

# **Trabalho 2.1**

## **Bobinas de Helmholtz**

Jorge Marques - 120215

Francisco Ribeiro - 118993

Catarina Rabaça - 119582

Grupo 4

PL4

3 de dezembro

Ano Letivo 2024/2025

Mecânica e Campo Eletromagnético

Departamento de Física

Universidade de Aveiro

## Sumário

A atividade laboratorial “Bobinas de Helmholtz” está dividida em duas partes e tem como objetivos principais:

- Calibrar uma sonda de efeito de Hall com o auxílio de um solenoide padrão;
- Efetuar a medição do campo magnético ao longo do eixo de duas bobinas;
- Estabelecer a configuração de Helmholtz e medir o campo magnético ao longo do eixo das respectivas bobinas;
- Verificar o princípio da sobreposição para o campo magnético.

A realização desta atividade experimental exigiu grande atenção na medição dos resultados, já que incluía diversas etapas nas quais poderiam ocorrer alguns erros. Assim, com todos os cuidados tomados, era esperado que alguns erros surgissem, contudo os resultados ficaram bastante próximos dos esperados.

# Introdução teórica

## PRODUÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS A PARTIR DE CORRENTES: O SOLENÓIDE PADRÃO

Correntes elétricas e cargas em movimento produzem campos magnéticos que podem ser calculados através da Lei de Biot-Savart ou através da Lei de Ampère.

Do ponto de vista físico, o solenoide pode considerar-se como um conjunto de anéis idênticos, alinhados lado a lado e percorridos pela mesma corrente ( $I_s$ ). No caso de um solenoide de comprimento infinito, a expressão do campo magnético no seu interior tem apenas a componente longitudinal (isto é, paralela ao eixo principal) e é dada por:

$$B_{sol} = \mu_0 \frac{N}{l} I_s \quad (1)$$

Sendo  $N/l$  o número de espiras por unidade de comprimento do solenoide,  $I_s$ , a corrente elétrica que o percorre e a constante  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$ ). Esta expressão pode considerar-se válida para um solenoide finito, cujo comprimento é muito maior que o raio,  $l \gg R$ . Um enrolamento deste tipo designa-se por solenoide-padrão.

## BOBINAS DE HELMHOLTZ

As bobinas de Helmholtz são um outro dispositivo que, sendo constituído por dois enrolamentos paralelos em que  $R \gg l$ , parecem-se bastante mais com anéis de corrente do que com solenoides-padrão, permitindo criar, no espaço entre esses enrolamentos e ao longo do respetivo eixo, um campo magnético muito mais uniforme do que o campo devido a apenas um enrolamento (bobina).

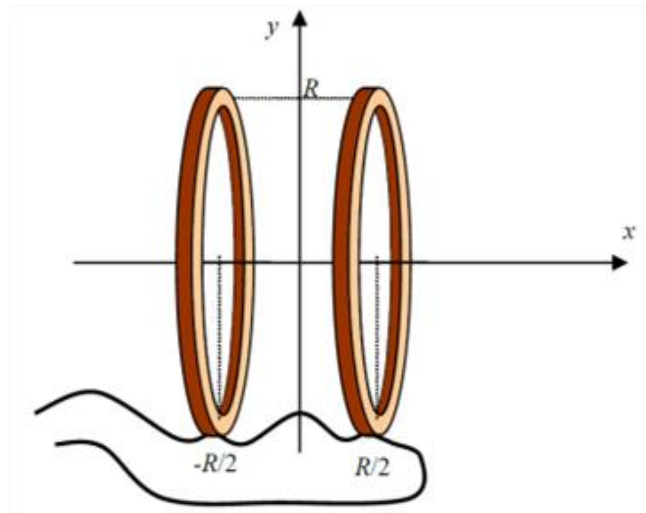


Figura 1. Esquema representativo do posicionamento das bobinas a uma distância  $R$ .

Esta característica consegue-se desde que as bobinas sejam idênticas (mesmo raio e número de espiras), paralelas, coaxiais e estejam situadas entre si a uma distância igual ao seu raio, sendo ainda percorridas por correntes iguais e com o mesmo sentido. Nesta configuração é possível obter uma expressão para o campo magnético criado pelas duas bobinas num ponto  $x$  genérico do seu eixo, a partir da expressão do campo magnético no eixo de um anel de corrente (centrado em  $x = x_0$ ).

