HIDRÁULICA MARÍTIMA
NOTA DE AULA 03

INTRODUÇÃO:

Nesta Nota de Aula 03 daremos início ao **Estudo da Hidráulica Marítima**, teoria essencial para subsidiar o restante do Curso de Portos.
O estudo de Hidráulica Marítima será feito com apoio de aulas expositivas em vídeo que serão fornecidas pelo professor, para esclarecimento dos principais aspectos relacionados com a hidráulica marítima de interesse imediato em Obras Portuárias.

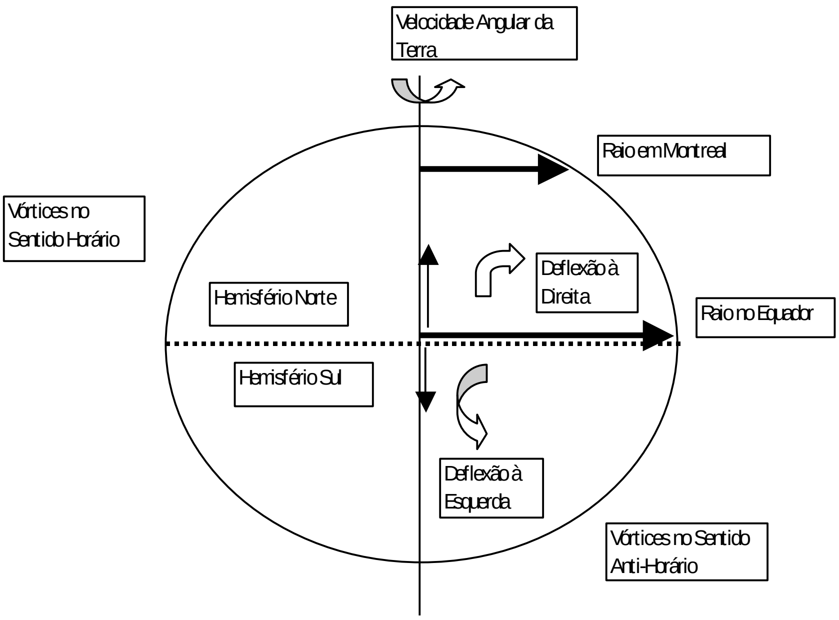
Iniciamos com a Teoria Linear das Ondas de Pequena Amplitude ou Teoria das Ondas de Airy, a qual, apesar de ser muito simplificada, conduz a resultados satisfatórios para o dimensionamento de obras portuárias.

TEORIA LINEAR DAS ONDAS DE PEQUENA AMPLITUDE – ONDAS DE AIRY (Sir George Biddel Airy 1801-1892 – Inglaterra)

SUPOSIÇÕES TEÓRICAS DAS ONDAS DE AIRY

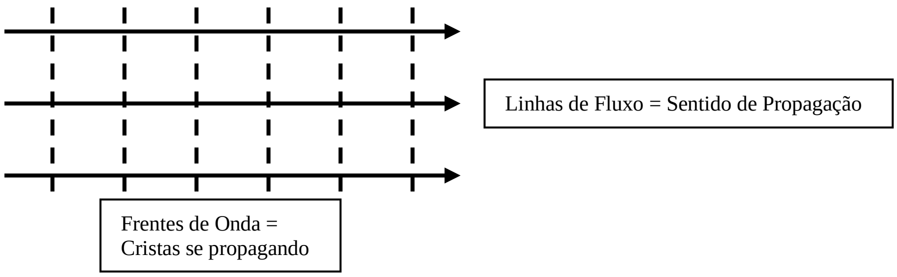
1) O fluido é considerado homogêneo: $\rho(x,y,z) = \rho$
2) O fluido é considerado incompressível: $\rho(z) = \rho$
3) A tensão superficial é nula: $\sigma_S = 0$
4) O efeito de Coriolis é insignificante: $C = 2\,\Omega \text{sen}\Phi \cong 0$

onde Ω = velocidade angular da terra = $2\pi(1+1/365{,}24)$ radianos/dia = $7{,}292 \times 10^{-5}$ radianos/segundo
Φ = latitude local



