On White II, Wassily Kandinsky 1923

Mecânica e Campo Eletromagnético

Aula 9

Cap. 3 – Capacidade e condensadores.
Corrente eléctrica, resistência, resistividade
- Exemplos

Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
Gab. 13.3.16

Capacidade e condensadores

A **CAPACIDADE ELÉCTRICA** (C) de um conductor define-se como a relação entre a carga acumulada e o potencial na superfície de um condutor

$$C = \frac{Q}{V}$$

Unidade S.I.
1 farad = 1 coulomb/volt, i. é,
1 F = 1C/V

Para cada material, existe um potencial de ruptura, i.é, o potencial a partir do qual não se pode aumentar mais a carga na superfície, sem que aconteça uma descarga brusca do condutor

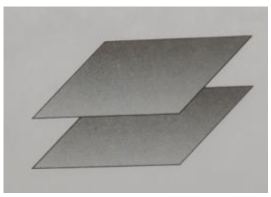
Chama-se CONDENSADOR a qualquer dispositivo com 2 armaduras metálicas que podem manter-se a potenciais diferentes.

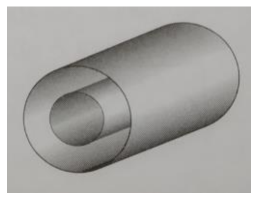
A CAPACIDADE DE UM CONDENSADOR define-se de forma análoga à capacidade de um condutor

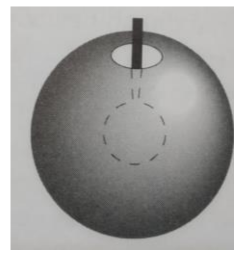
$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Tipos mais comuns de condensador:

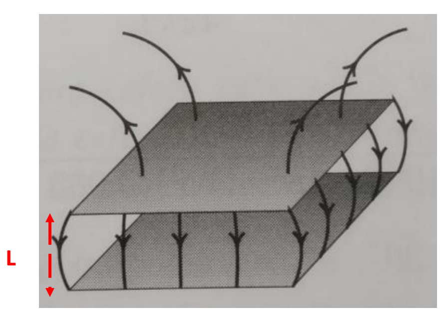
- de placas paralelas
- cilíndrico
- esférico







Condensador de placas paralelas



L = distância entre as placas

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Na região central, i. é, no interior das placas, as linhas de campo são aproximadamente paralelas e o campo eléctrico produzido por cada placa pode **ser aproximado PELO CAMPO DE UM PLANO INFINITO COM CARGA**

$$E = 2\,\pi\,k\,\sigma = \sigma\,/\varepsilon_0$$

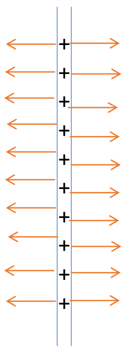
Para calcular a d.d.p., usamos um percurso perpendicular às placas, seguindo o sentido do campo, do ponto A de maior potencial até ao ponto B, com menor potencial

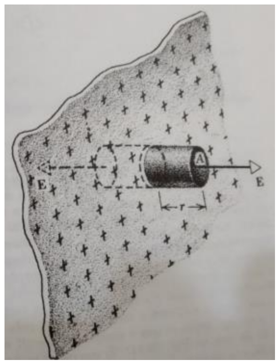
$$\Delta V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl} = 2\,\pi\,k\,\sigma\,L$$

$$C = \frac{Q}{2\,\pi\,k\,\sigma\,L} \qquad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \boxed{C = \frac{\varepsilon_0}{L}\,A}$$

da Aula passada

LEI DE GAUSS





$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

PLANO INFINITO CARREGADO UNIFORMEMENTE, com densidade superficial de carga, σ

Q1. Achar uma expressão para o valor de E a uma distância *r* do plano

1º - arranjar uma superfície gaussiana apropriada

cilindro de raio *r*

2º O campo eléctrico é perpendicular ao plano das bases do cilindro

não há contribuição para o fluxo da superfície lateral

A carga abrangida pela superfície gaussiana é igual a **σ.A**

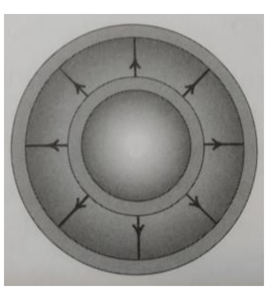
Q = **σ.A**

2. E. A= σ.A / ε_0

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

O valor de E é o mesmo para todos os pontos, de ambos os lados do plano da chapa.