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + (x - x_0)^2)^{3/2}} \hat{x} \quad (2)$$

Para medir campos magnéticos com uma sonda de Hall é preciso calibrar a sonda, ou seja, determinar a constante de proporcionalidade (ou constante de calibração) para uma dada sonda entre  $V_H$  e  $B$ .

$$B = C_c V_H \quad (3)$$

# Procedimento experimental

## Parte A - Calibração da sonda de Hall

1. Usando o “comutador” existente na unidade de controlo da sonda de Hall, fechou-se o circuito de modo que passasse corrente elétrica na sonda (luz de sinal acesa). Ligaram-se os terminais da sonda à entrada do amplificador. Ligou-se um voltímetro à saída do amplificador.
2. Observou-se, no voltímetro, a tensão de Hall amplificada. Na ausência de campo magnético,  $V_h$  deve ser nula.
3. Montou-se o circuito da Figura 3, utilizando o solenoide-padrão.

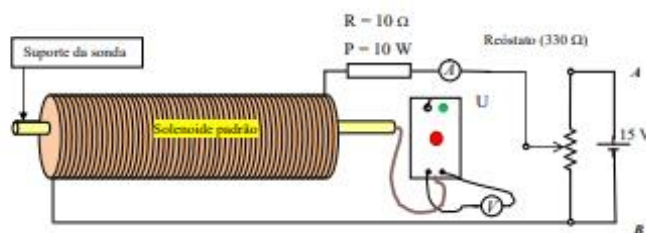


Figura 2. Esquema da montagem experimental disponível na aula.

4. Foi registado o valor de  $\frac{N}{l}$  e o respetivo erro para o enrolamento usado.
5. Colocou-se a sonda no interior do solenoide, procurando um ponto do eixo do solenoide que minimizasse a aproximação utilizada de solenoide infinito.
6. Variou-se a corrente  $I_s$ , que percorre o solenoide, produzindo vários valores de campo magnético B. Registou-se a tensão  $V_H$ , para os diferentes valores  $I_s$ .

### Material utilizado:

- Amperímetro
- Voltímetro
- Fonte de alimentação simétrica
- Solenoide padrão
- Reóstato

## Parte B – Verificação do Princípio da Sobreposição para o campo magnético

1. As duas bobinas foram colocadas em disposição geométrica apropriada, de forma a configurar um arranjo de Helmholtz. Após ajustadas nessa posição, elas foram fixadas, mantendo-se estáveis durante toda a experiência. É importante destacar que a distância entre as bobinas foi ajustada para corresponder ao raio das espiras, estabelecendo-se em  $6,3 \pm 0,05$  cm.
2. Foram registados os detalhes da posição das bobinas na escala graduada, as dimensões das bobinas e a posição da escala da sonda de Hall em relação à escala das bobinas.
3. Um circuito em série foi montado utilizando uma fonte de 15V, uma das bobinas, um reóstato e um amperímetro, de forma semelhante ao circuito utilizado na calibração da sonda. A corrente elétrica foi ajustada para um valor fixo, mantido constante ao longo da atividade ( $I = 0,50$  A).
4. Utilizando a sonda de Hall, foi medido o campo magnético criado pela bobina ao longo do seu eixo, de centímetro a centímetro, registando cada par de valores (posição, tensão de Hall,  $V_H$ ).
5. Foi removida a tensão aplicada à bobina e aplicada, de seguida, à outra bobina. Ajustou-se a corrente para o valor usado no ponto 3 e repetiu-se o ponto 4, medindo e registando o valor da tensão de Hall,  $V_H$  nos mesmos pontos do eixo, mas para a outra bobina.
6. Foram ligadas as duas bobinas em série, certificando-se de que a corrente fluía no mesmo sentido em ambas as bobinas.
7. Utilizando a sonda de Hall, mediu-se o campo magnético criado pela bobina ao longo do seu eixo, de centímetro a centímetro, registando cada par de valores (posição, tensão de Hall).