Efeito de Coriolis no Globo Terrestre

5) A pressão na superfície da água é a atmosférica: $p(\eta,t) = 0$
6) O fluido é não viscoso (não resiste a cisalhamento): $\mu = 0$
7) A condição de escorregamento do fluido é inexistente: Tradução = a velocidade do fluido nas fronteiras (limites) é a própria velocidade das fronteiras
8) Não há outros movimentos de ondas interferindo (as ondas são monocromáticas [de freqüência única] : ondas monocromáticas são diferentes de ondas randômicas que são as ondas reais em mar aberto)
9) O fundo do mar é fixo, horizontal e impermeável
10) A amplitude da onda é muito pequena quando comparada com a profundidade do mar: $a \ll d$ [a = amplitude: d = depth (profundidade)]
11) As ondas tem características predominantes bi-dimensionais (2-D) normalmente adotadas como sendo o sentido de propagação e a frente de onda, princípios semelhantes às REDES DE FLUXO em que as linhas de corrente são as linhas de fluxo e as equipotenciais são as frentes de onda.



MOVIMENTOS DE ONDAS – CARACTERÍSTICAS DAS ONDAS

1) Numa onda se propagando, ocorre uma transferência da **perturbação** de uma parte para outra do meio fluido;
2) A perturbação ocorre sem transferência líquida de material de uma parte para outra;
3) A **propagação** ocorre sem uma distorção significativa da forma da onda;
4) A **perturbação** parece se propagar numa velocidade constante;
5) O movimento das ondas se manifestam através de forças de deslocamento e forças restauradoras (gravidade)

TIPOS DE ONDAS

Ondas Oscilatórias $\Rightarrow$ transporte de massa = zero (como a onda provocada pelo impulso de uma corda segurada por dois garotos)

Ondas Translatórias $\Rightarrow$ existe transporte de massa do fluido (como no caso das ondas provocadas por maremotos que ao chegar próximo à zona costeira, mantém seu pico quase todo acima do nível do mar)