Condensador esférico



Este condensador é formado por 2 esferas condutoras concêntricas, com raios **a** e **b**, em que a < b.

O campo eléctrico entre as duas esferas é radial, e é dado por:

$$\vec{E} = \frac{k\,Q}{r^2}\,\hat{r}$$

$$\Delta V = V_A - V_B = \int_a^b \vec{E}.\vec{dr} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{b-a}{ab}\right)$$

$$\boxed{C = \frac{ab}{k\,(b-a)}}$$

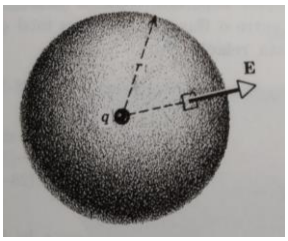
$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

da Aula passada

LEI DE GAUSS

Superfície gaussiana esférica de raio r, envolvendo uma CARGA PONTUAL Q



Superfície gaussiana esférica de raio r envolvendo uma carga puntiforme. In Halliday & Resnick, *Física*, II-1, 1974

A lei de Coulomb pode ser obtida a partir da Lei de Gauss

Escolhamos uma superfície esférica, de raio r, centrada na carga pontual.

<u>Vantagem desta escolha</u>: - o campo eléctrico, por simetria, tem a mesma intensidade e direcção normal em todos os pontos da superfície

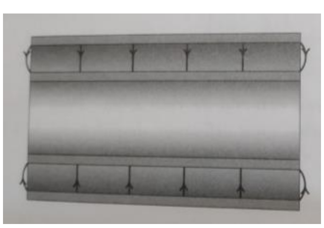
$\vec{E}\,//\,d\vec{S}$

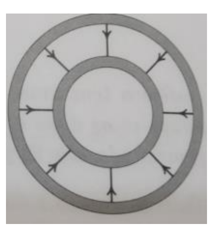
$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\mathbf{E.\,4\pi r^2 = Q\,/}\ \varepsilon_0$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}$$

Condensador cilíndrico





As linhas de campo são aproximadamente radiais e paralelas.

Se o comprimento L dos cilindros for maior que a distância entre as armaduras, poderemos admitir que as linhas de campo na região central são paralelas e radiais.

Assim sendo, um cilindro de raio r (a < r < b) e comprimento l < L é uma superfície gaussiana

A carga dentro do cilindro gaussiano é dada por $q_{int} = Q\,\frac{l}{L}$

Usando a lei de Gauss obtém-se: $E = \frac{2kQ}{Lr}$

$C = \frac{Q}{\Delta V}$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$\Delta V = \int_a^b \vec{E}.\overrightarrow{dr} = \frac{2\,k\,Q}{L}\,ln\,(\frac{b}{a})$

$\boxed{C = \frac{L}{2\,k\,ln\,(\frac{b}{a})}}$

ENERGIA ARMAZENADA NUM CONDENSADOR

Esta energia é igual ao trabalho necessário para carregar o condensador

$C = \frac{Q}{\Delta V}$

e também $\Delta V = \frac{Q}{C}$

O trabalho infinitesimal (dW) para transportar uma carga infinitesimal (dq) da placa negativa do condensador até à placa positiva é dado por

$$dW = \frac{Q}{C}\,dq \Rightarrow W = \int_0^Q \frac{Q}{C}\,dq$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2C}Q^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{U = \frac{1}{2}CV^2}$$

ENERGIA POTENCIAL ELÉCTRICA, U

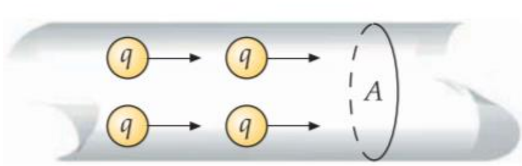
CORRENTE ELÉCTRICA

Estudaremos agora **CARGAS EM MOVIMENTO** – CORRENTE CONTÍNUA

Uma corrente eléctrica corresponde a um fluxo de cargas, cuja **INTENSIDADE** é dada por **I**

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Unidade S.I.
1 ampère = 1 coulomb/segundo, i. é, **1 A = 1C/s**



Segmento de fio que transporta corrente, sendo ΔQ a quantidade de carga que se desloca através da área da secção recta do fio (A) no tempo Δt

Uma **corrente eléctrica** pressupõe que haja um **campo eléctrico** a actuar sobre as cargas e, portanto, uma **diferença de potencial aplicada (ddp).**
A corrente flui do potencial mais alto para o potencial mais baixo (chamado sentido convencional da corrente).