### Material utilizado:

- Amperímetro
- Voltímetro
- Fonte de Alimentação Simétrica
- Reóstato
- Bobinas

# Apresentação e análise de resultados

## Parte A – Calibração da sonda de Hall

Parte A - Tabela 1	
$I_s \pm 0,01 \text{ A}$	$(V_h) \pm 0,001 \text{ V}$
0	0,0012
0,05	0,008
0,1	0,0145
0,15	0,0199
0,2	0,0252
0,25	0,031
0,3	0,0368
0,35	0,0425
0,4	0,0484
0,45	0,054
0,5	0,0597

Figura 3. Tabela de resultados obtidos na Parte A

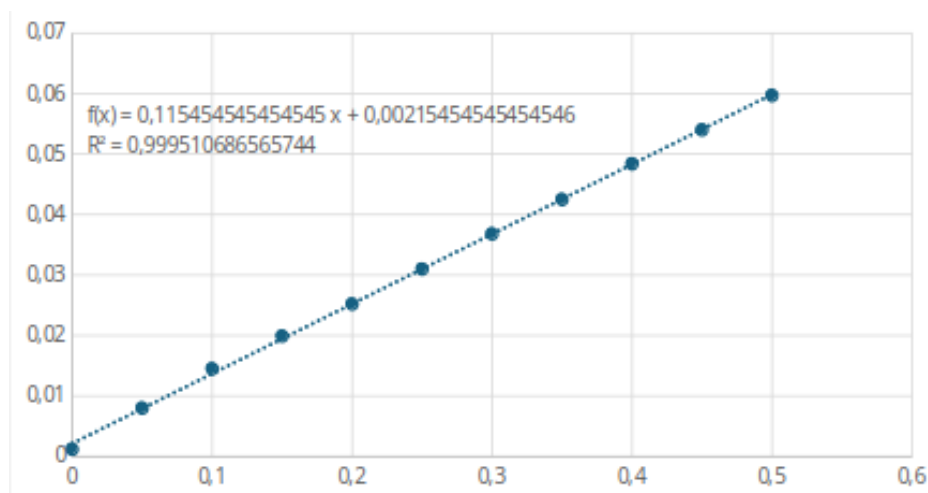


Figura 4. Representação gráfica da figura 4

Através das fórmulas:

$$B_{sol} = \mu_0 \frac{N}{l} I_s$$

$$B = C_c * V_H$$

e do número de espiras por metro:

$$\frac{N}{l} = 3467 \pm 60 \text{ (espiras / metro)}$$

Chegámos à constante de calibração ( $C_c$ ) com o auxílio da reta obtida pelo gráfico da **Figura 4**.

$$C_c * V_H = \mu_0 \frac{N}{l} I_s$$

$$V_H = \frac{\mu_0 N}{C_c l} I_s$$

Partindo da equação de uma reta:

$$y = mx + b$$

$$y = V_H; m = \frac{\mu_0 N}{C_c l}; x = I_s$$

$$m = \frac{\mu_0 N}{C_c l} = 0,1155$$

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} (H/m)$$



$$C_c = \frac{4\pi * 10^{-7}}{0,1155} * 3467 = 0,03773$$

Importa também referir que o valor obtido para a regressão linear foi muito próximo de 1.

Ainda assim, procedemos ao cálculo do erro da constante de calibração ( $C_c$ ):

$$\Delta C_c = \left| \frac{\partial C_c}{\partial \frac{N}{l}} \right| \Delta \left( \frac{N}{l} \right) + \left| \frac{\partial C_c}{\partial m} \right| \Delta m$$

$$\Delta C_c = 9,508 * 10^{-4}$$

$$Erro\ relativo(\%) = \frac{\Delta C_c}{C_c} * 100 = 2,52\%$$

## Parte B – Verificação do Princípio da Sobreposição para o campo magnético

Dados relevantes:  $R_i$  – raio das bobinas e  $x_{0i}$  – posição do centro das bobinas na escala acoplada às bobinas.

