On White II, Wassily Kandinsky 1923

Mecânica e Campo Eletromagnético

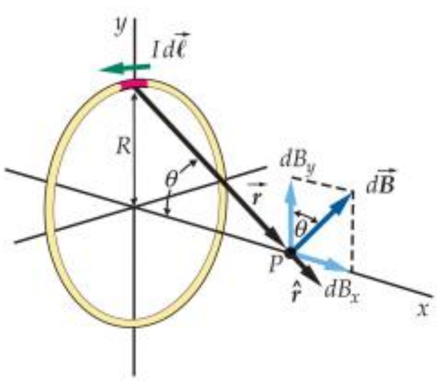
Aula 11

Cap. 3 – Lei de Ampère
Fluxo do campo magnético
Lei geral da indução ou de Faraday

Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
Gab. 13.3.16

CAMPO MAGNÉTICO

CAMPO DEVIDO A UMA ESPIRA DE CORRENTE



campo magnético ao longo do eixo da espira

Lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\;x\;\hat{r}}{r^2} \qquad r^2 = R^2 + x^2$$

$$d\vec{l} \perp \hat{r} \longrightarrow |d\vec{l}\;x\;\hat{r}| = \mathrm{dl}$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{I\,dl}}{R^2 + x^2}$$

Todas as componentes em torno de **y** anulam-se

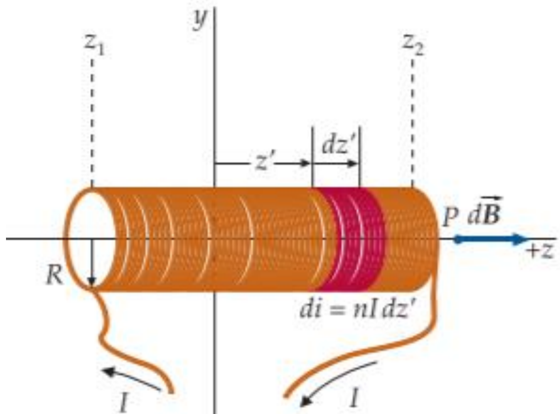
$$dB_x = dB \text{ sen } \theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{I\,dl}}{R^2 + x^2}\frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,R\,dl}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \qquad \oint dl = 2\,\pi R$$

$$\boxed{B_x = \frac{\mu_0}{4\,\pi}\frac{2\,\pi\,I\,R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}}$$

No **CENTRO DA ESPIRA**, tem-se $\boxed{B_x = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}}$

CAMPO MAGNÉTICO



SOLENÓIDE ~ conjunto de anéis circulares de corrente justapostos, transportando a mesma corrente

$$Bz = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\,\pi\,I\,R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

Campo magnético para um anel de corrente

$$\mathbf{n} = \frac{\textbf{N espiras}}{\textbf{comprimento L}}$$

Cada elemento **dz'** é tratado como um anel de corrente **di = n I dz'**

L >> R

densidade de corrente solenoidal, J

$$\boxed{B_z = \mu_0 \frac{\mathbf{N}\,\mathrm{I}}{\mathbf{L}} = \mu_0\,\mathbf{n}\,\mathrm{I}}$$

no **CENTRO** do solenóide

$$\boxed{B_z = \mu_0 \frac{\mathbf{N}\,\mathrm{I}}{2\,\mathbf{L}} = \mu_0 \frac{\mathbf{n}\mathrm{I}}{2}}$$

numa **EXTREMIDADE** do solenóide

LEI DE AMPÈRE

Se tivermos um fio atravessado por uma corrente I, as linhas de campo magnético são circulares e concêntricas com o fio. O campo magnético é dado, usando a lei de Biot-Savart, por

$$\mathrm{B}\,\boxed{2\pi R} = \mu_0 \mathrm{I}$$

comprimento do caminho circular à volta do fio

A LEI DE AMPÈRE vai permitir generalizar este resultado para qualquer tipo de caminho ou de fio (<u>não depende</u> do caminho)

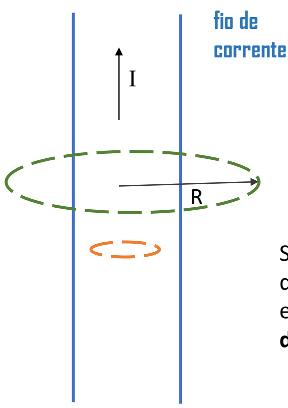
$$\boxed{\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \mathrm{I}}$$

