

## Mecânica e Campo Eletromagnético

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Ano letivo 2024/2025

---

### TRABALHO 2 - BOBINAS DE HELMHOLTZ

#### Objetivos

- Calibrar uma sonda de efeito de Hall por meio de um solenoide padrão.
- Medir o campo magnético ao longo do eixo de duas bobinas estreitas.
- Verificar o princípio da sobreposição, usando configuração de Helmholtz.

#### 6. INTRODUÇÃO

##### PRODUÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS A PARTIR DE CORRENTES: O SOLENÓIDE PADRÃO

Correntes elétricas e cargas em movimento produzem campos magnéticos que podem ser calculados através da Lei de Biot-Savart ou através da Lei de Ampère.

Do ponto de vista físico, o solenóide pode considerar-se como um conjunto de anéis idênticos, alinhados lado a lado e percorridos pela mesma corrente  $I_S$ . No caso de um solenoide de comprimento infinito, a expressão do campo magnético no seu interior tem apenas a componente longitudinal (isto é, paralela ao eixo principal) e é dada por:

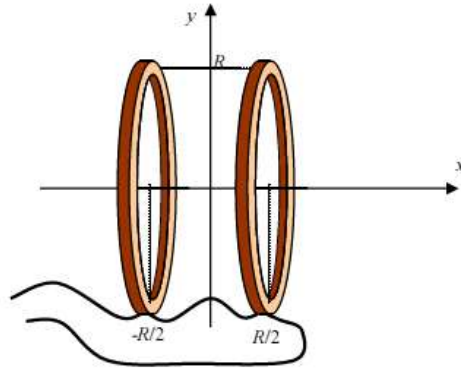
$$B_{sol} = \mu_0 \left( \frac{N}{l} \right) I_S \quad (1)$$

sendo  $N/l$  o número de espiras por unidade de comprimento do solenoide,  $I_S$ , a corrente elétrica que o percorre e a constante  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$ ).

Esta expressão pode considerar-se válida para um solenoide finito, cujo comprimento é muito maior que o raio,  $l \gg R$ . Um enrolamento deste tipo designa-se por solenoide-padrão.

##### BOBINAS DE HELMHOLTZ

As bobinas de Helmholtz são um outro dispositivo que, sendo constituído por dois enrolamentos paralelos em que  $R \gg l$ , parecem-se bastante mais com anéis de corrente do que com solenoides-padrão, permitindo criar, no espaço entre esses enrolamentos e ao longo do respetivo eixo, um campo magnético muito mais uniforme do que o campo devido a apenas um enrolamento (bobina).



**Figura 1.** Esquema representativo do posicionamento das bobinas a uma distância  $R$ .

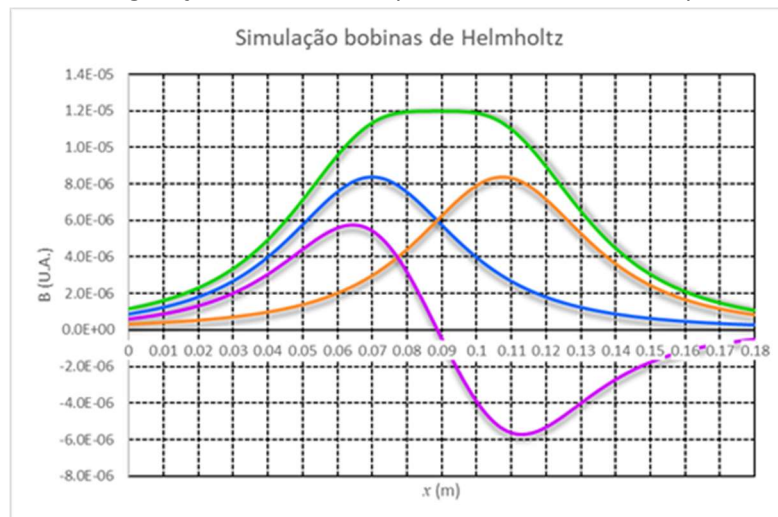
Esta característica consegue-se desde que as bobinas sejam idênticas (mesmo raio e número de espiras), paralelas, coaxiais e estejam situadas entre si a uma distância igual ao seu raio, sendo ainda percorridas por correntes iguais e com o mesmo sentido.