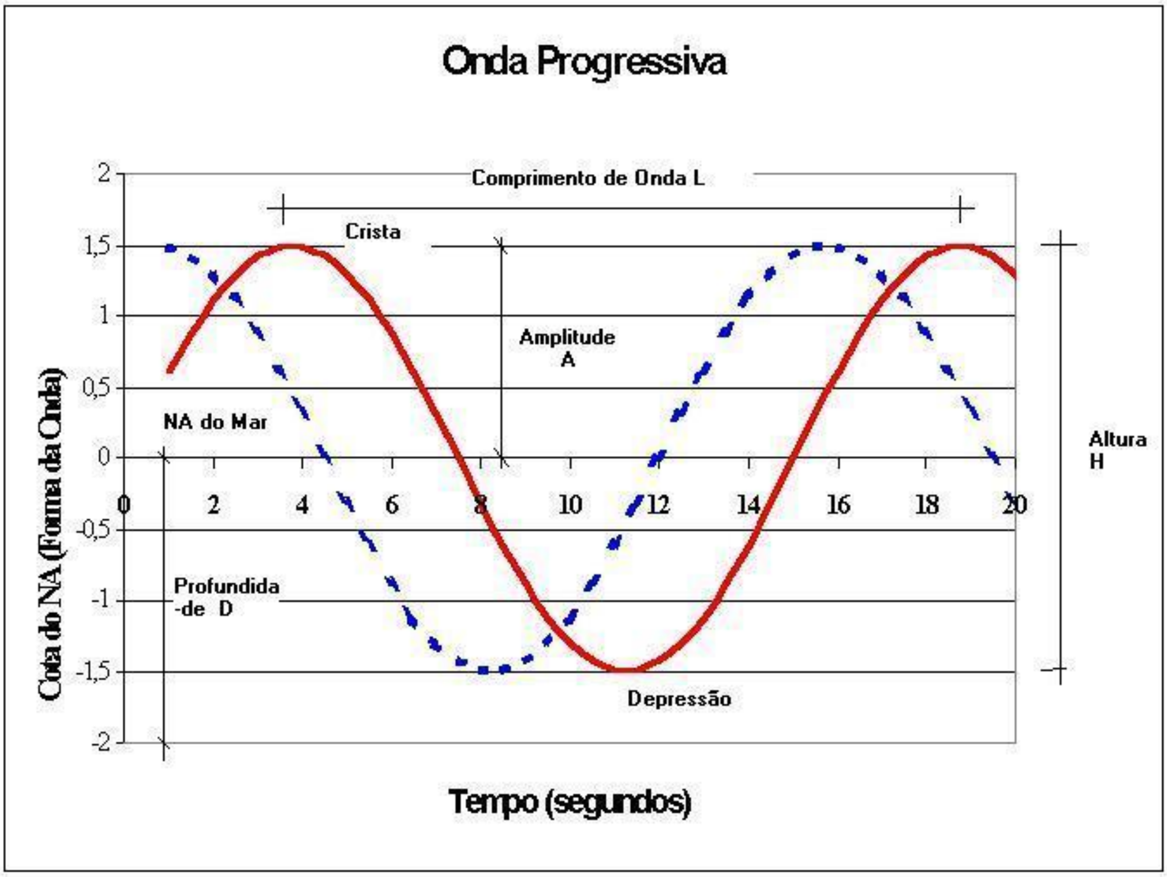
ONDAS OSCILATÓRIAS

Ondas Progressivas $\Rightarrow$ ondas de Airy (se propagam em direção à zona costeira)

Ondas Estacionárias (Clapotis)⇒ São ondas que oscilam para cima e para baixo com pontos fixos (nós) nos quais o nível da água permanece em repouso. Ocorrem na frente de paredes verticais construídas no mar (e junto às paredes das piscinas), daí o perigo de se construir diques de paredes verticais no mar sem que se leve em conta o momento de tombamento promovido pelas ondas estacionárias ou Clapotis. Veremos este estudo ao longo deste curso de Portos.

ONDAS PROGRESSIVAS

A figura abaixo mostra os principais elementos a serem considerados no estudo das ondas progressivas ou ondas de Airy.



(Fonte: Autor, 2014)

Define-se:

H = altura da onda, distância vertical entre a crista e a depressão;
a = amplitude da onda, distância vertical entre o nível do repouso e uma crista ou uma depressão. A amplitude é metade da altura da onda (a = H/2);
T = período de uma onda, tempo que a onda leva para completar uma oscilação entre duas cristas ou entre duas depressões consecutivas;
d = profundidade do mar em relação ao nível de repouso da água;
L = comprimento de onda, distância horizontal entre cristas consecutivas;
η= (letra Grega néta) forma da onda ou posição relativa de momento do nível da água em relação ao nível do repouso do mar. A forma da onda é uma variável

dependente do espaço e do tempo η = f(x,t). Define-se a Forma da Onda pela equação abaixo;

$$\eta = a\cos(Kx - \sigma t)$$

em que a = amplitude da onda
K = número de onda
σ = freqüência angular da onda
x = espaço ou abscissa
t = tempo (em segundos)

C = celeridade da onda. Define-se C = L /T

σ = (letra Grega sigma) freqüência angular (ciclos/segundo).

$$\sigma = \frac{2\pi}{T}$$

K = número de onda.

$$K = \frac{2\pi}{L}$$

f = freqüência da onda.