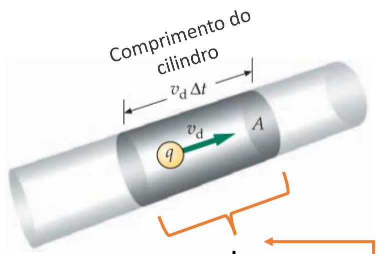
NB _ O verdadeiro sentido da corrente é o oposto (fluxo das cargas negativas)

DENSIDADE DE CORRENTE

Durante o intervalo Δt, todas as cargas livres que se encontravam no volume sombreado atravessaram a secção A.

$$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n\, q\, v_d\, A}$$

A intensidade da corrente, I, é uma grandeza escalar.



volume

$$\Delta Q = n\, q\, \boxed{v_d\, \Delta t\, A}$$

$v_d =$ velocidade de arrastamento (drift)

DENSIDADE DE CORRENTE, $\vec{J}$

$$J = \frac{I}{A} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\vec{J} = n\, q\, \vec{v_d}}$$

Poderemos, então, calcular a intensidade da corrente, I, através da integração da densidade de corrente (uniforme ou variável) através da superfície, i. é,

$$\boxed{I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}}$$

DENSIDADE DE CORRENTE

$$\boxed{I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}}$$

Se estivermos perante uma **superfície fechada, S**, o integral de superfície de $\vec{J}$ será igual à carga total que sai da superfície, por unidade de tempo.
Devido à **conservação da carga**, a carga que sai através da superfície fechada S será igual à **diminuição da carga interna** dentro do volume delimitado por S

$$-\frac{dq_{int}}{dt} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

E, portanto,

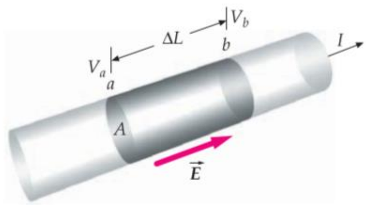
$$\boxed{\text{div}\, \vec{J} = \vec{\nabla} . \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}}$$

Esta equação é consequência directa da conservação da carga, e é chamada **EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE**

Quando a **divergência da densidade da corrente for zero**, **a corrente é ESTACIONÁRIA**; neste caso, não existe acumulação de carga em nenhum ponto, pelo que

$$\boxed{\vec{\nabla} . \vec{J} = 0, \text{ i.é, div}\, \vec{J} = 0}$$

LEI DE OHM



O segmento do fio é atravessado por uma corrente I. A diferença de potencial $V_a - V_b$ relaciona-se com o campo eléctrico, ficando

$$V = V_a - V_b = E\,\Delta L$$

A existência de uma **diferença de potencial aplicada (ddp)** obriga a um fluxo contínuo de cargas.

A razão entre a ddp e a corrente mede a resistência oferecida à passagem da corrente

$$V / I = R$$

Unidade S.I.
1 ohm = 1 volt/ampère, i. é,
1 Ω = 1V/ A

aceleração

$$\vec{v_d} = \boxed{\frac{q\vec{E}}{m}}\Delta t \Rightarrow \vec{v_d} = \frac{q\vec{E}}{m}\tau$$

sendo τ o tempo médio entre colisões

NB - O campo electrostático não é a única causa da corrente. Esta pode ser o resultado de reacções químicas ou de processos mecânicos

CONDUTIVIDADE E RESISTIVIDADE

$$\vec{J} = n\,q\,\vec{v_d}$$

$$\vec{v_d} = \frac{q\vec{E}}{m}\tau$$

τ = tempo médio entre colisões

$$\vec{J} = n\,q\frac{q\vec{E}}{m}\tau$$

se q = e, obtém-se:

$$\boxed{\vec{J} = n\,e^2\tau\frac{\vec{E}}{m} = \sigma\,\vec{E}}$$

σ = CONDUTIVIDADE do material

$$\boxed{\vec{J} = \sigma\,\vec{E}}$$

$$\boxed{\rho = \frac{1}{\sigma}}$$

ρ = RESISTIVIDADE do material

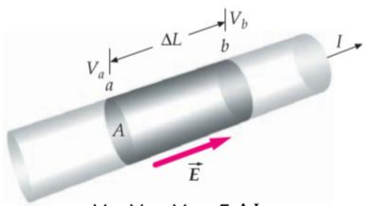
$$\boxed{\vec{J} = \frac{1}{\rho}\vec{E}}$$