Nesta configuração é possível obter uma expressão para o campo magnético criado pelas duas bobinas num ponto  $x$  genérico do seu eixo, a partir da expressão do campo magnético no eixo de um anel de corrente (centrado em  $x = x_0$ )

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2 + (x - x_0)^2)^{3/2}} \hat{x} \quad (2)$$

Se  $B_H(x)$  é a expressão do campo criado pelas Bobinas de Helmholtz pode deduzir-se que o campo magnético atinge o seu valor máximo,  $B_{HM\acute{a}x}$ , no ponto médio da porção do eixo entre as bobinas ( $x = 0$ , na Figura 1), considerando que o campo total é a soma dos campos de cada bobina  $\vec{B}_{HTotal} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ . Analisando a variação do valor de  $B_H$  ao longo do eixo, pode ainda concluir-se que o valor de  $B_H$  não é inferior a 95% de  $B_{HM\acute{a}x}$ , sendo, em 60% dessa mesma secção, superior a 99% de  $B_{HM\acute{a}x}$ .

Usando a Equação 2, a representação gráfica do campo magnético  $\vec{B}_{HTotal}(x) = \vec{B}_1(x) + \vec{B}_2(x)$  ao longo do eixo de duas bobinas na configuração de Helmholtz para as várias correntes possíveis é a seguinte

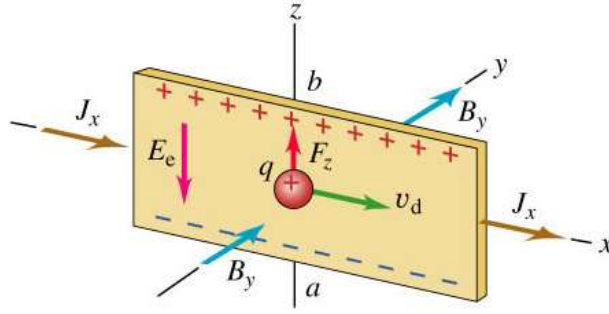


**Figura 2.**  $B(x)$  na configuração de Helmholtz

### MEDIÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS USANDO UMA SONDA DE EFEITO DE HALL

Para medir campos magnéticos utiliza-se o efeito que este campo produz em cargas elétricas em movimento, através da força magnética – Efeito Hall. Consideremos um bloco retangular de um

semicondutor percorrido por uma corrente  $I_H$  ( $J_x$  na Figura 3) e colocado num campo magnético,  $B$ , como se mostra na Figura 3.



**Figura 3.** Geometria utilizada para medir o efeito de Hall.

Os portadores de carga móveis, com carga  $q$  e velocidade de arrastamento  $v_d$ , vão necessariamente sentir o efeito da força magnética  $\vec{F}_{mag}$  dada pela equação (Força de Lorentz)

$$\vec{F}_{mag} = q\vec{v}_d \times \vec{B} = qv_d B \hat{z} \quad (3)$$

Num semicondutor, os portadores de carga podem ser positivos ou negativos, dependendo da estrutura do material. Aqui vamos considerar o caso em que são positivos (ver Figura 3). Sob a ação da força magnética estes portadores vão deflectir a sua trajetória, acumulando-se na face superior do semicondutor, produzindo uma diferença de potencial entre as faces superior e inferior do semicondutor (ao longo do eixo- $zz$ ), originando assim um campo elétrico interno, segundo a direção do eixo- $zz$  e sentido negativo ( $-zz$ ). Ficam, então, sujeitos a uma outra força, neste caso elétrica, dada por:

$$\vec{F}_E = -qE \hat{z} \quad (4)$$

que se opõe à força magnética. Na situação de equilíbrio as duas forças igualam-se e resulta que:

$$qE = qv_d B \quad (5)$$

o que permite calcular a diferença de potencial que se originou entre as duas faces do semicondutor, que se designa, normalmente, por tensão de Hall,  $V_H$ . Admitindo que o campo elétrico é uniforme temos  $V_H = Ea$  onde  $a$  é a dimensão do bloco na direção  $zz$  (na Figura 3  $ab$ ). Então podemos escrever