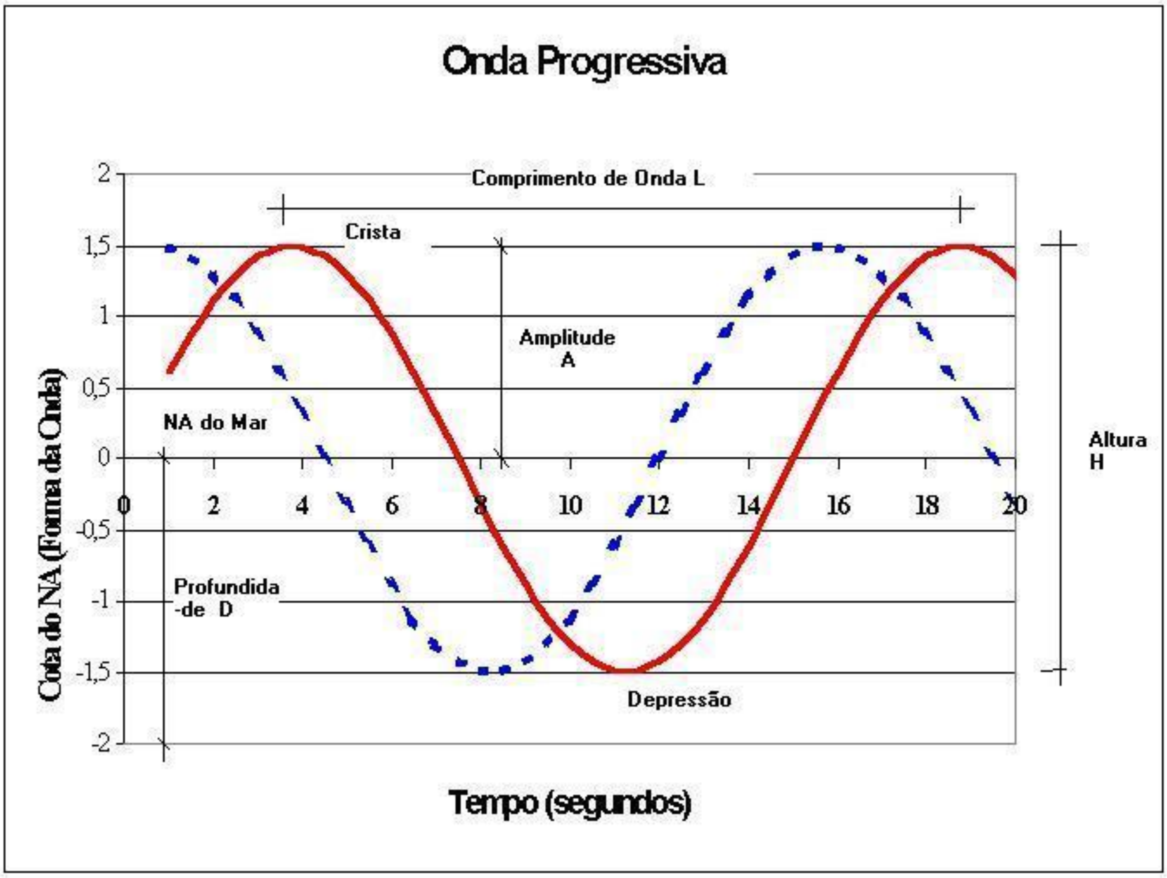
$$f = \frac{1}{T} = \frac{\sigma}{2\pi}$$

RELAÇÃO DA FREQUÊNCIA COM AS FORÇAS DE DESLOCAMENTO E FORÇAS RESTAURADORAS

Forças Geradoras do Deslocamento	Freqüência f	Nome da Onda	Forças Restauradoras
Vento	f > 10	Ondas Capilares	Tensão Superficial
Vento	10 > f > 1	Ondas Ultragravitárias	Força de Gravidade
Vento	1 > f > 0,033	Ondas Gravitárias	Força de Gravidade
Vento	0,033 > f > 0,0033	Ondas Infragravitárias	Força de Gravidade
Forças de Tempestade, Astronômicas (Sol e Lua) e Forças Tectônicas (Geológicas)	0,0033 > f > 6,9 x 10^{-4}	Ondas de Longo Período	Força de Coriolis
Forças de Tempestade, Astronômicas (Sol e Lua) e Forças Tectônicas (Geológicas)	f < 6,9 x 10^{-4}	Ondas de Maré	Força de Coriolis

EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DAS ONDAS PROGRESSIVAS – ONDAS DE AIRY

Revendo o formato das ondas progressivas ou ondas de Airy na figura abaixo:



A forma da onda η= (letra Grega néta) foi definida pela expressão abaixo

$$\eta = a\cos(Kx - \sigma t)$$

em que

$$\sigma = \frac{2\pi}{T}$$

e **K** = número de onda.

$$K = \frac{2\pi}{L}$$

Para um observador se propagando fixo com a onda, para ele a forma da onda seria constante. Então η = cte (constante). Para isso seria necessário que o ângulo de fase θ fosse constante, ou seja, Kx – σt = cte.

Daí: Kx – σt = cte, atribuindo a constante como sendo zero, fica:

Kx = σt derivando-se em relação ao espaço x e tempo t:

Kdx = σ dt daí: σ/K = dx/dt substituindo-se os valores de σ e K na equação:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2\pi/T}{2\pi/L} = \frac{L}{T} = C$$

Daí se define que:

C = σ/K ou C = L / T

Aplicando-se condições de contorno relativas à profundidade **d** e superfície η obtém-se a Equação Fundamental das Ondas Progressivas ou a chamada **Relação de Dispersão**:

$$\sigma^2 = gK \tanh(Kd) \quad \textit{Equação Fundamental das Ondas ou Relação de Dispersão}$$

onde:

σ = freqüência angular da onda
g = aceleração da gravidade
K = número da onda
tanh = tangente hiperbólica
d = profundidade do mar

Mas da equação C = σ/K podemos tirar que σ = C K, daí que $\sigma^2 = C^2 K^2$

Logo C^2 = g/K tanh (Kd)

Mas K = 2π/L e C= L/T

Daí: $$L = \frac{gT^2}{2\pi}\tanh(Kd)$$

e

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}\tanh(Kd)}$$

ou

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}\tanh(\frac{2\pi d}{L})}$$

As equações vistas até aqui são diretamente aplicáveis para **águas intermediárias** (águas cuja profundidade não se classificam nem como rasas nem como profundas)

PARTICULARIZAÇÕES

CASO 1: ÁGUAS PROFUNDAS (Quando d/L $\rightarrow \infty$)

Quando d/L $\rightarrow \infty$ o valor de tanh(Kd)= tanh(2π/L) $\rightarrow$ 1 pois tanh(2π∞) = tanh(∞)$\rightarrow$1

Logo, substituindo-se tanh (Kd) = 1 nas equações anteriores tem-se:

L_0 e C_0 definidos pelas equações abaixo: O índice $_0$ indica **termos referentes a águas profundas (sempre!)**

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} \quad \text{e} \quad C_0 = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$$

Note que quando Kd≥π tanh(Kd)≈ 1

Assim, estar-se-á na condição de **águas profundas** sempre que Kd≈π ou 2πd/L≈π

ou d/L ≈ π/2π ou d/L ≈ ½ ≈0,5 daí d/L≈ 0,5 ou **d≥ 0,5 L**

Em outras palavras, estar-se-á na condição de **águas profundas** sempre que a **profundidade do mar** seja maior do que **meio comprimento de onda L.**

CASO 2: ÁGUAS RASAS (Quando d/L $\rightarrow$ 0)

Quando d/L $\rightarrow$ 0 o valor de tanh(Kd) fica tanh(0)≈ 0 ou seja, tanh(Kd)≈ Kd

Substituindo-se tanh(Kd) por Kd nas equações das ondas:

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \approx \sqrt{\frac{gL}{2\pi}\frac{2\pi d}{L}} \approx \sqrt{gd}$$

$$\text{e} \quad L = \frac{gT^2}{2\pi}\tanh(Kd) \approx \frac{gT^2}{2\pi}\frac{2\pi d}{L}$$

Daí $L^2 = g\,T^2\,d$ ou $\frac{L^2}{T^2} = gd$

$C^2 = gd$ ou $C = \sqrt{gd}$ como havia sido demonstrado anteriormente.

