UNIVERSIDAD DEL PACÍFICO
Departamento Académico de Economía
Matemáticas III (130233)
Primer Semestre 2017
Profesores D. Winkelried, O. Bueno, J. Zúñiga, D. Bohorquez, y F. Rosales

Examen Parcial

SECCIÓN I

1. Ecuación en diferencias de segundo orden (4 ptos)

Considere la ecuación en diferencias

$$(y_t - ay_{t-1}) - \left(\frac{y_{t-1} - ay_{t-2}}{a}\right) = b_t\,,$$

donde $0 < a < 1$.

a) **(2 ptos)** Si $b_t = b$ (constante), encuentre la solución general $y(t)$.

b) **(2 ptos)** Si b_t es una función acotada arbitraria de t, la solución particular tendrá la forma

$$y_p(t) = \sum_{h=0}^{\infty}(w_h b_{t-h} + \tilde{w}_h b_{t+h})\,.$$

Encuentre una expresión, lo más simple posible y en términos de a, para los coeficientes w_h y $\tilde{w}_h$.

Ayuda: Recuerde que $\dfrac{1}{(1-r_1z)(1-r_2z)} = \dfrac{1}{r_1 - r_2}\left(\dfrac{r_1}{1-r_1z} - \dfrac{r_2}{1-r_2z}\right)$.

2. Ecuación en diferencias no lineal (3 ptos)

Considere la ecuación en diferencias

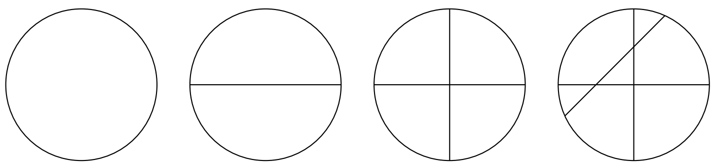
$$y_{t+1} - y_t + ty_{t+1}y_t = 0\,.$$

a) **(2 ptos)** Utilizando el cambio de variable $x_t = 1/y_t$, encuentre la solución general $y(t)$.

b) **(1 pto)** Si $y(0) = 1/6$, encuentre la solución al problema de valor inicial e indique si $y(t)$ es convergente.

3. Problema de la pizza (4 ptos)

Considere partir una pizza (redonda) en varios pedazos, con cortes rectos, de acuerdo con la siguiente ilustración:



0 cortes 1 corte 2 cortes 3 cortes

Sea x_t el máximo número de pedazos de pizza después de t cortes.

a) **(2 ptos)** Derive una ecuación en diferencias para x_t, incluyendo su valor inicial.

b) **(2 ptos)** Resuelva la ecuación hallada en la parte *a*). Responda: ¿Cuántos cortes son necesarios para obtener 29 pedazos de pizza?