathbf{H = 2,80 \text{ m}}$$

### CÁLCULO DAS FORÇAS E MOMENTOS

$$^{(t)}F_D = C_D \frac{1}{2} \rho g D H^2 k_d \quad \text{com} \quad k_d = \frac{1}{4} n \left| \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right| \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Mas para  $\cos(2\pi t/T) = 1$  tem-se  $k_d = 1/4 n$

$$k_d = 0,25 \times 0,819 = 0,204 \quad \text{e } C_D = 1,05$$

$$\text{Daí: } F_D = 1,05 \times 0,5 \times 1034 \times 9,81 \times 0,80 \times 2,8^2 \times 0,204 = 6.813,73 \text{ N}$$

Mas  $1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N}$  e  $1 \text{ tf} = 9,81 \times 10^3 \text{ N}$

$$\text{Daí: } F_D = 6.813,73 / 9,81 \times 10^3 = 0,694 \text{ tf} \quad \mathbf{F_D = 0,694 \text{ tf}}$$

$$^{(t)}F_M = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H k_m \quad \text{com} \quad k_m = \frac{1}{2} \tanh Kd \sin\left(\frac{-2\pi t}{T}\right)$$

Mas para  $\sin(-2\pi t/T) = 1$  tem-se  $k_m = 1/2 \tanh(Kd)$

$$k_m = 1/2 \tanh(0,057 \times 15) = 0,346$$

$$F_M = 1,40 \times 1034 \times 9,81 \times \pi \times 0,8^2/4 \times 2,80 \times 0,346 = 6.915,46 \text{ N}$$

$$F_M = 6.915,46 / 9,81 \times 10^3 = 0,704 \text{ tf} \quad \mathbf{F_M = 0,704 \text{ tf}}$$



$$M_D^{(t)} = F_D^{(t)} \times d \times s_d \quad \text{com} \quad s_d = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n} \left( \frac{1}{2} + \frac{1 - \cosh(2Kd)}{2Kd \sinh(2Kd)} \right)$$

$$s_d = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 0,819} \left( \frac{1}{2} + \frac{1 - \cosh(2 \times 0,057 \times 15)}{2 \times 0,057 \times 15 \sinh(2 \times 0,057 \times 15)} \right) = 0,557$$

$$M_D = 0,694 \text{ tf} \times 15 \text{ m} \times 0,557 = 5,798 \text{ tf} \times \text{m} \quad \mathbf{M_D = 5,798 \text{ tf} \times \text{m}}$$

$$M_M^{(t)} = F_M^{(t)} \times d \times s_m \quad \text{com} \quad s_m = 1 + \frac{1 - \cosh Kd}{Kd \sinh Kd}$$

$$s_m = 1 + \frac{1 - \cosh(0,057 \times 15)}{0,057 \times 15 \sinh(0,057 \times 15)} = 0,528$$

$$M_M = 0,704 \text{ tf} \times 15 \text{ m} \times 0,528 = 5,575 \text{ tf} \times \text{m} \quad \mathbf{M_M = 5,575 \text{ tf} \times \text{m}}$$

E o momento máximo de tombamento será:

$$M^{(t)} = M_D^{(t)} + M_M^{(t)} \quad \text{ou seja,} \quad M = 5,798 + 5,575 = 11,373 \text{ tf} \times \text{m}$$

$$\mathbf{M = 11,373 \text{ tf} \times \text{m}}$$