



Departamento Académico de Economía

Matemáticas III (30651)

Segundo Semestre 2015

Profesores Diego Winkelried, Orestes Bueno, Diego Bohorquez y Jorge Cortez

Examen Parcial

SECCIÓN I

1. Independencia lineal de vectores propios (3 pts)

Si λ_1 y λ_2 son dos valores distintos de una matriz \mathbf{A} , con vectores propios respectivos \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 , demuestre que $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ es un conjunto linealmente independiente.

2. Una matriz de 3 x 3 (4 pts)

Considere la siguiente matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ a & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

donde a , b y c son tres números reales, tales que $ac \neq 0$.

- a) (1 pto) Encuentre los valores propios de \mathbf{A} . Considere el caso donde a y c tienen el mismo signo, y el caso donde tienen signos opuestos.
- b) (3 pts) ¿Qué condiciones deben cumplir los escalares a , b y c para que \mathbf{A} no sea diagonalizable?

3. Matriz banda (4 pts)

Para $n > 1$, sea $\mathbf{B}_n = [b_{ij}]$ una matriz cuadrada de dimensión n tal que

$$b_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{si } i > j \text{ o } j > i + 1 \\ i, & \text{si } j = i + 1 \\ a, & \text{si } i = j \end{cases},$$

donde a es un número real.

- a) (1 pto) Escriba explícitamente \mathbf{B}_2 , \mathbf{B}_3 y \mathbf{B}_4 .
- b) (1 pto) Encuentre los valores propios de \mathbf{B}_2 , \mathbf{B}_3 y \mathbf{B}_4 . Generalice sus resultados para \mathbf{B}_n .
- c) (2 pts) ¿Es la matriz \mathbf{B}_n diagonalizable? ¿Por qué?