$$qE = q \frac{V_H}{a} = qv_d B \rightarrow V_H = v_d a B \quad (6)$$

Num semicondutor, a relação entre corrente e velocidade dos portadores (velocidade de arrastamento) é dada pelo fluxo de portadores de carga através da superfície perpendicular à direção da corrente,

$$I_H = nqv \rightarrow v = \frac{I_H}{nq} \quad (7)$$

Substituindo na Equação (6) resulta

$$V_H \propto I_H B \quad (8)$$

ou seja, a tensão de Hall,  $V_H$ , é proporcional à corrente de Hall  $I_H$  que percorre o material e ao campo magnético externo,  $|\vec{B}|$ . Assim, para um dado valor  $I_H$  constante,  $V_H$  é proporcional a  $B$ . Esta relação é utilizada para medir o campo magnético, através de um dispositivo que, por utilizar o efeito de Hall e permitir medir e sondar os valores do campo magnético, se designa por sonda de Hall.

Para medir campos magnéticos com uma sonda de Hall é preciso calibrar a sonda, ou seja, determinar a constante de proporcionalidade (ou constante de calibração) para uma dada sonda entre  $V_H$  e  $B$

$$B = C_c V_H \quad (9)$$

Para isso, usamos um dispositivo que nos dá um valor de  $B$  uniforme e reprodutível – o solenoide-padrão.

Importante:

- Esta constante de calibração é válida apenas para a sonda particular que está a ser usada e não podemos extrapolar para outras sondas.
- No caso dos materiais em que os portadores de carga são negativos, por exemplo, metais, a força magnética tem o mesmo sentido que o da Figura 3 e, portanto, agora é a carga negativa que se acumula na parte superior da amostra e a tensão de Hall muda de sinal. Deste modo podemos identificar e caracterizar o sinal dos portadores de carga em materiais desconhecidos.

## 2. PREPARAÇÃO DO TRABALHO

1. Deduza a Equação (1) e verifique que a mesma só é válida nos casos em que  $l \gg R$ .
2. Com base no resultado do ponto anterior diga, justificadamente, em que posição deve colocar a sonda de Hall no interior do solenoide.
3. Na Figura 2 identifique a configuração das correntes que percorrem as bobinas e que dão origem a cada uma das curvas.
4. Recorrendo à Equação (2) e à Figura 2 faça um esboço dos gráficos esperados para o campo magnético total  $B_1 + B_2$  nos casos em que a separação,  $d$ , entre as bobinas é
  - a)  $d > R$ ;
  - b)  $d = R$ ;
  - c)  $d < R$ .
5. Usando a constante de calibração obtida, faça uma nova tabela, para registar os dados necessários para a determinação do campo magnético  $B$  nas condições requeridas.
6. Com base na Equação (2) escreva a expressão para o campo total criado pelas duas bobinas  $\vec{B}_{Total}(x)$  e faça uma simulação (Figura 2) em computador (por exemplo, em Excel).

## 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

### Parte A – Calibração da sonda de Hall

1. Usando o “comutador” existente na unidade de controlo da sonda de Hall, feche o circuito de modo que passe corrente elétrica na sonda (luz de sinal acesa). Ligue os terminais da sonda à entrada do amplificador. Ligue um voltímetro à saída do amplificador.
2. Observe, no voltímetro, a tensão de Hall amplificada. Na ausência de campo magnético,  $V_H$  deve ser nula. Se tal não acontecer, anule a tensão residual atuando no potenciómetro da unidade de controlo (P).
3. Monte o circuito da Figura 4, utilizando o solenoide-padrão.

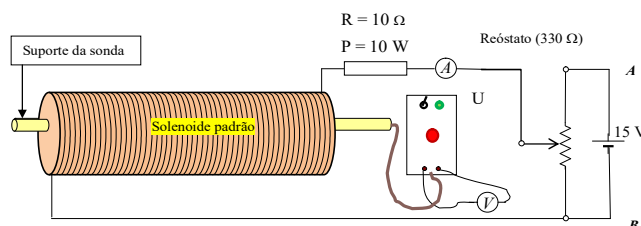


Figura 4. Esquema da montagem experimental disponível na aula.