$$R_1 = 6,3 \pm 0,05 \text{ cm}$$

$$R_2 = 6,3 \pm 0,05 \text{ cm}$$

$$x_{01} = -3,15 \pm 0,05 \text{ cm}$$

$$x_{02} = 3,15 \pm 0,05 \text{ cm}$$

	Tabela 1 (Bobina 1)		Tabela 2 (Bobina 2)		Tabela 3 (Bobinas em série)	
$x \pm 0,05 \text{ cm}$	$V_H \pm 0,0001 \text{ V}$	B(T)	$V_H \pm 0,0001 \text{ V}$	B(T)	$V_H \pm 0,0001 \text{ V}$	B(T)
0,0	0,0065	2,45E-04	0,0015	5,66E-05	0,0075	2.83E-04
1,0	0,0082	3,09E-04	0,0017	6,42E-05	0,0092	3.47E-04
2,0	0,0098	3,70E-04	0,0021	7,92E-05	0,0113	4.26E-04
3,0	0,0112	4,23E-04	0,0025	9,43E-05	0,0133	5.02E-04
4,0	0,0125	4,72E-04	0,0031	1,17E-04	0,0152	5.74E-04
5,0	0,0131	4,94E-04	0,0040	1,51E-04	0,0167	6.30E-04
6,0	0,0128	4,83E-04	0,0050	1,89E-04	0,0178	6.72E-04
7,0	0,0118	4,45E-04	0,0062	2,34E-04	0,0180	6.79E-04
8,0	0,0103	3,89E-04	0,0078	2,94E-04	0,0181	6.83E-04
9,0	0,0085	3,21E-04	0,0095	3,58E-04	0,0184	6.94E-04
10,0	0,0069	2,60E-04	0,0110	4,15E-04	0,0185	6.98E-04
11,0	0,0054	2,04E-04	0,0123	4,64E-04	0,0180	6.79E-04
12,0	0,0043	1,62E-04	0,0129	4,87E-04	0,0174	6.57E-04
13,0	0,0035	1,32E-04	0,0126	4,75E-04	0,0163	6.15E-04
14,0	0,0028	1,06E-04	0,0116	4,38E-04	0,0146	5.51E-04
15,0	0,0022	8,30E-05	0,0102	3,85E-04	0,0125	4.72E-04
16,0	0,0018	6,79E-05	0,0084	3,17E-04	0,0103	3.89E-04
17,0	0,0015	5,66E-05	0,0068	2,57E-04	0,0084	3.17E-04
18,0	0,0012	4,53E-05	0,0062	2,34E-04	0,0068	2.57E-04

Figura 5. Tabela de resultados obtidos na Parte 2

Para calcularmos o campo magnético (B) para cada bobina utilizámos a fórmula **(3)**:

$$B = C_c V_H$$

na qual  $C_c$  corresponde à constante de calibração já calculada anteriormente e  $V_H$  a tensão para o dado ensaio.

Soma das bobinas B1 e B2 (B(T))	Desvio (%)
3.02E-04	6.67%
3.74E-04	7.61%
4.49E-04	5.31%
5.17E-04	3.01%
5.89E-04	2.63%
6.45E-04	2.40%
6.72E-04	0.00%
6.79E-04	0.00%
6.83E-04	0.00%
6.79E-04	-2.17%
6.75E-04	-3.24%
6.68E-04	-1.67%
6.49E-04	-1.15%
6.08E-04	-1.23%
5.43E-04	-1.37%
4.68E-04	-0.80%
3.85E-04	-0.97%
3.13E-04	-1.19%
2.79E-04	8.82%

Figura 6. Cálculo do erro relativo às bobinas em série e das somas das bobinas 1 e 2 somadas

Para determinar o desvio percentual utilizámos a seguinte fórmula, substituindo cada um dos valores do campo magnético:

$$Desvio\ relativo(\%) = \frac{(V_{esperado} - V_{obtido})}{V_{esperado}} * 100$$

Tomámos como valor esperado, o valor de campo magnético (B) calculado a partir da soma do campo da bobina 1 com a bobina 2 para os mesmos ensaios. Como valor obtido utilizámos, o campo medido das bobinas em série.