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}.d\vec{S}$$

integral de linha sobre uma superfície aberta

se I =0 , $\oint \vec{B}.\,d\vec{l}$ =0

LEI DE AMPÈRE



$$B\, \boxed{2\pi R} = \mu_0 I$$

comprimento do caminho circular à volta do fio

Se o percurso escolhido for dentro do condutor (laranja), **com r < R_{fio},** então falaremos de uma **densidade de corrente, J,**

$$J = \frac{I}{\pi R_{fio}^2} \qquad B\, 2\pi r = \mu_0 \boxed{\frac{I}{\pi R_{fio}^2}}\, \pi r^2$$

A LEI DE AMPÈRE vai permitir generalizar este resultado para qualquer tipo de caminho ou de fio (<u>não depende</u> do caminho)

$$\boxed{\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I}$$

Tem-se, então, que

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}.d\vec{S}$$

integral de linha sobre uma superfície aberta

LEI DE AMPÈRE

$$\boxed{\oint \vec{B}.\, d\vec{l} = \mu_0 I}$$

Pelo **TEOREMA DE STOKES**, sabemos que:

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \int_S rot\vec{A}.d\vec{S}$$

pelo que podemos escrever que

$$\oint \vec{B}.\, d\vec{l} = \int_S rot\vec{B}.d\vec{S} = \mu_0 I$$

$$\boxed{\int \vec{\nabla} \times \vec{B}.\, d\vec{S} = \oint \vec{B}.\, d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J}.\, d\vec{S}}$$

Exemplos de aplicação da lei de Ampère:

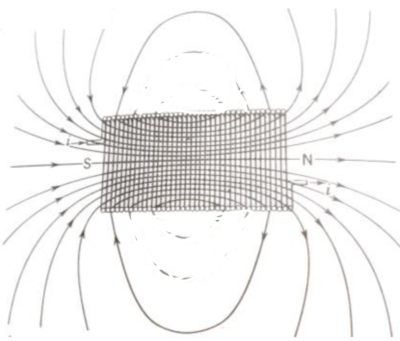
- Fios infinitos atravessados por uma corrente
- Planos infinitos com espessura b e densidade de corrente J
- Solenóide infinito
- Toróide

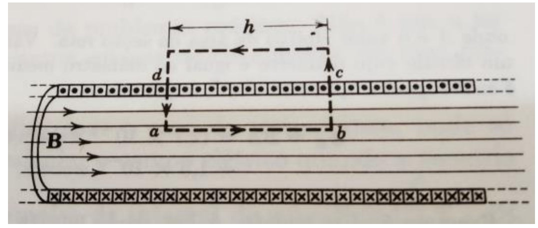
$$\frac{1}{dS}\int_S rot\vec{B}.d\vec{S} = \mu_0 \frac{I}{dS}$$

$$\boxed{rot\,\vec{B} = \mu_0 \vec{J}}$$

LEI DE AMPÈRE

$$\oint \vec{B}\,.\,d\vec{l} = \mu_0 \mathrm{I}$$





percurso *abcd* do solenóide

Fora do solenóide, experimentalmente, $\vec{B} = 0$

$$\oint \vec{B}\,.\,d\vec{l} = \underbrace{\boxed{\int_a^b \vec{B}.d\vec{l}}}_{Bh} + \underbrace{\boxed{\int_b^c \vec{B}.d\vec{l}}}_{\vec{B}\perp d\vec{l}} + \int_c^d \vec{B}.d\vec{l} + \underbrace{\boxed{\int_d^a \vec{B}.d\vec{l}}}_{\vec{B}\perp d\vec{l}}$$

n = nº espiras por unidade de comprimento

$\mathbf{I = I_0\,(n\,h)}$

A corrente total I que atravessa a área limitada pelo percurso de integração **não é igual à corrente I_0** que percorre o solenóide, pois esta área é atravessada por mais de uma espira

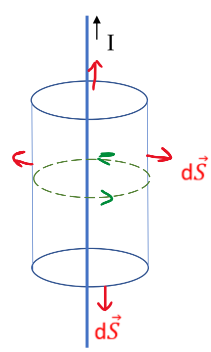
$Bh = \mu_0\ I_0\,(n\,h)$ ⟶ $\boxed{\mathbf{B = \mu_0\, n\, I}}$