4. Registe o valor de  $N/l$  e o respetivo erro para o enrolamento que está a usar.

$$\frac{N}{l} = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}}$$

5. Coloque a sonda no interior do solenoide, procurando um ponto do eixo do solenoide que minimize a aproximação utilizada de solenoide infinito. Qual é esta aproximação e qual o ponto que escolheu?
6. Varie a corrente  $I_S$ , que percorre o solenoide e registe a tensão  $V_H$  para 10 diferentes valores de  $I_S$  e preencha a tabela seguinte em Excel. Tenha em atenção ao valor máximo da corrente que o solenoide pode suportar. (Consulte o valor que deve constar na etiqueta do solenoide)

A tabela apresentada a seguir deve ser implementada em Excel e ser enviada ao docente no final da aula

$I_S \pm \underline{\hspace{2cm}}$ $/ \underline{\hspace{2cm}}$											
$(V_H) \pm \underline{\hspace{2cm}}$ $/ \underline{\hspace{2cm}}$											

### Parte B – Verificação do princípio da sobreposição para o campo magnético

1. Coloque as duas bobinas na disposição geométrica (configuração) de Helmholtz, **e fixe-as nessa disposição, que deve manter-se inalterada ao longo de toda a parte B do trabalho.**
2. Registe os dados relevantes:  $R_i$  - raio das bobines e  $x_{0i}$  - posição do centro das bobines na escala acoplada às bobines

$$R_1 = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}} \qquad R_2 = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x_{01} = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}} \qquad x_{02} = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}}$$

3. Monte o circuito da Figura 4 substituindo o solenoide por uma das bobines. Ajuste a intensidade da corrente para  $I = 0,50$  A. **Este valor é constante ao longo de toda a parte B do trabalho.**

$$I = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}}$$

4. Utilizando a sonda de Hall, meça o campo magnético criado pela bobina ao longo do seu eixo, de centímetro a centímetro, registando cada par de valores (posição, tensão de Hall,  $V_H$ ).
5. Remova a tensão aplicada à bobina e aplique-a, de seguida, à outra bobina. Ajuste a corrente para o valor usado no ponto 3 e repita o ponto 4, medindo e registando o valor da tensão de Hall,  $V_H$  nos mesmos pontos do eixo, mas para a outra bobina.
6. Ligue as duas bobinas em série, certificando-se de que a corrente fluirá no mesmo sentido em ambas as bobinas.
7. Utilizando a sonda de Hall, meça o campo magnético criado pela bobina ao longo do seu eixo, de centímetro a centímetro, registando cada par de valores (posição, tensão de Hall) preenchendo a tabela seguinte em Excel.
8. **No final do trabalho desligue o “comutador” existente na unidade de controlo da sonda de Hall.**

A seguir apresenta-se o modelo de uma tabela para ser implementada em Excel, que deve ser enviada no final da aula ao docente.

Registo dos valores  $V_H(x)$

Tabela 1 (Bobine 1)		
$x \pm$ ( )	$V_H \pm$ ( )	$B$
1,0		
2,0		
3,0		
...		
...		
18,0		

Tabela 2 (Bobine 2)	
$V_H \pm$	$B$

Tabela 3 (B1+B2)	
$V_H \pm$	$B$

#### 4. ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS

Com base nesta secção, deverá preparar o ficheiro Excel com os dados obtidos, obrigatoriamente entregue ao docente no final da aula.

##### Calibração da sonda de Hall

- Represente graficamente de  $V_H = f(I_S)$
- Determine a constante de calibração ( $C_C$ ) da sonda de Hall, através da expressão do campo produzido pelo solenóide bem como o seu erro, usando a Equação (9).

##### Verificação do princípio da sobreposição para o campo magnético

- Com base nas medidas de campo magnético no centro de uma bobina e na Equação (2) estime o número de espiras das bobinas de Helmholtz.
- Represente o gráfico do campo magnético para as duas bobinas ligadas isoladamente e em série  $B_H(x)$ . Conclua através do gráfico e da forma geral da variação do campo magnético criado por uma bobina, se se verifica ou não o Princípio da Sobreposição do campo magnético.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

[1] Serway, R. A., "Physics for Scientist and Engineers with modern Physics", 2000, Saunder College Publishing.