Isto ocorre sempre que $Kd \leq \pi/10$ ou $Kd \leq 0{,}314$ ou $2\pi/d \leq \pi/10$ ou $d/L \leq 1/20$ ou por segurança:

$d/L \leq 1/25$ ou $d/L \leq 0{,}04$

Assim, teremos condição de **águas rasas** sempre que a **profundidade do mar seja inferior a quatro por cento do comprimento de onda L**.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

1ª. CONSTÂNCIA DO PERÍODO DA ONDA T

Entre todos os elementos das ondas, o único comprovadamente imutável com o decorrer do tempo é o seu período T ou freqüência angular σ. Caso houvesse variabilidade do período da onda T, o número de ondas contados a partir da linha da costa num intervalo de tempo Δt diferiria do número de ondas contados do mar para a costa neste mesmo intervalo, ou seja, haveria acumulação de ondas, o que é impossível. Logo, T = constante.

$n_o = \Delta t / T_o$ (número de ondas contados on-shore)

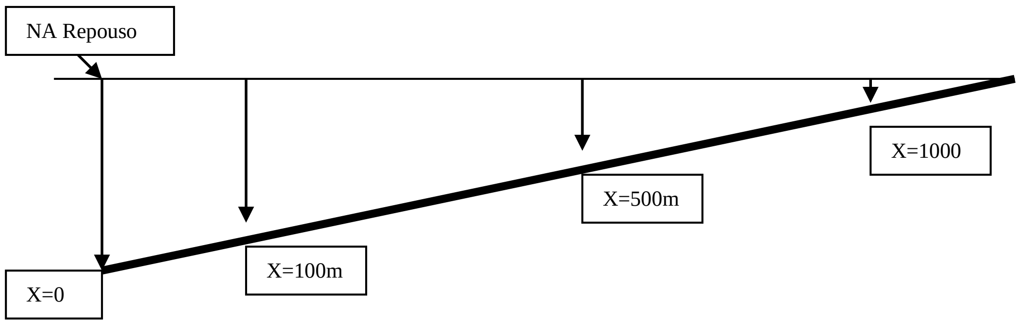
$n_s = \Delta t / T_s$ (número de ondas contados off-shore)

Como $\Delta t \to \infty$ se $T_o \neq T_s$ ondas estariam se acumulando, daí T_o deve ser igual a T_o que terá de ser igual a T.

$T_o = T_s = T$

EXEMPLO N° 1: Uma onda gravitaria com período de 6,5 segundos propaga-se para a costa cuja declividade é uniforme e igual a 5% (S_0= 5%). Calcule a celeridade C da onda e seu comprimento de onda L nas distâncias de x = 0m; x = 100 m; x = 500 m e x = 1000 m a partir do ponto em que a profundidade da água em x = 0 m seja de 57m.

SOLUÇÃO:



Cálculo das profundidades:

$S_0 = 5\%$ Em x = 0: d = 57m
Em x = 100 m: d = 57 m – 0,05 × 100 m = 52m
Em x = 500 m: d = 57 m – 0,05 × 500 m = 32 m
Em x = 1000 m: d = 57 m – 0,05 × 1000 m = 7 m.

Classificando as águas quanto à profundidade:

1) Condição de Águas Profundas:

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = \frac{9{,}81 \times 6{,}5^2}{2 \times \pi} = 65{,}96m \cong 66m$$

Serão consideradas águas profundas a partir de $d/L_0 > 0{,}5$, ou seja, d > 0,5 × 66 m ou d > 33 m.

2) Condição de Águas Rasas:

Serão consideradas águas rasas a partir de d/L < 0,04 ou d < 0,04 × 66 m ou d < 2,64m, em outras palavras, não existe ainda condições de águas rasas para x = 1000m.