FLUXO DO CAMPO MAGNÉTICO

$$\emptyset = \int_S \vec{B}.\,d\vec{S}$$

O fluxo do campo magnético pode ocorrer através de uma superfície aberta ou de uma superfície fechada

Através de uma SUPERFÍCIE FECHADA, por exemplo, de um cilindro



$$\int_S \vec{B}.\,d\vec{S} = \int_{S1} \vec{B}.\,d\vec{S} + \int_{S2} \vec{B}.\,d\vec{S} + \int_{S3} \vec{B}.\,d\vec{S} = 0$$

$$\emptyset = 0$$

O vector $\vec{B}$ tem rotacional mas não diverge

O integral do vetor campo magnético através de uma qualquer superfície fechada, atravessada ou não por uma corrente, é sempre zero.

FLUXO DO CAMPO MAGNÉTICO

Divergência do campo magnético

Acabamos de ver que

$$\int_S \vec{B}.\, d\vec{S} = 0$$

Pelo TEOREMA DE GAUSS, vimos atrás que

$$\int_S \vec{A}.d\vec{S} = \int_V div\vec{A}\, dV$$

Poderemos então escrever que

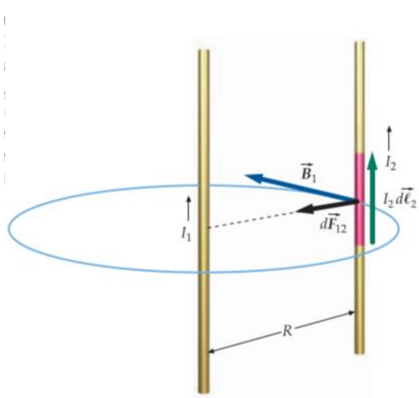
$$\int_S \vec{B}.d\vec{S} = 0 = \int_V div\vec{B}\, dV = 0$$

$$\leftrightarrow \int_V div\vec{B}\, dV = 0$$

$$\leftrightarrow \boxed{\text{div } \vec{B} = 0}$$

O vector $\vec{B}$ tem rotacional mas não diverge

Força magnética entre fios de corrente



Há uma força igual e oposta exercida pela corrente I_2 sobre I_1.

$$dF_{12} = |I_2| \overrightarrow{dl_2} \times \overrightarrow{B_1}$$

$$dF_{12} = I_2\, dl_2 B_1$$

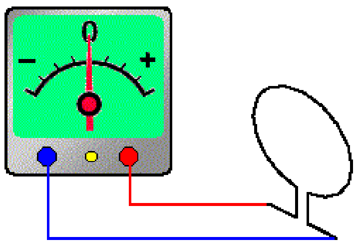
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

$$\boxed{dF_{12} = I_2\, dl_2 \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{R}}$$

$$\frac{dF_{12}}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{R} I_2$$

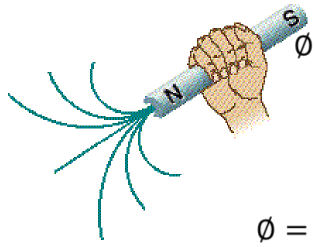
Força por unidade de comprimento

LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA



[Lenz.gif (491×267) (ensinoadistancia.pro.br)](ensinoadistancia.pro.br)

f.e.m. = força electromotriz
(diferença de potencial)



$$\emptyset = \int_S \vec{B}.\,\mathrm{d}\vec{S}$$

através de uma **superfície aberta**

$$\emptyset = \int_S |\vec{B}||\mathrm{d}\vec{S}|\cos(\vec{B}, \mathrm{d}\vec{S})$$

as variações do fluxo no tempo podem ser de três ordens:

B(t)
S(t)
ângulo entre $\vec{B}$ e $\mathrm{d}\vec{S}$

f.e.m. induzida, $\boxed{\epsilon = -\frac{d\emptyset}{dt}}$

LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA

- a f.e.m. instantânea induzida num circuito é directamente proporcional à taxa de variação temporal do fluxo magnético através do circuito
- se o circuito for constituído por **N espiras**, todas com a mesma área, e se ϕ_B for o fluxo através de cada espira, é induzida uma f.e.m. em cada uma e a **lei de Faraday** é dada por

$$\epsilon = -N\frac{d\emptyset}{dt}$$

CONVENÇÃO DE SINAIS

- a f.e.m. e as correntes são positivas se forem contrárias ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio
- O fluxo é positivo, se apontar no sentido do observador

USAR A REGRA DA MÃO DIREITA OU DO SACA-ROLHAS