



On White II, Wassily Kandinsky 1923

MCE_IM_2024-2025

Mecânica e Campo Eletromagnético

Aula 12

Cap. 3 – Análise e discussão de exemplos variados

Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
 Gab. 13.3.16

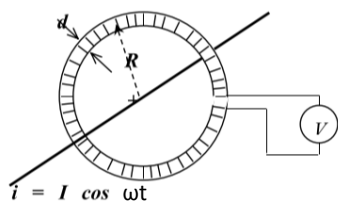
1

Problemas - 4ª série

4. Um amperímetro “clip-on” é um dispositivo usado frequentemente para medir correntes alternadas elevadas, em cabos, sem necessidade de “abrir” o circuito pelo qual a corrente flui.

É constituído por uma bobina toroidal de N espiras ($R \gg d$) que tem uma ranhura onde se insere o cabo. Às extremidades da bobina liga-se um voltímetro. Explique como funciona o aparelho.

Deduz a expressão da tensão em função de I , ω e dos parâmetros geométricos do toro.



comprimento do toro, $l = 2\pi R$

$$r^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad d^2 = 2^2 r^2 = 4 r^2$$

$$\epsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad i = I \cos(\omega t)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \rightarrow \quad \text{LEI DE AMPÈRE}$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \rightarrow \quad \phi_B = N \mu_0 \frac{I}{2\pi R} \pi r^2$$

$$\epsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} = -\mu_0 \frac{N}{2\pi R} \pi r^2 \frac{dI}{dt} \quad \epsilon = \mu_0 \frac{N}{8R} d^2 \omega I \sin(\omega t) \text{ (V)}$$

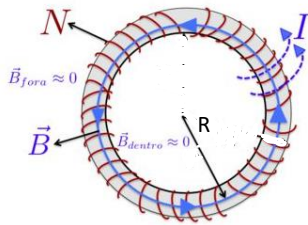
MCE_IM_2024-2025

2



Problemas - 4ª série

7. Determine o coeficiente de auto-indução [indutância] de um solenóide toroidal de N espiras, supondo que o raio r das bobinas é muito pequeno comparado com o raio R do toróide.



$$\epsilon_L = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -N \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\epsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \text{para um percurso circular de raio } r, \text{ tem-se}$$

$$B = N \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{para } N = \text{número de espiras}$$

comprimento do toróide = $2\pi R$

Se dobrarmos o solenóide para formar um toróide, o campo \vec{B} externo será zero

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = N \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \pi r^2$$

$$\epsilon_L = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -\mu_0 \frac{N^2}{2\pi R} \pi r^2 \frac{dI}{dt}$$

$$-\mu_0 \frac{N^2}{2\pi R} \pi r^2 \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

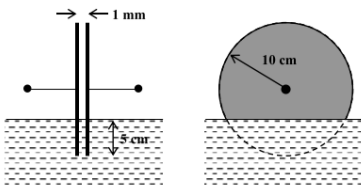
$$L = \mu_0 \frac{N^2}{2\pi R} \pi r^2 \quad (\text{henry, H})$$

MCE_IM_2024-2025

3

Problemas - 2ª série

7. Um condensador é constituído por duas placas circulares de **10 cm** de raio e com uma separação de **1,0 mm** entre si. Calcule a capacidade deste condensador, quando:



- entre as placas existe apenas ar;
- o espaço entre as placas é preenchido por água, cuja permitividade relativa vale **81**;
- as placas são mergulhadas verticalmente em 5 cm de água.

a) AR

$$C = \epsilon_0 \pi \frac{A}{L} \quad (\text{farad, F})$$

b) ÁGUA

$$\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$$

$$C = 81 \epsilon_0 \pi \frac{A}{L} \quad (\text{F})$$

c) 5 cm de água

$$C = \frac{\epsilon_0}{L} A$$

$$A = \pi R^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

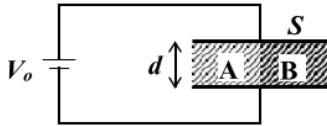
$$L = 10^{-3} \text{ m}$$

MCE_IM_2024-2025

4

Problemas - 2ª série

8. Um condensador de placas paralelas, de área S , é preenchido por 2 materiais A e B, caracterizados por constantes dielétricas ϵ e 2ϵ , respectivamente. Os volumes dos 2 materiais são iguais, como indica a figura.