> TEMPERATURA ➡ > nº choques entre os portadores de carga ➡ > RESISTIVIDADE

$$\boxed{\rho = \rho_0\,[1 + \alpha\,(T-T_0)]}$$

Tabela de resistividades - [1596295307 (768×1024) (scribdassets.com)]

RESISTÊNCIA E FORMA DO CONDUTOR



$V = V_a - V_b = E\,\Delta L$

campo eléctrico uniforme

$E = V / \Delta L$

$$J = \frac{I}{A} = \sigma E$$

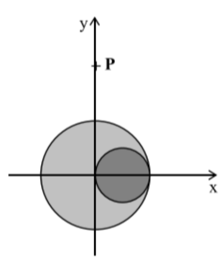
$I = \sigma V A / \Delta L$

$I = V A / \rho \Delta L$ $\qquad$ $V = I \rho \Delta L / A$

Pela lei de Ohm, obtemos a expressão seguinte para a RESISTÊNCIA DO CONDUTOR

$$\boxed{R = \rho\, \Delta L / A}$$

16. Considere uma esfera isoladora de raio **R** que tem uma carga distribuída uniformemente com densidade volúmica **ρ**, exceto numa região esférica de raio **R/2**, como se representa na figura. Nessa região a densidade volúmica é **2ρ**.



a) Calcule o campo elétrico em qualquer ponto do eixo ***xx***. Considere as várias regiões onde o campo é diferente.

b) Calcule o campo elétrico no ponto **P** do eixo ***yy***, à distância ***2R***, do centro da esfera.

Usar o **Princípio de Sobreposição** depois de **considerar 2 esferas separadas**

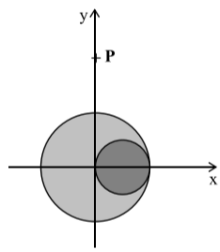
Esfera grande $\begin{cases} r < R \\ r > R \end{cases}$

LEI DE GAUSS

$$E_g.\,4\,\pi\,r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho.\,4\pi\,r^2 dr$$

$$E_g.\,4\,\pi\,r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \rho.\,4\pi\,r^2 dr$$

16. Considere uma esfera isoladora de raio **R** que tem uma carga distribuída uniformemente com densidade volúmica **ρ**, exceto numa região esférica de raio **R/2**, como se representa na figura. Nessa região a densidade volúmica é **2ρ**.



a) Calcule o campo elétrico em qualquer ponto do eixo ***xx***. Considere as várias regiões onde o campo é diferente.

b) Calcule o campo elétrico no ponto **P** do eixo ***yy***, à distância ***2R***, do centro da esfera.

Esfera pequena
$r \equiv r_1$
$R_1 \equiv \frac{R}{2}$

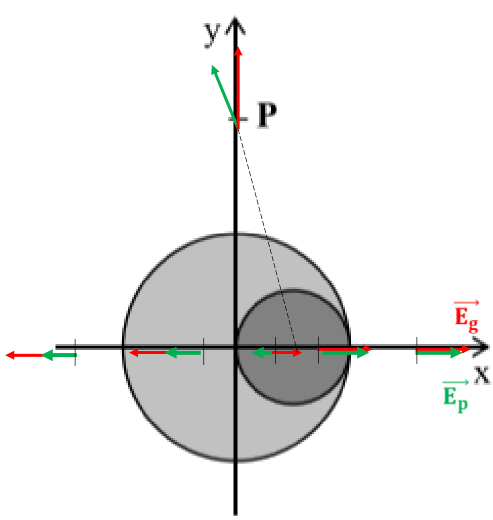
Usar o **Princípio de Sobreposição** depois de **considerar 2 esferas separadas**

Esfera pequena
- $r_1 < R_1$
- $r_1 > R_1$

LEI DE GAUSS

$$E_g . 4\,\pi\, r_1^{\,2} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^{r_1} \rho . 4\pi\, r^2 dr$$

$$E_g . 4\,\pi\, r_1^{\,2} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^{R_1} \rho . 4\pi\, r^2 dr$$



Princípio de Sobreposição

Somar vectorialmente os contributos do campo eléctrico das duas esferas (em xx e no ponto P sobre o eixo dos yy