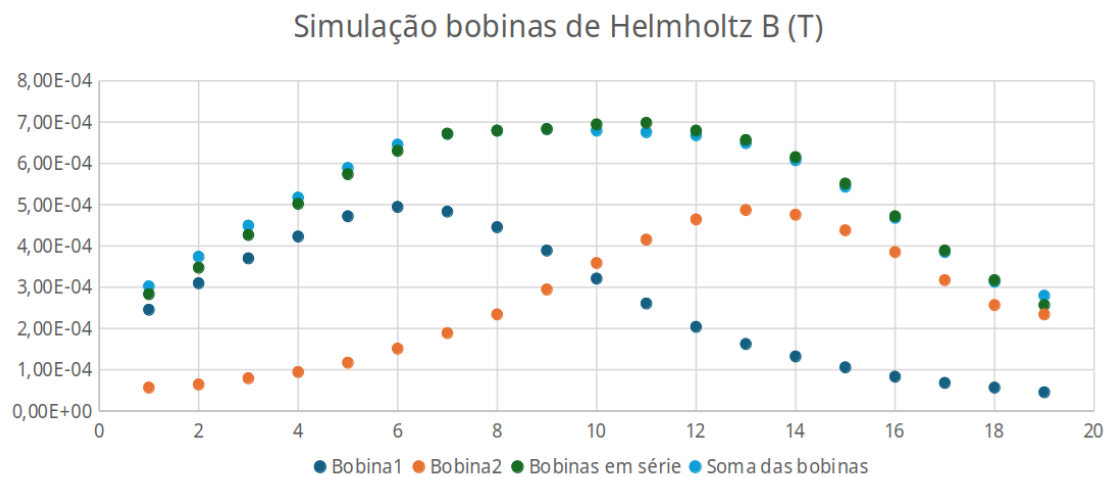


Figura 7. B(x) na configuração de Helmholtz

Ao analisar o gráfico obtido, verifica-se que os valores medidos vão de encontro aos valores esperados. A soma entre o campo magnético na bobina 1 e na bobina 2 coincide com os valores medidos para as bobinas em série, permitindo-nos provar deste modo o Princípio da Sobreposição.

Para calcular o número de espiras de uma Bobina de Helmholtz iremos utilizar a seguinte fórmula para  $x = 0$ :

$$N = \frac{B}{B(0)}$$

Com recurso à fórmula (2), podemos deduzir a seguinte fórmula:

$$N = \frac{C_c V_H}{\frac{\mu_0 * I}{2R}}$$

Substituindo as variáveis pelos valores e tendo em atenção que o  $V_H$  que tivemos em conta foi o máximo obtido,

$$C_c = 0,03773 \text{ (T/F)}$$

$$V_H = 0,0131 \text{ V}$$

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \left(\frac{H}{m}\right)$$

$$I = 0,5A$$

$$R = 0,063m$$

Concluimos que o número de espiras é aproximadamente 99, uma vez que é feita uma aproximação às unidades.

Algumas das possíveis fontes de erro são, por exemplo, a constante variação da corrente elétrica devido ao reóstato e a possível interferência de campos gerados por outros dispositivos próximos da sonda.

## Discussão e conclusão

Quanto à **Parte A**, pode-se concluir que a precisão obtida nos resultados foi elevada, dado que a regressão linear foi muito próxima de 1 e, admitimos apenas erro instrumental associado à sonda de Hall.

Com recurso à equação da reta obtida através do gráfico que relaciona a Tensão de Hall com a variação de corrente e com as equações  $B_{sol} = \mu_0 \frac{N}{l} I_s$  e  $B = C_c * V_H$ , foi possível calcular a constante de calibração,  $C_c = 0,03773$ .

Relativamente à **Parte B**, depois de registados os resultados, foi possível desenhar as curvas relativas à Tensão de Hall com ambas as bobinas ligadas em série (**Figura 8**). Este gráfico apresenta as curvas referentes aos valores obtidos através da medição da Tensão de Hall com ambas as bobinas ligadas em série (**curva verde**) e às somas da Tensão de cada bobina, registadas individualmente (**curva azul-claro**); pela sua observação, é possível concluir que se verifica o Princípio da Sobreposição para o campo magnético, uma vez que as duas curvas se encontram praticamente sobrepostas em todas as posições.

Por último, com os dados obtidos ao longo do trabalho, foi calculado o número de espiras de cada bobina, que é, aproximadamente, 99. Nesta última parte, consideramos que a maior fonte de erro foi a constante variação do reóstato que dificilmente permitiu manter o valor da corrente em 0,5 A.

## Bibliografia

- Serway, R. A., Physics for Scientist and Engineers with modern Physics, 2000, Saunder College Publishing
- Guião de análise de dados (disponível na página da disciplina no eLearning)
- Guião MCE\_Bobines de Helmholtz\_2024-2025 (disponível na página da disciplina no e-Learning)