- Calcule a capacidade do condensador.
- Obtenha a expressão para o campo eléctrico, em cada um dos materiais.
- Determine as densidades de carga (livre) nas placas do condensador.
- Escreva a expressão da energia total armazenada no condensador e indique de que modo essa energia se distribui pelos 2 dielétricos.

a) $C_T = C_1 + C_2$

b) $|\vec{E}| = \frac{V_0}{d}$

c) $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E}$ $|\vec{D}| = \text{densidade de cargas livres} = \sigma_A$

$\sigma_A = \epsilon \frac{V_0}{d} \text{ (C/m}^2\text{)}$

$\sigma_B = 2\epsilon \frac{V_0}{d} \text{ (C/m}^2\text{)}$

d) $U = \frac{1}{2} C V^2$

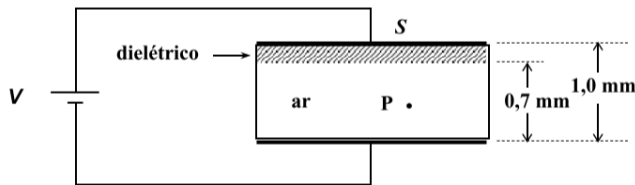
$U = \frac{3 S V_0^2}{2 d} \text{ (J)}$

MCE_IM_2024-2025

5

Problemas - 2ª série

9. Considere o seguinte condensador de placas paralelas, com áreas $S = 10 \text{ cm}^2$ e $V = 6V$.



- Supondo que o dielétrico se caracteriza por $\epsilon_r = 5,6$, determine o campo eléctrico no interior do dielétrico e no ponto P.
- Calcule as densidades de carga livre (σ).

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$C = \frac{\epsilon_0}{L} A$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E}$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$V = E \cdot d$$

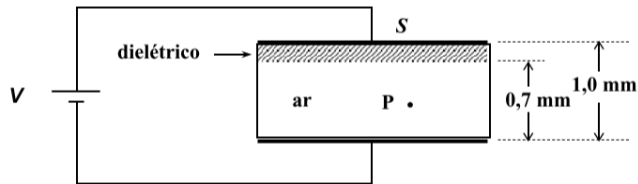
$$D = \frac{Q}{A}$$

MCE_IM_2024-2025

6

Problemas – 2ª série

9. Considere o seguinte condensador de placas paralelas, com áreas $S = 10 \text{ cm}^2$ e $V = 6V$.



c) Suponha que se retira o dielétrico. Compare a nova capacidade do condensador com a capacidade anterior.

d) Explique, sucintamente, porque é que num material com polarização uniforme tudo se passa como se houvesse apenas 2 planos de carga em lados opostos do material.

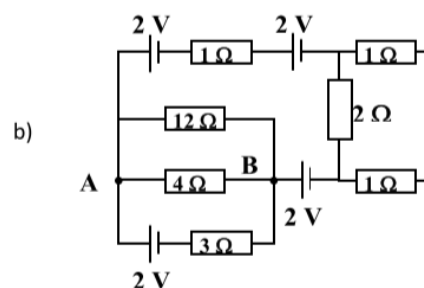
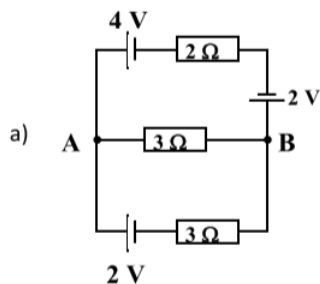
$$\int \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

MCE_IM_2024-2025

7

Problemas – 2ª série

16. Calcule as intensidades das correntes nos vários ramos dos seguintes circuitos e indique os respectivos sentidos. Determine também a d.d.p. entre B e A.



MCE_IM_2024-2025

8