Calculando-se as condições de águas profundas:

Dividindo-se a equação que dá o comprimento de onda para águas quaisquer, pela equação do comprimento de onda para águas profundas tem-se:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{\frac{gT^2}{2\pi}\tanh(Kd)}{\frac{gT^2}{2\pi}} \quad \text{fica} \quad \frac{L}{L_0} = \tanh(Kd)$$

Uma expressão similar é obtida dividindo-se a equação da celeridade para águas quaisquer pela celeridade da onda em águas profundas, da forma:

$$\frac{C}{C_0} = \tanh(Kd)$$

A celeridade da onda em águas profundas será:

$$C_0 = \frac{L_0}{T} = \frac{66m}{6{,}5seg} = 10{,}15seg$$

Calculando-se as características para a profundidade d= 52m

Parte-se da equação $\frac{L}{L_0} = \tanh(Kd)$

Assim: $\frac{L_{52m}}{L_0} = \tanh\left(\frac{2\pi \times 52}{L_{52m}}\right) = \tanh\left(\frac{326{,}725}{L_{52m}}\right)$

Esta equação é **implícita** pois o L_{52m} não é ainda conhecido ! O processo consiste numa busca interativa para se encontrar o valor de L_{52m} que satisfaça ambos os membros da equação. Em EXCEL ou calculadoras do tipo HP Programável, pode-se programar a função SOLVER para encontrar o valor de L que satisfaça a condição. Esta operação de achar o valor de L deve ser aprendida por todos os alunos da disciplina pois será empregada EM TODAS AS PROVAS DE PORTOS!

Para quem não tem máquina programável, seguem-se aqui umas dicas de como encontrar o valor de L:

No caso da profundidade d = 52 m, ainda temos as condições de águas profundas pois d > 33 m.

L_{52m}	$\frac{L_{52m}}{L_0} = \frac{L_{52m}}{66}$	$\tanh\left(\frac{326{,}725}{L_{52m}}\right)$
66	1,00	0,9998

Para a profundidade d = 32 m

$$\frac{L_{32m}}{L_0} = \tanh\left(\frac{2\pi \times 32}{L_{32m}}\right)$$

Como o limite de águas profundas foi de 33m, então a profundidade de 32 m ainda é muito próxima de águas profundas. Logo o valor de L_{32m} deve ser muito próximo de L_0 = 66m. Construindo-se a tabela abaixo tem-se:

L_{32m}	$\frac{L_{32m}}{L_0} = \frac{L_{32m}}{66}$	$\tanh\left(\frac{2\pi \times 32}{L_{32m}}\right)$
65,00	0,9848 ↑	0,9958 ↓
65,5	0,9924 ↑	0,9956 ↓
65,8	0,9969 ↓	0,9955 ↑
65,7	**0,995**4	**0,995**6

Aproximação satisfatória na 3ª casa decimal

O mesmo procedimento pode ser aplicado para a profundidade d = 7 m, resultando em $L_{7m} = 47{,}7$ m.

O valor das celeridades pode ser encontrado pelas relações $C/C_0 = \tanh(Kd)$

Assim: $$\frac{C_{7m}}{C_0} = \tanh(Kd) = \tanh\left(\frac{2\pi \times 7}{47{,}7}\right)$$

$C_{7m} = C_0 \times \tanh(2\pi\times7/47{,}7) = 7{,}3$ m/s

O quadro abaixo sumariza os resultados encontrados para o problema:

x (m)	d (m)	d/L_0	d/L	L (m)	C (m/s)
0	57	0,864	0,864	66,00	10,15
100	52	0,788	0,788	66,00	10,15
500	32	0,485	0,4871	65,70	10,1
1000	7	0,106	0,1462	47,70	7,3

REFERÊNCIAS

MASON. J.. (1984). **Obras Portuárias.** Editora Campus. Portobrás. 282p. Rio de Janeiro.RJ

DEAN. R.G., DALRYMPLE, R.A. (1994) **Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists**. World Scientific. New York. 353p

USACE. (1996) **Shore Protection Manual**. Volume I e II. Vicksburg. 1996.